

소비자의 구매행동을 고려한 항공편 최적 좌석용량 할당에 관한 연구

김 상 원[†]

울산대학교 경영대학 글로벌경영학전공

Optimal Decisions for the Airline Seat Capacity Allocation Considering Consumer Buying Behavior

Sang-Won Kim

Global Business Program, College of Business Administration, University of Ulsan, Ulsan, 680-749, Rep. of Korea

We consider a two-fare, two-period airline seat capacity allocation problem where consumers may choose different options in purchasing an airline ticket. A consumer may decide to wait for reopening of the same fare class ticket which is originally intended to buy, or may buy a different fare class ticket within the same period, if the originally requested fare is unavailable. We investigate the impact of the consumer buying behavior on the optimal solutions and the expected revenue.

Keywords: Seat Capacity Allocation, Airline Revenue Management

1. 서론

1.1 개요

수익경영(Revenue Management)은 수요/공급의 관리에 대한 새로운 접근방법으로 시장의 수요와 생산능력/생산용량(capacity) 또는 재고를 어떻게 일치시키는가에 관한 경영기법이다. 이를 위하여 최신화 된 정보와 최적화 모형을 효과적으로 이용하여 생산용량 및 재고를 적정하게 배분한다. 또한, 수요예측과 가격책정(pricing)을 통하여 공급과 수요를 적절히 조화시킴으로써 복잡한 의사결정을 가능케 하여 보다 많은 수익을 얻을 수 있게 한다. 가격책정은 시장의 수요 및 재고 등의 정보를 반영하여 서로 다른 등급(요금수준)의 고객에게 적정하며 차별화된 가격을 결정하는 것이다. 즉, 잠재적인 소비자의 가격에 대한 민감도 등을 감안하여 제품의 가격을 적절히 조절함으로써 전체 매출을 증대시키는 전략이다. 이를 위하여 동일한 제품에 대해서도 구매조건 등을 달리하여 다양한 가격으

로 판매하며 원래 높은 가격으로 구매하려던 고객이 마음을 바꾸어 저렴한 제품을 구매함으로써 수익을 잠식하는 가능성을 최소화 한다. 따라서 각 가격수준에 대해 판매 가능한 수량을 결정해야 하고 추가적인 구매/이용조건 등을 구체적으로 제시하여 가격 이외의 방법으로 제품을 차별화 한다. 수익경영이 가장 잘 적용되어 온 항공사의 경우, 특정 항공편내의 동일한 좌석에 대하여 이용조건을 차별화를 통하여 다양한 가격의 좌석을 고객에게 제공함으로써(같은 이코노미 좌석이라도 가격에 민감한 고객에게는 저렴한 요금의 좌석을 제공함) 총 매출의 최대화를 얻을 수 있었다. 역사적으로 1970년대부터 시작된 미국 항공운송산업 규제완화는 미국 내 항공운송산업 시장에 커다란 변화를 가지고 왔으며, 항공요금 자율화로 인한 요금인하 경쟁은 대부분의 미국 항공사의 경영에 커다란 압박 요인으로 작용하게 되었다. 그 후 미국 항공운송산업에 본격적으로 도입되어 효율적으로 활용된 수익경영은 항공운송산업 및 타 서비스 산업의 수익 극대화에 큰 기여를 하여왔다. 수익경영은 수익관리 또는 수율관리(Yield Management, 이

[†] 연락저자 : 김상원 교수, 680-749 울산광역시 남구 대학로 102 울산대학교 경영대학, Tel : 052-259-1275, Fax : 052-247-7619,
E-mail : studyksw@yahoo.co.kr

2008년 10월 5일 접수; 2009년 3월 26일 수정본 접수; 2009년 6월 25일 게재 확정.

하 YM으로 약칭) 라는 용어로 1960년대에 미국 호텔산업에 처음 도입되었으나 호텔산업의 영세성으로 인하여 YM을 체계적으로 지원해 줄 수 있는 시스템을 갖추기가 어려웠다. 1970년대 중반부터 미국 아메리칸 항공사를 시작으로 항공운송 산업에 도입된 YM은 1980년대에 이르러서는 중요한 전략적 수단으로 자리 잡게 되었다. 이를 처음 도입한 아메리칸 항공사는 YM을 “적절한 상품을 고객이 원하는 적절한 시기에 적절한 가격으로 적절한 고객에게 판매함으로써 전체 매출을 증가시키기 위한 활동”으로 정의하고 있다. 적절한 상품을 고객이 원하는 시기에 합리적인 가격으로 판매할 수 있다면 매출은 당연히 증가하게 되고 총 이익을 최대화할 수 있게 된다는 것이다. 초기의 YM은 주로 호텔 객실관리와 항공편 좌석관리 등과 같은 생산 용량(capacity) 및 재고에 대한 관리에 치중된 수익극대화 전략이었다. 수익경영의 적용분야는 항공산업 뿐만 아니라 숙박업, 자동차 대여업, 화물업, 여행업, 신기술 개발사업, 방송/통신업으로 소멸성 자산(perishable asset)을 관리하는 분야에 적합한 것으로 알려져 있다. 1990년대 이후로는 스포츠, 공연, 인터넷 분야 등에도 확대 적용되었으며, 다양한 분야로의 확대와 더불어 단순한 매출확대 기법이 아닌 매출 전반에 대한 전략으로 그 개념이 확장되었다(Lee and Yoon, 2005).

항공수익경영(Airline Revenue Management) 분야의 최적화 연구모형은 주로 좌석용량 할당모형(또는 좌석재고 할당모형)과 초과예약 모형이 이용되었다. 고정된 수의 좌석(용량)을 단일 가격보다는 복수의 가격을 제시하여 서로 다른 요금에 의한 제품 차별화를 한다(이를 전문화된 용어로 시장 세분화(market segmentation)라 한다). 차별화된 다양한 요금 수준의 좌석에 대하여 전체 가용좌석 수 중에서 각 요금 수준에 대하여 제공 가능한 좌석의 수를 적절히 결정한다. 낮은 요금의 좌석을 과다하게 할당하면 높은 요금의 수요를 잃을 수 있고, 반대로 높은 요금의 좌석을 과다하게 할당하는 경우 실제로 판매가 되지 않으면 낮은 요금의 수요를 잃게 되는 경우가 발생한다. 따라서 각 요금 수준에서 판매할 수 있는 적정량의 좌석을 할당하는 것이 가장 중요한 문제이다. 각 요금 수준에 대한 판매 가능 좌석수가 이미 할당된 경우에도 실제로 수요의 발생 패턴에 따라서 추가적으로 요금 수준별로 할당되는 좌석의 수를 조정한다. Weatherford and Bodily(1992)는 좌석용량 할당모형의 주요 연구요소를 다음과 같이 14개로 분류하였다: 1)가용자원(resource), 2)가용용량(capacity), 3)가격수준(prices), 4)요금 지불의사(willingness to pay), 5)할인요금 수준(discount price classes), 6)예약수요(reservation demand), 7)할인요금 수요의 탑승 특성(show-up of discount reservations), 8)정상요금 수요의 탑승 특성(show-up of full-price reservations), 9)그룹예약(group reservation), 10)수요이동(diversion), 11)연결항공편 고려(displacement), 12)초과예약처리(bumping procedure), 13)좌석할당방식(asset control mechanism), 14)의사결정방식(decision rules). 이들 연구요소 중 특히 본 연구의 관심이 되는 수요의 이동은 각각의 요금 수준에 대한 수요가 현실적으로 완전하게 독립적이지

않아 발생하는 것으로 현재까지의 대부분의 관련연구는 독립적 수요를 가정하여 진행되어 왔다. McGill and van Ryzin(1999)는 수요의 상향이동은 “fare upgrade”으로 수요의 하향이동은 “diversion”으로 정의하고 있다. 상향이동이란 저렴한 가격의 항공권을 구매치 못한 고객이 보다 비싼 항공권을 구매하려고 하는 것을 의미한다. 그러나 Pfeifer(1989)에서는 diversion을 상향이동으로 정의하고 있다. 또 다른 연구논문에서는 이들 용어는 “buy-up,” “buy-down”으로 각각 표기하고 있다. 항공사는 보통 전체판매 기간을 여러 개의 개별 판매기간으로 구분하며, 주어진 어떤 판매기간에 항공사는 요금 수준에 따른 서로 다른 좌석재고를 보유하고 있다. 요금 수준 및 개별판매기간 별로 수요가 완전하게 독립적으로 발생한다고 가정하는 경우(독립적 수요)와 각각의 수요가 서로 영향을 주는 종속적인 경우(종속적 수요)로 구분할 수 있으며 수요의 이동은 주로 동일 기간 내에서 이루어진다. 그러나 서로 다른 기간 간에도 수요 이동이 이루어진다고 할 수 있다. 이러한 구매행동은 고객의 구매심리를 반영하는 것으로(흔히 볼 수 있는 현상이며) 항공사의 입장에서는 매출과 직접 관계되므로 이에 대한 효율적 대응책이 마련되어야 할 것이다. 따라서 기존의 연구에서 제시된 독립적 수요보다는 종속적 수요를 가정하는 것이 보다 타당하다고 하겠다.

좌석용량 할당모형은 크게 정태적(static) 모형과 동태적(dynamic) 모형으로 나누어진다. 정태적 모형은 계획기간 동안 요금 수준에 대하여 추정된 확률적 수요를 바탕으로 각 요금 수준별로 판매 가능한 좌석할당량을 결정하여 계획기간 동안 동일하게 적용하는 것이다. 즉, 계획기간 전체의 수요변동을 고려하여 전체 계획기간에 동일하게 적용할 수 있는 요금 수준별 좌석할당량을 결정하는 것이다. 정태적 모형은 일반적으로 낮은 요금 수준의 수요가 높은 요금 수준의 수요보다(시간적으로) 먼저 발생한다는 가정을 바탕으로 한다. 동태적 모형의 경우는 계획기간 동안의 수요변동을 고려하여 매 시점마다 각 요금 수준별 판매 가능량을 다르게 적용하는 것을 말한다. 수요의 이동을 고려하여 동태적 모형을 개발하려면 정태적 모형의 경우보다 알고리즘 개발상의 어려움이 따른다. 수요이동을 고려하는 대부분의 연구는 정태적 모형이다.

수요의 정확한 예측은 수요변동에 효과적으로 대응할 수 있는 방법으로 수익경영에 있어 대단히 중요한 역할을 한다. 소멸성상품을 제공하는 산업의 특성 상 수요의 변동이 심하므로 이에 대한 철저한 대응책이 필요하다. 초과수요나 부족수요는 가격과 관련이 있으므로 수요가 많이 부족한 경우에는 가격을 낮추어 보다 많은 수요를 창출하는 것이 한 방법이다. 실제로 과거 미국에서 항공여행 수요가 너무 적어서 항공사들의 항공기들이 마냥 창고에 대기하고 있었던 경우도 있었다. 따라서 항공사들은 비용을 아끼기 위해 항공편을 줄이고 승객을 유치하기 위해서 가격을 최저로 인하했다. 제공 가능한 생산용량(좌석할당량)을 수요와 일치시키려면 정확한 수요예측이 선행되어야 한다. 그러나 생산용량의 결정은 장기적으로 자원을

뭉게 되는 것으로 결정이 한 번 실행되면 큰 비용을 초래하지 않고서는 변경하기가 대단히 어렵다. 따라서 수요가 생산용량보다 훨씬 적게 예상되는 경우를 고려하여 생산용량을 보다 신중히 결정하여야 한다.

1.2 문헌 조사

좌석용량 할당모형의 정태적 모형에 대한 연구는 동태적 연구보다 활발히 이루어져 왔으며 최초의 연구는 Littlewood(1972)에 의해 제시되었다. Littlewood(1972)는 두 요금 수준하의 단일기간(single-period) 모형의 최적해를 제시하였다. Belobaba(1989)는 Littlewood(1972)의 단일기간 모형을 바탕으로 다양한 요금 수준의 문제를 해결할 수 있는 확장된 휴리스틱 알고리즘인 기대한계 좌석수익(expected marginal seat revenue, EMSR)법을 개발하였다. 이 방법은 “EMSRa”라고도 하며 세 요금 수준 이상에서 효과적 적용을 보완하기 위하여 Belobaba(1992)는 “EMSRb”를 개발되었다. 이 후 이를 바탕으로 수많은 연구가 진행되었다. 수익경영모형에 대한 보다 자세한 문헌 조사연구는 McGill and van Ryzin(1999)에 기술되어 있다.

Pfeifer(1989), Belobaba and Weatherford(1996), Bodily and Weatherford(1995), Weatherford *et al.* (1993)는 고객들이 저렴한 항공권을 구입할 수 없을 때 비싼 항공권을 구입한다는 가정을 바탕으로 새로운 휴리스틱 알고리즘을 개발하였다. Sen and Zhang(1999)은 위 연구와 동일한 조건하에 두 요금 수준을 가지는 단일기간 모형의 이론적 최적해를 구하였다. Anderson and Wilson(2003)은 고객들이 기간과 기간 사이에 이동한다는 가정을 바탕으로 이러한 구매행동이 전체수입에 어떠한 효과를 미치는지에 대한 시뮬레이션 연구를 하였다. 그러나 각 기간 동안의 예약한계는 각 요금 수준에 따른 고객수요가 완전히 독립적이라고 가정되어 EMSRb 법에 의하여 산정되었다. Pfeifer(1989)는 고객의 수요이동을 고려하여 두 요금 수준을 가지는

단일기간 좌석용량 할당문제를 한계분석(marginal analysis)을 이용하였다. 이 연구에서 수요이동은 낮은 요금 수준의 고객 수요 중 일부가 높은 요금 수준의 항공권을 구매함으로써 발생한다. 기존의 단순한 형태의 수요이동 모형을 바탕으로(보다 일반적인) 고객의 선택적 행동 및 수요의 상향이동을 포함하는 연구가 Talluri and van Ryzin(2004)에 의하여 이루어졌다. 이 연구에서 유효집합(efficient subset) 개념을 이용하여 고객 수요의 상향이동계수(buy-up factor)를 남아있는 구매 가능한 좌석수의 함수를 이용하여 구하는 단일기간 좌석용량 할당모형을 개발하였다. 이 연구에서는 저자들이 개발한 선택적 동적계획 모형(choice dynamic program model)에 상향이동계수를 포함시켜 얻은 결과와 기존의 EMSRb에 상향이동을 적용시킨 결과를 서로 비교하였다. 이 방법 역시 최적해를 구하는 것은 아니지만 EMSRb에 의해서 얻어진 결과보다 좋은 결과를 제시하고 있으며, 문제의 크기에 따라 10% 이상의 기대수익이 증가하는 것을 알 수 있다.

<Table 1>은 정태적 모형과 동태적 모형 연구를 나타내고 있으며 취소(cancellation), 환불(refund), 예약부도(no-shows)는 좌석용량 할당 모형을 구성하는 데 있어 보다 현실적인 예약과정을 반영하는 연구요소이다(자세한 내용은 Weatherford and Bodily(1992)를 참조). 동태적 모형은 수요변동에 따라 예약한계를 그 때 그 때마다 달리 조정하고 예약요구가 발생할 때 예약의 승낙 또는 거절을 결정하기 위한 예약통제모형에 활용하기 위하여 사용된다. 동태적 연구로는 Lee and Hersh(1993), Lautenbacher and Stidham(1999), Subramanian *et al.* (1999) 등이 있다. 특히 Subramanian *et al.* (1999)은 수요변동에 따라 (각 요금 수준에 대한) 좌석할당을 조정하는 동시에 취소(cancellation), 환불(refund), 예약부도(no-shows) 및 초과예약(overbooking)을 동시에 고려하는 종합적인 모형을 개발하였다. 기존의 많은 정태적 연구가 수요이동은 효과적으로 모형에 반영하였으나, 취소(cancellation), 예약부도(no-shows) 및 초과예약(overbooking)

Table 1. Static model versus dynamic model for seat capacity allocation

구 분		연구 요소				
		수요이동	취소	환불	예약부도	
정태적모형	독립적 수요	Littlewood	없음	없음	없음	없음
		EMSRa	없음	없음	없음	일부고려
		EMSRb	없음	없음	없음	일부고려
	종속적 수요	Pfeifer	상향이동	없음	없음	없음
		Brumelle	상향이동	없음	없음	없음
		Bodily and Weatherford	상향이동	없음	없음	없음
		Belobaba and Weatherford	상향이동	없음	없음	없음
동태적모형	Talluri and van Ryzin	상향이동	없음	없음	없음	
	Subramanian <i>et al.</i>	하향이동	고려	고려	고려	
	Lee and Hersh	없음	없음	없음	없음	
	Lautenbacher and Stidham	없음	없음	없음	없음	

등의 요소들은 효과적으로 고려하기가 어려웠다. 반면 동태적 연구는 수요이동을 적절히 효과적으로 고려하기가 어려웠으나, Subramanian *et al.* (1999)의 연구에서는 위에서 언급한 모든 요소를 적절히 고려하고 있다. 일반적으로 동태적 연구는 마코프 프로세스(Markov Decision Process), 정적 또는 확률적 동적계획법(dynamic programming) 등을 이용 하며 낮은 요금 수준의 수요가 높은 요금 수준의 수요보다 시간적으로 먼저 발생한다는 가정을 사용하지 않는 장점을 가지나, 큰 규모의 실재문제를 해결하는데 있어서 한계점을 가지며 해를 구하는데 많은 시간이 소모된다.

판매 기간간의 수요이동에 대한 개념은 Lazear(1986)에 의해 처음 도입되었으며, 최근의 수익경영모형은 이를 고객의 전략적인 구매행동으로 인식하여 모형 개발에 포함시키고 있다. Ovchinnikov and Milner(2006)는 두 요금 수준을 가지는 수익경영 문제를 푸는데 있어서 고객이 전략적으로 행동한다는 가정을 추가로 포함시켰다. 이는 항공편의 출발시점이 가까워짐에 따라서 항공사가 최종 시점에서는 정상가격의 표도 저렴하게 판매한다는 사실을 인지하여 고객이 구매를 연기한다는 것이다. Mantin(2008)은 일반적인 수익경영 문제의 가격책정 전략을 수립 시 경쟁 및 전략적 고객행동이 최적해에 큰 변화를 가져온다는 것을 보이고 있다. 수익경영모형에 대한 국내의 연구는 해외에 비하여 그리 활발치는 않으나 최근에 들어 관심이 커지고 있다. 이와 관련하여 항공편 좌석용량 할당, 항공 수요예측, 수익경영의 서비스 사업에의 적용 등의 연구가 진행되었다(Lee *et al.*, 2004; Lee and Yoon, 2005; Yoon and Lee, 2003; Yoon *et al.*, 2003; Yoon and Lee, 2002; Jung and Lee, 2000; Yoon *et al.*, 2007; Lee and Yoon, 2008; Song *et al.*, 2008; Yoon and Lee, 2008; Kim, 2008). 위 모형 중 Yoon and Lee(2003), Lee and Yoon(2005)는 Pfeifer(1989)에 의해 제시되었던 휴리스틱 알고리즘을 바탕으로 상향이동 및 하향이동을 동시에 고려하는 시뮬레이션에 기반을 둔 좌석할당 연구를 제시하고 있다.

본 연구에서는 위에서 언급한 정태적 모형을 기반으로 기존의 연구에서 고려치 않았던 기간 간의 수요이동과 동시에 각 기간 내에서의 수요이동을 동시에 고려하는 좌석용량 할당모형을 개발하려고 한다. 수요이동을 효과적으로 다루기 위해서는 동태적 모형보다 정태적 모형이 장점을 가지리라 판단되며, Talluri and van Ryzin(2004) 연구에서(단일기간 모형임) 다루지 않는 기간간의 확률적 수요이동을 다룬다는데 본 연구의 의의가 있다고 하겠다. 아울러 많은 연구가 최적해를 구하는 것이 아니고 휴리스틱 알고리즘과 시뮬레이션을 이용하는 반면 본 연구에서는 최적해를 구하는 것이 다른 점이라 하겠다. 비교적 간단해 보이는 두 기간, 두 요금 수준의 문제를 고려하지만 본질적으로 이러한 문제의 해를 구하는 절차가 복잡하다. 본 연구에서는 최적예약한계를 이론적으로 어떻게 구하는지를 제시하며 또한 수요이동을 고려치 않은 경우의 최적예약한계와 비교할 때 어떤 차이를 보이며 이것이 전체 기대수익에 미치는 영향을 규명하고자 한다. 본 연구의 후속 연구로 보

다 일반적인 문제에 대하여 대단히 빠른 시간 내에 최적해에 근접한 해를 구할 수 있는 휴리스틱 알고리즘을 개발하고자 한다.

2. 수리적 모형

본 장에서는 앞에서 언급한 두 기간 간의 수요이동 및 기간 내의 수요이동을 동시에 고려하는 좌석용량 할당모형에 대해서 언급한다. 어떤 한 기간 내에서 낮은 요금 수준의 고객이 높은 요금 수준의 고객보다 일찍 도착한다고 가정한다. 첫 번째 기간 및 두 번째 기간에 저렴한 요금의 항공권을 구입하지 못한 사람들 중 일부는 비싼 요금의 항공권을 구입하고, 또 다른 일부는 낮은 요금이 다시 판매될 것을 예상하여 다음 기간까지 기다린다고 가정한다. 기간 i 에서($i \in 1, 2$) 저렴한 항공권을 구매치 못한 고객 중 일부는(이 비율을 d_i 로 표시한다)비싼 항공권을 구입한다고 가정한다. 첫 번째 기간에 저렴한 항공권을 구매치 못한 고객 중 또 다른 일부는(이 비율은 w 라 표시한다)둘째 기간까지 기다린다. 첫 번째 기간의 시작점에서의 총 가용좌석 수는 C 라 하고 둘째 기간의 시작시점에서의 가용좌석 수는 c 라고 하자. 두 요금 수준의 단가는 r_1 (저렴한 항공권)과 r_2 (비싼 항공권)로 표시한다. 기간 j 에서 요금 수준 i 의 수요량은 D_{ij} 로 표시한다($i, j \in 1, 2$). 이들 수요의 확률밀도함수는 $f_{ij}(\cdot)$ 로 표시 하며, 확률분포함수는 $F_{ij}(\cdot)$ 로 표시한다. 두 번째 기간에서의 저렴한 항공권의 예약한계는 첫 번째 기간의 예약한계와 첫 번째 기간의 말에 남아 있는 가용좌석수와 밀접한 관계를 가진다. 각 기간의 최적예약한계(optimal booking limit)는 각 기간의 기대수익을 최대로 해 주는 좌석 수를(저렴한 항공권의 예약한계를 지칭), 일반적으로 가장 비싼 항공권의 예약한계는 보호수준(protection level)이라고 지칭한다. 첫 번째 기간에서 최적예약 한계가 정해지면 최적보호 수준은 총 가용좌석 수에서 최적예약한계를 뺀 값이다. 이는 두 번째 기간에서도 유사하게 적용된다. 그러나 첫 번째 기간의 끝 시점에서 남겨진 총 가용좌석 수가 항상 고정된 값이 아니며 확률적 수요를 가지는 문제이므로 본 연구에서는 기간 별로 각각의 최적예약한계를 구하는 것이 아니고 첫 번째 기간의 최적예약한계만으로 전체 기간의 총 기대수익을 최대화시키고자 한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 단일 기간에서의 최적예약한계를 찾는 과정은 제 2.1절, 이의 예제는 제 2.2절, 두 번째 기간 초기의 가용좌석 수의 분포는(확률밀도함수) 제 2.3절, 그리고 두 기간에 걸친 총 기대수익을 구하는 과정은 제 2.4절에 기술되어 있다. 제 3장에는 제 2.4절에서 제시된 수리모형의 예제를 보이며, 제 4장에는 결론이 제시되어 있다.

2.1 최적예약한계(Optimal Booking Limit)

첫 번째 기간(기간 1)에서의 예약한계를 l_1 이라고 하자. 주

어진 l_1 에 대하여 두 번째 기간(기간 2)에서의 최적예약한계는 기간 1의 끝에서의 가용할 수 있는 좌석 수에 직접 영향을 받는다. 기간 1의 끝 시점에서의 수용인원을 c 라 하고, 기간 1의 예약한계에 수요가 도달하지 못했을 때 기간 2에서의 예약한계를 $l_2(c)$ 라고 하자. 이 경우에 기간 1에서 저렴한 항공권을 구매하고자 하는 모든 고객이 원하는 항공권을 구매할 수 있기 때문에 저렴한 요금을 위해서 기간 2까지 구매를 하지 않고 기다리는 고객은 아무도 없다. 또한 비싼 항공권을 사려고 하는 고객도 없다. 그리고 저렴한 요금의 항공권이 기간 1에서 다 판매되고 c 만큼의 좌석이 남아 있는 경우 (즉, $D_{11} > l_1$), 기간 2에서의 예약한계를 $l_2(c, l_1)$ 라고 하자. 이 경우에 기간 1에서 저렴한 요금의 항공권을 구입하지 못한 고객들 중 일부는 기간 2에 다시 저렴한 요금의 항공권이 재판매되기를 기다리고 있다. 그리고 기간 1의 고객 중 저렴한 항공권을 구매치 못한 고객 중 기간 2의 가능성을 보고 기다리는 고객의 비율을 w 라고 하자. 그러면 $w(D_{11} - l_1)$ 만큼의 고객이 다음 기간을 기다린다. 그러나 기간 1에서의 낮은 요금 고객들의 수는 l_1 에서 관측이 중단이(censored) 되었기 때문에 정확한 (저렴한 요금의 항공권을 원하는) 고객의 수는 알 수가 없으며, 단지 l_1 이상의 고객이 왔다는 것을 알 수 있다. 기간 1에서 저렴한 요금의 예약한계가 l_1 이고 수요 D_{11} 이 l_1 보다 적은 경우 기간 2의 수요는 l_1 에 영향을 받지 않는다. 기간 1의 끝에서의 가용좌석 수가 c 이면 기간 2에서의 최적 예약한계 $l_2(c)$ 는 0 이거나 c 또는 식 (1)을 만족시키는 l_2 가 된다(Kim, 2006).

$$(r_1 - r_2) + (r_2 - r_1)P[D_{21} < l_2] - r_2(1 - d_2)P[D_{22} < c - l_2] + r_2(1 - d_2) \int_0^{c-l_2} P\left[D_{21} < \frac{c-l_2(1-d_2)-x}{d_2}\right] f_{22}(x) dx = 0 \quad (1)$$

다음으로 기간 1에서 저렴한 항공권에 대한 예약한계가 만족되어 모든 저렴한 좌석이 매진되고 (수요 D_{11} 이 좌석한계 l_1 보다 큰 경우) 남아있는 좌석 수를 c 라고 하면 이 상황에서 알 수 있는 정보는 기간 1의 저렴한 좌석에 대한 수요는 최소한 l_1 이다. 기간 2까지 기다리는 고객의(기간 1에서 저렴한 요금의 항공권을 구입하지 못한 고객들 중 일부) 수를 Y 라고 할 때, Y 에 대한 조건부 확률분포함수는 다음과 같다.

$$P[Y \leq y] = P[w(D_{11} - l_1) \leq y | D_{11} \geq l_1] = \frac{P\left[l_1 \leq D_{11} \leq \frac{y}{w} + l_1\right]}{P[D_{11} \geq l_1]} \quad (2)$$

확률밀도함수를 구하기 위하여 식 (2)를 미분하면 다음과 같다.

$$f_Y(y) = \frac{f_{11}\left(l_1 + \frac{y}{w}\right)}{wP[D_{11} \geq l_1]} \quad \text{for } y \geq 0 \quad (3)$$

기간 2에서의 저렴한 요금의 수요는 D_{21} 과 기간 1로부터 기간 2까지 기다리는 고객들의 합이다. 기간 2에서 최적예약한계를 찾는 것은 이러한 새로운 수요를 가지는 단일기간의 문제가 된다. 즉, 식 (1)에서 D_{21} 을 $D_{21} + Y$ 로 대체한다. 이 새로운 확률변수를 $D_{21}(l_1)$ 이라고 하면 $P[D_{21} < l_2]$ 는 다음과 같다.

$$P[D_{21}(l_1) < l_2] = P[D_{21} + Y < l_2] = \int_0^{l_2} P[D_{21} < l_2 - y] f_Y(y) dy = \frac{\int_0^{l_2} P[D_{21} < l_2 - y] f_{11}\left(l_1 + \frac{y}{w}\right) dy}{wP[D_{11} \geq l_1]} \quad (4)$$

마찬가지로 식 (1)에서 $P\left[D_{21} < \frac{c-l_2(1-d_2)-x}{d_2}\right]$ 를 다음 식으로 대체한다.

$$P\left[D_{21}(l_1) < \frac{c-l_2(1-d_2)-x}{d_2}\right] \quad (5)$$

기간 2에서의 최적 예약한계인 $l_2(c, l_1)$ 는 l_1 과 기간 1의 끝에서의 이용 가능한 좌석 수, c 의 함수이다. 최적의 예약한계 $l_2(c, l_1)$ 은 0, c 또는 식 (6)을 만족시키는 l_2 값이다. 식 (6)은 위에서 언급한 바와 같이 식 (1)에서 일부를 식 (4)와 식 (5)로 대체한 후 정리하면 다음과 같이 얻어진다.

$$wP[D_{11} \geq 1](r_1 - r_2) + (r_2 - r_1) \int_0^{l_2} P[D_{21} < l_2 - y] f_{11}\left(l_1 + \frac{y}{w}\right) dy - wP[D_{11} \leq 1]r_2(1 - d_2)P[D_{22} \leq c - l_2] + r_2(1 - d_2) \int_0^{c-l_2} \int_0^{\frac{c-l_2(1-d_2)-x}{d_2}} P\left[D_{21} \leq \frac{c-l_2(1-d_2)y}{y}\right] f_{11}(l_1 + y) dy f_{22}(x) dx = 0 \quad (6)$$

둘째 기간의 총 기대수익은 다음과 같다. 기간 2에서 가용좌석이 c 이고, 기간 1에서의 저렴한 항공권에 대한 고객수요가 예약한계 l_1 에 도달하지 않은 경우 기간 2의 총 기대수익은 다음과 같이 표시된다. 여기에서 $E[\cdot]$ 는 기대 판매량을 의미한다.

$$r_1 E[\min\{D_{21}, l_2(c)\}] + r_2 E\left[\min\{\max\{c - l_2(c), c - D_{21}\}, D_{22} + d_2(D_{21} - l_2(c))^+\right] \quad (7)$$

기간 2에서 가용좌석이 c 이고, 기간 1에서의 저렴한 항공권

의 고객수요가 예약한계에 도달된 경우 기간 2의 총 기대수익은 다음과 같이 표시된다.

$$r_1 E[\min\{D_{21}(l_1), l_2(c, l_1)\}] + r_2 E[\min\{\max\{c - l_2(c, l_1), c - D_{21}(l_1)\}, D_{22} + d_2(D_{21}(l_1) - l_2(c, l_1))^+\}] \quad (8)$$

기간 1의 최적예약한계는 기간 2의 최적예약한계를 구하는 것과 같은 방법으로 구할 수 있으며 제 2.4절에 두 기간에 걸친 총 기대수익 계산이 상세히 제시되어 있다.

2.2 예제

기간 2의 처음 시점에 항공편의 총 가용좌석 수가 50이며 각 기간과 각 요금 수준에 대한 수요는 평균이 15이고 표준편차가 3인 동일한 정규분포를 따른다고 가정하자. 또한 $r_1 = 1.0$, $r_2 = 2.0$, $d_2 = 0.3$ 이다. <Figure 1>은 기간 1로부터 기다리는 고객의 비율과(w) 기간 1의 예약한계의 변화에 따른 기간 2의 최적예약한계를 나타내고 있다. <Figure 1>에서 L_1 은 기간 1의 예약한계를 표시한다. 기간 1의 예약한계가 상대적으로 커지면 기간 2의 최적예약한계는 덜 민감하게 변한다. 즉, w값이 크다 하더라도 기다리는 고객의 수는 대단히 적기 때문이다. 마찬가지로 기간 내의 이동수요의 비율 d_2 를 증가시키면 기간 2의 최적예약한계는 감소한다. 이는 기간 1의 비싼 항공권을 사려는 고객의 수가 증가하기 때문이다. 즉, 남아있는 가용좌석 수가 기간 1의 끝에 상대적으로 감소하기 때문이다. 따라서 기간 2의 최적예약한계는 줄어든다. 기간 1의 말에 남아있는(고정된 값인 경우) 좌석 수에 대하여 기간 1의 예약한계가 커지면 커질수록 기간 2의 최적예약한계는 커진다. 기간 1의 예약한계가 커지면 이에 따라 기간 2의 저렴한 항공권을 기다리는 고객의 수가 감소한다. 따라서 기간 2의 저렴한 항공권을 사려는 총 수요가 감소하게 되고 기간 1의 끝에 가용좌석 수에 대하여 기간 2의 최적예약한계는 증가한다.

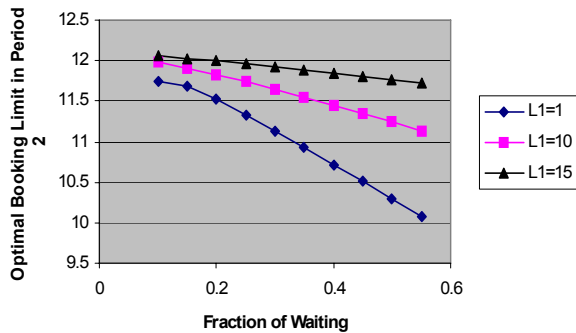


Figure 1. Optimal Booking Limits in Period 2 as a Function of Fraction of Waiting at a Given Period 1 Booking Limit(L_1)

2.3 기간 1의 끝에 남아 있는 가용좌석 수의 확률밀도함수

본 장에서는 기간 2의 기대수익을 구하기 위하여 기간 1의 끝에 남아 있는 가용좌석 수(이는 기간 2의 처음에 남아있는 좌석 수와 같다)의 확률밀도함수를 구하는 과정을 소개한다. 기간 2의 처음에 남아있는 좌석 수 $C(l_1)$ 은 다음과 같다.

$$C(l_1) = C - \min\{D_{11}, l_1\} - \min\{\max\{C - l_1, C - D_{11}\}, D_{12} + d_1(D_{11} - l_1)^+\}$$

$g_1(c, l_1)$ 을 $D_{11} < l_1$, $C(l_1) > 0$ 인 경우의 $C(l_1)$ 의 확률밀도함수라 하고, $g_2(c, l_1)$ 는 $D_{11} \geq l_1$, $C(l_1) > 0$ 인 경우의 $C(l_1)$ 의 확률밀도함수라고 하자. 그러면 각 밀도함수는 다음과 같이 표현된다.

$$g_1(c, l_1) = \frac{\frac{\partial}{\partial c} P[0 < C(l_1) \leq c, D_{11} < l_1]}{P[C(l_1) > 0, D_{11} < l_1]} \quad (9)$$

$$g_2(c, l_1) = \frac{\frac{\partial}{\partial c} P[0 < C(l_1) \leq c, D_{11} \geq l_1]}{P[C(l_1) > 0, D_{11} \geq l_1]} \quad (10)$$

여기에서 식 (9)와 식 (10)의 분모는 다음과 같다.

$$P[C(l_1) > 0, D_{11} < l_1] = \int_0^{l_1} \int_0^{C-x} f_{12}(y) dy f_{11}(x) dx \quad (11)$$

$$P[C(l_1) > 0, D_{11} \geq l_1] = \int_{l_1}^{l_1 + \frac{C-l_1}{d_1}} \int_{l_1}^{C-l_1-d_1(D_{11}-l_1)} f_{12}(y) dy f_{11}(x) dx \quad (12)$$

$D_{11} > l_1$ 인 경우 $C - l_1$ 만큼의 좌석이 기간 1의 비싼 가격에서 이용 가능하다. 그리고 이 경우 만약 비싼 좌석의 수요, $D_{12} + d_1(D_{11} - l_1)$ 이 $C - l_1$ 보다 작아야 기간 2에서 가용할 수 있는 좌석이 남게 된다. 그렇지 않으면 모든 좌석은 기간 1에서 매진되고 기간 2에서는 어떤 좌석도 고객이 구매할 수 없게 된다. 즉, $C - l_1 - D_{12} - d_1(D_{11} - l_1) \leq c$ 이면 $C(l_1) \leq c$ 가 된다. 따라서 식 (10)에서 분모는 다음과 같이 표시된다.

$$P[0 < C(l_1) \leq c, D_{11} \geq l_1] = \int_{l_1}^{l_1 + \frac{C-l_1-c}{d_1}} \int_{C-l_1-d_1(x-l_1)-c}^{C-l_1-d_1(x-l_1)} f_{12}(y) dy f_{11}(x) dx + \int_{l_1 + \frac{C-l_1}{d_1}}^{l_1 + \frac{C-l_1-c}{d_1}} f_{11}(x) dx \quad (13)$$

식 (13)을 c 에 대하여 미분하면 식 (10)은 다음과 같다.

$$g_2(c, l_1) = \frac{\int_{l_1}^{l_1 + \frac{C-l_1-c}{d_1}} f_{12}(C-l_1-d_1(x-l_1)-c) f_{11}(x) dx}{P[C(l_1) > 0, D_{11} \geq l_1]} \quad (14)$$

만약 $D_{11} < l_1$ 이면, $C(l_1) = C - D_{11} - \min(C - D_{11}, D_{12})$ 이고, 기간 2에서 좌석 예약이 가능 한 경우는 $C - D_{11} - D_{12} > 0$ 일 때이다. 이 경우, $C - D_{11} - D_{12} < c$ 이면 가용좌석의 수는 c 보다 적을 것이다. 또한 $D_{11} < l_1$ 이면 다음 두 가지 경우를 고려해야 한다.

경우 1: $c < C - l_1$

$$P[0 < C(l_1) \leq c, D_{11} < l_1] = \int_0^{l_1} \int_{C-x-c}^{C-x} f_{12}(y) dy f_{11}(x) dx \quad (15)$$

이를 c 에 대하여 미분하면 $g_1(c, l_1)$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$g_1(c, l_1) = \frac{\int_0^{l_1} f_{12}(C-x-c) f_{11}(x) dx}{P[C(l_1) > 0, D_{11} < l_1]} \quad (16)$$

경우 2: $c \geq C - l_1$

$$\begin{aligned} P[0 < C(l_1) \leq c, D_{11} < l_1] &= \int_0^{C-c} \int_{C-x-c}^{C-x} f_{12}(y) dy f_{11}(x) dx \\ &+ \int_{C-c}^{l_1} \int_0^{C-x} f_{12}(y) dy f_{11}(x) dx \end{aligned} \quad (17)$$

이를 c 에 대하여 미분하면 $g_1(c, l_1)$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$g_1(c, l_1) = \frac{\int_0^{C-c} f_{12}(C-x-c) f_{11}(x) dx}{P[C(l_1) > 0, D_{11} < l_1]} \quad (18)$$

2.4 총 기대수익

첫 번째 기간의 예약한계를 l_1 이라 하고, 주어진 c 에 대하여 두 번째 기간의 최적예약한계는 제 2.1절의 방법을 이용하면 구할 수 있다. 본 장에서는 l_1 만을 이용하여 첫 번째 기간의 최적예약한계를 구함으로써 어떻게 전체 기대수익을 최대가 되게 하는지를 서술한다. 결국 두 변수의 최적화문제가 한 변수의 최적화 문제로 바뀌게 된다. 첫 번째 기간의 기대수익은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &r_1 E[\min\{D_{11}, c, l_1\}] \\ &+ r_2 E[\min\{\max\{C - l_1, C - D_{11}\}, \\ &D_{12} + d_1(D_{11} - l_1)^+\}] \end{aligned} \quad (19)$$

첫 번째 기간에서 저렴한 요금에 대한 고객수요가 예약한계에 도달하지 않는다면, 저렴한 요금을 위해 어떤 고객도 기간 2까지 기다릴 필요가 없다. 그렇지 않으면, 저렴한 요금의 좌석을 확보치 못한 고객 중 일부가 기간 2까지 기다릴 것이다.

전자의 경우, 총 기대수익은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &P[D_{11} < l_1, C(l_1) > 0] \\ &\left\{ \int r_1 E[\min\{D_{21}, c, l_2(c)\}] g_1(c, l_1) dc + \right. \\ &\left. \times \int r_2 E[\min\{\max\{c - l_2(c), c - D_{21}\}, \right. \\ &\left. D_{22} + d_2(D_{21} - l_2(c))^+\}] g_1(c, l_1) dc \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

후자의 경우, 총 기대수익은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &P[D_{11} \geq l_1, C(l_1) > 0] \\ &\left\{ \int r_1 E[\min\{D_{21}(l_1), c, l_2(c, l_1)\}] g_2(c, l_1) dc + \right. \\ &\left. \times \int r_2 E[\min\{\max\{c - l_2(c, l_1), c - D_{21}(l_1)\}, \right. \\ &\left. D_{22} + d_2(D_{21}(l_1) - l_2(c, l_1))^+\}] g_2(c, l_1) dc \right\} \quad (21) \end{aligned}$$

주어진 c 에 대하여 식 (20)과 식 (21)을 계산하는 방법은 식 (19)의 계산법과 비슷한 방식으로 할 수 있으며, 식 (20) 및 식 (21)전체를 계산하는 데는 훨씬 많은 시간이 걸린다. $g_1(c, l_1)$ 과 $g_2(c, l_1)$ 는 더 복잡한 과정을 거쳐야 하나 제 2.3절에서 보인 바와 같은 방법으로 계산할 수 있다. 두 기간에 걸친 총 기대수익은 식 (19), 식 (20), 식 (21)을 모두 더하면 된다.

3. 두 기간 모형의 예제

두 기간에 걸친 항공편 좌석할당 문제를 수치적 예제를 통하여 최적 예약한계 및 총 기대수익에 어떤 영향을 주는지를 알아보기로 한다. 기본 가정은 다음과 같다: $C = 35, r_1 = 1.0, r_2 = 2.0$. 그리고 기간 1의 고객의 이동수요의 비율 d_1 은 기간 2의 고객의 이동수요의 비율 d_2 와 같다고 하자: $d_1 = d_2 = s$. 고객의 수요는 매 기간 모든 요금 수준의 수요가 같다고 가정하며 평균이 10, 표준편차가 3인 정규분포를 따른다. <Figure 2>와 <Figure 3>은 기간 1의 예약한계의 함수으로써 서로 다른 s, w 에 대하여 전체 기간의 총 기대수익을 나타낸다. s 를 각 기간에 0.1로 고정시킨 상태에서 서로 다른 w 값에 대하여 기간 1의 예약한계를 변화시키면 <Figure 2>에서 보이는 것과 같이 총 기대수익이 변한다. w 값이 0.5에서 줄어들면 계속해서 최적예약한계는(최적예약한계는 두 기간에 걸친 총 기대수익을 최대로 하는 기간 1의 예약한계를 말한다) 5에서 10정도로 증가한다. <Figure 3>은 반대로 w 를 0.1로 고정시킨 후 서로 다른 s 값에 대하여 기간 1의 예약한계를 변화시킬 때 나타나는 총 기대수익 곡선을 표시한다. s 가 0.2이상 이 되면 최적예약 한계는 0이 된다. 어떠한 고객의 전이가 발생하지 않는다는 것을 전제로 하는 EMSRb법을 이용하면 예약한계는 20정도가 된다(이는 EMSR을 연속적으로 적용하는 것으로 두 개의 기간을 하나로 합쳐 최적예약한계를 구하고, 첫 번째 기간의 수요가 발생되면, 둘째 기간만의 문제를 가지고 최적예약한계를 구한다).

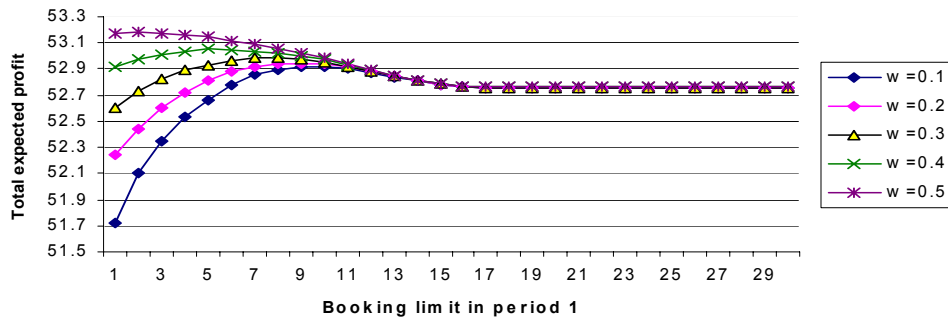


Figure 2. Total expected revenue as a function of the booking limit in period 1 where the fraction of waiting (w) changes from 0.1 to 0.5

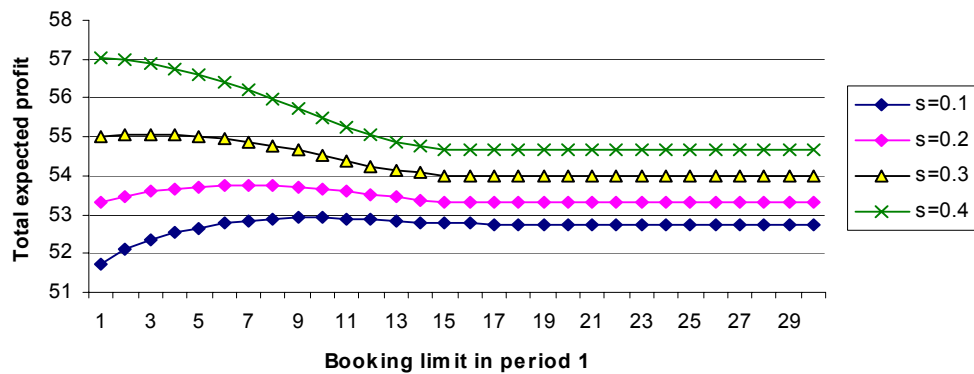


Figure 3. Total expected revenue as a function of the booking limit in period 1 where the fraction of waiting changes from 0.1 to 0.4

위 예제를 통하여 고객의 구매행동 유형에 따라서 최적예약 한계는 급격히 변하는 것을 알 수 있다. 이러한 예제를 통하여 얻은 결과를 바탕으로 전체 항공사의 항공편에 대하여 추측을 하면 많은 기대수익의 변동을 기대할 수 있다는 것이다. <Table 2>은 항공사가 고객이 상향이동과 기간간의 수요이동을 한다고 가정하는 경우와 그렇지 않다고 가정하는 경우를 비교하고 있다. 수요의 이동이 없다고 가정하는 경우는 EMSRb를 이용

하면 예약한계는 20이 된다. 반면, 수요이동이 있는 경우는 본 연구에서 제시한 방법을 가지고 구하며 이들의 총 기대수익을 비교한다. <Table 2>에서 알 수 있듯이 기간 간의 수요이동을 고려치 않으면 상황에 따라서 약 8% 정도의 손실을 보게 되는 경우도 있다.

Table 2. Total expected revenues using EMSR rule with diversion versus total expected revenues using optimal booking limit

Buy-Up(%)	Waiting(%)	EMSR	Optimal	Gain(%)
10	10	52.03	52.92	1.71
20	10	52.44	53.76	2.52
30	10	52.77	55.05	4.32
40	10	53.05	57.06	7.56
10	10	52.03	52.92	1.71
10	20	52.03	52.95	1.77
10	30	52.03	52.98	1.83
10	40	52.03	53.06	1.98

4. 결론

다 기간의 항공수익경영 최적화 문제는 최적해를 구하는 것이 대단히 어렵고 시간이 많이 걸리는 것으로 알려져 왔다. 많은 기존의 다 기간 모형은 휴리스틱 알고리즘을 이용하였으며, 이론적으로 최적해를 구하는 연구는 극히 일부뿐이다. 경영학적인 의미를 가지는 소비자의 구매 행동유형으로 인하여 수요의 변동이 생길 경우 이를 모형에 추가로 반영하여 최적해를 구하는 것은 모형의 복잡성을 매우 증가시킨다. 다른 제품을 구매하거나 저렴한 가격의 동일한 물품을 기다려 구매한다는 것은 현실에서 자주 볼 수 있는 현상으로 이론적으로는 간단한 현상처럼 보이나 모형을 아주 풀기 어렵게 만든다는 것을 본 연구를 통하여 알 수 있었다. 본 연구의 또 다른 목적은 두 기간의 모형을 어떻게 일차원 탐색문제(one-dimension search)

로 변환시키며 최적해를 구하는지를 보이는데 있다.

참고문헌

- Anderson, C. K. and Wilson, J. G. (2003), Wait or buy? The strategic consumer : Pricing and profit implications, *Journal of the Operational Research Society*, **54**, 299-306.
- Belobaba, P. P. (1989), Application of probabilistic decision model to airline seat inventory control, *Operations Research*, **37**, 16-28.
- Belobaba, P. P. (1992), Optimization vs. Heuristic methods for nested seat allocation, *Transportation Science*, **21**, 63-73.
- Belobaba, P. and Weatherford, L. (1996), Comparing decision rules that incorporate customer diversion in perishable asset revenue management situations, *Decision Science*, **27**, 343-357.
- Bodily, S. and Weatherford, L. (1995), Perishable asset revenue management : Generic and multiple-price yield management with diversion, *Omega*, **23**, 173-185.
- Kim, Sang-Won (2006), *Airline Seat Inventory Allocation with Strategic Customer Behavior and Optimal Pricing and Production Decisions with Substitution*, Ph.D. Dissertation, Richard Ivey School of Business, University of Western Ontario, London, Ontario, Canada.
- Kim, Sang-Won (2008), Airline seat booking data analysis for estimating customer demand using the Bayesian statistical model, *Journal of the Aviation Management Society of Korea*, **6**(1), 141-160.
- Lazear, E. P. (1986), Retail pricing and clearance sales, *American Economics Review* **76**, 14-32.
- Lautenbacher, C. J. and Stidham Jr. S. (1999), The underlying decision process in the single-leg airline yield management problem, *Transportation Science*, **33**(2), 136-146.
- Lee, T. and Hersh, M. (1993), A model for dynamic airline seat inventory control with multiple seat bookings, *Transportation Science*, **27**, 252-263.
- Lee, H. Y., Yoon, D. Y., and Yoon, M. G. (2004), Study on the Integration of Revenue Management Systems and Computer Reservation Systems for airline e-business: the case of K-Airline, *Korean Management Science Review*, **21**(3), 71-84.
- Lee, H. Y. and Yoon, M. G. (2008), A study on revenue improvement as effective aircraft dispatch in routing-groups, *Journal of the Aviation Management Society of Korea*, **6**(3), 43-55.
- Lee, H. Y. and Yoon, M. G. (2005), Analysis of the consequence from demand shift according to seat allotment at fare levels in revenue management environment, *Journal of the Aviation Management Society of Korea*, **3**(1), 33-48.
- Littlewood, K. (1972), Forecasting and control of passenger bookings, *Proceedings of AGIFORS Symposium 1972*, Nathanya, Israel.
- Mantin, B. (2008), *On the effect of competition and strategic consumer behavior in revenue management*, Ph. D. Dissertation, University of British Columbia, Vancouver, Canada.
- McGill, J. I. and Van Ryzin, G. J. (1999), Revenue management : Research overview and prospects, *Transportation Science*, **33**(2), 233-256.
- Ovchinnikov, A. and Milner, J. M. (2006), Strategic response to wait-or-buy revenue management through last minute deals in the presence of customer learning, *Working Paper*, Rotman School of Management, University of Toronto, Toronto, Canada.
- Pfeifer, P. (1989), The airline discount fare allocation problem, *Decision Science* **20**, 149-157.
- Sen, A. and Zhang, A. (1999), The newsboy problem with multiple demand classes, *IIE Transactions*, **31**, 431-444.
- Song, Y. S., Lee, H. Y., and Yoon, M. G. (2008), A seat allocation problem for package tour groups in airlines, *Korean Management Science Review*, **25**(1), 93-106.
- Subramanian, J., Stidham Jr., S. and Lautenbacher, C. J. (1999), Airline yield management with overbooking, cancellations and no-shows, *Transportation Science*, **33**(2), 147-167.
- Weatherford, L. and Bodily, S. (1992), A taxonomy and research overview of perishable-asset revenue management : yield management, overbooking and pricing, *Operations Research*, **40**, 831-844.
- Weatherford, L., Bodily, S., and Pfeifer, P. (1993), Modeling the customer arrival process and comparing decision rules in perishable asset revenue management, *Transportation Science*, **27**, 12-14.
- Yoon, M. G., Lee, H. Y., Song, Y. S., and Yang, H. W. (2007), Seat allocation problem in multiple flight-legs using linear approximation technique, *Productivity Review*, **21**(4), 221-240.
- Yoon, M. G. and Lee, H. Y. (2008), A study on forecasting airline's demand for the revenue management, *Journal of the Aviation Management Society of Korea*, **6**(1), 59-71.
- Yoon, M. G. and Lee, H. Y. (2003), Revenue management model for airlines with demand dependency, *Journal of the Aviation Management Society of Korea*, **1**(1), 27-38.
- Yoon, M. G., Kim, H.-G., and Yoon, D.-Y. (2003), Revenue management and its application to ISP business, *Journal of the Korea Industrial Information System Society*, **8**(3), 111-119.
- Yoon, M. G. and Lee, P. W. (2002), Revenue management model for internet access service, *Korean Management Science Review*, **19**(1), 143-161.