

# 비선형 마찰특성을 고려한 비례제어밸브 · 유압실린더계의 적응 이산시간 슬라이딩모드 추적제어

## Adaptive Discrete Time Sliding-Mode Tracking Control of a Proportional Control Valve-Hydraulic System in the presence of friction

유환신\*, 박형배\*\*

Hwan-Shin Yu\*, Hyung-Bae Park\*\*

### 요 약

비선형 마찰인 유압 작동기의 스틱-슬립 마찰은 정확성과 응답성에 문제가 된다. 그러므로 마찰보상은 다양한 제어알고리즘을 통하여 연구되어 왔다. 적응이산시간 슬라이딩 추종제어기는 유압작동기 내의 비선형 마찰 특성을 보상하기 위하여 적용하였다. 다오판틴 방정식을 기초로 하여 새로운 이산시간 슬라이딩 함수는 마찰과 모델링 오차를 포함하여 제어법칙을 정의하였다. 비선형 파라미터의 추종성을 기초로 슬라이딩 함수와 프로젝트션 함수를 이용하여 강인성을 높였다. 시뮬레이션과 실험결과는 좋은 추종성능을 얻었다.

### Abstract

As nonlinear friction, stick-slip friction in hydraulic actuators are a problem for accuracy and repeatability. Therefore friction compensation has been approached through various control algorithms. A Adaptive discrete time sliding mode tracking controller has been applied in order to compensate the nonlinear friction characteristics in a hydraulic Actuator. Based on the diophantine equation, a new discrete time sliding function is defined and utilized for the control law which includes a friction and modeling error. Robustness is increased by using both a projection algorithm and a sliding function-based nonlinear feedforward. From the results of simulation and experiment good tracking performance is achieved.

Key words : Stick-Slip friction, Friction compensation, Diophantine Equation, Discrete time sliding mode control

### I. 서 론

유압 서보 시스템에서 비선형 마찰특성은 시스템의 성능을 저해하는 요소로서 작용한다. 특히 시스템 응답특성에 직접적인 영향을 주는 정지마찰과 쿨롱마찰은 비선형적인 특성을 가지고 있으며 제어시스

템의 성능을 좌우한다. 기존의 연구는 정지마찰력과 쿨롱마찰력을 보상신호로써 제거하는 적응제어 방식에 관한 연구를 Ohkawa[1]가 하였고, Canudas[2]는 DC모터에서의 존재하는 마찰을 적응 보상하였다. Kung[3]은 비선형성을 포함한 선형시스템의 이산시간 적응제어에 대해 연구하였다. 특히 비선형 요소와

\* 호원대학교 자동차기계공학부(Howon University)

\*\* 경기공업대학 자동차과

· 제1저자 (First Author): 유환신

· 투고일자 : 2009년 9월 21일

· 심사(수정)일자 : 2009년 9월 22일 (수정일자 : 2009년 10월 23일)

· 게재일자 : 2009년 10월 30일

선형 요소를 직렬로 연결하여 이 시스템에 적응제어를 적용하였다.

본 논문에서는 제어대상 플랜트로써 비례방향제어 밸브와 편로드 유압 실린더로 구성된 유압 비례위치 제어시스템을 선정하여, Kung이 제시한 바와 같이 선형요소와 비선형요소를 직렬로 연결한 후 미지의 비선형 마찰과 모델링 오차를 동시에 고려한 적응 슬라이딩모드 추적제어 시스템을 설계하였다.

이에 대한 기초실험으로 피스톤 양단의 압력과 부하의 변위를 측정하여 전후진 시의 마찰력을 추정한다. 마찰력에는 정지마찰력, 쿨롱마찰력 그리고 점성마찰이 모두 포함되며 이로부터 비선형 마찰의 크기를 추정한다.

정지마찰과 쿨롱마찰을 적응보상하고 모델링오차를 고려한 추적제어 입력을 유도하는 과정에서 원하는 극점을 설정하기 위하여 디오판틴 방정식(Doiphantine Equation)[5]을 도입하고 모델링오차에 대해 견실성을 가지기 위하여 슬라이딩모드제어를 도입한다. 이를 통해 시스템 파라미터가 일정한 값에 수렴하고 동시에 출력오차가 제로로 수렴하는 과정을 제시한다. 아울러 유도한 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 단계별로 실험을 수행한다.

## II. 유압시스템의 동역학적 모델링

본 연구에서 고찰할 유압시스템은 유압원, 유압비례제어밸브, 유압실린더, 그리고 컴퓨터를 이용한 제어를 위한 인터페이스로 DSP 보드를 이용하였고, 도식적 개략도가 Figure 1에 나타나 있다[6].

여기에서 마찰모델은 비선형 마찰특성인 정지마찰과 쿨롱마찰, 그리고 선형마찰인 점성마찰로 Figure 2와 같이 표현할 수 있다.

Figure 3에서의 선형 동특성 블록(linear dynamic block)은 비례 방향제어밸브, 유압실린더, 질량부하, 그리고 점성마찰부하에 의하여 모델링되는 개회로 전달함수로 나타내지며 비선형 마찰특성인 정지마찰력과 쿨롱마찰력으로 표현된다. 이때의 이산시간 모델은 다음과 같다[7].

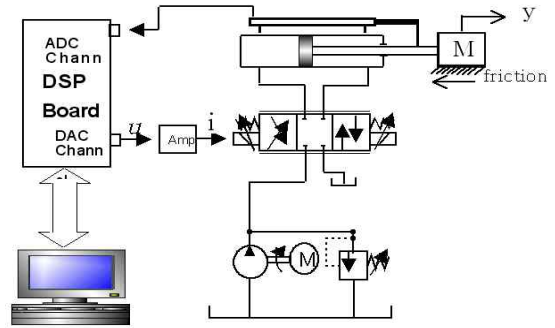


Figure 1 A schematic diagram of the hydraulic propotional position control system.

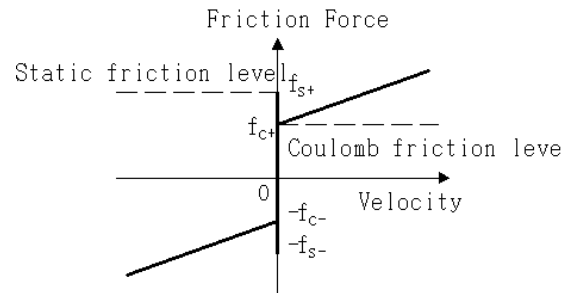


Figure 2 Friction model

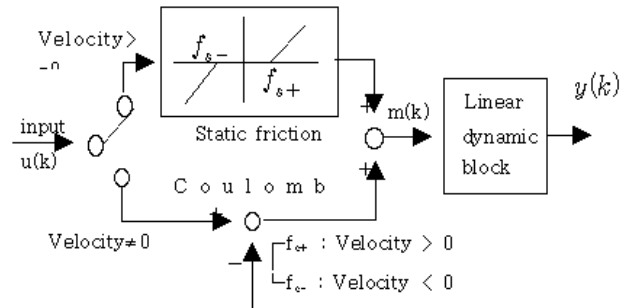


Figure 3 A block diagram of controlled system

$$y(k) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u^*(k) + \eta(k) \quad (1)$$

식 (1)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u^*(k) + A(z^{-1})\eta(k) \quad (2)$$

여기에서  $y(k)$ 는 측정된 출력값,  $\eta(k)$ 는 모델링 오차이고  $u^*(k)$ 는 비선형 마찰특성이 포함된 제어입력으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u^*(k) = u(k) + f_s h(k)j(k) + f_c i(k) \quad (3)$$

여기에서  $f_s$  는 속도가 0일 때 나타나게 되는 정지 마찰에 대한 보상값이고,  $f_c$  는 속도가 0이 아닐 때 나타나게 되는 쿨롬마찰에 대한 보상값이다. 그리고 파라미터값들의 수렴성을 증명하기 위하여 다음과 같은 가정을 도입한다.

[가정 A1]  $A(z^{-1})$  와  $B(z^{-1})$  는 coprime이다.

[가정 A2]  $|\eta(k)| \leq \mu m(k)$

[가정 A3]  $\|\theta_1\| \leq \rho_1$

여기에서 출력  $y(k)$  에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$y(k) = \theta_1^T \phi_1(k) + \eta_1(k) \quad (4)$$

또한 모델링오차는 다음과 같이 형태가 변형된다.

$$\eta_1(k) = A(z^{-1})\eta(k) \quad (5)$$

### III. 강인 이산시간 추적제어기 설계

본 논문의 추적제어기 설계에서 시스템의 안정을 위하여 폴/제로 상쇄(Pole/zero cancellation)에 이산시간 슬라이딩모드 제어를 조합한 강인 이산시간 추적제어를 도입하였다. 그러므로 본 장에서는 비선형 마찰과 외란을 적응보상하고 모델링오차를 고려하여 추적제어 입력을 유도하기 위한 원하는 극점을 설정하기 위하여 다음과 같은 디오판틴 방정식을 도입하였다.

$$D_1(z^{-1}) = A(z^{-1})S_1(z^{-1}) + z^{-d}R_1(z^{-1}) \quad (6)$$

식(2)와 식(6)을  $A(z^{-1})$  에 대해 각각 정리하면 다음과 같이 식(7)와 식(8)으로 표현된다.

$$A(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})u^*(k)}{y(k) - \eta(k)} \quad (7)$$

$$A(z^{-1}) = \frac{D_1(z^{-1}) - z^{-d}R_1(z^{-1})}{S_1(z^{-1})} \quad (8)$$

식(7)과 식(8)을 조합하면 다음과 같이 유도된다.

$$D_1(z^{-1})y(k) = \theta_2^T \phi_2(k-d) + \{A(z^{-1})S_1(z^{-1})\}\eta(k) \quad (9)$$

그리고 모델링오차는  $\eta_2(k)$  로 다음과 같이 변형된다.

$$\eta_2(k) = \{A(z^{-1})S_1(z^{-1})\}\eta(k) \quad (10)$$

여기에서  $|\theta_2^T \phi_2(k-d)|$ 와  $|\eta_2(k)|$ 의 경계층을 유도하기 위하여 다음과 같은 가정을 도입한다.

[가정 A4]

$\|\theta_d\| \leq \rho_2$ , 여기에서  $\theta_d^T = [s_1, \dots, s_{d-1}, r_0, \dots, r_{n-1}]$  이고,  $\rho_2$  은 알고 있는 양의 스칼라 값이다. 디오판틴 방정식을 도입한 새로운 시스템 관계식에서 모델링 오차를 고려하지 않은 선형시스템의 수렴성을 증명은 다음과 같다.[4]

$$|\eta_2(k)| \leq \nu_2 \mu m(k) \quad (11)$$

강인 이산시간 추적제어기 설계에서 제어기 구성을 위하여 다음과 같이 출력오차에 대하여 슬라이딩 평면을 정의하였다.

$$s(k) = D_1(z^{-1}) [y(k) - y_m(k)] \quad (12)$$

플랜트에 내재되어 있는 비선형성인 정지마찰과 쿨롬마찰, 그리고 모델링오차를 보상하기 위해 식(12)에 정의된 슬라이딩평면  $s(k)$ 를 제어입력에 추가하였다. 따라서 디오판틴 방정식과 슬라이딩 평면에 대한 식에서 제어입력을 구성하면 다음과 같다.

$$u(k) = \frac{1}{b_0} [s(k) + D_1(z^{-1})y_m(k+d) - \bar{\theta}_2^T \bar{\phi}_2^T(k) - Ksat\left\{\frac{s(k)}{\phi}\right\}] \quad (13)$$

여기에서  $\phi$  는 슬라이딩평면 경계층의 두께이다. 그리고  $s(k) = 0$  주위에서는 경계층의 두께가  $\phi$ 로 결정됨을 알 수 있다. 지금까지 설계한 유압 비례 위치제어 시스템인 플랜트와 슬라이딩모드 제어 알고리즘을 통하여 강인 이산시간 추적제어시스템의 블록다이어그램은 Fig. 4과 같이 도시할 수 있다.

만일 기준입력이 알고 있는 상수 크기의 범위에서

있고,  $D_1(z^{-1})$ 가 정확히 안정한 다항식이라면 슬라이딩 평면은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$|s(k)| = |D_1(z^{-1}) [y(k) - y_m(k)]| \quad (14)$$

따라서 슬라이딩평면은 다음과 같은 경계조건을 가진다.

$$|s(k)| \leq d_0 m(k) \quad (15)$$

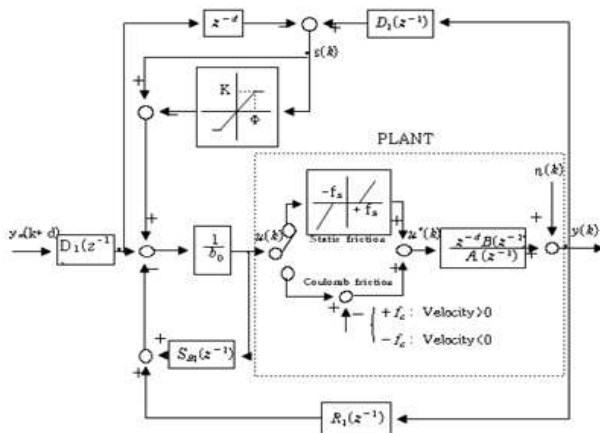


Figure 4 Robust discrete time tracking control system

이에 따라 슬라이딩평면  $s(k)$ 의 궤적을 도시하면 Fig. 5와 같다.

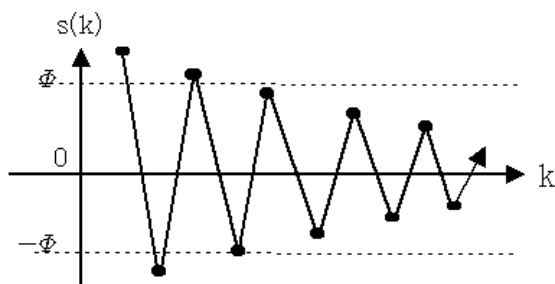


Figure 5 Sliding surface with boundary layer

따라서  $m(k)$ 가 제한되어 있으면  $u(k)$ 와  $y(k)$ 도 제한되어 있다. 그러므로 슬라이딩 평면에 관한 식(12)과 제어입력에 관한 식(13)을 조합하면 다음과 같이 된다.

$$s(k+d) = s(k) + \eta_2(k+d) - Ksat\left\{\frac{s(k)}{\Phi}\right\} \quad (16)$$

강인 이산시간 추종제어 시스템의 안정성을 증명하기 위해 다음과 같이 이산시간 리아프노프 함수를 선정한다.

$$V(k) = |s(k)| \quad (17)$$

또한 앞 절에서 구한  $s$ 의 거동에 관한 식(3.11)을 다시 쓰면 경계층 내부에서  $S$ 의 거동으로 다음과 같이 표현된다.

$$s(k+d) = \left(1 - \frac{K}{\Phi}\right)s(k) + \eta_2(k+d) \quad (18)$$

여기에서 플랜트 식(2)와 제어기 식(18)로 구성된 강인 적응 이산시간 추종제어 시스템은  $|s(k)| > \Phi$  일 때  $|s(k)|$ 가 감소하며,  $s$ 의 정상상태 값은  $\Phi$ 에 의해 제한된다는 것에 의해서 안정하게 된다. 즉,  $|s(k)| > \Phi$  일 때는  $|s(k)|$ 가 감소하고,  $s(k)$ 의 정상상태 값이  $\Phi$  안에 존재하면 안정하다.

경계층 두께( $\Phi$ )는 모델링오차  $\eta_2(k+d)$ 을 입력으로 하고 고유치를 포함한 1차 필터의 특성을 보이도록 선택하고, 먼저 고유치  $\lambda$ 를 다음과 같이 선정한다.

$$1 - \frac{K}{\Phi} = \lambda \quad (19)$$

따라서 경계층두께( $\Phi$ )는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi = \frac{F_2 + \eta_0}{1 - \lambda} \quad (20)$$

여기에서 안정성의 측면에서 볼 때 고유치는 z-domain에서 단위원 내에 들어와야 하므로 다음과 같은 관계를 만족해야 한다.

$$\left|1 - \frac{K}{\Phi}\right| < 1 \quad (21)$$

그리고 고유치( $\lambda$ )에 대한  $s(k)$ 의 정상상태 해는 다음과 같다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} s_i(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j \eta_2(k-j \cdot d) \quad (22)$$

식(22)과 선정된 고유치를 통해서 다음과 같은 조건을 유도할 수 있다.

$$\left| \lim_{k \rightarrow \infty} s(k) \right| < \Phi \quad (23)$$

따라서 선정된 슬라이딩평면이 수렴하고 있음을 알 수 있다.

### V. 실험 결과

기초실험으로 유압시스템의 성능특성을 고찰하기 위하여 시스템 압력의 변화에 따른 유량특성 곡선과 비례제어밸브의 스톱밸브의 응답특성을 실험한 결과 실제적으로 시스템 압력에 따라 공급유량의 차이가 나타남을 알 수 있었고, 또한 입력전압의 변화에 따른 스톱 변위에 응답성이 일치하였다. 그리고 시스템의 전달함수를 구하기 위하여 주파수 변화에 따른 시스템 응답결과는 사인파의 크기(magnitude)를 10으로 하고 주파수를 1 Hz, 2.5 Hz, 4Hz로 변화를 주어 시스템의 응답결과를 실험하였다.

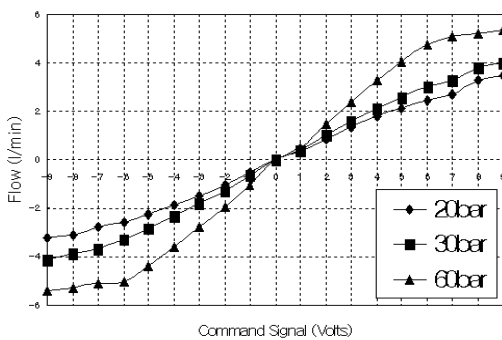


Figure 6 Flow versus input voltage

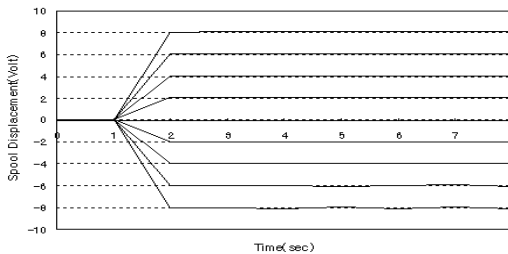
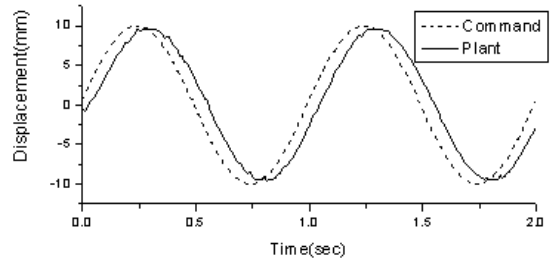
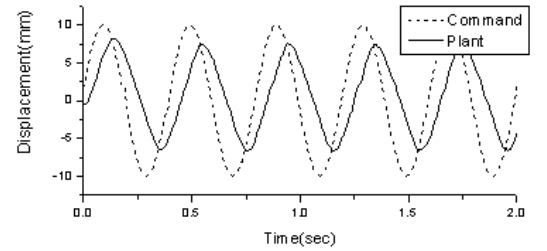


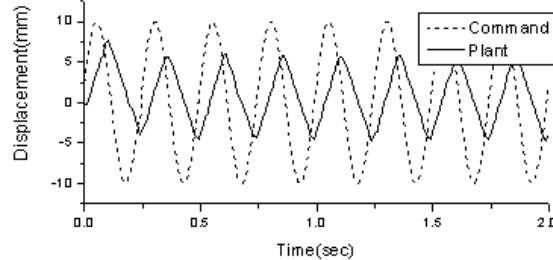
Figure 7 Step responses of the Parker(D1FH) proportional valve with 60 bar input pressure



(a) Amplitude = 0.01m, frequency = 1 Hz



(b) Amplitude = 0.01m, frequency = 2.5 Hz



(c) Amplitude = 0.01m, frequency = 4 Hz

Figure 8 Sine wave response with 10mm amplitude and different frequencies.

실험결과를 이용하여 FFT 해석을 위한 실험 주파수 응답특성을 파악하기 위하여 입력신호로 크기(magnitude)를 1mm로 하고, 주파수(frequency)는 0.01Hz에서 10Hz까지 변화를 주면서 실험을 한 결과 다음과 같다.

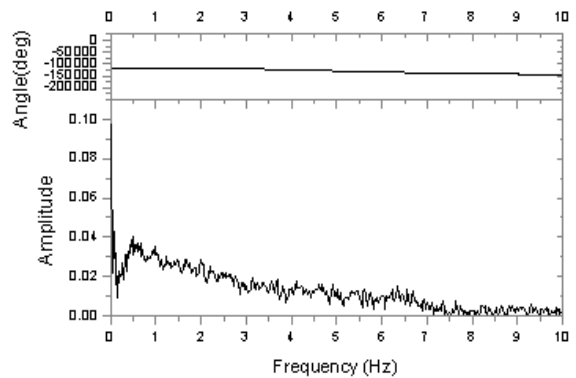


Figure 9 FFT Analysis

그 결과 시스템 파라미터 값은  $m = 15\text{kg}$ ,  $b = 4.6\text{N}\cdot\text{s/m}$  으로 하여  $(a_1, a_2, b_0, b_1)$  을 구하였다. 또한 제어기 설계 파라미터 값들은 다음과 같다.

$$\text{Diophantine Equation} : (1 - 0.3z^{-1})^2$$

$$\Phi = 25.0, K = 0.5$$

마찰력을 모두 보상한 알고리즘을 질량부하를 15kg에 실험한 결과는 다음과 같은 실험결과를 얻을 수 있었다.

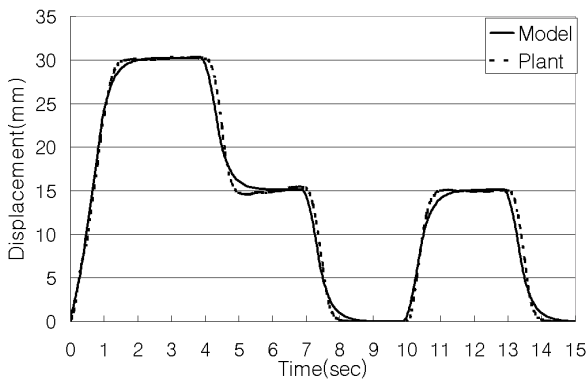


Figure 10 Adaptive sliding mode tracking control result with static friction and coulomb friction compensation (15kg)

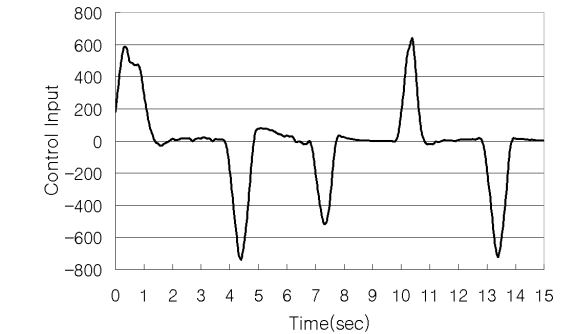


Figure 11 On-line parameter estimation with static friction and coulomb friction compensation (15kg)

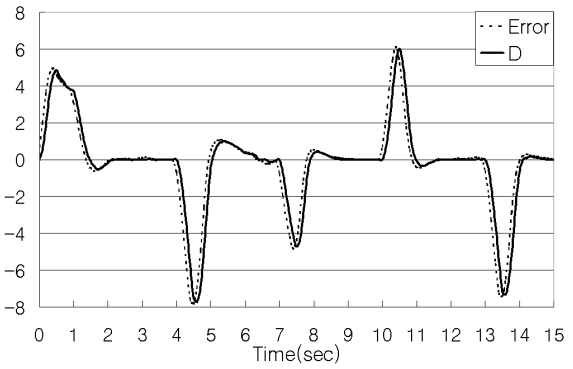
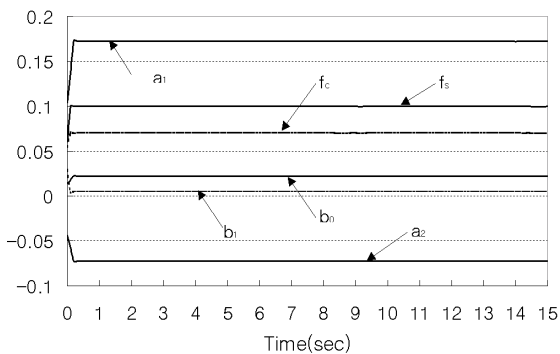


Figure 12 Output error and continuous function D (15kg)

Figure 13 Output error according to the boundary layer under parameter uncertainty.

그 결과 정지마찰보상을 통하여 정상상태에서 부하가 일정한 위치에 있을 때의 위치오차가 개선되고, 쿨롬마찰 보상에 의하여 질량부하가 운동 중에 있을 때의 위치오차가 개선됨으로써 전체적으로 시스템 응답특성이 매우 향상됨을 알 수 있다. 이 때 파라미터 값들도 일정하게 수렴하는 것을 알 수 있다. 그리고 불확실한 파라미터 안에서 경계층 값의 변화에 따르는 모델과 플랜트간의 출력오차는 Figure. 4.8에 도시되어 있다. 경계층 값이 커질수록 시스템이 안정화됨을 알 수 있다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 유압 비례 위치제어시스템에 존재하는 미지의 비선형 마찰력과 모델링오차를 개선하기 위하여 적응 이산시간 슬라이딩모드 추적제어기를 구성하였다. 그리고 유압실린더 · 부하계에 존재하는 정지마찰력과 쿨롬 마찰력을 측정하여 파라미

터 추정알고리즘의 초기값 설정에 이용하였다.

적응 이산시간 슬라이딩 모드 추적제어를 실험한 결과는 비선형 마찰을 보상하지 않고 모델링오차를 고려한 경우는 위치오차가 크게 발생함을 알 수 있었다.

그 결과는 마찰력과 모델링오차를 모두 보상한 경우는 정지마찰보상을 통하여 정상상태에서 부하가 일정한 위치에 있을 때의 위치오차가 줄고, 쿨롱 마찰 보상에 의하여 질량부하가 운동 중에 있을 때의 위치오차가 개선됨으로서 전체적으로 시스템 응답특성이 매우 향상됨을 알 수 있다.

그리고 외란에 대처하기 위해 도입된 파라미터 추정 알고리즘에서 스위칭 함수의 개념을 통해 출력오차가 일정치 이내에 들어오게 되면 비적응 상태로 되어 갑작스럽게 발생할 수 있는 파라미터의 변화를 방지하였다.

또한 불확실한 파라미터 안에서 경계층 값의 변화에 따르는 모델과 플랜트간의 출력오차는 경계층 값이 클수록 줄어들어 그에 따라 시스템이 안정화되어 이상적인 응답특성을 나타내었다.

### 감사의 글

본 연구는 2009년도 호원대학교 교내 학술연구비에 의해 조성된 연구로서, 관계부처에 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

- [1] 相良・大川, 日本機械學會論文集, 59卷 565号, 1993 pp.2707-2711.
- [2] Canudas de Wit. C., K. J. Åström and K. Braun, Adaptive Friction Compensation in DC-Motor Drives, *IEEE J.Robotics and Automation*, Vol. RA-3, No.6, 1987 pp.681-685.
- [3] Min-Chio Kung & Baxter F. Womack, Discrete Time Adaptive Control of Linear Systems with Preload Nonlinearity, *Automatica*, 1984 pp.477-479.
- [4] Landau, I. D. and Lozano, R., 1981, Unification and Evaluation of Discrete Time Explicit Model Reference Adaptive Design, *Automatica*, Vol. 17,

No. 4. pp.593~611.

- [5] Goodwin. G. C. and K. S. Sin, *Adaptive Filtering Prediction and Control*, Prentice-Hall, 1984.
- [6] John Watton, *Fluid Power Systems*, Prentice Hall, 1989.
- [7] Herbert E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, John Willy & Sons, INC., 1967.

### 유 환 신 (劉桓臣)



1993년 2월: 동국대학교 전자공학과 (공학사)  
2001년 2월: 국민대학교 자동차공학과 (공학석사)  
2006년 2월: 국민대학교 자동차공학과 (공학박사)

관심분야 : car electronics

### 박 형 배 (朴亨培)



1993년 2월: 서울산업대학교 기계공학과(공학사)  
1996년 2월: 홍익대학교 기계공학과 (공학석사)  
2003년 8월: 홍익대학교 기계공학과 (공학박사)

관심분야 : 유공압 시스템 제어