

# 얼굴 인식을 위한 쌍대각 2DLDA 방법

## Bilateral Diagonal 2DLDA Method for Human Face Recognition

김영길\* · 송영준\*\* · 김동우\*\*\* · 안재형\*

Young-Gil Kim\*, Young-Jun Song\*\*, Dong-Woo Kim\*\*\* and Jae-Hyeong Ahn\*

\* 충북대학교 전자정보대학 영상통신연구실

\*\* 충북대학교 충북BIT연구중심대학육성사업단

\*\*\* (주) 이씨엠

### 요 약

본 논문에서는 얼굴을 인식하기 위한 쌍대각 2차원 LDA를 제안하였다. 기존의 Dia2DPCA와 Dia2DLDA가 대각 방향 영상들의 행 변화량과 열 변화량 사이의 상관관을 제한하기 위하여 제안되어지고 있다. 그러나 이러한 방법들은 영상들의 행방향으로 동작한다. 제한 방법에 있어서 행방향의 투영 행렬은 기존 방법과 전혀 다르게 대각 방향 얼굴 영상들의 열 변화량을 고려한 클래스 간의 공분산 행렬과 클래스 내의 공분산 행렬을 이용함으로써 얻어진다. 그리고 열방향의 투영 행렬은 대각 방향 얼굴 영상들의 행 변화량을 고려한 클래스 간의 공분산 행렬과 클래스 내의 공분산 행렬을 이용함으로써 얻어진다. 좌우 양측의 투영 방법은 투영 행렬들을 좌우로 곱함으로써 적용된다. 그 결과로 특징 행렬의 차원과 계산 시간이 감소된다.

ORL 얼굴 데이터베이스에서 수행된 실험들은 Frobenius, Yang, AMD와 같은 3가지 거리 척도를 사용하여 2DPCA, B2DPCA, 2DLDA 등과 같은 다른 얼굴 인식 방법들보다 제안된 방법의 인식률이 높음을 보여준다.

### Abstract

In this paper, a method called bilateral diagonal 2DLDA is proposed for face recognition. Two methods called Dia2DPCA and Dia2DLDA were suggested to reserve the correlations between the variations in the rows and columns of diagonal images. However, these methods work in the row direction of these images. A row-directional projection matrix can be obtained by calculating the between-class and within-class covariance matrices making an allowance for the column variation of alternative diagonal face images. In addition, column-directional projection matrix can be obtained by calculating the between-class and within-class covariance matrices making an allowance for the row variation in diagonal images. A bilateral projection scheme was applied using left and right multiplying projection matrices. As a result, the dimension of the feature matrix and computation time can be reduced.

Experiments carried out on an ORL face database show that the proposed method with three different distance measures, namely, Frobenius, Yang and AMD, is more accurate than some methods, such as 2DPCA, B2DPCA, 2DLDA, etc.

**Key Words** : Linear discriminant analysis(LDA), 2DLDA, Diagonal 2DLDA, Face recognition.

## 1. 서 론

PCA와 LDA는 패턴 인식과 컴퓨터 비전 등의 분야에서 널리 이용되는 전통적인 특징 추출과 데이터 표현에 관한 기술들이다. Sirovich와 Kirby는 1987년에 얼굴 영상들을 효율적으로 표현하고자 처음으로 PCA를 적용하였다[1]. Turk와 Pentland는 얼굴 인식을 위한 Eigenfaces 방법을 제안하였다[2]. Belhumeur 등은 LDA를 이용하여 클래스 간의 판별 능력이 높은 Fisherfaces 얼굴 인식 방법을 제안하였다[3].

최근에 PCA와 관련된 방법으로 ICA와 Kernel PCA가

많은 관심을 받고 있다. Bartlett 등은 코사인인 유사도 척도로 사용될 때 PCA보다 ICA가 우수함을 보였다[4]. Yang은 얼굴 특징 추출과 인식을 위해 Kernel PCA를 사용한 Kernel Eigenfaces 방법이 기존의 Eigenfaces 방법보다 우수함을 보여주었다[5]. 하지만, ICA와 Kernel PCA 방법들은 PCA 방법보다 계산량이 많아지는 단점이 있다.

Lee와 Seung에 의해 제안된 NMF는 주어진 행렬을 음수가 아닌 기저 행렬과 인코딩 행렬로 분해하는 방법이다 [6]. 이 방법은 부분 기반의 표현 (part-based representation)이 가능하다. Guillaumet와 Vitria 등은 얼굴 인식에 NMF를 적용하여 표정 변화와 선글라스, 마스크 착용 등의 가려짐이 있는 경우에 기존의 PCA 방법에 비하여 인식 성능이 높음을 보였다[7].

앞서 언급되었듯이 벡터 표현에 기반을 둔 얼굴 인식 방법들은 2차원 얼굴 영상들을 1차원 벡터들로 변환하는 과정이 선행되어야 한다. 이렇게 변환된 얼굴 벡터들은 훈련 표본들의 수에 비해 지나치게 높은 고차원의 벡터 공간을 형

접수일자 : 2009년 4월 21일

완료일자 : 2009년 10월 10일

본 연구는 2009년 교육과학기술부의 지원 받아 수행된 연구임(지역거점연구단육성사업/충북BIT연구중심대학육성사업단)

성하므로 최적의 투영 벡터를 찾는 시간이 많이 소요된다. 또한, 공분산 행렬의 특이성 문제로 말미암아 투영 벡터들을 계산하기가 매우 어려워진다.

최근에 Yang 등은 2DPCA라는 새로운 데이터 표현과 인식에 관한 기술을 제안하였다[8][9]. 2DPCA는 기존의 PCA와는 달리 2차원 얼굴 영상들을 1차원 벡터들로 변환하는 과정을 거치지 않는다. 따라서 공분산 행렬은 영상 자체를 이용하여 정확히 계산될 수 있다. 또한, 2DPCA는 공분산 행렬의 크기가 작아서 훈련과 특징 추출에 걸리는 시간이 PCA보다 훨씬 더 적게 걸리고 인식률도 높다. 이러한 장점 때문에 2차원 행렬 표현에 기반을 둔 얼굴 인식 방법들은 기존의 벡터 표현에 기반을 둔 얼굴 인식 방법을 접목하는 추세다. 대표적인 방법들로는 B2DPCA[10], Dia2DPCA[11], 2DLDA[12], Dia2DLDA[13] 등이 있다.

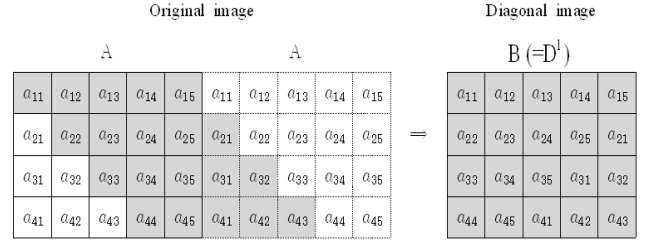
본 논문에서는 얼굴 인식하기 위한 쌍대각 2차원 LDA를 제안하였다. 행방향의 투영 행렬은 기존 방법과 전혀 다르게 대각 방향 얼굴 영상들의 열 변화량을 고려한 클래스 간의 공분산 행렬과 클래스 내의 공분산 행렬을 이용함으로써 얻어진다. 그리고 열방향의 투영 행렬은 대각 방향 얼굴 영상들의 행 변화량을 고려한 클래스 간의 공분산 행렬과 클래스 내의 공분산 행렬을 이용함으로써 얻어진다. 좌우 양측의 투영 방법은 투영 행렬들을 좌우로 곱함으로써 행해진다. 그 결과로 특징 행렬의 차원과 계산 시간이 감소한다. 또한, 제안된 방법과 2DLDA를 결합한 방법은 인식률과 안정성 면에서 효율적이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기존의 대각 2DLDA 얼굴 인식 알고리즘에 대하여 살펴본다. 3장에서는 본 논문에서 제안된 쌍대각 2차원 LDA를 설명한다. 4장에서는 3장에서 제안한 알고리즘을 적용하여 실험한 결과를 분석하고, 마지막으로 5장에서는 결론 및 앞으로의 연구 방향으로 끝을 맺는다.

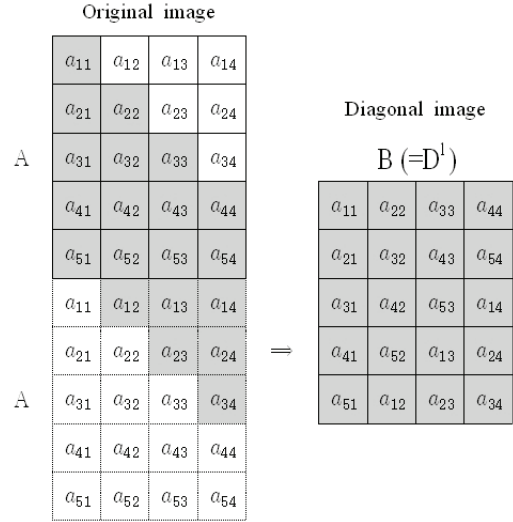
## 2. 대각 2DLDA(Dia2DLDA)

Noushath 등은 Dia2DPCA에서 아이디어를 얻어서 대각 방향 얼굴을 이용한 Dia2DLDA (Diagonal two-dimensional LDA)를 제안했다[13]. 또한, 특징 행렬의 크기를 줄이기 위해서 Dia2DLDA에 2DLDA를 결합하였다. Alsaqre 등은 Dia2DPCA에서 얻은 투영 행렬을 이용하여 차원을 줄인 후 Dia2DLDA를 적용한 방법을 제안하였다[14].

각각  $N_i (i=1, 2, \dots, C)$  개의 얼굴 영상을 갖는  $C$  개의 클래스가 있다고 하자. 이때 총 영상 수  $N$ 은 모든  $N_i$ 의 합으로 표현한다.  $m \times n$  크기를 갖는  $N$ 개의 훈련 영상  $A_i (i=1, 2, \dots, N)$ 가 있을 때 대각 방향 얼굴 영상은 두 가지 방법에 의해서 생성된다. 그림 1은 대각 얼굴 영상을 생성하는 방법을 도시하고 있다. 첫 번째 방법은 얼굴 영상의 세로  $m$ 이 가로  $n$ 보다 작거나 같은 경우로, 그림 1 (a)에 도시된 것처럼 원 영상 A의 대각 방향 영상 B를 생성한다. 두 번째 방법은 얼굴 영상의 세로  $m$ 이 가로  $n$ 보다 크면 그림 1 (b)에 도시된 것처럼 원 영상 A의 대각 방향 영상 B를 생성한다. 따라서 각각의 얼굴 영상  $A_i$ 에 대응되는 원 영상과 같은 크기를 갖는 대각 방향 얼굴  $B_i$ 를 유도할 수 있다.



(a) 가로가 세로보다 큰 경우



(b) 세로가 가로보다 큰 경우

그림 1. 대각 얼굴 영상을 생성하는 방법의 도시

Fig. 1. Illustration of the ways for deriving the diagonal face images

대각 방향 얼굴에 기반을 둔 클래스 간의 공분산 행렬 ( $G_b$ )과 클래스 내의 공분산 행렬( $G_w$ )는 식 (1)과 같이 나타낸다.

$$G_b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C N_i (\bar{B}_i - \bar{B})^T (\bar{B}_i - \bar{B})$$

$$G_w = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C \sum_{k \in C_i} (B_k - \bar{B}_i)^T (B_k - \bar{B}_i)$$
(1)

여기서  $k$ 는 트레이닝 샘플의 수를 의미한다.  $\bar{B}$ 는 대각 방향 얼굴의 전체 평균 행렬을 나타내고,  $\bar{B}_i$ 는  $i$ 번째 클래스의 평균 대각 방향 얼굴을 나타낸다.  $G_b$ 와  $G_w$ 는 둘 다  $n \times n$  크기의 비음의 정부호(nonnegative definite) 행렬이며 항상 비특이행렬이다.

판별 기준 함수  $J(X)$ 는 식 (2)와 같이 나타낸다.

$$J(X) = \frac{X^T G_b X}{X^T G_w X}$$
(2)

여기서  $X$ 는  $J(X)$ 를 최대화하고자 클래스 간의 공분산 행렬을 최대하고 클래스 내의 공분산 행렬을 최소로 하는 투영 벡터를 찾는 것이다.  $G_w$ 가 특이 행렬이 아니므로 식 (3)으로부터 투영 벡터를 구할 수 있다. 즉 최적 투영 벡터  $X_1, \dots, X_d$ 는 고유값의 크기가 큰 순서부터 정렬했을 때  $d$ 개의 고유벡터로 구성된다.

$$\begin{aligned} G_b X &= \lambda G_w X \\ (G_w)^{-1} G_b X &= \lambda X \end{aligned} \quad (3)$$

최적 투영 벡터를 찾아낸 후에는 이를 이용하여 특징 행렬을 구할 수 있다. 우선 영상 A에 대해 특징 벡터를 식 (4)를 이용하여 구한다.

$$C_k = AX_k, k=1, 2, L, d \quad (4)$$

여기서 구한 특징 벡터들은  $m \times d$  크기의 행렬  $C = [C_1, \dots, C_d]$ 를 형성하게 되고, 이를 특징 행렬이라 한다.

특징 행렬의 크기도 줄이고, 인식률을 높이고자 2DLDA와 결합하는 방법도 제안되었다. 앞에서 언급된 Dia2DLDA 알고리즘에 의해 얻어진 투영 행렬  $X = [X_1, \dots, X_d]$ 는  $n \times d$  크기이다. 2DLDA의 최적 투영 행렬 Y는 영상의 크기에 따라 두 가지 방법에 의해서 계산된다. 첫 번째는 얼굴 영상의 세로  $m$ 과 가로  $n$ 이 같은 경우에, 투영 행렬 Y는  $H_w^{-1}H_b$ 의 가장 큰  $q$ 개의 고유값에 해당하는 고유벡터들로 구성된다. 여기서  $H_b$ 와  $H_w$ 는 각각 클래스 간의 공분산 행렬과 클래스 내의 공분산 행렬로서 식 (5)와 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} H_b &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C N_i (\bar{A}_i - \bar{A})^T (\bar{A}_i - \bar{A}) \\ H_w &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C \sum_{k \in C_i} (A_k - \bar{A}_i)^T (A_k - \bar{A}_i) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $k$ 는 트레이닝 샘플의 개수를 의미한다.  $\bar{A}$ 는 전체 평균 얼굴을 나타내고,  $\bar{A}_i$ 는  $i$ 번째 클래스의 평균 행렬을 나타낸다.

두 번째는 얼굴 영상의 세로  $m$ 과 가로  $n$ 이 동일하지 않은 경우에, 투영 행렬 Y는  $H_w^{-1}H_b$ 의 가장 큰  $q$ 개의 고유값에 해당하는 고유벡터들로 구성된다. 여기서  $H_b$ 와  $H_w$ 는 각각 클래스 간의 공분산 행렬과 클래스 내의 공분산 행렬로서 식 (6)과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} H_b &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C N_i (\bar{A}_i - \bar{A})(\bar{A}_i - \bar{A})^T \\ H_w &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C \sum_{k \in C_i} (A_k - \bar{A}_i)(A_k - \bar{A}_i)^T \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $k$ 는 트레이닝 샘플의 개수를 의미한다.  $\bar{A}$ 는 전체 평균 얼굴을 나타내고,  $\bar{A}_i$ 는  $i$ 번째 클래스의 평균 행렬을 나타낸다.

$N$ 개의 훈련 영상  $A_i (i=1, 2, \dots, N)$ 를 X와 Y에 투영하면 특징 벡터  $C_i (i=1, 2, \dots, N)$ 를 구할 수 있다. 테스트 얼굴 영상 A가 주어지면 우선 식 (7)에 의해 특징 행렬 C를 구한다. 그 후 식 (8)이 유사도를 측정하고자 사용된다.

$$\begin{aligned} C_{(i,j)} &= Y_i^T A X_j, i=1, 2, \dots, q, j=1, 2, \dots, d \quad (7) \\ d(C, C_k) &= \|C - C_k\| = \sqrt{\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^d (C^{(i,j)} - C_k^{(i,j)})^2} \quad (8) \end{aligned}$$

### 3. 쌍대각 2차원 LDA를 이용한 방법

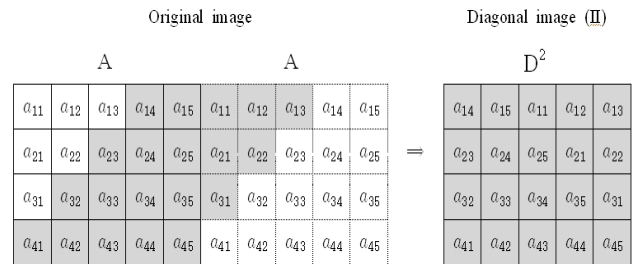
1차원 벡터 공간에서의 투영 벡터에 기반을 둔 접근 방법과 달리, 2차원 선형 판별 학습들은 2차원 영상 자체를

행렬로 두고 이를 통해 영상의 공분산 행렬을 직접 구할 수 있는 새로운 방법이며, 이를 통해 고차원 공간에서의 계산 문제나 공분산 행렬의 특이성 문제에 따른 계산상의 어려움을 획기적으로 피할 수 있게 되었다.

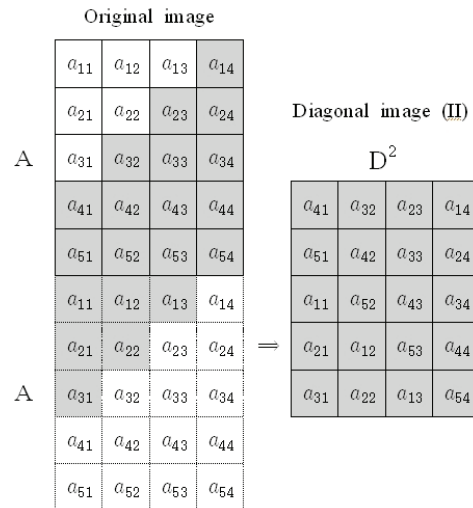
Dia2DPCA와 Dia2DLDA는 대각 방향 얼굴로부터 열방향의 변화량만을 고려하여 최적 투영 벡터들을 찾는다. 여기서 이용된 대각 방향 얼굴은 3사분면 기준으로 양의 대각 방향으로 생성된다. 그러나 이러한 방법들은 한쪽 대각 방향으로만 고려한 판별 학습으로 다른 쪽 대각 방향을 동시에 고려한 판별 학습 방법을 사용한다면 보다 효율적이고 인식률을 높일 수 있을 것으로 예상하여, 본 논문에서는 쌍대각 2차원 LDA를 제안한다.

#### 3.1 대각 방향 얼굴 생성

대각 방향 얼굴 영상들로부터 투영 벡터를 찾을 때 이용되는 대각 방향 얼굴을 생성하는 방법은 다음과 같다. 대각 방향 얼굴은 두 가지 형태로 구분한다. 첫 번째 대각 방향 얼굴은 그림 1과 같이 기존의 대각 방향 얼굴 생성 방법에 의해서 생성된다. 3사분면 기준으로 양의 대각 방향으로 생성한 형태의 얼굴을 대각 방향 얼굴 (I)이라 명명한다. 두 번째 대각 방향 얼굴은 4사분면 기준으로 음의 대각 방향으로 생성한 형태의 얼굴을 대각 방향 얼굴 (II)라 한다.



(a) 가로가 세로보다 큰 경우



(b) 세로가 가로보다 큰 경우

그림 2. 대각 얼굴 영상 (II)를 생성하는 방법 도식  
Fig. 2. Illustration of the ways for deriving the diagonal face images (II)

$m \times n$  크기를 갖는  $N$ 개의 훈련 영상  $A_i (i=1, 2, \dots, N)$ 이 있을 때 대각 방향 얼굴 영상들은 얼굴 영상의 크기에

따라 두 가지 방법에 의해서 생성된다. 첫 번째 방법은 얼굴 영상의 세로  $m$ 이 가로  $n$ 보다 작거나 같은 경우 그림 1 (a)와 그림 2 (a)에 도시된 것처럼 원 영상 A의 대각 방향 얼굴 (I)  $D^1$ 과 대각 방향 얼굴 (II)  $D^2$ 를 생성한다. 두 번째 방법은 얼굴 영상의 세로  $m$ 이 가로  $n$ 보다 크면 그림 1 (b)와 그림 2 (b)에 도시된 것처럼 원 영상 A의 대각 방향 얼굴 (I)  $D^1$ 과 대각 방향 얼굴 (II)  $D^2$ 를 생성한다. 따라서 각각의 얼굴 영상  $A_k$ 에 대응되는 원 영상과 같은 크기를 갖는 대각 방향 얼굴 (I)  $D_k^1$ 과 대각 방향 얼굴 (II)  $D_k^2$ 를 유도할 수 있다.

### 3.2 대각 방향 얼굴에 대한 투영 행렬

#### 3.2.1 대각 방향 얼굴 (I)에 대한 열방향 투영 행렬

각각  $N_i (i=1, \dots, k)$ 개의 얼굴 영상을 갖는  $k$ 개의 클래스가 있다고 하자. 이때 총 영상 수  $N$ 은 모든  $N_i$ 의 합으로 표현할 수 있다.  $m \times n$  크기의 얼굴 영상  $A_i (i=1, \dots, N)$ 가 있을 때 이에 대응하는 것은 대각 방향 얼굴(I)의  $D_i^1 (i=1, \dots, k)$ 이다. 식 (9)는 클래스별 분리도를 최대로 하는 축들로 구성된 부공간을 찾고자 다음과 같이 클래스 간의 공분산 행렬( $G^b$ )과 클래스 내의 공분산 행렬( $G^w$ )로 정의한다.

$$G_b^{\text{col}} = \sum_{i=1}^k N_i (\bar{D}_i^1 - \bar{D}^1) (\bar{D}_i^1 - \bar{D}^1)^T$$

$$G_w^{\text{col}} = \sum_{i=1}^k \sum_{D_i^1 \in C_i} (D_i^1 - \bar{D}_i^1) (D_i^1 - \bar{D}_i^1)^T \quad (9)$$

여기서  $k$ 는 클래스의 수를 의미한다.  $\bar{D}^1$ 는 대각 방향 얼굴 (I)의 전체 평균 행렬을 나타내고,  $\bar{D}_i^1$ 는  $i$ 번째 클래스의 평균 행렬을 나타낸다.  $G^b$ 와  $G^w$ 는 둘 다  $m \times m$  크기의 비음의 정부호 행렬이며 항상 비특이행렬이다.

관별 기준 함수  $\mathcal{J}(Y_{\text{col}})$ 는 식 (10)과 같이 나타낸다.

$$\mathcal{J}(Y_{\text{col}}) = \frac{Y_{\text{col}}^T G_b^{\text{col}} Y_{\text{col}}}{Y_{\text{col}}^T G_w^{\text{col}} Y_{\text{col}}} \quad (10)$$

여기서  $Y_{\text{col}}$ 는  $\mathcal{J}(Y_{\text{col}})$ 를 최대화하고자 결국 클래스 간의 공분산 행렬을 최대로 하고 클래스 내의 공분산 행렬을 최소로 하는 투영 벡터를 찾는 것이다.  $G^w$ 가 특이행렬이 아니므로 식 (11)로부터 투영 벡터를 구할 수 있다. 즉 최적 투영 벡터  $Y_1^{\text{col}}, \dots, Y_q^{\text{col}}$ 는 고유값의 크기가 큰 순서부터 정렬했을 때  $q$ 개의 고유벡터로 구성된다.

$$G_b^{\text{col}} Y_{\text{col}} = \lambda G_w^{\text{col}} Y_{\text{col}}$$

$$(G_w^{\text{col}})^{-1} G_b^{\text{col}} Y_{\text{col}} = \lambda Y_{\text{col}} \quad (11)$$

#### 3.2.2 대각 방향 얼굴 (II)에 대한 행방향 투영 행렬

각각  $N_i (i=1, \dots, k)$ 개의 얼굴 영상을 갖는  $k$ 개의 클래스가 있다고 하자. 이때 총 영상 수  $N$ 은 모든  $N_i$ 의 합으로 표현할 수 있다.  $m \times n$  크기의 얼굴 영상  $A_i (i=1, \dots, N)$ 가 있을 때 이에 대응하는 것은 대각 방향 얼굴 (II)의  $D_i^2 (i=1, \dots, k)$ 이다. 식 (12)는 클래스별 분리도를 최대로 하는 축들로 구성된 부공간을 찾고자 다음과 같이 클래스 간의 공분산 행렬( $H_b^{\text{row}}$ )과 클래스 내의 공분산 행렬( $H_w^{\text{row}}$ )로

정의한다.

$$H_b^{\text{row}} = \sum_{i=1}^k N_i (\bar{D}_i^2 - \bar{D}^2)^T (\bar{D}_i^2 - \bar{D}^2)$$

$$H_w^{\text{row}} = \sum_{i=1}^k \sum_{D_i^2 \in C_i} (D_i^2 - \bar{D}_i^2)^T (D_i^2 - \bar{D}_i^2) \quad (12)$$

여기서  $k$ 는 클래스의 수를 의미한다.  $\bar{D}^2$ 는 대각 방향 얼굴 (II)의 전체 평균 행렬을 나타내고,  $\bar{D}_i^2$ 는  $i$ 번째 클래스의 평균 행렬을 나타낸다.  $H_b^{\text{row}}$ 와  $H_w^{\text{row}}$ 는 둘 다  $n \times n$  크기의 비음의 정부호 행렬이며 항상 비특이행렬이다.

관별 기준 함수  $\mathcal{J}(Z_{\text{row}})$ 는 식 (13)과 같이 나타낸다.

$$\mathcal{J}(Z_{\text{row}}) = \frac{Z_{\text{row}}^T H_b^{\text{row}} Z_{\text{row}}}{Z_{\text{row}}^T H_w^{\text{row}} Z_{\text{row}}} \quad (13)$$

여기서  $Z_{\text{row}}$ 는  $\mathcal{J}(Z_{\text{row}})$ 를 최대화하고자 결국 클래스 간의 공분산 행렬을 최대로 하고 클래스 내의 공분산 행렬을 최소로 하는 투영 벡터를 찾는 것이다.  $H_w^{\text{row}}$ 가 특이행렬이 아니므로 식 (14)로부터 투영 벡터를 구할 수 있다. 즉 최적 투영 벡터  $Z_1^{\text{row}}, \dots, Z_p^{\text{row}}$ 는 고유값의 크기가 큰 순서부터 정렬했을 때  $p$ 개의 고유벡터로 구성된다.

$$H_b^{\text{row}} Z_{\text{row}} = \lambda H_w^{\text{row}} Z_{\text{row}}$$

$$(H_w^{\text{row}})^{-1} H_b^{\text{row}} Z_{\text{row}} = \lambda Z_{\text{row}} \quad (14)$$

### 3.3 선택적 부공간 투영의 얼굴 인식

3.1절에서 논한 대각 방향 얼굴 생성 방법에 의하여 3.2절에서는 각각의 대각 방향 얼굴에 대한 투영 행렬을 계산한다. 본 절에서는 쌍대각 2차원 LDA 알고리즘을 적용하여 특징 행렬을 생성하는 방법을 제안한다.

첫 번째 방법은 두 가지 대각 방향 얼굴을 모두 고려한 투영 행렬을 이용하여 식 (15)와 같이 동시에 투영하여 특징 행렬을 구한다. 식 (15)는 BDia2DLDA라 명명한다.

$$C = Y_{\text{col}}^T A Z_{\text{row}} \quad (15)$$

여기서  $Y_{\text{col}}$ 는 대각 방향 얼굴 (I)에 대한 열방향 투영 행렬이고,  $Z_{\text{row}}$ 는 대각 방향 얼굴 (II)에 대한 행방향 투영 행렬이다.  $Y_{\text{col}}$ 와  $Z_{\text{row}}$ 는 각각  $m \times q$ 와  $n \times p$  차원을 갖는다.

두 번째 방법은 두 가지 대각 방향 얼굴을 모두 고려한 특징 행렬과 2DLDA를 결합하여 식 (16)과 같이 특징 행렬을 구한다. 식 (16)은 BDia2DLDA+2DLDA라 명명한다.

$$C_1 = Y_{\text{col}}^T A Z_{\text{row}} \quad (16a)$$

$$C_2 = X_{\text{col}}^T A X_{\text{row}} \quad (16b)$$

여기서  $C_1$ 은 쌍대각 2차원 LDA에 의한 특징 행렬이고  $C_2$ 는 양방향 2DLDA에 의한 특징 행렬이다.  $Y_{\text{col}}$ 는 대각 방향 얼굴 (I)에 대한 열방향 투영 행렬이고,  $Z_{\text{row}}$ 는 대각 방향 얼굴 (II)에 대한 행방향 투영 행렬이다.  $X_{\text{col}}$ 는 원 영상에 대한 열방향 투영 행렬이고,  $X_{\text{row}}$ 는 원 영상에 대한 행방향 투영 행렬이다.

두 개의 특징 행렬  $X = (x_{ij})_{m \times n}$ 와  $Y = (y_{ij})_{m \times n}$ 가 있을 때 두 특징 행렬 사이의 유사도는 다음의 거리 척도에 의하여 측정된다.

Frobenius 거리[15]는 식 (17)과 같다.

$$d(X, Y) = \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - y_{ij})^2 \right)^{1/2} \quad (17)$$

Yang 거리[9]는 식 (18)과 같다.

$$d(X, Y) = \sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^n (x_{ij} - y_{ij})^2 \right)^{1/2} \quad (18)$$

AMD 거리[16]는 식 (19)와 같다.

$$d(X, Y) = \left( \sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^n (x_{ij} - y_{ij})^{p_1} \right)^{p_2/p_1} \right)^{1/p_2} \quad (19)$$

### 4. 실험 결과

본 논문에서는 제안된 방법의 성능을 평가하고자 ORL 얼굴 데이터베이스를 사용하였다. ORL 얼굴 데이터베이스는 영국 Cambridge의 Olivetti Research Laboratory에서 1992년 4월부터 1994년 4월까지 40명에 대해 사람당 서로 다른 조명의 위치, 얼굴 표정과 안경 착용 여부, 자세에 따라 10장씩 획득한 영상들로 구성되어 있다. 이러한 구성 때문에 얼굴 인식 성능을 평가하고자 많이 사용되고 있다. 각 영상의 크기는 112×92이며 8비트 그레이 레벨을 갖는다. 그림 3은 ORL 얼굴 데이터베이스의 40명 중 첫 번째 사람에 해당하는 10장의 영상을 보여준다.



그림 3. ORL 데이터베이스에서 개인당 10장의 영상들  
Fig. 3. Ten images of one individual in the ORL database

표 1은 112×92 크기의 얼굴 영상에서 기존의 방법들과 제안된 방법에 대하여 3개의 거리 척도를 사용한 최대 인식률과 차원을 보여준다. 3개의 거리 척도 모두에서 제안된 방법이 기존의 방법들보다 높은 인식률을 보인다. 또한, 특징 행렬의 크기 면에서 보면 Yang 거리 척도에서 2DLDA는 112×5 크기를 가지는 반면에 제안된 방법은 8×5 크기를 갖는다. 따라서 제안된 방법은 인식 시간을 줄일 수 있다.

그림 4는 112×92 크기의 얼굴 영상에서 훈련 영상의 수를 클래스당 2개에서 8개까지 변화시킬 때 기존의 방법들과 제안된 방법에 대하여 3개의 거리 척도를 사용한 얼굴 인식 시스템의 인식률 변화를 보여준다. 3개의 거리 척도 모두에서 제안된 방법이 기존의 방법들보다 대체적으로 높은 인식률을 보인다. AMD 거리 척도를 사용했을 때, 훈련 영상의 수가 3개일 경우에 한쪽 방향의 대각 얼굴을 이용한 기존의 Dia2DLDA 방법은 90.7%의 최고 인식률을 보이지만 제안

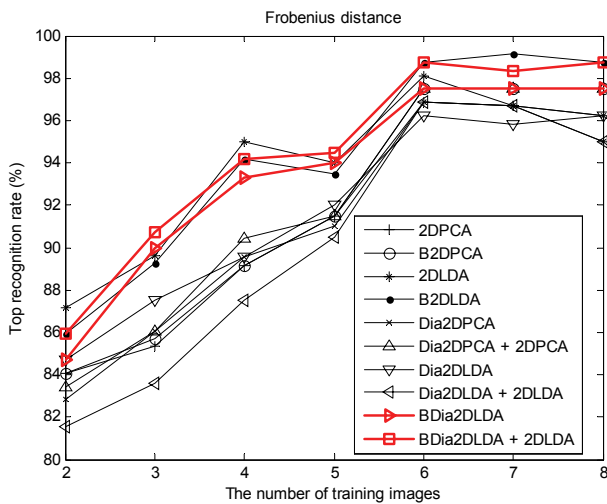
된 방법은 92.5%의 최고 인식률이 나오고, 제안된 방법과 2DLDA를 결합한 방법은 93.2%의 최고 인식률을 얻을 수 있다. 그리고 훈련 영상의 수가 6개일 경우에 기존의 Dia2DLDA 방법은 97.5%의 최고 인식률을 보이지만 제안된 방법은 98.1%의 최고 인식률이 나오고, 제안된 방법과 2DLDA를 결합한 방법은 99.4%의 최대 인식률을 얻을 수 있다. 따라서 제안된 방법은 기존의 방법들보다 인식률과 안정성 면에서 효율적임을 알 수 있다. 제안된 방법은 분산이 0.05인 가우시안 잡음이 추가된 경우, Yang의 거리 척도를 사용하였을 때 최대 93.5%라는 높은 인식률을 보였다. 이에 비해 기존의 Dia2DLDA는 약 91.5%의 인식률을 보임에 따라 제안 방법이 더 우수함을 알 수 있다. 또한 조명에 대하여 실험한 결과 AMD 거리 척도를 사용한 경우, 좌측 방향의 광원에 대해 우수함을 알 수 있었다.

표 1. 서로 다른 거리 척도에 따른 최고 인식률 비교  
Table 1. Comparison of the top recognition rate of other methods

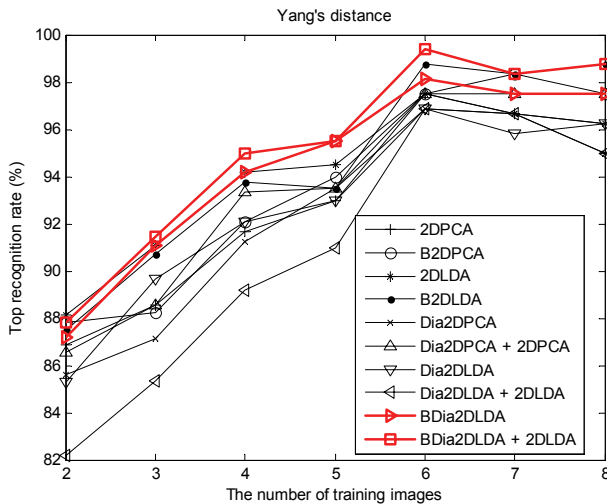
거리 척도 방법		Frobenius	Yang	AMD
2DPCA	인식률	91.5	93.0	95.0
	차원	112x8	112x7	112x4
B2DPCA	인식률	91.5	94.0	94.5
	차원	11x8	11x8	9x4
2DLDA	인식률	94.0	94.5	94.0
	차원	112x6	112x5	112x7
B2DLDA	인식률	93.5	93.5	92.0
	차원	12x5	8x3	8x3
Dia2DPCA	인식률	91.0	93.5	93.0
	차원	112x7	112x9	112x7
Dia2DPCA+2DPCA	인식률	91.5	93.5	93.5
	차원	11x10	11x10	10x9
Dia2DLDA	인식률	92.0	93.0	93.5
	차원	112x7	112x6	112x6
Dia2DLDA+2DLDA	인식률	90.5	91.0	92.0
	차원	6x7	11x6	10x6
BDia2DLDA	인식률	94.0	95.5	95.5
	차원	8x5	8x5	6x4
BDia2DLDA+2DLDA	인식률	94.5	95.5	96.0
	차원	4x5	4x6	7x5

### 5. 결론

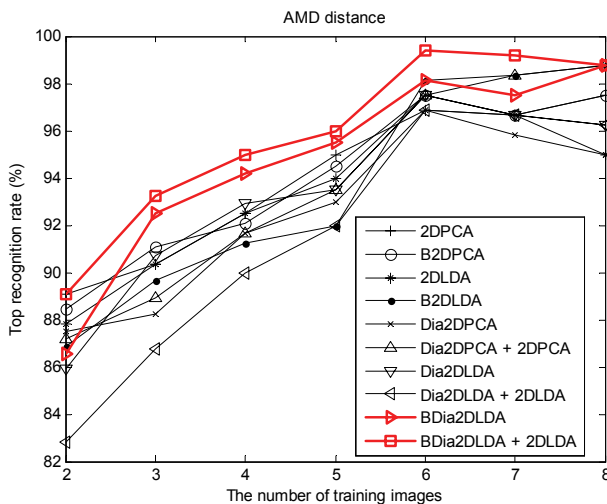
본 논문에서는 얼굴 인식하기 위한 쌍대각 2차원 LDA를 제안하였다. 1차원 벡터로 표현된 얼굴 영상들은 훈련 표본들의 수에 비해 지나치게 높은 고차원의 벡터 공간을 형성한다. 따라서 공분산 행렬의 크기가 크고, 상대적으로 훈련 표본들의 수가 작기 때문에 공분산 행렬을 정확히 계산하기가 어렵다. 또한, 큰 공분산 행렬의 고유벡터의 계산은 많은 시간이 소요되었다.



(a) Frobenius distance



(b) Yang's distance



(c) AMD distance

그림 4. 서로 다른 거리 척도에 따른 인식률 비교  
Fig. 4. Comparison of the recognition rates of other methods with different distance measures

2차원 행렬에 기반을 둔 선형 판별 학습들은 2차원 영상 자체를 행렬로 두고 이를 통해 영상의 공분산 행렬을 직접 구할 수 있는 새로운 방법이며, 이를 통해 고차원 공간에서의 계산 문제나 공분산 행렬의 특이성 문제에 따른 계산상의 어려움을 획기적으로 피할 수 있었다.

따라서 본 논문에서는 행렬 표현에 기반을 둔 새로운 2차원 선형 판별 학습 알고리즘을 제안하였다. Dia2DPCA과 Dia2DLDA 등의 판별 학습들은 대각 방향 얼굴로부터 행 방향의 변화량만을 고려하여 최적 투영 벡터들을 찾는다. 여기서 이용된 대각 방향 얼굴은 3사분면 기준으로 양의 대각 방향으로 생성된다. 제안된 방법은 4사분면 기준으로 음의 대각 방향으로 생성된 대각 방향 얼굴을 생성하여 새로운 투영 벡터들을 찾았다. 얼굴 영상을 양방향으로 동시에 투영한 결과는 특징 행렬의 크기가 줄어들기에 잡음과 조명의 영향에 덜 민감한 결과를 가져왔으며, 인식 속도가 빨라지고 저장 공간도 많이 줄어들었다. 이렇게 특징 행렬의 크기가 줄어도 인식률은 거의 변하지 않았다.

따라서 본 논문에서 제안한 쌍대각 2차원 LDA는 특징 행렬의 크기가 매우 작아서 잡음과 조명의 영향에 덜 민감하며, 특징 행렬의 크기가 큰 기존의 방법과 비교해서 높은 인식률을 보였다.

앞으로 작은 크기의 특징 행렬로 높은 인식률을 얻으려면 2차원 영상 공분산 행렬 이외에 새로운 차원에 관한 연구가 필요하다. 또한, 유사도 비교 방법을 개선함으로써 같은 특징 행렬로 더 높은 인식률을 얻기 위한 연구가 필요하다.

## 참고 문헌

- [1] L. Sirovich and M. Kirby, "Low-dimensional procedure for the characterization of human faces," *J. Opt. Soc. Amer.*, Vol. 4, pp. 519-524, 1987.
- [2] M. Turk and A. Pentland, "Eigenfaces for Recognition," *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol. 3, No. 1, pp. 72-86, 1991.
- [3] P. N. Belhumeur, J. P. Hespanha, and D. J. Kriegman, "Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using class specific linear projection," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 19, No. 7, pp. 711-720, 1997.
- [4] M. S. Bartlett, J. R. Movellan, and T. J. Sejnowski, "Face Recognition by Independent Component Analysis," *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 13, No. 6, pp. 1450-1464, 2002.
- [5] M. H. Yang, "Kernel Eigenfaces vs. Kernel Fisherfaces: Face Recognition Using Kernel Methods," *IEEE Conf. Automatic Face and Gesture Recognition*, pp. 215-220, 2002.
- [6] D. D. Lee and H. S. Seung, "Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization," *Nature*, Vol. 401, pp. 788-791, 1999.
- [7] D. Guillamet and J. Vitriá, "Classifying Faces with Non-negative Matrix Factorization," *Catalonian Conf. Artificial Intelligence*, pp. 336-344, 2002.
- [8] J. Yang and J. Y. Yang, "From image vector to

matrix: a straightforward image projection technique. IMPCA vs. PCA," *Pattern Recognition*, Vol. 35, No. 9, pp. 1997-1999, 2002.

[9] J. Yang, D. Zhang, A. F. Frangi, and J. Y. Yang, "Two-Dimensional PCA : A New Approach to Appearance-Based Face Representation and Recognition," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 26, No. 1, pp. 131-137, 2004.

[10] D. Zhang and Z. H. Zhou, "(2D)2PCA: Two-directional two-dimensional PCA for efficient face representation and recognition," *Neurocomputing*, Vol. 69, No. 1-3, pp. 224-231, 2005.

[11] D. Zhang, Z. H. Zhou, and S. Chen, "Diagonal principal component analysis for face recognition," *Pattern Recognition*, Vol. 39, No. 1, pp. 140-142, 2006.

[12] M. Li and B. Yuan, "2D-LDA: A statistical linear discriminant analysis for image matrix," *Pattern Recognition Letters*, Vol. 26, No. 5, pp. 527-532, 2005.

[13] S. Nousath, G. H. Kumar, and P. Shivakumara, "Diagonal Fisher linear discriminant analysis for efficient face recognition," *Neurocomputing*, Vol. 69, No. 13-15, pp. 1711-1716, 2006.

[14] F. E. Alsaqre, R. Qiuqi, Y. Baozong, and T. Zhenhui, "Face Recognition Using Diagonal 2D Linear Discriminant Analysis," *International Conf. Signal Processing*, Vol. 3, pp. 1729-1732, 2006.

[15] G. H. Golub and C. F. V. Loan, *Matrix Computation 3rd Edition*, The Johns Hopkins University Press, 1996.

[16] W. Zuo, D. Zhang, and K. Wang, "Bidirectional PCA with assembled matrix distance metric for image recognition," *IEEE Trans. System, Man, and Cybernetics - Part B : Cybernetics*, Vol. 36, No. 4, pp. 863-872, 2006.

저 자 소 개



**김영길(Young-Gil Kim)**  
 1998년 2월 : 충북대학교정보통신 공학과 (공학사)  
 2001년 2월 : 충북대학교정보통신 공학과 (공학석사)  
 2008년 2월 : 충북대학교정보통신 공학과 (공학박사)  
 2008년~2009년 : MIRTEC 연구원

관심분야 : 얼굴 인식, 컴퓨터 비전, 패턴인식  
 E-mail : mmlover@dreamwiz.com



**송영준(Young-Jun Song)**  
 1994년 2월 : 충북대학교정보통신 공학과 (공학사)  
 1996년 8월 : 충북대학교정보통신 공학과 (공학석사)  
 2004년 8월 : 충북대학교정보통신 공학과 (공학박사)  
 2000년~2003 : 한국전자통신연구원  
 홈네트워크팀 선임연구원  
 2006년~현재 : 충북대학교 충북BIT연구중심대학육성사업  
 단 초빙부교수

관심분야 : 영상인식, 영상처리, 컴퓨터 비전, CBIR  
 E-mail : songyjorg@dreamwiz.com



**김동우(Dong-Woo Kim)**  
 1997년 2월 : 충북대학교정보통신 공학과 (공학사)  
 2002년 2월 : 충북대학교정보통신 공학과 (공학석사)  
 2006년 2월 : 충북대학교정보통신 공학과 (공학박사)  
 2006년~2009년 : 충북대학교 BK21 충북 정  
 보기술사업단 Post Doc.

2009년~현재 : (주) 이씨엠 책임연구원  
 관심분야 : 컴퓨터 비전, 내용기반검색, 멀티미디어 정보처  
 리, USN  
 E-mail : dubssi@paran.com



**안재형(Jae-Hyeong Ahn)**  
 1981년 2월 : 충북대학교 전기공학과 (공학사)  
 1983년 8월 : 한국과학기술원 전기및전자  
 공학과 (공학석사)  
 1990년 8월 : 한국과학기술원 전기및전자  
 공학과(공학박사)  
 1987년~현재 : 충북대학교 전자정보대학 교수

관심분야 : 영상 통신 및 영상 정보처리, 멀티미디어 제작  
 및 정보 제공, 인터넷 통신 및 프로그래밍  
 E-mail : jhahn@viscom.chungbuk.ac.kr