

# 2자유도 진동계에 관한 이론적 고찰 및 진동흡진기로의 응용

## Theoretical Investigation of 2DOF Vibrating System and Its Application to Dynamic Vibration Absorber

장 선 준\*  
Jang, Seon Jun

M.J. Brennan\*\*

E. Rustighi\*\*\*

정 형 조†  
Jung, Hyung-Jo

(논문접수일 : 2009년 6월 24일 ; 심사종료일 : 2009년 8월 10일)

### 요 지

본 연구에서는 회전 및 병진 자유도를 갖는 2자유도 진동계의 동적 특성을 다루었다. 강체의 관성모멘트를 새로운 기계 요소인 이너터로 모델링한 뒤 동강성법을 이용하여 2자유도 진동계의 등가모델을 구하였다. 이때 이너터의 크기에 따라 진동계의 동적특성이 결정되는 것을 보였다. 2자유도 진동계를 진동 흡진기로서 단일 모우드 소거에 적용하였을 경우의 흡진기 설계방법론을 구하였다. 비감쇠 진동흡진기의 경우 해석적인 방법론을 제시하였고, 하나의 감쇠기가 존재하는 경우 고정점법을 적용한 방법론을 소개하였다. 수치 예를 통해서 제시된 방법론을 검증하였다.

**핵심용어** : 2자유도진동계, 진동흡진기, 동강성법, 등가모델, 이너터, 고정점법

### Abstract

In this paper, the dynamic characteristic of vibrating system which has translational and rotational degrees of freedom is studied. The moment of inertia of the system is modeled here as the *inertor* and the equivalent model to the system is proposed using dynamic stiffness method. It is shown that the size of inertor plays a major role to determine the dynamic characteristic of the system. This two degree of freedom system(DOF) is applied as a dynamic vibration absorber(DVA) to the elimination of single peak of main body. The solution for the undamped DVA is presented in analytical form while the damped DVA is designed using *fixed point theory*. The numerical examples are presented for verifying the methods.

**Keywords** : 2DOF vibrating system, dynamic vibration system, dynamic stiffness method, equivalent model, inertor, fixed point theory

### 1. 서 론

거의 한 세기 전에 Ormondroyd와 Den Hartog에 의해 진동흡진기의 개념이 처음 소개된 뒤 많은 관련 연구들이 발표되었다. 이러한 연구들은 대부분 진동흡진기를 스프링, 감쇠기, 질량이 연결된 1자유도계로 간주하고 있다. 그러나 진동흡진기의 질량은 평면상에서 3개, 공간상에서 6개의 자유도를 갖는 강체로서 복수의 스프링과 감쇠기들을 서로 다른 위치 및 방향으로 연결시킬 경우 다자유도 진동흡진기의 구현이 가능하다. Zuo 등(2004)은 처음으로 다자유도 진동

흡진기의 개념을 소개하였고 다자유도 진동계의 복수의 진동 모우드의 흡진에 적용하였다. 그들은 스프링과 감쇠기를 각각 위치 및 속도의 피드백요소로 간주하고 정적 분산제어 문제로 치환하여 수치적 계산을 통해 최적 파라미터들을 구하였다. 또한 단일모우드 흡진에 적용하여 2자유도 진동 흡진기가 기존의 진동흡진기 및 무게의 합이 같은 2개의 진동흡진기보다 뛰어난 성능을 나타낼 수 있음을 보였다(Zuo 등, 2006). 장선준 등(2007)은 나선이론을 이용하여 공간상에서 탄성적으로 지지되는 강체의 비감쇠 운동방정식을 구한뒤 이를 진동흡진기로서 주 진동계의 복수의 모우드 소거에 적

† 책임저자, 종신회원 · 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 교수  
Tel: 042-350-3626 ; Fax: 042-350-3610  
E-mail: hjung@kaist.ac.kr

\* 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 박사후 연구원

\*\* Professor, ISVR, University of Southampton

\*\*\* Lecturer, ISVR, University of Southampton

• 이 논문에 대한 토론을 2009년 10월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2009년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

용하였고 해석적인 설계방법론을 제시하였다.

본 연구에서는 먼저 2자유도 진동계의 동적특성을 해석하기 위해 동강성법을 적용하여 등가의 모델을 구하였다. 이때 관성모멘트는 새로운 기계요소인 이너터(Inerter)로서 모델링하였다(Smith, 2002). 이너터의 크기에 따라 등가 모델의 특성이 변화함을 보였고, 이를 통해서 2자유도 진동계가 관성 모멘트의 크기에 따라 직렬연결계에서 병렬연결계로 동적특성이 변화함을 설명하였다. 후반부에서는 2자유도 진동계를 진동흡진기로서 적용하였을 때의 비감쇠 및 감쇠 진동흡진기 설계 방법을 소개하였다. 감쇠가 없는 경우, 2자유도 진동계가 갖는 2개의 공진주파수의 중간 주파수 및 간격 주파수를 구하고, 이를 이용하여 해석적인 흡진기 설계법을 제안하였다. 2자유도 진동흡진기가 1개의 감쇠기를 가진 경우 감쇠비에 영향을 받지 않는 고정점이 존재하는 성질을 이용하여 고정점들이 모두 같은 전달률을 갖도록 파라미터들을 조절함으로써 흡진기의 성능을 최적화하는 고정점법(Fixed point theory; Brock, 1946)을 2자유도 진동흡진기 설계에 적용한 기하적 설계법을 제시하였다. 마지막으로 제안된 설계법을 수치예를 통해서 검증하였다.

### 2. 모델링

그림 1은 본 연구의 대상인 진동계를 나타내고 있다. 회전 자유도를 갖는 2자유도 강체는 각각  $d_1$ ,  $d_2$ 의 거리에 위치한 두 조의 스프링, 댐퍼들에 의해 지면에 연결되어 있으며, 지반가진(Base excitation)을 받아 조화 운동을 한다. 본 연구에서는 복잡한 거동을 보이는 2자유도 강체의 운동을 모델링하기 위해 먼저 무게중심에서 질량을 분리시킨 시스템의 동강성(Dynamic Stiffness)을 구하였다. 스프링-댐퍼들이 연결된 지점의 변위와 작용하는 힘을 각각  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ 라 하면 회전운동방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J_a \ddot{\theta} = F_1 d_1 - F_2 d_2 \tag{1}$$

기하적관계로부터  $\theta = \frac{X_2 - X_1}{d_1 + d_2}$  이 성립하고 연결점의 동강

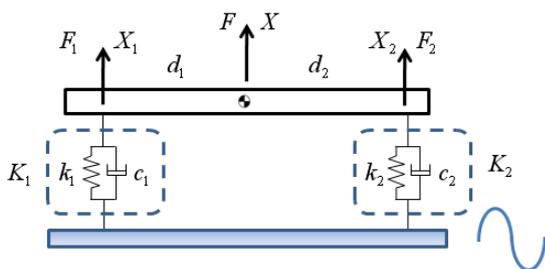


그림 1 2자유도 모델

성은 각 지점의 변위 및 힘과 각각  $K_1 = F_1/X_1$ ,  $K_2 = F_2/X_2$ 의 관계를 가지므로 식 (1)은 다음과 같이 바꾸어 나타낼 수 있다.

$$F_1 \left( d_1 - \frac{J\omega^2}{K_1(d_1 + d_2)} \right) = F_2 \left( d_2 - \frac{J\omega^2}{K_2(d_1 + d_2)} \right) \tag{2}$$

이때 연결점의 동강성은  $K_1 = j\omega c_1 + k_1$ ,  $K_2 = j\omega c_2 + k_2$ 이다. 또한 무게중심에 작용하는 힘  $F$ 은 다음과 같이 두 힘의 합으로 나타낼 수 있다.

$$F = F_1 + F_2 \tag{3}$$

그리고 무게중심의 변위  $X$ 는 기하적관계로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X = \frac{d_1 X_2 + d_2 X_1}{d_1 + d_2} \tag{4}$$

식 (2)와 (3)에서 연결점에 작용하는 힘을 각각 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{F(d_1(d_1 + d_2)K_1K_2 - J\omega^2K_1)}{(d_1 + d_2)^2K_1K_2 - J\omega^2(K_1 + K_2)}, \\ F_2 &= \frac{F(d_2(d_1 + d_2)K_1K_2 - J\omega^2K_2)}{(d_1 + d_2)^2K_1K_2 - J\omega^2(K_1 + K_2)} \end{aligned} \tag{5}$$

식 (4)와 (5)로부터 무게중심에서의 동강성을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_C = \frac{F}{X} = \frac{(d_1 + d_2)^2K_1K_2 - J\omega^2(K_1 + K_2)}{d_1^2K_1 + d_2^2K_2 - J\omega^2} \tag{6}$$

### 3. 동역학적 특성

$J = m\rho^2$ ,  $\eta_i = \left( \frac{d_i}{d_1 + d_2} \right)^2$  ( $i=1,2$ ),  $b = m \left( \frac{\rho}{d_1 + d_2} \right)^2$ 로 두면 위에서 구한  $K_C$ 는 다음과 같이 나타내게 된다.

$$K_C = \frac{1}{\alpha_C} = \frac{K_1K_2 - b\omega^2(K_1 + K_2)}{\eta_1K_1 + \eta_2K_2 - b\omega^2} \tag{7}$$

이러한  $K_C$ 를 등가모델로 표현하면 그림 2(a)의 점선 안의 부분과 같다. 여기서  $b$ 의 값을 갖는 요소는 질량의 단위

를 가지며 질량  $m$ 와 직렬로 연결되는 형태로 나타나게 되는데, 이러한 특성을 갖는 기계요소를 이너터(Inerter)라고 하며, 이때 물리량  $b$ 는 이너턴스(Inertance)라 한다. 또한 이너터와 병렬 및 직렬 연결된 요소들은 각각  $K_{eqs1}$ ,  $K_{eqs2}$ ,  $K_{eqp1}$ 로 나타내었다. 간단한 표현을 위해,  $d_1 = d_2$ 로 두면 이들은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_{eqs1} = \frac{2K_1K_2}{3K_2 + K_1}, \quad K_{eqs2} = \frac{4K_1K_2}{3K_2 - K_1},$$

$$K_{eqp1} = \frac{2K_1K_2}{K_1 - K_2} \tag{8}$$

식 (8)의 동강성들은 주파수에 따라서 특성이 바뀌게 되는데 실수부가 음의 부호로 바뀔 경우 겉보기질량(Apparent Mass)의 특성을 갖게 된다. 그림 2(a)의 시스템에서  $b = \infty$ 인 경우 이너터의 변위는 0이 되어 시스템은 그림 2(b)와 같은 형태로 단순화되며, 리셉턴스(Receptance)  $\alpha_C$ 는  $K_1 + K_2$ 로 계산되는데, 이는 수직운동만을 하는 1자유도계의 리셉턴스와 동일하다. 반대로  $b = 0$ 인 경우 Inerter에 작용하는 힘은 0이 되며, 시스템은 그림 2(c)와 같은 형태로 단순화되게 된다. 이때 리셉턴스는  $\alpha_C = 4 \frac{K_1K_2}{K_1 + K_2}$ 로 나타나는데, 이는  $K_1$ ,  $K_2$ 가 직렬로 연결된 시스템의 리셉턴스의 4배이다. 따라서,  $b$ 값이 영(零) 또는  $\infty$ 일 때의 2자유도 진동계는 그림 3의 축소된 1자유도 병렬연결 및 직렬연결계로 각각 표현할 수 있다. 여기서,  $b$ 의 크기는 2자유도계의 관성 모멘트의 크기에 비례하므로 관성모멘트가 매우 큰 2자유도계는 회전운동이 억제되어 병진운동만을 하게 되므로 그림 3(a)의 1자유도계와 동일한 동적특성을 나타내게 되며, 반대로 관성

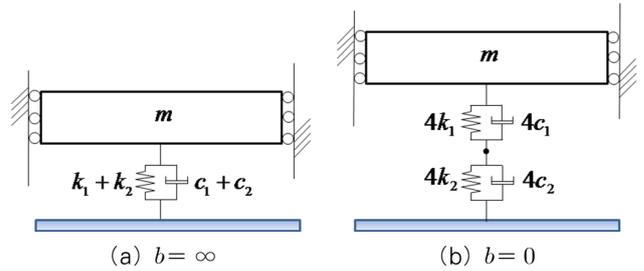
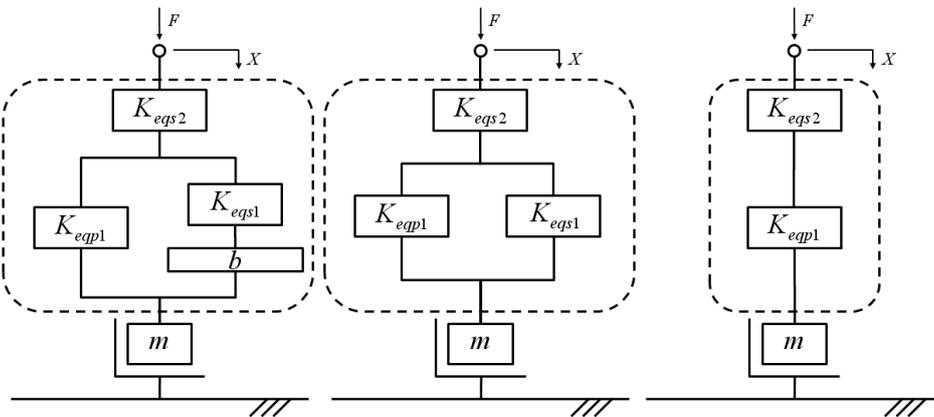


그림 3 축소된 2자유도계

모멘트가 매우 작은 2자유도계는 스프링 및 감쇠기들에 작용하는 가속도의 차이에 비례하는 관성력이 거의 없으므로 서로 다른 지점에 설치된 스프링 및 감쇠기를 모아 기하적 요소에 대한 보정을 거친 후 직렬연결시킨 그림 3(b)의 1자유도계와 동력학적으로 동일하게 나타나게 된다. 2자유도 진동계에서 관성모멘트의 크기를 나타내는  $b$ 는 그림 2의 등가모델 상에서  $K_{eqs2}$ 와 Inerter가 직렬연결된 시스템의 전체 시스템에 대한 참여도 즉, 일반적인 1자유도 질량, 스프링, 감쇠기를 가진 계에 이너터를 포함한 또 하나의 1자유도 계가 포함되는 정도를 결정하는 역할을 하게 되며  $b$ 의 크기가 증가함에 따라 직렬계에서 병렬계로 2자유도계의 특성이 바뀌게 된다.

4. 2자유도 진동흡진기의 설계

본 절에서는 그림 4와 같이 지반가진을 받는, 질량  $m_s$ 와  $k_s$ 의 강성을 갖는 스프링으로 이루어진 단일자유도계에 2자유도계를 진동흡진기로서 부착한 경우의 흡진기 설계방법론을 기술하고자 한다. 먼저 2자유도 진동흡진기가 감쇠값을 갖지 않은 경우( $c_1 = c_2 = 0$ )에 대한 대수적인 설계기법을 소개하고 하나의 감쇠값을 갖는 경우( $c_1 \neq 0, c_2 = 0$ )에 대해서



(a) 일반적인 경우 (b)  $b = \infty$  인 경우 (c)  $b = 0$  인 경우

그림 2 등가모델

고정점이론(Fixed point theory)를 적용한 설계기법을 소개하고자 한다.

### 4.1 비감쇠의 경우

2자유도계의 전체 리셉턴스는 식 (7)에 질량을 직렬연결시켜 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\alpha_{DVA} = \frac{1}{K_{DVA}} = \frac{1}{K_C} - \frac{1}{\omega^2 m} \quad (9)$$

$\eta_1 = \eta_2 = 1/4$  이며 비감쇠인 경우( $c_1 = c_2 = 0$ ), 식 (9)를 전개하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\alpha_{DVA} = \frac{(k_1 + k_2) \left( \frac{k_1 k_2}{b(k_1 + k_2)} - \omega^2 \right)}{\omega^4 - \frac{(4b + m)(k_1 + k_2)}{4bm} \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{bm}} \quad (10)$$

식 (10)의 분모에서 다음과 같은 두 개의 공진 주파수를 얻을 수 있다.

$$\omega_{n1,2} = \omega_a \sqrt{1 \pm \sigma} \quad (11)$$

여기서,  $\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}}$ ,  $m_a = \frac{4bm}{4b+m}$ ,  $k_a = \frac{k_1 + k_2}{2}$ ,  $\sigma = \sqrt{1 - 4\gamma_1 \gamma_2 \mu_a (1 - \mu_a)}$ ,  $\gamma_1 = k_1/k_a$ ,  $\gamma_2 = k_2/k_a$ ,  $\mu_a = m_a/m$ . 2자유도계의 유효 질량  $m_a$ 는 질량과 이너터의 직렬연결로부터 얻을 수 있는데 이는  $m \left( 1 + \left( \frac{d}{\rho} \right)^{-1} \right)$ 로도 표현될 수 있으며 2자유도계의 기하적구성에 따라 달라지게 된다. 또한  $\sigma$  내의  $\mu_a(1 - \mu_a)$ 는  $\left( \frac{\rho}{d} + \frac{d}{\rho} \right)^{-2}$ 로 나타낼 수 있으며 역시 기하적구성에 따라 변화하는 파라미터이다. 식 (11)의 두 개의 공진 주파수의 중간 및 간격 주파수는 각각 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \omega_{mid} &= \omega_a \frac{\sqrt{1+\sigma} + \sqrt{1-\sigma}}{2}, \\ \omega_{gap} &= \omega_a \frac{\sqrt{1+\sigma} - \sqrt{1-\sigma}}{2} \end{aligned} \quad (12)$$

식 (11)과 (12)로부터 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\omega_{mid}^2 + \omega_{gap}^2 = \omega_a^2 \quad (13)$$

비감쇠 2자유도 진동흡진기는 목표주파수, 즉 소거하고자 하는 단일공진주파수에 맞추어 식 (11)의 두 개의 공진주파수를 배치함으로 설계할 수 있는데 본 논문에서는 식 (12)의 중간주파수와 소거하고자 하는 단일공진주파수를 일치시킨 뒤 간격주파수를 적절히 설정하는 설계기법을 다음과 같이 제시하고자 한다.

- 1) 목표주파수  $\omega_s = \sqrt{k_s/m_s}$  에  $\omega_{mid}$ 를 맞춘다.
- 2) 적절한  $\omega_{gap}$ 를 정한다.
- 3) 식 (12)와 (13)으로부터  $\omega_a$ 와  $\sigma$ 값을 구한다.
- 4)  $\sigma$ 를 만족하는 강성분포 ( $\gamma_1 \gamma_2$ ) 및 2자유도 진동흡진기의 기하적 형상  $\left( \frac{\rho}{d} + \frac{d}{\rho} \right)^{-2}$ 를 결정한다.
- 5)  $\omega_a$ 를 만족하는 질량 ( $m$ ) 및 평균강성 ( $k_a$ ) 값을 결정한다.

### 4.2 하나의 감쇠기를 갖는 경우

그림 4의 주진동계의 동강성은  $K_s = k_s - \omega^2 m_s$ 로 나타낼 수 있다. 이때 지반 가진에 대한 주진동계의 운동전달률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = \frac{X_s}{X_e} = \frac{k_s}{K_s + K_{DVA}} \quad (14)$$

하나의 감쇠기만을 갖는 경우에 대해 ( $c_1 \neq 0, c_2 = 0$ ) 식 (14)를 전개하여 운동전달률의 크기를 구하면 식 (15)와 같다. 여기서  $\Omega = \omega/\omega_s$ ,  $\nu = \omega_a/\omega_s$ ,  $\mu = m/m_s$ ,  $\xi = c_1/2m_a\omega_a$ 이다. Zuo 등(2006)의 표 2에 제시된 최적 파라미터들을

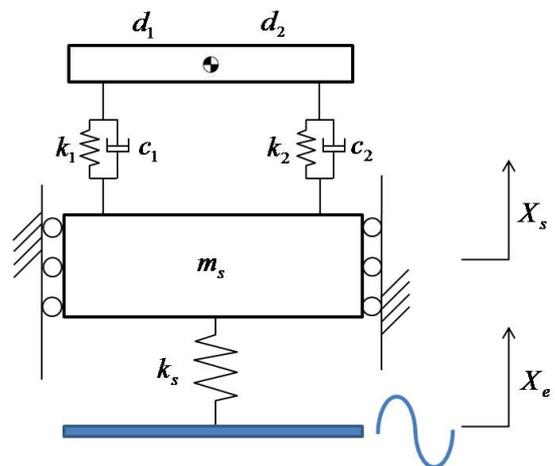


그림 4 2자유도 진동흡진기를 부착하고 지반 가진을 받는 단일자유도 진동계

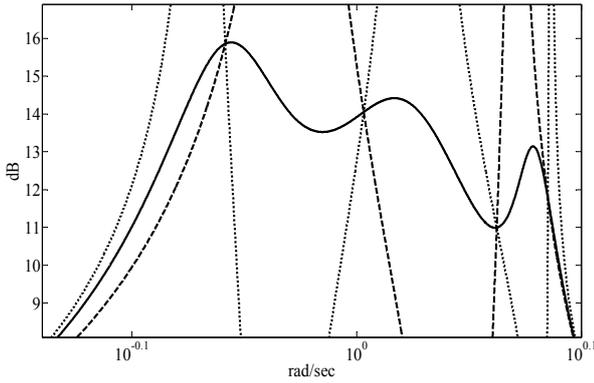


그림 5 운동 전달률의 주파수 응답선도, 점선:  $\xi=0$ , 실선:  $\xi=0.1482$ , 파선:  $\xi=\infty$

적용한 뒤 3개의  $\xi$  값 즉, 0, 0.1482(최적값),  $\infty$ 에 대해 주파수 응답 선도를 그리면 그림 5와 같다. 이때  $\xi$ 값에 영향을 받지 않는 4개의 점이 존재하는 것을 확인할 수 있다. 이 점들은 고정점(Fixed point)이라고 불리며, Brock(1946)에 의해 단일자유도 진동흡진기 설계에 적용되었다. 본 연구에서는 2자유도 진동흡진기를 적용하였을 때 나타나는 4개의 고정점의 높이를 일치시킴으로써 하나의 감쇠기가 존재하는 2자유도 진동흡진기의 설계법을 제안하고자 한다. 고정점들은  $\xi$ 값에 독립적이므로 식 (15)의 분모와 분자 각각에서  $\xi^2$ 항과 나머지 항의 비가 다음 식과 같이 일치하여야 한다.

$$|T| = \frac{\left( \frac{(-\Omega^4 + 2\nu^2\Omega^2 - 4\nu^4(1-\mu_a)\mu_a\gamma_1\gamma_2)^2}{(2\xi)^2(\nu\Omega^3 - 4\nu^3(1-\mu_a)\mu_a\gamma_2\Omega)^2} \right)^{\frac{1}{2}}}{\Omega^6 - (1+2\nu^2+2\nu^2\mu_a\mu)\Omega^4 + (2\nu^2 + 4\nu^4(1-\mu_a)\mu_a\gamma_1\gamma_2(1+\mu))\Omega^2 - 4\nu^4(1-\mu_a)\mu_a\gamma_1\gamma_2)^2 + (2\xi)^2} \quad (15)$$

$$= \frac{\frac{(\nu\Omega^3 - 4\nu^3(1-\mu_a)\mu_a\gamma_2\Omega)^2}{(-\Omega^4 + 2\nu^2\Omega^2 - 4\nu^4(1-\mu_a)\mu_a\gamma_1\gamma_2)^2} \left( \frac{-\nu(1+\mu_a\mu)\Omega^5 + (1+4\nu^2(1-\mu_a)\mu_a(1+\mu)\gamma_2)\Omega^3}{-4\nu^3(1-\mu_a)\mu_a\gamma_2\Omega} \right)^2}{\left( \frac{\Omega^6 - (1+2\nu^2+2\nu^2\mu_a\mu)\Omega^4 + (2\nu^2 + 4\nu^4(1-\mu_a)\mu_a\gamma_1\gamma_2(1+\mu))\Omega^2}{-4\nu^4(1-\mu_a)\mu_a\gamma_1\gamma_2} \right)^2} \quad (16)$$

식 (16)을 전개하여 정리하면  $\Omega$ 에 관한 8차식을 식 (17)과 같이 얻을 수 있다. 식 (17)에서 고정점들의 주파수값의 제곱인  $\Omega_{fixed,i}^2$  ( $i=1 \dots 4$ )을 계산할 수 있다. 이때  $\Omega_{fixed,i}^2$ 의 총합은 근과 계수와의 관계로부터 식 (18)과 같이 얻을 수 있다.

$$(2 + \mu_a\mu)\Omega^8 - 2(1+2\nu^2+2\nu^2\mu_a(\mu+\gamma_2(1-\mu_a)(2+\mu)))\Omega^6 + 4\nu^2(1+\gamma_2(1-\mu_a)\mu_a(2+4\nu^2+\nu^2(2\gamma_1+\mu(2+\gamma_1)(1+\mu_a))))\Omega^4 - 8\nu^4\gamma_2(1-\mu_a)\mu_a(2+\gamma_1(1+4\nu^2\gamma_2(1-\mu_a)\mu_a(1+\mu_a)))\Omega^2 + 36\nu^6\gamma_1\gamma_2^2(1-\mu_a)^2\mu_a^2 = 0 \quad (17)$$

$$\sum_i \Omega_{fixed,i}^2 = \frac{2(1+2\nu^2+2\nu^2\mu_a(\mu+\gamma_2(1-\mu_a)(2+\mu)))}{2+\mu_a\mu} \quad (18)$$

$$|T| = \left| \frac{\nu\Omega^2 - 4\nu^3(1-\mu_a)\mu_a\gamma_2}{-\nu(1+\mu_a\mu)\Omega^4 + (1+4\nu^2(1-\mu_a)\mu_a(1+\mu)\gamma_2)} \right| \quad (19)$$

한편  $\xi=\infty$ 일 때 식 (15)는 식 (19)로 단순화 시켜 나타낼 수 있다. 전달률  $|T|$ 가 일정하다고 가정할 때 식 (19)의 우변의 절대값 기호 내부가 양(陽)일 때와 음(陰)일 때 각각 2개씩 총 4개의  $\Omega_{const,i}^2$  ( $i=1 \dots 4$ )를 얻을 수 있으며 이 값들의 합은 다음 식과 같다.

$$\sum_i \Omega_{const,i}^2 = \frac{2(1+4\nu^2\gamma_2\mu_a(1-\mu_a)(1+\mu))}{1+\mu_a\mu} \quad (20)$$

고정점이론에 의해서 식 (18)의 고정점들에서 전달률의 크기는 모두 같아야 하므로 식 (18)의 고정점들의 합과 식 (20)의 일정한 전달률을 갖는 점들의 합은 일치하여야 한다. 여기에서  $\nu$ 에 대한 조건식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\nu^2 = \frac{1-\mu_a(4+\mu(6-\mu(1-2\mu_a)))}{2+2\mu_a(4(1+\mu)-\gamma_1(1-\mu_a))(2+\mu(3+\mu_a\mu))} \quad (21)$$

식 (15)에 나타난 5개의 무차원 변수 중, 흡진기 질량과 주물체의 질량의 비 ( $\mu$ )가 주어졌다고 가정할 때  $\nu$ 는 식 (21)에서 결정될 수 있으며  $\gamma_2$ 는  $2-\gamma_1$ 로 표현할 수 있으므로 남은 무차원 독립변수는  $\gamma_1$ 과  $\mu_a$ 이다.  $\gamma_1$ 은 0부터 2까지의 범위를 가지며,  $\mu_a$  또한 0부터 1까지의 범위를 가지므로 범위내의 모든 ( $\mu_a, \gamma_1$ )에 대해 불변점들의 전달률의 표준편차를 등고선도(Contour map)로 표현할 수 있다. 여기서 표준편차값이 최소가 되는 지점의  $\mu_a$ 과  $\gamma_1$ 을 선택하고 다른 무차원 변수들을 계산한 후 전달률의 최고값을 최소화하는  $\xi$ 값을 선택하면 1개의 감쇠기를 갖는 2자유도 진동흡진기를 결정할 수 있다. 소개된 감쇠 2자유도 진동 흡진기의 설계법을 정리하면 다음과 같다.

- 1)  $\mu$ 를 결정한다.
- 2) 임의의  $\mu_a, \gamma_1$  값을 선정한다.
- 3) 식 (21)로부터  $\nu$ 값을 찾는다.

- 4) 식 (17)에서 고정점들의 주파수를 계산한다.
- 5) 고정점의 주파수를 식 (19)에 넣어서 각 점의 전달률을 계산한다.
- 6) 전달률 값들의 표준편차를 구하여 등고선도에 표시한다.
- 7) 1)부터 5)까지의 과정을 모든  $(\mu_a, \gamma_1)$  값에 대해 반복한다.
- 8) 등고선도상에서 가장 작은 표준편차를 나타내는 지점을 선정한다.
- 9)  $\mu_a, \gamma_1$  및  $\nu$  값을 식 (15)에 적용한 뒤 주파수 응답의 최고값을 최소화시키는  $\xi$  값을 결정한다.

## 5. 수치 예

### 5.1 비감쇠의 경우

비감쇠 주 진동계의 질량 및 스프링 상수가  $m_s = k_s = 1$ 로 주어지고  $\mu$ 가 0.05(5%)로 정해졌을 때 4.1절의 설계방법에 따라  $\omega_{mid}=1$ 로 하였고  $\omega_{gap}=0.1$ 로 하였다. 이때 식 (12)와 (13)에서  $\omega_a$ 와  $\sigma$ 는 각각 1.0050과 0.1980으로 계산된다. 기하적 특성 ( $\rho/d$ )을 0.9로 결정하면 강성분포 ( $\gamma_1\gamma_2$ ) 및 평균강성 ( $k_a$ )는 0.9717과 0.0164로 결정되며, 여기에서 2자유도 진동흡진기의 파라미터들을 표 1과 같이 결정할 수 있다. 그림 6은 비감쇠 2자유도 진동흡진기를 부착한 주 진동계의 지반 가진에 대한 전달률의 주파수 응답을 나타내고 있다.

### 5.2 하나의 감쇠기를 갖는 경우

주 진동계가 동일하게 주어졌을 때  $\gamma_1$ 과  $\mu_a$ 에 대한 등고선도를 그리면 그림 7과 같다. 여기서 고정점의 전달률의 표준편차가 0으로 수렴하는 점이 2개 존재하는데, 이를 점선원으로 표시하였다. 이중 한 점 ( $\mu_a=0.3809, \gamma_1=0.8648$ )을 선택하면  $\nu$  값을 계산할 수 있으며 이때 고정점의 주파수는

표 1 비감쇠 설계변수

주어진 변수	$m_s$	1 kg
	$k_s$	1 Nm <sup>-1</sup>
	$m$	0.05 kg
선택된 변수	$\omega_{mid}$	1 rad s <sup>-1</sup>
	$\omega_{gap}$	0.1 rad s <sup>-1</sup>
	$b$	0.0101 kg
계산된 변수	$m_a$	0.0224 kg
	$k_1$	0.0264 Nm <sup>-1</sup>
	$k_2$	0.0188 Nm <sup>-1</sup>

표 2 감쇠 설계변수

선택된 변수	$\mu_a$	0.3809
	$\gamma_1$	0.8648
계산된 변수	$\nu$	1.0396
	$m_a$	0.0190 kg
	$k_1$	0.0178 Nm <sup>-1</sup>
	$k_2$	0.0234 Nm <sup>-1</sup>
	$c_1$	0.0055 Nsm <sup>-1</sup>

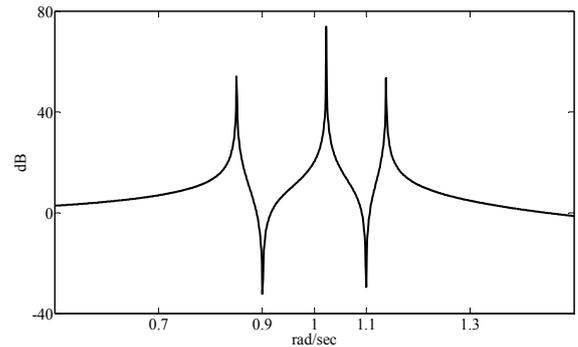


그림 6 비감쇠 2자유도 진동흡진기 설계 결과

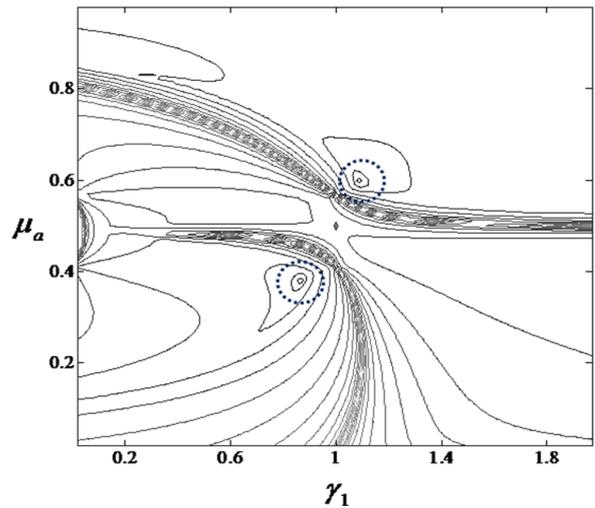


그림 7 고정점들의 높이의 표준편차

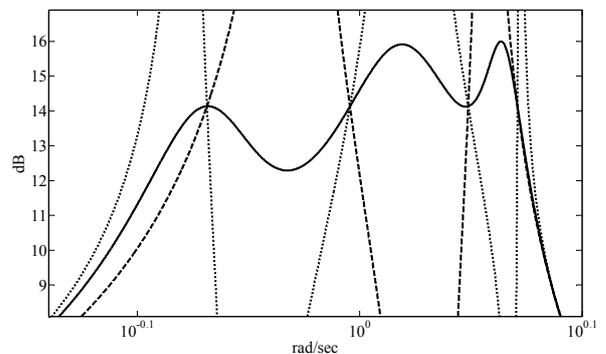


그림 8 제안된 방법에 의한 주파수 응답선도, 점선:  $\xi=0$ , 실선:  $\xi=0.1389$ , 파선:  $\xi=\infty$

0.8536, 0.9899, 1.1190, 1.1775(rad/s)이며, 전달률의 크기는 각각 14.1328, 14.1275, 14.1314, 14.1365(dB)이다. 마지막으로 전달률의 최대값을 최소화시키는  $\xi$ 값은 단일 파라미터에 대한 간단한 탐색을 통해 0.1389로 결정되었다. 표 2에 감쇠 2자유도 진동흡진기의 설계 파라미터들을 정리하였다. 또한 그림 8에서 세 가지의 감쇠값에 대한  $|X_s/X_e|$ 의 주파수 응답을 나타내었다. 고정점들의 높이를 같게 하였을 때 의도된 바와 같이 전체 진동계의 전달률이 최소화되게 되며 그림 5에서 Zuo 등(2006)에 의해 제시된 수치적 최적화 방법과 유사한 수준의 모우드 제거 효과를 나타냄을 확인할 수 있다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 두 개의 스프링, 감쇠기 조합에 의해 지지되는 2자유도 진동계의 동적특성에 대해서 연구하였다. 동강성법을 이용하여 2자유도 진동계의 등가모델을 구한 뒤 이너턴스의 크기에 따른 등가모델의 특성을 관찰하였고, 2자유도 진동계가 이너턴스의 크기가 증가함에 따라 스프링 감쇠기 조합의 직렬연결계에서 병렬연결계로 변화함을 규명하였다. 또한 2자유도 진동계를 진동흡진기로서 비감쇠 단일자유도 진동계에 적용할 때의 설계방법론을 비감쇠의 경우, 1개의 감쇠기를 가진 경우에 대하여 각각 기술하였다.

## 감사의 글

본 연구는 국토해양부 첨단도시개발사업의 연구비지원(07

첨단도시 A01)과 2007년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행되었습니다(KRF-2007-357-D00009).

## 참 고 문 헌

- Brock, J.E.** (1946) A note on the damped vibration absorber, *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, 13, A-284.
- Jang, S.J., Choi, Y.J.** (2007) Geometrical design method of multi-degree-of-freedom dynamic vibration absorbers, *Journal of Sound and Vibration*, 303, pp.343~356.
- Ormondroyd, J., den Hartog, J.P.** (1928) Theory of the dynamic absorber, *Transactions of the ASME*, 50, pp.9~22.
- Smith, M.C.** (2002) Synthesis of mechanical networks: the inerter, *IEEE Transactions on Automatic control*, 47(10), pp.1648~1662.
- Zuo, L., Nayfeh, S.A.** (2004) Minimax optimization of multi-degree-of-freedom tuned mass dampers, *Journal of Sound and Vibration*, 272, pp.893~908.
- Zuo, L., Nayfeh, S.A.** (2006) The two-degree-of-freedom tuned-mass damper for suppression of single-mode vibration under random and harmonic excitation, *Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, 128, pp.56~65.