논문 2009-46SC-3-3

변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템의 강인 안정화 및 강인 보장비용 제어

(Robust Stabilization and Guaranteed Cost Control for Discrete-time Singular Systems with Parameter Uncertainties)

김 종 해*

(Jong Hae Kim)

요 약

본 논문에서는 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템의 강인 안정화 기법과 강인 보장비용 제어기법을 다룬다. 제안하는 제어기법은 제어기 존재조건에서 준정부호조건(semi-definite condition)이나 시스템 행렬의 분해 없이 볼록최적화(convex optimization)가 가능한 선형행렬부등식 접근방법을 이용하여 제안한다. 먼저, 강인 안정화 상태궤환 제어기는 폐루프 시스템의 정규성, 코잘 및 안정화를 만족하는 제어기의 존재조건과 설계방법을 선형행렬부등식으로 제시한다. 그리고 보장비용 함수의 상한치의 최소화를 보장하는 강인 보장비용 제어기 설계방법은 강인 안정화 제어기 설계를 기반으로 제안한다. 예제를 통하여 제안한 제어기 설계기법의 타당성을 확인한다.

Abstract

In this paper, we consider the design problem of robust stabilization and robust guaranteed cost state feedback controller for discrete-time singular systems with parameter uncertainties by LMI (linear matrix inequality) approach without semi-definite condition and decomposition of system matrices. The objective of robust stabilization controller is to construct a state feedback controller such that the closed-loop system is regular, causal, and stable. In the case of robust guaranteed cost control, the optimal value of guaranteed cost and controller design method are presented on the basis of robust stabilization control technique. Finally, a numerical example is provided to show the validity of the design methods.

Keywords: Discrete-time singular systems, robust stabilization, robust guaranteed cost control, LMI

I. 서 론

특이시스템을 위한 궤환(feedback) 제어기 설계에 관한 연구는 최근 많은 관심사가 되고 있다[1]. 특이시스템은 실제 시스템의 동특성을 자연스럽게 표현할 수 있기 때문에 제약적 제어문제, 전기회로, 경제 시스템, 로봇 시스템, 전력 시스템과 특이 섭동이론 등 다양한 분야에서 사용되고 있다[2~3]. 비특이시스템인 상태공간 모델과 비교하면 특이시스템에서 제어기를 설계하는 과정은 복잡하고 어렵다. 연속시간에서의 불확실성 특이시스템에 대한 제어기 설계방법의 연구결과[4~6]는 많이 나와 있는 반면에 이산시간 불확실성 특이시스템의 강인 안정화에 대한 연구결과[7~10]는 상대적으로 미비하다. 뿐만 아니라 모든 시스템 행렬에 시변 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템에 대한 강인 보장비용 제어기 설계에 대한 방법은 없는 실정이다.

Fang 등[7]은 이산시간 특이시스템의 강인 제어 해석과 설계 문제를 다루었다. 그리고 Xu 등[8]은 시불변 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템의 강인 안정화 문제에 대한 제어기 설계방법을 제안하였다. 하지

* 정회원, 선문대학교 전자공학과
(Department of Electronic Eng., Sun Moon University)
접수일자: 2008년8월14일, 수정완료일: 2009년5월4일

만, 그들은 상태의 행렬에 시불변 변수 불확실성을 가지거나 구하려는 모든 변수의 견지에서의 선형행렬부등식이 아닌 행렬부등식으로 제안하므로 최적화가 쉽지 않았다. 따라서 본 논문의 첫 번째 목적은 모든 시스템 행렬에 시변 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템의 강인 안정화 제어기의 존재조건을 구하고자 하는 모든 변수의 측면에서 볼록최적화(convex optimization)가 가능한 선형행렬부등식으로 표현하는 것이다. 또한, 최근 Zhang 등[9]은 제어기의 존재조건에서 등호를 가지는 준정부호 조건(semi-definite condition)을 제거한 이산시간 특이시스템의 새로운 유계실수정리(bounded real lemma)를 제안하였다. 하지만, 그들[7~10]이 다루는 불확실성은 시불변이고 또한 강인 보장비용 제어에 대해서는 다루지 않았다. 따라서 본 논문의 두 번째 목적은 Zhang 등[9]이 제안한 새로운 유계실수정리를 이용하여 이산시간 불확실성 특이시스템에 대한 강인 안정성과 보장비용 함수의 상한치를 최소화하는 강인 보장비용 제어기 설계방법을 준정부호 조건에서 나오는 등호나 시스템 행렬의 분해를 하지 않고 모든 변수의 측면에서 선형행렬부등식으로 제안하는 것이다. 또한, Chang과 Feng[12]의 보장비용 제어 문제의 결과 이후에 보장비용 제어문제는 꾸준히 연구되어지고 있다. 하지만, 이산시간 불확실 특이시스템에 대한 강인 보장비용 제어문제는 다루지 않고 있다.

본 논문에서는 시변 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템의 두 가지 제어기 설계방법을 제안한다. 하나는 강인 안정화 문제이고 다른 하나는 강인 보장비용 제어문제이다. 제어기가 존재할 조건과 제어기 설계방법 및 보장비용 함수의 상한치를 최소화하는 값을 구하고자 하는 모든 변수의 측면에서 선형행렬부등식으로 제안한다.

Ⅱ. 문제 설정

시변 변수 불확실성을 가지는 이산 특이시스템

$$\begin{aligned} Ex(k+1) &= (A+\Delta A(k))x(k)+(B+\Delta B(k))u(k) \\ x_0 &= x(0) \end{aligned} \quad (1)$$

을 다룬다. 여기서, $x(k)\in R^n$는 상태변수, $u(k)\in R^m$는 제어 입력변수, E는 $rank(E)=r\le n$을 만족하는 특이행렬(singular matrix), x_0는 상태의 초기값이고, 모든 시스템 행렬은 적절한 차원을 가진다. 변수 불확실성은 노옴 유계(norm-bounded)를 가지는

$$\Delta A(k)=D_1F_1(k)H_1,\ \Delta B(k)=D_2F_2(k)H_2 \quad (2)$$

의 형태이다. 여기서, D_i와 $H_i(i=1,2)$는 알고 있는 상수행렬이고, $F_i(k)$는

$$F_i(k)^TF_i(k)\le I,\ i=1,2 \quad (3)$$

을 만족하는 모르는 행렬이다. 설계할 상태궤환 제어기의 형태가

$$u(k)=Gx(k) \quad (4)$$

라고 하면, 시스템 (1)과 제어기 (4)로 구성되는 폐루프 시스템은

$$Ex(k+1)=(A_G+\Delta A_G(k))x(k) \quad (5)$$

와 같고, 몇 가지 변수는 다음과 같이 정의한다.

$$A_G=A+BG,\ \Delta A_G(k)=\Delta A(k)+\Delta B(k)G.$$

이산시간 불확실성 특이시스템 (1)을 위한 보장비용함수는

$$J=\sum_{k=0}^{\infty}(x(k)^TQx(k)+u(k)^TRu(k)) \quad (6)$$

과 같고, Q와 R은 양의 정부호 행렬(positive-definite matrix)이다. 따라서 본 논문의 목적은 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템에 대한 강인 안정화를 보장하는 강인 안정화 제어기와 보장비용 함수 (6)의 상한치를 최소화하는 강인 보장비용 제어기의 설계방법을 제시하는 것이다.

정의 1[3, 9~10]. 이산시간 특이시스템

$$Ex(k+1)=Ax(k) \quad (7)$$

에 대하여,

(i) $\det(zE-A)$이 항등적으로(idntically) 영이 아니면 정규적(regular)이고,

(ii) $rank(E)=\deg[\det(zE-A)]$이고 정규적이면 코잘(causal)이고,

(iii) 정규적이고 $\det(zE-A)$의 모든 근이 단위원 내에 존재하면 안정(stable)하고,

(iv) 특이시스템 (7)이 정규적, 코잘 및 안정성을 만족하면 허용가능하다(admissible)라고 한다.

다음은 논문의 수식전개를 위하여 사용하는 정의 및 보조정리들을 소개한다.

정의 2. 변수 불확실성 (2)를 가지는 폐루프 시스템 (5)를 안정화하는 제어기 (4)가 존재하면, 이산시간 불확실성 특이시스템 (1)은 강인 안정화가 가능하다(robust stabilizable)라고 정의한다.

정의 3. 이산시간 불확실성 특이시스템 (1)에 대하여, 폐루프 시스템 (5)가 정규성, 코잘 및 안정성을 만족하는 $u^*(k)$와 폐루프 시스템의 보장비용 상한치인 $J \le J^*$가 존재하면, J^*는 보장비용이라 하고 $u^*(k)$는 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템에 대한 보장비용 제어기이다.

보조정리 1[9]. 이산시간 특이시스템 (7)이 허용가능하기 위한 필요충분조건은

$$A^T(P-Y^TSY)A-E^TPE<0 \tag{8}$$

을 만족하는 양의 정부호 행렬 $P \in R^{n\times n}$와 대칭행렬(symmetric matrix) $S \in R^{(n-r)\times(n-r)}$가 존재하는 것이다. 여기서, $Y^T \in R^{n\times(n-r)}$은 $E^TY^T=0$와 $rank(Y^T)=n-r$을 만족하는 행렬이다.

보조정리 2[6,10]. 본 논문의 증명을 위해 사용하는 유용한 보조정리를 소개한다.

(i) 대칭행렬 X의 역행렬이 존재하고, $\epsilon I - X > 0$을 만족하는 양의 상수 ϵ이 존재하면, 아래의 조건

$$\begin{aligned}&[A+\Delta A(k)]^TX[A+\Delta A(k)]\\ &\le A^T[X+X(\epsilon I-X)^{-1}X]A+\epsilon\Delta A(k)^T\Delta A(k)\end{aligned} \tag{9}$$

가 성립한다.

(ii) 임의의 행렬 K_1과 K_2에 대하여, 아래의 수식

$$K_1^TK_2+K_2^TK_1 \le K_1^TK_1+K_2^TK_2 \tag{10}$$

을 만족한다.

III. 강인 안정화 및 강인 보장비용 제어

본 절에서는 변수 불확실성을 가지는 이산 특이시스템의 강인 안정화를 보장하는 제어기 설계방법과 보장비용함수의 상한치를 최소화하는 강인 보장비용 제어기 설계기법을 기존의 논문에서 많이 사용하는 시스템 행렬의 분해를 사용하지 않고 구하려는 모든 변수의 측면에서 볼록최적화가 가능한 선형행렬부등식 접근방법으로 제안하다.

정리 1. (강인 안정화 제어) 변수 불확실성을 가지는 이산시간 폐루프 특이시스템 (5)에 대하여, 선형행렬부등식

$$\begin{bmatrix}\Theta_1 & A^TP-A^TY^TSY & \Theta_3 & 0\\ * & P-Y^TSY-\epsilon I & 0 & PB-Y^TSYB\\ * & * & \Theta_2 & 0\\ * & * & * & \Theta_2\end{bmatrix}<0 \tag{11}$$

을 만족하는 양의 정부호 행렬 P와 R, 대칭행렬 S, 양의 상수 ϵ이 존재하면, 강인 안정화 문제는 허용가능하다. 또한, 강인 안정화 제어기는

$$\begin{aligned}u(k)&=Gx(k)\\ &=-(R+2\alpha_2\epsilon H_2^TH_2+B^TPB-B^TY^TSYB)^{-1}\\ &\quad\times B^T(P-Y^TSY)Ax(k)\end{aligned} \tag{12}$$

이고, 여기서 $*$는 대칭행렬(symmetric matrix)의 주대각선 아래 놓이는 요소이고, 몇 가지 변수는 아래와 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}\Theta_1&=A^TPA-A^TY^TSYA-E^TPE+2\alpha_1\epsilon H_1^TH_1\\ \Theta_2&=-R-2\alpha_2\epsilon H_2^TH_2-B^TPB+B^TY^TSYB\\ \Theta_3&=A^TPB-A^TY^TSYB\\ \alpha_1&=\|D_1^TD_1\|\\ \alpha_2&=\|D_2^TD_2\|.\end{aligned}$$

증명: 폐루프 시스템 (5)에 보조정리 1을 적용하면 아래의 행렬부등식

$$(A_G+\Delta A_G(k))^TX(A_G+\Delta A_G(k))-E^TPE<0 \tag{13}$$

을 얻는다. 여기서 $X=P-Y^TSY$. 식 (13)은 보조정리 2의 식 (9)와 슈어 여수정리[13]를 이용하면

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}A^TXA-E^TPE+\epsilon\Delta A_G(k)^T\Delta A_G(k) & A^TX\\ * & X-\epsilon I\end{bmatrix}\\ &+\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}A^TXBG\\ G^TB^TXA+G^TB^TXBG\end{pmatrix} & G^TB^TX\\ * & 0\end{bmatrix}<0\end{aligned} \tag{14}$$

가 된다. 아래의 변수 불확실성의 관계

$$\begin{aligned}&\Delta A_G(k)^T\Delta A_G(K)\\&\le 2\Delta A(k)^T\Delta A(k)+2G^T\Delta B(k)^T\Delta B(k)\\&\le 2(\alpha_1 H_1^T H_1+\alpha_2 G^T H_2^T H_2 G)\end{aligned} \quad (15)$$

와 보조정리 2의 식 (10)을 이용하면 행렬부등식 (14)가 음의 정부호(negative-definite) 행렬이 되기 위해서는 아래의 행렬 부등식

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}A^TXA-E^TPE+2\epsilon\alpha_1 H_1^T H_1 & A^TX\\ * & X-\epsilon I\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}A^TXBG+G^TB^TXA\\+G^T\Psi G\end{pmatrix} & G^TB^TX\\ * & 0\end{bmatrix}<0\end{aligned} \quad (16)$$

을 만족하는 것이다. 여기서 $\Psi=2\epsilon\alpha_2 H_2^T H_2+B^TXB$. 행렬부등식 (16)은

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}A^TXA-E^TPE+2\epsilon\alpha_1 H_1^T H_1 & A^TX\\ * & X-\epsilon I\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}G^TB^TXA+A^TXBG\\+G^T\Pi G\\+A^TXB\Pi^{-1}B^TXA\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}G^TB^TX\\+A^TXB\Pi^{-1}B^TX\end{pmatrix}\\ * & 0\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}0\\XB\end{bmatrix}\Pi^{-1}\begin{bmatrix}0\\XB\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}A^TXB\\XB\end{bmatrix}\Pi^{-1}\begin{bmatrix}A^TXB\\XB\end{bmatrix}\\&-\begin{bmatrix}G^T & 0\\0 & 0\end{bmatrix}R\begin{bmatrix}G^T & 0\\0 & 0\end{bmatrix}<0\end{aligned} \quad (17)$$

과 같다. 여기서, $\Pi=R+2\epsilon\alpha_2 H_2^T H_2+B^TXB$. 식 (17)에서 좌반부의 두 번째 행렬이 식 (12)에 의하여 영이 되므로 행렬부등식 (17)을 위한 충분조건은

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}A^TXA-E^TPE+2\epsilon\alpha_1 H_1^T H_1 & A^TX\\ * & X-\epsilon I\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}A^TXB & 0\\0 & XB\end{bmatrix}\Pi^{-1}\begin{bmatrix}A^TXB & 0\\0 & XB\end{bmatrix}<0\end{aligned} \quad (18)$$

이다. 따라서 슈어 여수정리를 이용하면 식 (18)은 선형행렬부등식 (11)이 된다. ■

일반적으로 특이시스템의 제어기 존재 조건을 구하기 위해서는 시스템 행렬의 특이치 분해(singular value decomposition)를 하거나 존재조건에서 준정부호 조건이 포함되어 있어서 해를 구하기가 쉽지 않다. 본 논문에서 제안하는 제어기의 존재조건은 시스템 행렬의 분해 없이 직접 해를 구할 수 있을 뿐만 아니라 구하려는 모든 해의 측면에서 선형행렬부등식의 형태이다. 또한, 정리 1의 시변 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템의 강인 안정화 문제는 아래의 정리 2에서 강인 보장비용 문제로 확장된다.

정리 2. (강인 보장비용 제어) 변수 불확실성을 가지는 이산시간 폐루프 특이시스템 (5)와 보장비용 함수 (6)을 고려하자. 아래의 최적화문제

Minimize σ *subjects to*

(i)

$$\begin{bmatrix}\Lambda & A^TP-A^TY^TSY & A^TPB-A^TY^TSYB & 0\\ * & P-Y^TSY-\epsilon I & 0 & PB-Y^TSYB\\ * & * & \Theta_2 & 0\\ * & * & * & \Theta_2\end{bmatrix}<0 \quad (19)$$

$$\text{(ii)}\ -\sigma+x_0^TE^TPEx_0<0 \quad (20)$$

을 만족하는 양의 정부호 행렬 P, R, Q, 대칭행렬 S, 양의 상수 ϵ, σ가 존재하면, 정의 3을 만족하는 강인 보장비용 제어기는

$$\begin{aligned}u^*(k)&=Gx(k)\\&=-(R+2\alpha_2\epsilon H_2^T H_2+B^TPB-B^TY^TSYB)^{-1}\\&\quad\times B^T(P-Y^TSY)Ax(k)\end{aligned} \quad (21)$$

이고, 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템 (1)에 대하여 식 (21)로 표현되는 강인 보장비용 제어기는 허용가능하고, 시변 변수 불확실성에 대하여 보장비용 함수의 상한치를 최소화하는 값은 $J^*=\sigma$이다. 여기서,

$$\Lambda=A^TPA-A^TY^TSYA-E^TPE+2\alpha_1\epsilon H_1^T H_1+Q.$$

증명: 보장비용 함수 (6)과 보조정리 1로부터, 안정성을 위한 아래의 부등식 관계

$$\begin{aligned}&x(k+1)^TE^TXEx(k+1)-x(k)^TE^TPEx(k)\\&<x(k)^T(-Q-G^TRG)x(k)<0\end{aligned} \quad (22)$$

를 얻는다. 행렬부등식 (22)는

$$\begin{aligned}&(A_G+\Delta A_G(k))^T X(A_G+\Delta A_G(k))\\&-E^TPE+Q+G^TRG<0\end{aligned} \tag{23}$$

을 의미한다. 또한, 식 (23)은 보조정리 2의 식 (9)와 슈어 여수정리로부터

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}A^TXA+\epsilon\Delta A_G(k)^T\Delta A_G(k)\\-E^TPE+Q+G^TRG\end{pmatrix} & A^TX\\ * & X-\epsilon I\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}A^TXBG\\+G^TB^TXA+G^TB^TXBG\end{pmatrix} & G^TB^TX\\ * & 0\end{bmatrix}<0\end{aligned} \tag{24}$$

와 같이 된다. 식 (15)의 관계에 의하여 행렬부등식 (24)가 음의 정부호 행렬이 되기 위해서는 아래의 행렬부등식

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}A^TXA-E^TPE\\+2\epsilon\alpha_1H_1^TH_1+Q\end{pmatrix} & A^TX\\ * & X-\epsilon I\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}A^TXBG+G^TB^TXA\\+G^T\Pi G\end{pmatrix} & G^TB^TX\\ * & 0\end{bmatrix}<0\end{aligned} \tag{25}$$

를 만족하여야 한다. 정리 1의 증명과정과 유사하게 전개를 하면, 행렬부등식 (25)는 등가(equivalent)의 행렬부등식

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}A^TXA-E^TPE+2\epsilon\alpha_1H_1^TH_1+Q & A^TX\\ * & X-\epsilon I\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}G^TB^TXA+A^TXBG\\+G^T\Pi G\\+A^TXB\Pi^{-1}B^TXA\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}G^TB^TX\\+A^TXB\Pi^{-1}B^TX\end{pmatrix}\\ * & 0\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}0\\XB\end{bmatrix}\Pi^{-1}\begin{bmatrix}0\\XB\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}A^TXB\\XB\end{bmatrix}\Pi^{-1}\begin{bmatrix}A^TXB\\XB\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}G^T0\\0\ 0\end{bmatrix}R\begin{bmatrix}G^T0\\0\ 0\end{bmatrix}<0\end{aligned} \tag{26}$$

과 같다. 식 (26)의 좌반부의 두 번째 행렬은 제어기 형태 식 (21)로부터 영이 된다. 따라서 행렬부등식 (26)이 음의 정부호 행렬이 되기 위해서는 아래의 조건

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}A^TXA-E^TPE+2\alpha_1\epsilon H_1^TH_1+Q & A^TX\\ * & X-\epsilon I\end{bmatrix}\\&+\begin{bmatrix}A^TXB & 0\\0 & XB\end{bmatrix}\Pi^{-1}\begin{bmatrix}A^TXB & 0\\0 & XB\end{bmatrix}<0\end{aligned} \tag{27}$$

을 만족하여야 한다. 슈어 여수정리에 의하여 식 (27)은 선형행렬부등식 (19)가 된다. 0에서부터 T_f-1의 범위까지 식 (22)의 양변을 합하면

$$\begin{aligned}&-\sum_{k=0}^{T_f-1}x(k)^T(Q+G^TRG)x(k)\\&>x(T_f)^TE^TPEx(T_f)-x(0)^TE^TPEx(0)\\&-\begin{bmatrix}x(T_f)\\x(T_f-1)\\\vdots\\x(1)\end{bmatrix}E^TY^TSYE\begin{bmatrix}x(T_f)\\x(T_f-1)\\\vdots\\x(1)\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{28}$$

을 얻는다. 폐루프 시스템의 안정성과 보조정리 1의 $E^TY^T=0$으로부터 식 (28)에서

$$J\le x_0^TE^TPEx_0 \tag{29}$$

를 얻고, 보장비용의 상한치 (29)는

$$x_0^TE^TPEx_0<\sigma \tag{30}$$

으로 된다. 식 (30)은 식 (20)이 된다. ■

참조 1. $E=I$인 비특이시스템의 경우에도 강인 안정화 제어기와 강인 보장비용 제어기가 정리 1과 정리 2의 선형행렬부등식 조건으로부터 직접 구할 수 있다. 따라서 제안한 제어기 설계 알고리듬은 비특이시스템의 경우도 포함하는 일반적인 설계방법이다. 또한, 기존의 제어기 설계조건은 준정부호 조건을 포함하여 최적의 해를 구하기 힘들었고 시스템 행렬의 분해를 통하여 존재조건을 복잡하게 하거나 변환과정으로 인한 해의 오차를 증가시키는 반면에 제안하는 제어기 설계방법은 시스템 행렬의 분해 없이 모든 변수의 견지에서 선형행렬부등식이므로 최적화를 보장한다.

참조 2. 정리 1과 정리 2의 제어기 존재 조건은 구하려는 모든 변수의 측면에서 볼록최적화가 가능한 선형행렬부등식의 형태이다. 따라서 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템의 강인 안정화 제어기와 강인 보장비용 제어기는 LMI 도구상자[14]로부터 쉽게 계산할 수 있다. 보장비용함수를 최소화하는 상한치는 정리 2의 σ로부터 직접 구할 수 있다. 또한, 제어기 설계를 할 때 보장비용 함수의 하중행렬인 Q와 R은 적절히 선택하므로 성능을 조절할 수 있는 인자로 사용가능하다.

Ⅳ. 예 제

제안한 강인 안정화 제어기 설계방법과 강인 보장비용 제어기 설계기법의 타당성을 보여주기 위하여 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템

$$\begin{bmatrix}10&4&2\\5&2&1\\15&4&7\end{bmatrix}x(k+1)$$
$$=\left\{\begin{bmatrix}0.5&0.2&0.3\\0.25&0.1&0.25\\0.6&0.2&0.1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.1\\0.1\\0.1\end{bmatrix}F(k)\begin{bmatrix}0.1&0.1&0.1\end{bmatrix}\right\}x(k) \quad (31)$$
$$+\left\{\begin{bmatrix}1&0.5\\0.1&0\\0.5&1\end{bmatrix}u(k)+\begin{bmatrix}0.1\\0.1\\0.1\end{bmatrix}F(k)\begin{bmatrix}0.1&0.1\end{bmatrix}\right\}u(k)$$

을 다룬다. 여기서, $rank(E)=2(<3)$를 만족하는 특이행렬이므로 주어진 시스템은 이산시간 특이시스템이다. 보조정리 1을 만족하는 행렬 $Y=[1\ -2\ 0]$로 잡으면 정리 1로부터 구하고자 하는 모든 해는 LMI 도구상자[14]로부터 직접

$$P=\begin{bmatrix}13.9577&-21.6312&-1.9119\\ *&35.1351&2.5509\\ *&*&0.5186\end{bmatrix} \quad (32)$$
$$S=11.9868,\ \epsilon=26.9299,\ R=25.2143$$

와 같이 동시에 구할 수 있다. 따라서 변수 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템의 허용가능한 강인 안정화 제어기는 식 (12)로부터

$$u(k)=\begin{bmatrix}0.2496&0.1465&1.5821\\-0.2501&-0.1467&-1.5823\end{bmatrix}x(k) \quad (33)$$

과 같다. 또한, 동일 시스템 (32)에 대한 정리 2의 강인 보장비용 제어기를 구하기 위하여

$$R=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},\ Q=0.01\times\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix} \quad (34)$$

로 잡으면, 모든 해는

$$P=\begin{bmatrix}1.2312\times10^{8}&-2.4624\times10^{8}&-2.8053\times10^{1}\\ *&4.9247\times10^{8}&5.5363\times10^{1}\\ *&*&2.2797\times10^{-1}\end{bmatrix}$$
$$S=1.2312\times10^{8},\ \epsilon=353.2260,\ \sigma=0.4030 \quad (35)$$

와 같다. 따라서 구하고자 하는 이산시간 최적 강인 보장비용 제어기와 보장비용 함수의 상한치는 정리 2에서

$$u^*(k)=\begin{bmatrix}0.0598&0.1215&0.3646\\-0.0386&-0.0763&-0.2278\end{bmatrix}x(k) \quad (36)$$
$$J^*=0.4030$$

과 같다.

Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 모든 시스템 행렬에 변수 불확실성을 가지는 이산시간 불확실성 특이시스템에 대한 강인 안정화 제어기와 강인 보장비용 제어기 설계방법을 다루었다. Zhang 등[9]이 제안한 새로운 유계실수정리를 이용하여 새로운 강인 안정화 제어기와 강인 보장비용 제어기의 존재조건과 설계방법을 선형행렬부등식의 형태로 제안하였다. 예제를 통하여 타당성을 확인하였다.

참 고 문 헌

[1] L. Dai, *Singular Control systems*, Springer, Berlin, 1989.

[2] C. L. Lin, "On the stability of uncertain linear descriptor systems," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 336, pp. 549-564, 1999.

[3] D. Yue and J. Lam, "Non-fragile guaranteed cost control for uncertain descriptor systems with time-varying state and input delays," *Optimal Control Applications and Methods*, vol. 26, pp. 85-105, 2005.

[4] C. H. Fang and F. R. Chang, "Analysis of stability robustness for generalized state-space systems with structured perturbations," *Systems and Control Letters*, vol. 22, pp.109-114, 1993.

[5] S. Xu and C. Yang, "An algebraic approach to the robust stability analysis and robust stabilizationof uncertain singular systems," *International Journal of Systems Science*, vol. 31, pp. 55-61, 2000.

[6] S. Xu, P. V. Dooren, R. Stefan, and J. Lam, "Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty," *IEEE Trans. om Automatic Control*, vol. 47, pp. 1122-1128, 2002.

[7] C. H. Fang, L. Lee, and F. R. Chang, "Robust control analysis and design for discrete-time singular systems," *Automatica*, vol. 30, pp. 1741-1750, 1994.

[8] S. Xu, C. Yang, Y. Niu, and J. Lam, "Robust stabilization for uncertain discrete singular

systems," *Automatica*, vol. 37, pp. 769-774, 2001.

[9] G. Zhang, Y. Xia, and P. Shi, "New bounded real lemma for discrete-time singular systems," *Automatica*, vol. 44, pp. 886-890, 2008.

[10] S. Wo, Y. Zou, M. Sheng, and S. Xu, "Robust control for discrete-time singular large-scale systems with parameter uncertainty," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 344, pp. 97-106, 2007.

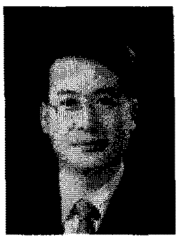
[11] I. Masubuchi, Y. Kamitane, A. Ohara, and N. Suda, "H_∞ control for descriptor systems: a matrix inequality approach," *Automatica*, vol. 33, pp. 669-673, 1997.

[12] S. S. L. Chang and T. K. C. Peng, "Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters," *IEEE Trans. om Automatic Control*, vol. 17, pp. 474-483, 1972.

[13] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM Studies in Applied Mathematics, 1994.

[14] P. Gahinet, A. Nemi rovski, A. J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox*, The Math Works Inc., 1995.

저 자 소 개



김 종 해(정회원)
1993년 경북대학교 전자공학과 졸업.
1995년 경북대학교 대학원 전자공학과 공학석사.
1998년 경북대학교 대학원 전자공학과 공학박사.
1998년~2002년 경북대학교 센서기술연구소 전임연구원.
2000년~2001년 일본 오사카대학 컴퓨터제어기계공학과 객원연구원.
2002년~현재 선문대학교 전자공학과 부교수
<주관심분야 : 강인 제어 및 강인 필터링, 특이시스템 해석 및 설계, 산업응용제어, 신호처리 등.>