

보강 섬유유 배향각에 대한 확률밀도함수를 고려한 ECC내의 섬유 가교 모델

Fiber Bridging Model Considering Probability Density Function of Fiber Inclined Angle in Engineered Cementitious Composites

강철호* 이방연** 박승범*** 김윤용†
Kang, Cheol-Ho Lee, Bang-Yeun Park, Seung-Bum Kim, Yun-Yong
(논문접수일 : 2009년 9월 28일 ; 심사종료일 : 2009년 11월 5일)

요 지

섬유 가교 곡선은 섬유보강 시멘트 복합체의 인장 거동을 예측하고 분석하는데 중요한 요인이다. 이 연구의 목적은 ECC에서 섬유 배향각의 분포와 섬유 개수를 정량적으로 고려할 수 있는 섬유 가교 모델을 제시하는 것이다. 이를 위하여 먼저 섬유 배향각과 섬유 개수를 정량적으로 고려할 수 있는 섬유 가교 모델을 유도하였다. 섬유 배향각과 섬유 개수는 이미지 프로세싱 기법을 사용하여 계측하였다. 이미지 분석을 통하여 계측한 섬유 배향각에 대한 확률밀도함수와 섬유 개수는 섬유 배향각을 2차원이나 3차원에 무작위로 분포된 것으로 가정하는 것과 큰 차이를 보였다. 이는 타설방법이나 유동흐름에 따라 섬유 분포 특성이 영향을 받기 때문으로, 모델의 검증에 위해 정확한 섬유분포 특성을 파악할 필요가 있다. 따라서 이미지 프로세싱 방법으로 계측한 섬유 분포 특성을 근간으로 보강섬유의 배향각과 단면 내 섬유 개수를 고려하여 얻은 섬유 가교 곡선으로 1축 인장 거동을 모사하였다. 모사한 1축 인장 거동은 실험 결과와 유사하게 다중 균열과 변형을 경화 거동을 보이는 등 1축 인장 거동을 정확히 나타낼 수 있는 것으로 검증되었다.

핵심용어 : 섬유 가교 모델, 섬유 배향각, 섬유 개수, 이미지 분석, 1축 인장 거동

Abstract

The fiber bridging model is the crucial factor to predict or analyze the tensile behavior of fiber reinforced cementitious composites. This paper presents the fiber bridging constitutive law considering the distribution of fiber inclined angle and the number of fibers in engineered cementitious composites. The distribution of fiber inclined angle and the number of fibers are measured and analyzed by the image processing technique. The fiber distribution are considerably different from those obtained by assuming two- or three-dimensional random distributions for the fiber inclined angle. The simulation of the uniaxial tension behavior was performed considering the distribution of fiber inclined angle and number of fibers measured by the sectional image analysis. The simulation results exhibit multiple cracking and strain hardening behavior that correspond well with test results.

Keywords : fiber bridging model, fiber inclined angle, number of fibers, image analysis, uniaxial tension behavior

1. 서 론

고인성 콘크리트 중의 하나인 Engineered Cementitious Composite(ECC)는 모르타르 내에 약 2%정도의 함성섬유를

혼입하여 연신율 2%이상의 변형을 경화거동을 보이는 시멘트 복합체이다. 이러한 높은 연성의 인장 거동은 미세 균열 사이의 섬유 가교 작용과 다중 균열(multiple cracking)에 의해 나타나게 된다. 다중 균열에 의한 변형을 경화 거동을 나타내

† 책임저자, 정회원 · 충남대학교 토목공학과 교수
Tel: 042-821-7004 ; Fax: 042-825-0318
E-mail: yunkim@cnu.ac.kr

* 충남대학교 토목공학과 박사과정

** 미시간대학교 토목환경공학과 박사후연구원

*** 충남대학교 토목공학과 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2010년 2월 28일까지 본 학회에 보내주시면 2010년 4월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

기 위해서는 두 가지 조건을 만족하여야 하는데(Leung, 1996), 첫 번째 조건은 강도 조건으로서 섬유 가교 곡선에서 최고 가교 응력이 복합체의 균열 강도보다 커야 한다. 이 조건이 만족되면 첫 번째 균열이 발생한 후 섬유의 뿔힘이나 파괴에 의한 즉각적인 응력 저하가 발생하지 않게 된다. 두 번째 조건은 안정상태 균열이 발생하기 위한 에너지 조건으로서 에너지 조건이 만족되면 외부 하중의 변화가 없이 일정한 개구 변위 상태로 균열이 진전하게 된다. 에너지 조건은 외부에서 한 일, 매트릭스 균열이 진전하는데 필요한 에너지, 그리고 섬유 가교 작용에 의하여 소산된 에너지 사이의 에너지 평형 조건에 의하여 정의된다. 즉 섬유 가교 곡선에서 상보 에너지 (complimentary energy: J_B')는 매트릭스 파괴 인성 (matrix fracture toughness: J_{iip}) 보다 커야한다(Marshall 등, 1988). 다중 균열 발생 현상은 이 두 조건에 의하여 설명될 수 있는데, 균열 가교 작용을 하는 섬유가 하중을 저항할 수 없으면 국부적인 파괴에 의하여 다중 균열 거동이 발생하지 않는다. 이에 반하여 균열 가교 작용을 하는 섬유가 하중에 저항할 수 있으면, 섬유 가교 작용 응력은 섬유와 매트릭스의 계면을 통하여 섬유로부터 매트릭스로 전달된다. 이렇게 유발된 응력은 또 다른 균열을 유발하고, 이러한 과정은 섬유 가교 곡선의 연화 거동에 의하여 특정 균열면의 국부적인 파괴가 발생할 때까지 반복된다.

전술한 바와 같이 복합체의 인장 거동은 섬유 가교 거동에 의해 결정되기 때문에 ECC를 설계하고 인장 성능을 예측하기 위해서는 섬유 가교 거동을 정확히 예측하거나 평가하여야 한다. 섬유 가교 곡선에 영향을 주는 인자들은 섬유, 매트릭스, 그리고 섬유와 매트릭스의 계면 특성 등이 있다. 섬유의 특성으로는 섬유의 길이, 직경, 탄성계수, 강도, 그리고 혼입량이며, 매트릭스의 특성은 강도와 탄성계수이다. 계면 특성은 화학적 부착, 마찰 부착, 그리고 미끌림 경화 특성이 있다. 이러한 미시역학 변수 이외에 섬유 분포 특성 역시 섬유 가교 작용에 영향을 미친다.

섬유가 3차원으로 배열되면 1차원으로 배열된 경우에 비하여 최고 섬유 가교 응력은 1/6이나 1/5가 된다(Cox, 1952). 따라서 섬유 가교 거동을 평가하거나 예측하기 위해서는 섬유의 배향각에 대한 분포를 적절히 가정하여야 한다. 섬유의 배향각은 시편의 형상, 타설 방법, 복합체의 유변 특성 등에 영향을 받는다. 그러나 대부분의 연구자들은 섬유 배향각의 분포를 2차원 3차원에서 섬유가 무작위적으로 분포(random distribution)한다고 가정하여 왔다.

따라서 이 연구에서는 섬유 배향각과 단면에서 계측된 섬유 개수를 고려할 수 있는 섬유 가교 구성 모델을 제시하고자 한다. 이를 위하여 먼저 섬유 배향각과 섬유 개수를 정량

적으로 고려할 수 있는 섬유 가교 구성 모델을 유도하였다. 섬유 배향각과 섬유 개수는 이미지 프로세싱 기법(Lee 등, 2009)을 사용하여 계측하였다. 섬유 배향각의 분포와 섬유 개수에 대한 이미지 분석 결과를 적용하여 구한 섬유 가교 곡선을 섬유의 배향각을 2차원과 3차원에서 무작위 분포를 갖는 것으로 가정하여 얻은 섬유 가교 곡선과 비교하여 어떠한 차이가 있는가를 분석하였다. 또한 섬유 가교 곡선을 바탕으로 1축 인장 거동을 수치해석으로 모사한 결과를 실험결과와 비교하여 제시한 섬유 가교 구성 모델을 검증하였다.

2. 섬유 가교 모델

2.1 단일 섬유 가교 모델

Lin 등(1999)은 다음의 가정을 바탕으로 힘의 평형조건과 에너지 평형 조건을 바탕으로 단일 섬유의 부착파괴(debonding)와 뿔힘(pulled out) 모델을 이론적으로 유도하였다.

- (1) 끝단의 영향이 총 부착파괴 하중에 미치는 영향은 무시할 수 있다. 이 가정은 일반적으로 대부분의 섬유의 경우 만족된다(길이와 직경비 100 이상).
- (2) 부착파괴 영역에서 섬유와 매트릭스의 상대적인 미끌림 양이 작기 때문에 부착파괴에서 미끌림 효과(slip-dependent effect)는 무시할 수 있다. 이 가정으로부터 부착파괴 영역에서 마찰계수는 일정한 값(τ_0)을 갖게 된다.
- (3) 포아송 효과(Poisson's effect)는 무시할 수 있다. 연성이 있는 섬유/매트릭스 시스템에서 포아송 효과는 섬유의 비배열성(misalignment)과 표면 거칠기(roughness)로 인해 상쇄된다.
- (4) 부착파괴가 완료된 후 섬유의 탄성 변형은 무시할 수 있다.

Figure 1은 단일 섬유 모델을 나타낸다. 임의의 개구 변위(δ)에 대하여 섬유는 부착파괴되거나 마찰부착에 의하여 뿔히게 된다. Figure 1에서 L_c 는 매립길이이고, L 은 부착파괴 영역의 길이이다. Lin 등(1999)은 외력(P)과 δ 의 관계를 Eq. (1)과 같이 유도하였다. 이 관계는 섬유와 매트릭스 사이의 힘의 평형 조건, 변위 적합 조건, 그리고 부착파괴 영역의 에너지 조건을 이용하여 유도할 수 있다.

$$P(\delta) = \sqrt{\frac{\pi^2 E_f d_f^3 \tau_0 (1 + \eta)}{2} \delta + \frac{\pi^2 E_f d_f^3 G_D (1 + \eta)}{2}} \quad (1)$$

여기서, E_f 는 섬유의 탄성계수이고, d_f 는 섬유의 직경이다. τ_o 는 마찰계수이고, G_D 는 화학적 부착계수이다. 섬유와 매트릭스 사이의 힘의 평형 조건은 Eq. (2)와 Eq. (3)으로 나타낼 수 있다.

$$\sigma_f(z) = \sigma_{f0} + \left(z \frac{\sigma - \sigma_{f0}}{L} \right) \quad (2)$$

$$\sigma_m(z) = \sigma_{m0} \left(1 - \frac{z}{L} \right) \quad (3)$$

여기서, σ_{f0} 은 힘의 평형 조건($\pi d_f \tau_o L = (\sigma - \sigma_{f0}) \pi d_f^2 / 4$)으로 계산할 수 있는 섬유의 수직 응력이고, σ_{m0} 는 힘의 평형 조건($V_f \sigma = V_f \sigma_{f0} + V_m \sigma_m$)으로 계산할 수 있는 매트릭스의 수직 응력이다. 변위 적합 조건 즉, δ 와 L 의 관계는 Eq. (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta = \frac{\sigma L}{E_f} - \frac{2\tau_o L^2(1+\eta)}{E_f d_f} \quad (4)$$

여기서, η 는 $(V_f E_f) / (V_m E_m)$ 이다. Eq. (4)는 부착과괴 영역에서 섬유와 매트릭스의 상대 변위(Eq. (5))로부터 유도되었다.

$$\Delta(z) = u_f(z) - u_m(z) \quad (5)$$

여기서, u_f 와 u_m 은 각각 섬유와 매트릭스의 변위이다. Eq. (5)는 Eq. (6)과 같이 변형률로 나타낼 수 있으며, 이 때 경계조건은 $\Delta(z=0) = 0$ 이다.

$$\frac{d\Delta(z)}{dz} = \frac{du_f(z)}{dz} - \frac{du_m(z)}{dz} = \frac{\sigma_f(z)}{E_f} - \frac{\sigma_m(z)}{E_m} \quad (6)$$

마찰면을 따라 새로운 균열면이 생기는 영역 dA 에서 에너지 평형 조건은 Eq. (7)과 같이 나타낼 수 있다(Gao 등, 1999).

$$Pdu_f = dU + dW_f + G_D dA \quad (7)$$

여기서, u_f , P , dU , dW_f , $G_D dA$ 는 각각 변위, 하중, 변형률 에너지의 변화량, 마찰에 의해 소산된 에너지, 그리고 화학적 부착에 대한 파괴 에너지이다. 부착과괴 영역에 대한 에너지 보존은 Eq. (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$dU = 0.5(Pdu_f - dW_f) \quad (8)$$

Eq. (7)과 Eq. (8)로부터 부착과괴 길이와 응력의 관계는 Eq. (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma(L) = \frac{4\tau_o L(1+\eta)}{d_f} + \sqrt{\frac{8G_D E_f(1+\eta)}{d_f}} \quad (9)$$

Eq. (4)는 Eq. (9)를 이용하여 Eq. (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta = \frac{2\tau_o L^2(1+\eta)}{E_f d_f} + \sqrt{\frac{8G_D L^2(1+\eta)}{E_f d_f}} \quad (10)$$

만약 $L = L_c$ 이면, 부착과괴가 완료되는 섬유 뽑힘 길이(δ_0)를 Eq. (10)을 이용하여 구할 수 있다. 부착과괴가 완료되면 마찰부착 응력만 남기 때문에 P 와 δ 의 관계는 Eq. (11)과 같이 나타낼 수 있다(Figure 2).

$$P(\delta) = \pi d_f \tau_o \left[1 + \frac{\delta - \delta_0}{d_f} \beta \right] [L_c - (\delta - \delta_0)] \quad (11)$$

여기서, β 는 미끌림 경화 계수이다.

Eq. (1)에서 부착과괴는 균열면의 양쪽에서 발생하기 때문에 균열 개구 변위(δ)는 $2u$ 와 같고 부착과괴가 완료되면 뽑힘이 한쪽에서만 발생하기 때문에 u 와 같다. 따라서 Eq. (1)과 Eq. (10)은 각각 Eq. (12)와 Eq. (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(\delta) = \sqrt{\frac{\pi^2 E_f d_f^3 \tau_o(1+\eta)}{4}} \delta + \frac{\pi^2 E_f d_f^2 G_D(1+\eta)}{2} \quad (12)$$

$$\delta = \frac{4\tau_o L^2(1+\eta)}{E_f d_f} + 4 \sqrt{\frac{2G_D L^2(1+\eta)}{E_f d_f}} \quad (13)$$

단일 섬유의 경우, 섬유 배향각의 영향은 스너빙 효과(snubbing effect)로 표현할 수 있으며, 그 효과는 Eq. (14)와 같다(Morton 등, 1976; Li, 1992).

$$P(\theta) = P(0)e^{f\theta} \quad (14)$$

섬유 강도(σ_{fu})와 δ 의 관계는 Eq. (15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{fu}(\theta) = \sigma_{fu}(0)e^{-f\theta} \quad (15)$$

여기서, f 와 f' 은 각각 스너빙 효과 계수와 섬유 강도 감소

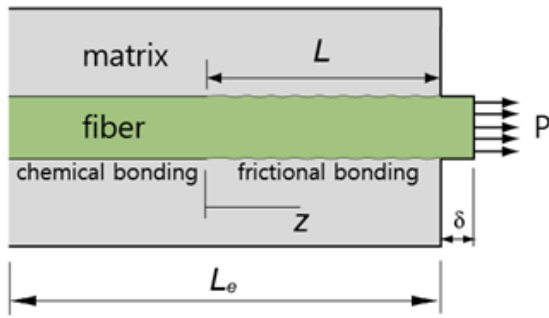


Figure 1 Single fiber model

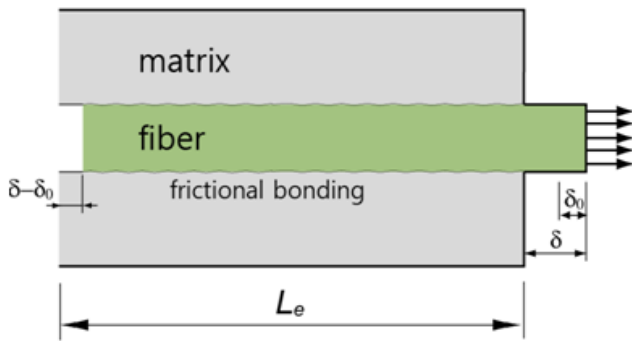


Figure 2 Single fiber model after full debonding

계수이다. 이 계수들은 실험을 통해 구할 수 있다. 스너빙 효과 계수는 균열면의 방향과 섬유의 방향이 다를 경우 섬유의 인발 저항 하중이 증가하는 현상을 반영하기 위한 것으로 섬유의 종류와 섬유의 표면 처리에 따라 달라진다. Wu(2001)의 실험결과에 따르면 0.5% 오일 코팅이 된 Polyvinyl-Alcohol(PVA) 섬유가 사용된 경우 f 의 값은 0.2에서 0.8의 값을 갖는 것으로 나타났으며, 오일 코팅 양이 증가할수록 f 의 값은 작아진다. 스너빙 효과와 달리 균열면의 방향과 섬유의 방향이 다를 경우 섬유가 파괴되는 강도는 감소하게 되며, 섬유 강도 감소 계수는 이러한 현상을 반영하기 위한 것이다. Kanda 등(1998)은 f 의 값이 대략 0.3을 나타낸다고 보고하였다.

2.2 다중 섬유 가교 모델

섬유의 배향각을 1차원으로 가정하면 단위 면적당 섬유 개수는 Eq. (16)과 같다.

$$N_{1D} = \frac{V_f}{A_f} \quad (16)$$

여기서, V_f 와 A_f 는 각각 섬유 혼입률과 섬유 단면적이다. Figure 3은 기울어진 섬유에 대한 매입길이를 나타낸다. Figure 3에서 z 는 섬유의 중심 위치가 균열면으로부터 떨어진

진 거리를 나타낸다. 만약 $p(\theta)$ 와 $p(z)$ 가 각각 θ 와 z 에 대한 확률밀도함수라면, 단위 면적당 섬유 개수는 Eq. (17)과 같다.

$$N_B = N_{1D} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{z_1}^{z_2} p(z) dz p(\theta) d\theta \quad (17)$$

섬유의 분포가 3차원이면 $p(\theta)$ 와 $p(z)$ 는 각각 $\sin(\theta)$ 와 $2/L_f$ 이다. 만약 θ_1 이 0이고, θ_2 가 $\pi/2$ 이면, 매입길이 L_e (Eq. (18))는 0보다 커야하기 때문에 z_1 은 0이 되어야 하며, z_2 는 $(L_f/2)\cos\theta$ 가 되어야 한다.

$$L_e = \frac{L_f}{2} - \frac{z}{\cos\theta} \quad (18)$$

z 를 L_e 로 치환하면 Eq. (17)은 Eq. (19)와 같이 바뀌게 된다.

$$N_B = N_{1D} \int_0^{\pi/2} \int_0^1 p(L_e) p(\theta) \cos(\theta) dL_e d\theta \quad (19)$$

만약 균열면에서 단일 섬유의 저항력이 $P(\theta, L_e, \delta)$ 라면, 복합체의 섬유 가교 응력은 Eq. (20)과 같다.

$$\sigma_B(\delta) = \frac{4V_f}{\pi d_f^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{L_f/2} P(\theta, L_e, \delta) p(\theta) \cos(\theta) dL_e d\theta \quad (20)$$

2.3 섬유 배향각과 섬유 개수를 고려한 섬유 가교 모델

N_m 이 이미지 프로세싱 기법을 사용하여 측정한 섬유 개수이고 A_m 이 측정된 면적이라면, 섬유 개수를 보정하기 위하여 Eq. (20)은 Eq. (21)과 같이 수정되어야 한다.

$$\sigma_B(\delta) = \alpha_{nf} \frac{4V_f}{\pi d_f^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{L_f/2} P(\theta, L_e, \delta) p(\theta) \cos(\theta) dL_e d\theta \quad (21)$$

여기서, α_{nf} 는 측정한 섬유 개수와 섬유의 배향각을 가정하여 계산된 섬유 개수의 비로서 섬유 개수 보정 계수이다. 이 계수는 Eq. (22)를 통하여 계산할 수 있다.

$$\alpha_{nf} = \frac{\pi d_f^2 N_m}{4V_f A_m \int_0^{\pi/2} \int_0^{L_f/2} p(\theta) \cos(\theta) dL_e d\theta} \quad (22)$$

α_{nf} 는 Eq. (23)으로부터 유도되었다.

$$\alpha_{nf} \frac{4V_f}{\pi d_f^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{L_f/2} P(\theta, L_e, \delta) p(\theta) \cos(\theta) dL_e d\theta = \frac{N_m}{A_m} \quad (23)$$

Eq. (10)부터 Eq. (15), Eq. (21), 그리고 Eq. (22)로부터 복합체의 섬유 가교 응력은 Eq. (24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_B(\delta) = \alpha_{nf} \frac{4V_f}{\pi d_f^2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{L_{e1}}^{L_{e2}} \sqrt{\frac{\pi^2 E_f d_f^3 \tau_0 (1+\eta)}{2} \delta + \frac{\pi^2 E_f d_f^3 G_D (1+\eta)}{2}} e^{f\theta} p(\theta) \cos(\theta) dL_e d\theta + \alpha_{nf} \frac{4V_f}{\pi d_f^2} \int_{\theta_3}^{\theta_4} \int_{L_{e3}}^{L_{e4}} \pi d_f \tau_0 \left[1 + \frac{\delta - \delta_0}{d_f} \beta \right] [L_e - (\delta - \delta_0)] \delta e^{f\theta} p(\theta) \cos(\theta) d\theta dL_e \quad (24)$$

Eq. (24)는 임의의 길이를 갖는 섬유일 경우에도 적용하기 위하여 모든 길이를 $L_f/2$ 로 나누어준 Eq. (25)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_B(\bar{\delta}) = \alpha_{nf} \frac{4V_f}{\pi d_f^2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\bar{L}_{e1}}^{\bar{L}_{e2}} \sqrt{\frac{\pi^2 E_f d_f^3 \tau_0 (1+\eta)}{4} \bar{\delta} \frac{L_f}{2} + \frac{\pi^2 E_f d_f^3 G_D (1+\eta)}{2}} e^{f\theta} p(\theta) \cos(\theta) d\theta d\bar{L}_e + \alpha_{nf} \frac{4V_f}{\pi d_f^2} \int_{\theta_3}^{\theta_4} \int_{\bar{L}_{e3}}^{\bar{L}_{e4}} \pi d_f \tau_0 \left[1 + \frac{\bar{\delta} - \bar{\delta}_0}{d_f} \frac{L_f}{2} \beta \right] [\bar{L}_e - (\bar{\delta} - \bar{\delta}_0)] \frac{L_f}{2} e^{f\theta} p(\theta) \cos(\theta) d\theta d\bar{L}_e \quad (25)$$

기존의 연구에서는 섬유 배향각의 분포를 표현하는 $p(\theta)$ 가 3차원 균일 분포라고 단순 가정하였으나, 이 연구에서는 이미지 분석을 통하여 섬유 배향각에 대한 분포를 Eq. (26)과 같이 구한 후 $p(\theta)$ 를 이 식으로 대체한다.

$$p(\theta) = \frac{(\sin\theta)^{2m-1} (\cos\theta)^{2n-1}}{\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} (\sin\theta)^{2m-1} (\cos\theta)^{2n-1} d\theta} \quad (26)$$

여기서, m 과 n 은 확률 밀도 함수의 형태를 결정하는 변수로서 이미지 분석을 통하여 0°부터 90°까지 1° 간격으로 구해진 히스토그램을 바탕으로 회귀분석을 통하여 구할 수 있다. 또한 이 변수들은 0.5보다는 커야한다는 조건을 갖고 있다 (Xia 등, 1995). 섬유 배향각 측정 절차는 2가지 과정으로 이루어지는데, 먼저 촬영된 섬유 이미지에서 섬유만을 검출

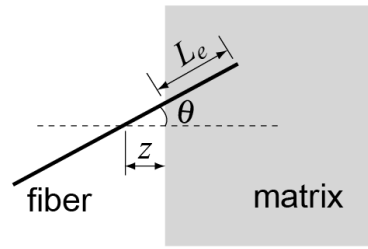


Figure 3 Embedded length with inclined angle

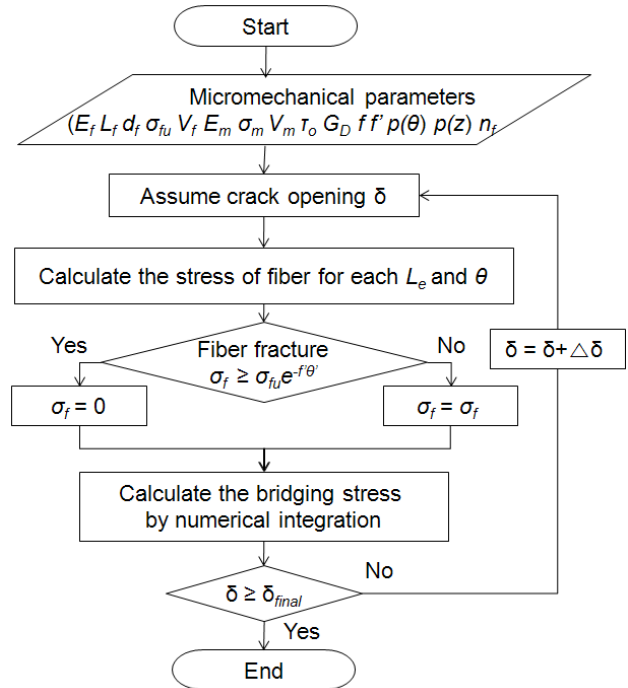


Figure 4 Numerical procedure for calculation of fiber bridging curve

과정으로서 인접하거나 뭉쳐 있어서 하나의 섬유로 잘못 검출된 다수 섬유들을 개별적으로 검출하는 것이다. 두 번째 과정은 섬유 배향각을 계산하는 수학적인 처리과정으로서 개별적으로 검출된 섬유 이미지의 형상을 바탕으로 타원 모양의 섬유 이미지에서 장축과 단축의 비로부터 단면 방향과 섬유의 배향각을 계산하는 것이다(Lee 등, 2009).

Figure 4는 섬유 가교 곡선을 계산하기 위한 알고리즘의 흐름도를 나타낸다. 측정된 미시역학 변수와 가정한 균열 개구변위에 대하여 각 L_e 와 θ 에 따라 섬유에 유발된 응력이 계산된다. 섬유에 유발된 응력이 각도에 따른 섬유 강도 감소 효과를 고려한 섬유 강도 보다 크면 섬유의 파괴로 인하여 섬유가 저항할 수 있는 하중은 0이 된다. 섬유 가교 응력은 수치 적분을 통하여 계산되며, 이러한 과정은 가정한 섬유 개구 변위가 마지막 균열 개구 변위에 이를 때까지 지속된다.

3. 섬유 가교 곡선

3.1 배합 및 미시역학 변수

Table 1과 Table 2는 이 연구에서 제안한 기법의 검증에 위하여 사용한 PVA-ECC의 배합과 미시역학 변수를 나타낸다. 섬유는 Kuraray에서 제작된 PVA 섬유를 사용하였으며, 부피비로 2%를 혼입하였다(김운용, 2007; Kim 등, 2007). 매트릭스와 관련된 대부분의 미시역학 변수는 파괴인성 실험, 섬유 인발 실험 등을 통하여 구하였다.

3.2 섬유 분포 특성

Table 3은 섬유 분포 특성과 섬유 배향각에 대한 분포 함수의 매개변수를 나타낸다. 섬유 분산성의 경우 wc60 시험

Table 1 Mix proportions

Test variables	Cement	Water	Sand	Slag	HRW ^a	HPMC ^b	V _f (%)
wc60	1.0	0.60	0.8	0.25	0	0.001	2
wc48	1.0	0.48	0.8	0.25	0.02	0	

^aHigh-range water-reducing admixture

^bHydroxypropylmethyl-cellulose

All numbers are mass ratios of cement weight except fiber content(volume fraction).

Table 2 Micromechanics parameters

	Micromechanics parameters	wc60	wc48
Fiber	Fiber length(mm)	12	
	Fiber diameter(mm)	0.040	
	Fiber elastic modulus(GPa)	40	
	Nominal fiber strength(MPa)	1600	
	Apparent fiber strength(MPa)	1092(Li 등, 2002)	
	Fiber volume fraction(%)	2	
	Elongation(%)	6.0	
	Oiling Agent Content(%)	0.8	
Matrix	Matrix fracture energy(J/m ²)	0.783	1.08
	Crack tip toughness(MPa·m ^{0.5})	0.12	0.168
	Elastic modulus(GPa)	18.4	26.2
	Splitting tensile strength(MPa)	3.54	4.70
	First crack strength(MPa)	3.92	5.20
	Spalling coefficient	500 ^a	
Interface	Frictional bond strength(MPa)	1.65	1.85
	Chemical bond strength(J/m ²)	1.88	1.83
	Slip-hardening coefficient	0.104	0.129
	Snubbing coefficient	0.30 ^b	
	Fiber strength reduction factor	0.3 ^c	

^a Assumed on the basis of the referenced paper(Yang 등, 2008)

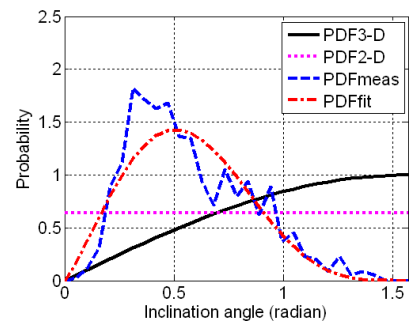
^b Assumed on the basis of the referenced paper(Wu, 2001)

^c Assumed on the basis of the referenced paper(Kanda 등, 1998)

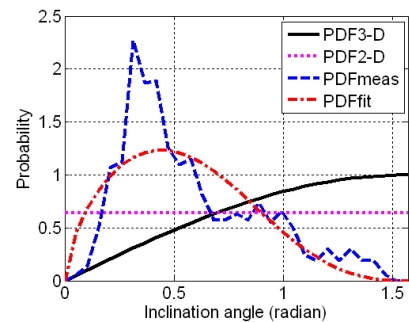
Table 3 Fiber distribution characteristics and parameters for distribution function of fiber inclined angle

	PDF	wc60	wc48
α_f		0.321(0.00836)	0.317(0.000106)
F_n (number/mm ²)	Measured	9.94(0.291)	9.91(0.144)
	1D	16.7	
	2D	10.7	
	3D	8.37	
Fiber number coefficient		0.729(0.0470)	0.789(0.0415)
p	Measured	1.03(0.0866)	0.875(0.0866)
	1D	0.5	
	2D	0.5	
	3D	1	
q	Measured	2.41(0.708)	1.40(0.367)
	1D	∞	
	2D	0.5	
	3D	0.5	

All data are average values of four specimens and the numerical values in parentheses present the standard deviation.



(a) wc60



(b) wc48

Figure 5 Probability density functions according to mix proportions

체가 wc48에 비하여 분산성이 높게 나타났다. 반면에 단위 면적당 섬유 개수는 거의 동일하였다. 2.2절에서 기술한 바와 같이 단위 면적당 섬유 개수는 섬유 배향각에 대한 확률밀도함수를 구하면 이론적으로 Eq. (19)와 같이 계산할 수 있다. Figure 5는 배합별 섬유 배향각에 대한 확률밀도함수를 나타낸다. Figure 5에 나타난 바와 같이 이미지 분석에

의해 측정된 확률밀도함수는 섬유 배향각에 대한 확률밀도함수를 2차원이나 3차원으로 가정한 것과 큰 차이를 보이고 있다. 다시 말해서 이 연구에서 사용한 시편의 경우 절단면의 방향과 섬유 방향 사이의 배향각이 작은 섬유들이 많이 분포함을 알 수 있으며, 이러한 영향은 균열 발생 후 균열 면에서 외력에 대한 저항력이 증가한다는 것을 의미한다.

3.3 섬유 배향각을 고려한 섬유 가교 곡선

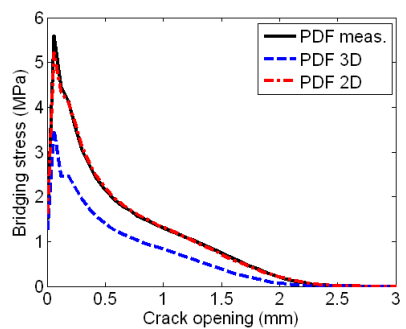
Figure 6과 Figure 7은 섬유 배향각의 분포와 섬유 개수를 고려하여 계산된 배합별 섬유 가교 곡선을 나타내며, Table 4는 섬유 가교 곡선의 특성값인 초기응력, 최고 가교 응력, 최고 가교 응력에서 균열 개구변위 등을 나타낸다. 이미지 분석을 이용하여 예측한 섬유 배향각의 확률밀도함수를 바탕으로 평가된 섬유 가교 곡선은 섬유 배향각의 확률밀도함수를 2차원으로 가정하여 이론적으로 구한 섬유 가교 곡선과 전반적으로 유사한 거동을 나타내었다(Figure 6과 Figure 7의 (a)). 그러나 최고 가교 응력 부근까지의 초기 거동을 살펴보면, 이미지 분석을 이용하여 평가한 섬유 가교 곡선의 최고 가교 응력에 해당하는 균열 개구변위는 섬유 배향각을 2차원으로 가정하여 구한 것보다 크게 평가되었다(Figure 6과 Figure 7의 (b)). 최고 가교 응력에 해당하는 균열 개구 변

위의 차이는 J_B' 의 크기를 결정하는 중요한 값이므로 인장 변형 성능을 예측하는데 결정적 요인이 된다. Kanda 등(2000)은 균열 강도와 섬유 가교 곡선의 최고 섬유 가교 응력과 그때에 균열 개구변위를 이용하여 ECC의 인장 응력과 변형률 관계를 간단하게 예측하는 이론적 방법을 제안한 바 있다. 따라서 이미지 분석을 바탕으로 섬유의 배향각의 분포와 섬유

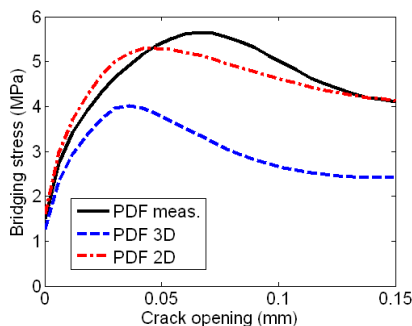
Table 4 Fiber bridging characteristic according to the distribution of fiber inclined angle and number of fibers

	PDF	wc60	wc48
Initial stress(MPa)	Measured	1.50 (0.0528)	1.49 (0.0198)
	2D	1.61	1.58
	3D	1.25	1.23
Peak bridging stress(MPa)	Measured	5.62 (0.248)	5.63 (0.101)
	2D	5.28	5.43
	3D	4.00	4.04
Crack opening displacement at peak bridging stress(MPa)	Measured	64.3 (3.21)	49.0 (3.46)
	2D	45.0	42.0
	3D	36.0	33.0

Measured data are average values of four specimens and the numerical values in parentheses present the standard deviation.

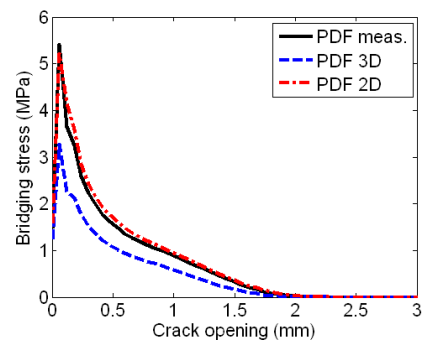


(a) overall bridging curve

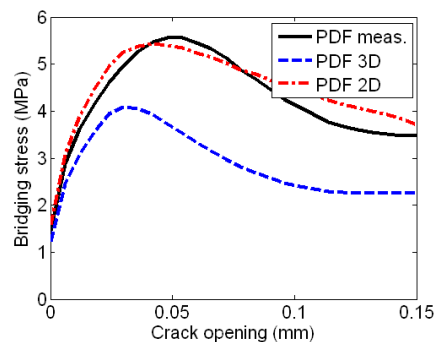


(b) magnified view of (a)

Figure 6 Bridging curve according to the distribution of fiber inclined angle and number of fibers(wc60)



(a) overall bridging curve



(b) magnified view of (a)

Figure 7 Bridging curve according to the distribution of fiber inclined angle and number of fibers(wc48)

개수를 고려함으로써 ECC의 인장 응력과 변형을 관계를 보다 정확히 예측할 수 있게 된다. 이 연구에서는 매트릭스와 균열 면이 선형 탄성 거동을 한다고 가정하고, 다중 균열 발생을 모사할 수 있는 수치해석 기법을 적용하여 제안한 섬유 가교 모델의 적용성을 검증하였다.

4. 섬유 가교 모델 검증

4.1 1축 인장 거동 모사를 위한 균열 간격 계산

ECC에서 다중 균열이 발생하기 위해서는 섬유 가교 곡선에서 최고 가교 응력이 복합체에 균열이 발생할 때의 균열 강도보다 커야 하는 강도 조건을 만족하여야 한다. 이를 간단한 수식으로 표현하면 Eq. (27)과 같다.

$$\sigma_{fu}V_f \geq (\sigma_{mu}V_m + \sigma'_mV_f = \epsilon_{mu}E_mV_m + \epsilon_{mu}E_fV_f) \quad (27)$$

여기서, σ_{fu} 는 섬유 강도, V_f 는 섬유 부피, σ_{μ} 는 매트릭스 인장강도, V_m 은 매트릭스 부피, σ'_m 은 매트릭스에 균열이 발생하기 전 섬유에 유발된 응력, ϵ_{μ} 는 매트릭스의 균열 변형률, E_m 은 매트릭스의 탄성계수, 그리고 E_f 는 섬유의 탄성계수이다. 만약, 이 조건이 만족되면 매트릭스에 균열을 유발하는 섬유는 추가적인 외력에 저항할 수 있다. 따라서 섬유의 변형률이 파괴 변형률에 도달할 때까지 매트릭스는 다중 균열 과정에 의하여 순차적으로 파괴가 발생한다. 섬유의 파괴 변형률이 충분히 크면, 매트릭스는 x' 과 $2x'$ 사이 간격으로 파괴가 발생한다. 여기서 x' 은 섬유와 매트릭스 사이의 응력 전달률에 의해 결정된다. 이 전달률은 섬유와 매트릭스 사이의 계면의 마찰 강도에 의해 표현할 수 있다. 즉, 균열 간격은 계면을 통하여 섬유로부터 매트릭스에 전달할 수 있는 충분한 간격으로 정의할 수 있다. 연속적으로 정렬된 섬유의 경우, 균열 간격을 결정하는 섬유와 매트릭스 사이의 힘의 평형 조건은 Eq. (28)과 같다(Aveston 등, 1971).

$$N\pi d_f x' \tau_0 = \sigma_{mu} V_m \quad (28)$$

여기서, N 은 단위 면적당 섬유 개수이며, $4V_f/\pi d_f^2$ 와 같다. d_f 와 τ_0 는 섬유의 직경과 마찰 계수이다. Eq. (28)로부터 균열 간격 x' 은 Eq. (29)과 같이 계산할 수 있다.

$$x' = \left(\frac{V_m}{V_f} \right) \frac{\sigma_{mu} d_f}{4\tau_0} \quad (29)$$

이 연구에서는 Wu와 Li(1992)가 제안한 방법, 즉 스너빙 효과를 고려하여 무작위로 분산된 짧은 섬유에 대한 균열 간격을 계산하는 방법으로 1축 인장 모사를 수행하였다.

4.2 1축 인장 거동 모사 방법

ECC에 사용되는 매트릭스 및 균열 면 거동은 실제 비선형성을 보이기 때문에 정확한 거동을 모사하기 위해서는 비선형을 고려하여 해석하는 것이 바람직하다. 보통 콘크리트의 인장균열 거동은 비선형성을 갖는 연화곡선(strain softening curve)로 모사할 수 있으나, ECC에 사용하는 매트릭스는 미세한 규사로 제조되는 모르타르이므로 일반 콘크리트에 비하여 선형 탄성에 가까운 거동을 하고(신경준 등, 2007), 1축 인장 거동을 모사하는데 균열 면 거동의 비선형성은 해석 결과에 미치는 영향이 크지 않기 때문에 이 연구에서는 매트릭스와 균열면 거동이 선형 탄성 거동을 한다고 가정하였다. 또한 재료의 불확실성을 고려하기 위하여 각 요소의 물성은 95% 신뢰 구간을 갖는 정규 분포 내에서 임의로 선정되도록 하였다. 해석 절차는 1) 요소 정의, 2) 요소별 응력-변형률(변위) 관계 부여, 3) 변위 제어를 통한 i 번째 단계에서 j 번째 요소에 유발된 응력 계산(σ_{idj}), 4) σ_{idj} 를 j 번째 요소의 균열 강도(σ_{cj})와 j 번째 요소의 최고 섬유 가교 응력(σ_{Bj})와 비교하는 과정으로 이루어진다. 4)의 과정에서 σ_{idj} 가 σ_{cj} 보다 크게 되면 그 요소는 균열면의 응력-변위 관계(즉, 섬유 가교 모델)을 따르도록 하였으며, 이 과정은 특정 요소에서 유발된 응력이 σ_{Bj} 보다 크게 되면 해석을 종료하도록 하였다.

4.3 1축 인장 거동 모사결과와 실험결과 비교

Figure 8은 1축 인장 거동의 수치해석에 의한 모사 결과와 실험결과를 비교한 것이다. 해석결과는 실험결과와 유사하게 다중 균열과 변형률 경화 거동을 보이고 있다. wc60와 wc48 실험체 모두 해석결과가 실험결과에 비하여 최대 인장 변형률이 약 10%정도 더 작게 나타났다. 이러한 결과는 슬래그를 넣을 경우 섬유 분산성이 더 좋아진다는 기존 실험결과(Kim 등, 2007)로 설명할 수 있으며, 섬유 분산성을 해석 과정에서 정량적으로 고려할 경우 보다 정확히 1축 인장 거동을 모사할 수 있을 것으로 판단된다. 섬유의 방향성을 2차원이나 3차원으로 가정한 경우 섬유 가교 곡선에서 최고 섬유 가교 응력이나 이에 해당하는 균열 개구 변위가 제안한 섬유 가교 모델에 비하여 작게 계산되었다. Figure 8에 나타난 바와 같이 섬유의 방향성을 2차원으로 가정한 경우 최대 인장 변형률은 실험결과에 비하여 약 50%정도 작게 나타났

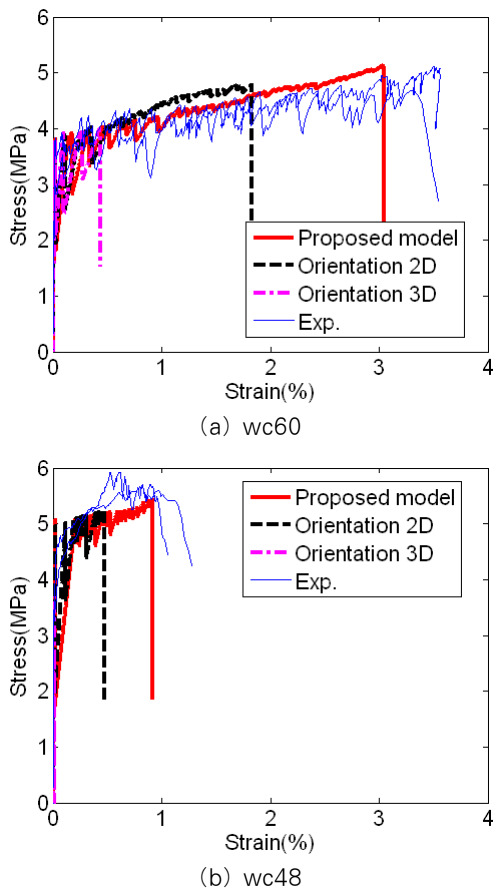


Figure 8 Comparison between numerical simulation and experiment results of uniaxial tension behavior

으며, 3차원으로 가정한 경우 최대 인장 변형률은 실험결과에 비하여 약 10%이하로 나타났다. 따라서 해석결과와 실험 결과의 비교를 통하여 이 연구에서 제안한 모델, 즉 보강섬유의 배향각에 대한 확률밀도함수를 고려한 ECC 내의 섬유 가교 모델을 이용하면 섬유의 방향성을 2차원이나 3차원으로 가정한 경우에 비하여 섬유보강 ECC의 1축 인장 거동을 보다 정확히 모사할 수 있다.

5. 결 론

이 연구에서는 ECC 내에 있는 보강섬유의 배향각 분포와 개수를 정량적으로 고려할 수 있는 섬유 가교 모델을 제시하였다. 섬유 배향각의 분포와 섬유 개수에 대한 이미지 분석 결과를 적용하여 섬유 가교 곡선을 구하고, 섬유 배향각의 분포를 2차원 또는 3차원으로 단순 가정한 기존의 방법으로 얻은 섬유 가교 곡선과 비교하였다. 제안한 섬유 가교 모델을 이용하여 구한 응력-변위 곡선(섬유의 가교 응력-개구 변위 곡선)을 기반으로 1축 인장 거동을 해석적으로 모사하였으며, 그 결과를 실험결과와 비교하여 이 연구에서 제안한

섬유 가교 모델의 타당성을 검증하였다. 이를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 이미지 분석을 통하여 계측한 섬유 배향각에 대한 확률밀도함수와 섬유 개수는 기존의 방법, 즉 섬유 배향각을 2차원이나 3차원으로 가정하였을 때에 결정된 값과는 큰 차이를 나타내었다. 따라서 섬유 분포 특성을 단순하게 가정하기 어려운 경우에는 섬유 분포 특성을 계측하여 얻은 결과를 적용하는 것이 타당한 것으로 판단된다.
- (2) 이미지 분석을 이용하여 계측한 섬유 배향각의 확률밀도함수를 바탕으로 평가된 섬유 가교 곡선은 섬유 배향각의 확률밀도함수를 2차원으로 가정하여 이론적으로 구한 섬유 가교 곡선과 전반적으로 유사한 거동을 나타내었다. 그러나 인장 변형 성능을 예측하는데 결정적 요인이 되는 초기 거동(최고 가교 응력 부근까지의 거동)은 서로 상이하게 평가되었다. 이는 섬유 분포 특성값, 즉 섬유의 배향각과 단면에서 계측된 섬유의 개수를 모두 고려하여 얻은 결과이기 때문에 섬유의 배향각이 특정 패턴이 있을 경우에는 섬유 분포 특성값을 고려하여 섬유 가교 곡선을 구하여야 한다.
- (3) 1축 인장 거동의 모사를 통하여 수치해석 결과가 실험 결과와 유사하게 다중 균열과 변형률 경화 거동을 보이는 것으로 나타났다. 해석결과와 실험결과와의 비교를 통하여 이 연구에서 제안한 모델, 즉 보강섬유의 배향각에 대한 확률밀도함수를 고려한 ECC 내의 섬유 가교 모델을 이용하면 섬유의 방향성을 2차원이나 3차원으로 가정한 경우에 비하여 ECC의 1축 인장 거동을 보다 정확히 모사할 수 있는 것으로 나타났다. 다만, 이 연구에서 적용한 방법은 절단면을 관찰하여야 한다는 단점 때문에 모든 경우에 적용하기에는 한계가 있고, 공장 프리캐스트 제품 등에 적용하기에 적합하다. 따라서 보다 범용적 활용을 위해서는 비파괴 기법을 이용하여 합성 섬유의 분포 특성을 계측하는 방법 등에 대한 추후 연구가 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

이 논문은 2008년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국 학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2008-314-D00421).

참 고 문 헌

- 김윤용** (2007) 시멘트계 모르타르 매트릭스를 활용한 섬유복합재료 ECC의 설계와 시공 성능, 한국복합재료학회지, 20(2), pp.21~26.
- 신경준, 장규현** (2007) 잔골재의 배합비에 따른 고성능 섬유보강 시멘트 복합체의 휨 거동 및 균열 특성, 대한토목학회 논문집, 27(5A), pp.735~743.
- Aveston, J., Cooper, G.A., Kelly, A.** (1971) Single and Multiple Fracture, In the Properties of Fiber Composites, Guildford, UK: IPC Science and Technology Press, pp.15~26.
- Cox, H.L.** (1952) The Elasticity and Strength of Paper and Other Fibrous Materials, *British Journal of Applied Physics*, 122(1), pp.10~18.
- Gao, Y.C., Mai, Y.W., Cotterell, B.** (1988) Fracture of Fiber-Reinforced Materials, *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 39, pp.550~558.
- Kanda, T., Li, V.C.** (1998) Interface Property and Apparent Strength of a High Strength Hydrophilic Fiber in Cement Matrix, *Journal of Materials in Civil Engineering*, 10(1), pp.5~13.
- Kanda, T., Lin, Z., Li, V.C.** (2000) Tensile Stress-Strain Modeling of Pseudo Strain-Hardening Cementitious Composites, *Journal of Materials in Civil Engineering*, 12(2), pp.147~156.
- Kim, J.K., Kim, J.S., Ha, G.J., Kim, Y.Y.** (2007) Tensile and Fiber Dispersion Performance of ECC (Engineered Cementitious Composites) Produced with Ground Granulated Blast Furnace Slag, *Cement and Concrete Research*, 37(7), pp.1096~1105.
- Lee, B.Y., Kim, J.K., Kim, J.S., Kim, Y.Y.** (2009) Quantitative Evaluation Technique of PVA(Polyvinyl Alcohol) Fiber Dispersion in Engineered Cementitious Composites, *Cement and Concrete Composite*, 31(6), pp.408~417.
- Leung, C.K.Y.** (1996) Design Criteria for Pseudoductile Fiber-Reinforced Composites, *Journal of Engineering Mechanics*, 122(1), pp.10~14.
- Li, V.C.** (1992) Post-Crack Scaling Relations for Fiber Reinforced Cementitious Composites, *Journal of Materials in Civil Engineering*, 4, pp.41~57.
- Li, V.C., Wu, C., Wang, S., Ogawa, A., Saito, T.** (2002) Interface Tailoring for Strain-Hardening Polyvinyl Alcohol-Engineered Cementitious Composite (PVA-ECC), *ACI Material Journal*, 99(5), pp.463~472.
- Lin, Z., Kanda, T., Li, V.C.** (1999) On Interface Property Characterization and Performance of Fiber Reinforced Cementitious Composites, *Concrete Science and Engineering(RILEM)*, 1 pp.173~184.
- Marshall, D.B., Cox, B.N.** (1988) A J-Integral Method for Calculating Steady-State Matrix Cracking Stressed in Composites, *Mechanics of Materials*, 7(2), pp.127~133.
- Morton, J., Groves, G.W.** (1976) The Effect of Metal Wires on the Fracture of a Brittle Matrix Composite, *Journal of Material Science*, 11, pp.617~622.
- Wu, C.** (2001) *Micromechanical Tailoring of PVA-ECC for Structural Application*, Ph. D. Thesis, University of Michigan.
- Wu, H.C., Li, V.C.** (1992) Snubbing and Bundling Effects on Multiple Crack Spacing of Discontinuous Random Fiber-Reinforced Brittle Matrix Composites, *Journal of American Ceramic Society*, 75(12), pp.3487~3489.
- Xia, M., Hamada, H., Maekawa, Z.** (1995) Flexural Stiffness of Injection Molded Glass Fiber Reinforced Thermoplastics, *International Polymer Processing*, 10(1), pp.74~81.
- Yang, E.H., Wang, S., Yang, Y., Li, V.C.** (2008) Fiber-Bridging Constitutive Law of Engineered Cementitious Composites, *Journal of Advanced Concrete Technology*, 6(1), pp.181~193.