한국지능시스템학회 논문지 2009, Vol. 19, No. 5, pp. 603-608

구간값 모호집합 사이의 유사척도

Similarity Measure Between Interval-valued Vague Sets

조상엽
Sang-Yeop Cho

청운대학교 인터넷학과

요 약

본 논문에서는 구간값 모호집합 사이의 유사척도를 제안한다. 구간값 모호집합에서는 모호집합의 상한과 하한을 각각 구간값 퍼지집합의 구간으로 표현한다. 제안한 유사척도는 구간값 모호집합 사이의 유사척도를 평가하기 위해 기하학적 거리와 구간값 모호집합 사이의 중심점 개념을 결합한다. 우리는 제안한 유사척도에 대한 세 가지 속성도 증명한다. 제안한 방법은 구간값 모호집합 사이의 유사정도를 측정하는 유용한 방법을 제공한다.

키워드 : 유사척도, 기하학적 거리, 중심점, 구간값 사다리꼴 모호집합.

Abstract

In this paper, a similarity measure between interval-valued vague sets is proposed. In the interval-valued vague sets representation, the upper bound and the lower bound of a vague set are represented as intervals of interval-valued fuzzy set respectively. Proposed method combines the concept of geometric distance and the center-of-gravity point of interval-valued vague set to evaluate the degree of similarity between interval-valued vague sets. We also prove three properties of the proposed similarity measure. It provides a useful way to measure the degree of similarity between interval-valued vague sets.

Key Words : similarity measures, geometric distance, center-of-gravity point, interval-valued trapezoidal vague sets.

1. 서 론

퍼지집합들 사이의 유사척도는 퍼지시스템의 위험도 분석, 퍼지시스템의 신뢰도 분석, 퍼지 의사결정 등과 같은 실세계의 많은 응용분야에서 유용하게 사용되고 있다. 다양한 응용분야에 사용하기 위한 적절한 유사척도를 개발하기 위해 퍼지숫자, 일반화된 퍼지숫자, 구간값 퍼지숫자들 사이의 다양한 유사척도가 연구되고 개발되고 사용하고 있다[1-9].

Chen [1]은 퍼지 의사결정문제에서 규칙의 전제부와 사실 사이의 매칭정도를 평가하기위한 퍼지집합 사이의 유사척도를 제안하였다. Hsieh [2]는 등급평균통합법(graded mean integration)을 이용하여 일반화된 퍼지숫자 사이의 유사척도를 제안하였다. Chen [3]은 COG 점 계산을 위해 기하학개념을 이용한 퍼지숫자 사이의 유사척도를 제안하였다. Chen [4]은 COG 점 계산을 위해 기하학개념을 이용한 구간값 퍼지숫자 사이의 유사척도를 제안하였다. 이상혁 [5]은 퍼지엔트로피, 거리측도 그리고 유사측도를 이용한 퍼지측도를 제안하였다. Wei [6]는 일반화된 퍼지숫자의 기하학적 거리, 둘레, 높이 등을 고려한 일반화된 퍼지숫자 사이의 유사척도를 제안하였다. Chen [7]은 더 개선된 구간값 퍼지숫자 사이의 유사척도를 제안하였다. Wei [8]는 기하학적 거리와 COG점을 고려한 구간값 사다리꼴 퍼지숫자 사이의 유사척도를 제안하였다. Chen [9]은 구간값 퍼지숫자의 중심, 퍼짐의 차이, 높이 등을 고려한 구간값 퍼지숫자 사이의 유사척도를 제안하였다.

본 논문에서는 구간값 모호집합 사이의 유사척도를 제안한다. 구간값 모호집합은 모호집합[10, 11]의 상한과 하한을 각각 구간값 퍼지집합[12, 13]의 구간으로 표현하는 퍼지집합의 한 종류이다.

접수일자 : 2009년 4월 30일
완료일자 : 2009년 9월 10일
본 연구는 2008학년도 청운대학교 학술연구비 지원을 받음

2. 구간값 모호집합

이장에서는 구간값 퍼지집합(interval-valued fuzzy set)과 모호집합(vague set)을 살펴보고 구간값 모호집합을 설명한다[10-13].

2.1 구간값 퍼지집합

정의 2.1 구간값 퍼지집합: U를 전체집합 U={u_1, u_2, ⋯, u_n}이라고 하자. 구간값 퍼지집합 F는 함수 T_F: U→D([0,1])로 표현한다. 여기에서 D([0,1])는 [0,1]내에 있는 모든 구간의 집합이다. 즉 ∀u∈U, $T_F(u)$는 구간[μ_1, μ_2]이다. $0 \leq \mu_1 \leq \mu_2 \leq 1$.

정의 2.2 최소값: A=[a_1, a_2]와 B=[b_1, b_2]가 임의의 구간이라고 하면 A와 B의 최소값은 Min[A, B]로 표현하고, Min([a_1, a_2], [b_1, b_2]) = [Min(a_1, b_1), Min(a_2, b_2)]로 정의한다.

정의 2.3 보수: 구간 A=[a_1, a_2]의 보수(complement)는 A′로 표현하고 A′=[1-a_2, 1-a_1]로 정의한다.

2.2 모호집합

정의 2.4 모호집합: 전체집합 U에서 모호집합 A는 참소속함수(truth membership function) t_A: $U\to[0,1]$과 거짓소속함수(false membership function) f_A: $U\to[0,1]$로 구성한다. 여기에서 $t_A(u_i)$는 u_i에 대한 증거에서 유도되는 u_i의 소속정도의 하한이고, $f_A(u_i)$는 u_i에 반하는 증거에서 유도되는 u_i에 대한 부정의 하한이다. $t_A(u_i)+f_A(u_i)\le 1$. 즉 $\forall u\in U$, $\mu_A(u)$는 구간 $[\mu_1, \mu_2]$이다. $0\le\mu_1\le\mu_2\le 1$. 모호집합 A에 있는 u_i의 소속정도 $\mu_A(u_i)$는 [0,1]의 부분구간인 $[t_A(u_i), 1-f_A(u_i)]$에 의해 한정된다. 모호값 $[t_A(u_i), 1-f_A(u_i)]$은 u_i의 정확한 소속정도 $\mu_A(u_i)$가 $t_A(u_i)\le\mu_A(u_i)\le 1-f_A(u_i)$로 한정된다는 것을 가리킨다. $t_A(u_i)+f_A(u_i)\le 1$. 전체집합 U의 모호집합 A가 그림 1에 있다.

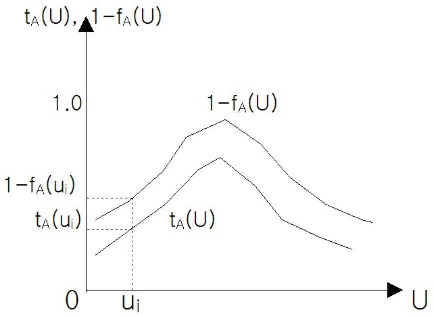

그림 1. 모호집합
Fig. 1. vague set

정의 2.5 볼록: A가 전체집합 U의 모호집합이고, 참소속함수 t_A와 거짓소속함수 f_A를 갖는다고 하자. 모호집합 A는 U에 있는 모든 u_1과 u_2에 대하여 아래 식을 만족하면 볼록(convex)이라 한다.

$$t_A(\lambda u_1+(1-\lambda)u_2)\ge \mathrm{Min}(t_A(u_1),t_A(u_2)), \tag{1}$$

$$1-f_A(\lambda u_1+(1-\lambda)u_2)\ge \mathrm{Min}(1-f_A(u_1),1-f_A(u_2)). \tag{2}$$

여기에서 $\lambda\in[0,1]$.

정의 2.6 정상: 만일 $\exists u_i\in U$, s.t. $1-f_A(u_1)=1$이면 즉, $f_A(u_1)=0$이면 전체집합 U의 모호집합 A는 정상(normal) 모호집합이라 한다.

2.3 구간값 모호집합

정의 2.7 구간값 모호집합: 전체집합 U의 구간값 모호집합 A는 다음과 같은 형식으로 표현한다.

$$A = <[u_i;\ t_A(u_i);1-f_A(u_i)]>,\ u_i\in U. \tag{3}$$

여기에서 $t_A(u_i)$는 참소속함수 t_A: $U\to D([0,1])$이고 $f_A(u_i)$는 거짓소속함수 f_A: $U\to D([0,1])$이다. D([0,1])는 [0,1]내에 있는 모든 부분구간의 집합이다.

정의 2.8 구간값 사다리꼴 모호집합: 전체집합 U의 구간값 사다리꼴 모호집합 A는 다음과 같이 표현한다.

$$A=<A^{TL},\ A^{TU};\ A^{FL},\ A^{FU};\ [\omega_A^{TL},\ \omega_A^{TU}],\ [\omega_A^{FL},\ \omega_A^{FU}]>.$$

여기에서 $A^{TL}=(a_1^{TL}, a_2^{TL}, a_3^{TL}, a_4^{TL})$, $A^{TU}=(a_1^{TU}, a_2^{TU}, a_3^{TU}, a_4^{TU})$, $A^{FL}=(a_1^{FL}, a_2^{FL}, a_3^{FL}, a_4^{FL})$, $A^{FU}=(a_1^{FU}, a_2^{FU}, a_3^{FU}, a_4^{FU})$이고, $a_1^{TL}\le a_2^{TL}\le a_3^{TL}\le a_4^{TL}$, $a_1^{TU}\le a_2^{TU}\le a_3^{TU}\le a_4^{TU}$, $a_1^{FL}\le a_2^{FL}\le a_3^{FL}\le a_4^{FL}$, $a_1^{FU}\le a_2^{FU}\le a_3^{FU}\le a_4^{FU}$, $0\le\omega_A^{TL}\le\omega_A^{TU}\le\omega_A^{FL}\le\omega_A^{FU}\le 1$. 구간값 사다리꼴 모호집합이 그림 2에 있다.

2.4 구간값 사다리꼴 모호집합의 연산

아래와 같은 구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B 사이의 산술연산은 다음과 같이 정의된다.

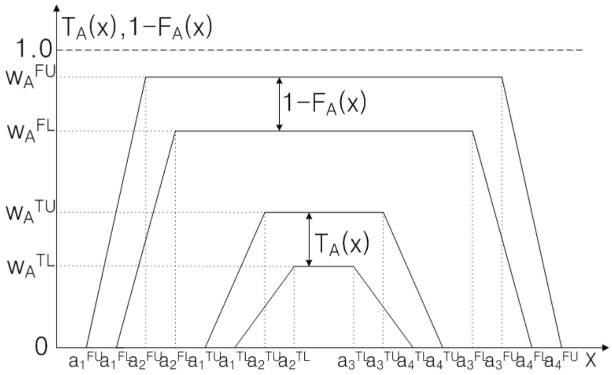

그림 2. 구간값 사다리꼴 모호집합
Fig. 2. interval-valued trapezoidal vague set

$A=<A^{TL},\ A^{TU};\ A^{FL},\ A^{FU};\ [\omega_A^{TL},\ \omega_A^{TU}],\ [\omega_A^{FL},\ \omega_A^{FU}]>$,
$B=<B^{TL},\ B^{TU};\ B^{FL},\ B^{FU};\ [\omega_B^{TL},\ \omega_B^{TU}],\ [\omega_B^{FL},\ \omega_B^{FU}]>$.

$$\begin{aligned}A\oplus B=&<(a_1^{TL}, a_2^{TL}, a_3^{TL}, a_4^{TL}), (a_1^{TU}, a_2^{TU}, a_3^{TU}, a_4^{TU}); (a_1^{FL}, a_2^{FL}, a_3^{FL}, a_4^{FL}), (a_1^{FU}, a_2^{FU}, a_3^{FU}, a_4^{FU}); [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}], [\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}]>\oplus<(b_1^{TL}, b_2^{TL}, b_3^{TL}, b_4^{TL}), (b_1^{TU}, b_2^{TU}, b_3^{TU}, b_4^{TU}); (b_1^{FL}, b_2^{FL}, b_3^{FL}, b_4^{FL}), (b_1^{FU}, b_2^{FU}, b_3^{FU}, b_4^{FU}); [\omega_B^{TL}, \omega_B^{TU}], [\omega_B^{FL}, \omega_B^{FU}]>\\ =&<(a_1^{TL}+b_1^{TL}, a_2^{TL}+b_2^{TL}, a_3^{TL}+b_3^{TL}, a_4^{TL}+b_4^{TL}), (a_1^{TU}+b_1^{TU}, a_2^{TU}+b_2^{TU}, a_3^{TU}+b_3^{TU}, a_4^{TU}+b_4^{TU}); (a_1^{FL}+b_1^{FL}, a_2^{FL}+b_2^{FL}, a_3^{FL}+b_3^{FL}, a_4^{FL}+b_4^{FL}), (a_1^{FU}+b_1^{FU}, a_2^{FU}+b_2^{FU}, a_3^{FU}+b_3^{FU}, a_4^{FU}+b_4^{FU}); [\mathrm{Min}(\omega_A^{TL}, \omega_B^{TL}), \mathrm{Min}(\omega_A^{TU}, \omega_B^{TU})]; [\mathrm{Min}(\omega_A^{FL}, \omega_B^{FL}), \mathrm{Min}(\omega_A^{FU}, \omega_B^{FU})]>\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}A\ominus B=&<(a_1^{TL}, a_2^{TL}, a_3^{TL}, a_4^{TL}), (a_1^{TU}, a_2^{TU}, a_3^{TU}, a_4^{TU}); (a_1^{FL}, a_2^{FL}, a_3^{FL}, a_4^{FL}), (a_1^{FU}, a_2^{FU}, a_3^{FU}, a_4^{FU}); [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}], [\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}]>\ominus<(b_1^{TL}, b_2^{TL}, b_3^{TL}, b_4^{TL}), (b_1^{TU}, b_2^{TU}, b_3^{TU}, b_4^{TU}); (b_1^{FL}, b_2^{FL}, b_3^{FL}, b_4^{FL}), (b_1^{FU}, b_2^{FU}, b_3^{FU}, b_4^{FU}); [\omega_B^{TL}, \omega_B^{TU}], [\omega_B^{FL}, \omega_B^{FU}]>\\ =&<(a_1^{TL}-b_4^{TL}, a_2^{TL}-b_3^{TL}, a_3^{TL}-b_2^{TL}, a_4^{TL}-b_1^{TL}), (a_1^{TU}-b_4^{TU}, a_2^{TU}-b_3^{TU}, a_3^{TU}-b_2^{TU}, a_4^{TU}-b_1^{TU}); (a_1^{FL}-b_4^{FL}, a_2^{FL}-b_3^{FL}, a_3^{FL}-b_2^{FL}, a_4^{FL}-b_1^{FL}), (a_1^{FU}-b_4^{FU}, a_2^{FU}-b_3^{FU}, a_3^{FU}-b_2^{FU}, a_4^{FU}-b_1^{FU}); [\mathrm{Min}(\omega_A^{TL}, \omega_B^{TL}), \mathrm{Min}(\omega_A^{TU}, \omega_B^{TU})]; [\mathrm{Min}(\omega_A^{FL}, \omega_B^{FL}), \mathrm{Min}(\omega_A^{FU}, \omega_B^{FU})]>\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}A\otimes B=&<(a_1^{TL}, a_2^{TL}, a_3^{TL}, a_4^{TL}), (a_1^{TU}, a_2^{TU}, a_3^{TU}, a_4^{TU}); (a_1^{FL}, a_2^{FL}, a_3^{FL}, a_4^{FL}), (a_1^{FU}, a_2^{FU}, a_3^{FU}, a_4^{FU}); [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}], [\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}]>\otimes<(b_1^{TL}, b_2^{TL}, b_3^{TL}, b_4^{TL}), (b_1^{TU}, b_2^{TU}, b_3^{TU}, b_4^{TU}); (b_1^{FL}, b_2^{FL}, b_3^{FL}, b_4^{FL}), (b_1^{FU}, b_2^{FU}, b_3^{FU}, b_4^{FU}); [\omega_B^{TL}, \omega_B^{TU}], [\omega_B^{FL}, \omega_B^{FU}]>\\ =&<(a_1^{TL}\times b_1^{TL}, a_2^{TL}\times b_2^{TL}, a_3^{TL}\times b_3^{TL}, a_4^{TL}\times b_4^{TL}), (a_1^{TU}\times b_1^{TU}, a_2^{TU}\times b_2^{TU}, a_3^{TU}\times b_3^{TU}, a_4^{TU}\times b_4^{TU}); (a_1^{FL}\times b_1^{FL}, a_2^{FL}\times b_2^{FL}, a_3^{FL}\times b_3^{FL}, a_4^{FL}\times b_4^{FL}), (a_1^{FU}\times b_1^{FU}, a_2^{FU}\times b_2^{FU}, a_3^{FU}\times b_3^{FU}, a_4^{FU}\times b_4^{FU}); [\mathrm{Min}(\omega_A^{TL}, \omega_B^{TL}), \mathrm{Min}(\omega_A^{TU}, \omega_B^{TU})]; [\mathrm{Min}(\omega_A^{FL}, \omega_B^{FL}), \mathrm{Min}(\omega_A^{FU}, \omega_B^{FU})]>\end{aligned} \tag{6}$$

$$A \oslash B = \langle (a_1^{TL}, a_2^{TL}, a_3^{TL}, a_4^{TL}), (a_1^{TU}, a_2^{TU}, a_3^{TU}, a_4^{TU}); (a_1^{FL}, a_2^{FL}, a_3^{FL}, a_4^{FL}), (a_1^{FU}, a_2^{FU}, a_3^{FU}, a_4^{FU}); [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}], [\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}] \rangle \oslash \langle (b_1^{TL}, b_2^{TL}, b_3^{TL}, b_4^{TL}), (b_1^{TU}, b_2^{TU}, b_3^{TU}, b_4^{TU}); (b_1^{FL}, b_2^{FL}, b_3^{FL}, b_4^{FL}), (b_1^{FU}, b_2^{FU}, b_3^{FU}, b_4^{FU}); [\omega_B^{TL}, \omega_B^{TU}], [\omega_B^{FL}, \omega_B^{FU}] \rangle$$

$$= \langle (a_1^{TL}/b_4^{TL}, a_2^{TL}/b_3^{TL}, a_3^{TL}/b_2^{TL}, a_4^{TL}/b_1^{TL}), (a_1^{TU}/b_4^{TU}, a_2^{TU}/a_3^{TU}, a_3^{TU}/b_2^{TU}, a_4^{TU}/b_1^{TU}); (a_1^{FL}/b_4^{FL}, a_2^{FL}/b_3^{FL}, a_3^{FL}/b_2^{FL}, a_4^{FL}/b_1^{FL}), (a_1^{FU}/b_4^{FU}, a_2^{FU}/b_3^{FU}, a_3^{FU}/b_2^{FU}, a_4^{FU}/b_1^{FU}); [\mathrm{Min}(\omega_A^{TL}, \omega_B^{TL}), \mathrm{Min}(\omega_A^{TU}, \omega_B^{TU})]; [\mathrm{Min}(\omega_A^{FL}, \omega_B^{FL}), \mathrm{Min}(\omega_A^{FU}, \omega_B^{FU})] \rangle \quad (7)$$

[14]에서 일반화된 퍼지숫자의 COG 점 (x^*, y^*)을 계산하는 SCGM(simple center of gravity method)를 제안하였다. 일반화된 퍼지숫자 $A=(a_1, a_2, a_3, a_4; \omega_A)$의 COG 점 ($x^*$, y^*)을 계산하는 식은 다음과 같다.

$$y_A^* = \begin{cases} \dfrac{w_A \times \left(\frac{a_3 - a_2}{a_4 - a_1} + 2\right)}{6}, & \text{if } a_1 \neq a_4, 0 < w_A \leq 1, \\ \dfrac{w_A}{2}, & \text{if } a_1 = a_4, 0 < w_A \leq 1, \end{cases} \quad (8)$$

$$x_A^* = \frac{y_A^*(a_3 - a_2) + (a_4 - a_1)(w_A - y_A^*)}{2w_A} \quad (9)$$

[14]에서 일반화된 퍼지숫자 사이의 유사정도를 평가하는 방법도 제안하였다. A와 B를 일반화된 퍼지숫자라고 가정하자. $A=(a_1, a_2, a_3, a_4; \omega_A)$, $B=(b_1, b_2, b_3, b_4; \omega_B)$, $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$, $b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4$, $0 \leq \omega_A \leq 1$, $0 \leq \omega_B \leq 1$. 먼저 일반화된 퍼지숫자 A와 B의 COG 점 $COG(A)=(x^*_A, y^*_A)$와 $COG(B)=(x^*_B, y^*_B)$를 얻기 위해 식 (8)과 (9)를 사용한다. 그리고 A와 B 사이의 유사도 S(A,B)는 다음과 같이 계산한다.

$$S(A,B) = \left[\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{4} |a_i - b_i|}{4}\right) \times \left(1 - |x_A^* - x_B^*|\right)\right]^{\frac{1}{2}} \times \frac{\min(y_A^*, y_B^*)}{\max(y_A^*, y_B^*)} \quad (10)$$

여기에서 $\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{4} |a_i - b_i|}{4}\right)$는 기하학적 거리이고 $\left(1 - |x_A^* - x_B^*|\right)$는 중심점 거리이고, $S(A,B) \in [0,1]$. S(A,B)의 값이 더 크면 일반화된 퍼지숫자 A와 B사이의 유사도도 더 크다.

3. 구간값 사다리꼴 모호집합간의 유사척도

이 장에서는 구간값 사다리꼴 모호집합간의 유사정도를 계산하는 유사척도를 설명한다. U를 전체집합 U=[0,1]이라고 하자. 구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B가 다음과 같이 있다고 가정한다.

$$A = \langle A^{TL}, A^{TU}; A^{FL}, A^{FU}; [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}], [\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}] \rangle,$$
$$B = \langle B^{TL}, B^{TU}; B^{FL}, B^{FU}; [\omega_B^{TL}, \omega_B^{TU}], [\omega_B^{FL}, \omega_B^{FU}] \rangle.$$

구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B의 유사척도를 계산하는 방법은 다음과 같다.

단계 1: 구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B의 COG 점을 각각 구한다. A는 네 개의 COG 점 $(x^*_{A^{TL}}, y^*_{A^{TL}})$, $(x^*_{A^{TU}}, y^*_{A^{TU}})$, $(x^*_{A^{FL}}, y^*_{A^{FL}})$, $(x^*_{A^{FU}}, y^*_{A^{FU}})$를 갖고, $(x^*_{A^{TL}}, y^*_{A^{TL}})$은 아래와 같이 계산한다.

$$y^*_{A^{TL}} = \begin{cases} \dfrac{w_{A^{TL}} \times \left(\frac{a_3^{TL} - a_2^{TL}}{a_4^{TL} - a_1^{TL}} + 2\right)}{6}, & \text{if } a_1^{TL} \neq a_4^{TL}, 0 < w_{A^{TL}} \leq 1, \\ \dfrac{w_{A^{TL}}}{2}, & \text{if } a_1^{TL} = a_4^{TL}, 0 < w_{A^{TL}} \leq 1, \end{cases} \quad (11)$$

$$x^*_{A^{TL}} = \frac{y^*_{A^{TL}}(a_3^{TL} - a_2^{TL}) + (a_4^{TL} - a_1^{TL})(w_{A^{TL}} - y^*_{A^{TL}})}{2w_{A^{TL}}} \quad (12)$$

같은 방법으로 $(x^*_{A^{TU}}, y^*_{A^{TU}})$, $(x^*_{A^{FL}}, y^*_{A^{FL}})$, $(x^*_{A^{FU}}, y^*_{A^{FU}})$와 B의 COG 점 $(x^*_{B^{TL}}, y^*_{B^{TL}})$, $(x^*_{B^{TU}}, y^*_{B^{TU}})$, $(x^*_{B^{FL}}, y^*_{B^{FL}})$, $(x^*_{B^{FU}}, y^*_{B^{FU}})$를 얻을 수 있다.

단계 2: 구간값 사다리꼴 모호집합의 A^{TL}과 B^{TL}, A^{TU}와 B^{TU}, A^{FL}과 B^{FL}, A^{FU}와 B^{FU}의 유사도 $S(A^{TL}, B^{TL})$, $S(A^{TU}, B^{TU})$, $S(A^{FL}, B^{FL})$, $S(A^{FU}, B^{FU})$를 아래와 같이 각각 구한다.

$$S(A^{TL}, B^{TL}) = \left[\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{4} |a_i^{TL} - b_i^{TL}|}{4}\right) \times \left(1 - |x^*_{A^{TL}} - x^*_{B^{TL}}|\right)\right]^{\frac{1}{2}} \times \frac{\min(y^*_{A^{TL}}, y^*_{B^{TL}})}{\max(y^*_{A^{TL}}, y^*_{B^{TL}})}. \quad (13)$$

$$S(A^{TU}, B^{TU}) = \left[\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{4} |a_i^{TU} - b_i^{TU}|}{4}\right) \times \left(1 - |x^*_{A^{TU}} - x^*_{B^{TU}}|\right)\right]^{\frac{1}{2}} \times \frac{\min(y^*_{A^{TU}}, y^*_{B^{TU}})}{\max(y^*_{A^{TU}}, y^*_{B^{TU}})}. \quad (14)$$

같은 방법으로 $S(A^{FL}, B^{FL})$, $S(A^{FU}, B^{FU})$를 얻을 수 있다. 여기에서 $S(A^{TL}, B^{TL}) \in [0,1]$, $S(A^{TU}, B^{TU}) \in [0,1]$, $S(A^{FL}, B^{FL}) \in [0,1]$, $S(A^{FU}, B^{FU}) \in [0,1]$이다. $S(A^{TL}, B^{TL})$, $S(A^{TU}, B^{TU})$, $S(A^{FL}, B^{FL})$, $S(A^{FU}, B^{FU})$의 값이 더 크면 구간값 사다리꼴 모호집합의 A^{TL}과 B^{TL}, A^{TU}와 B^{TU}, A^{FL}과 B^{FL}, A^{FU}와 B^{FU} 사이의 유사도도 더 크다.

단계 3: 구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B의 유사도 S(A, B)는 다음과 같이 계산한다.

$$S(A,B) = \sqrt{S(A^T, B^T) \times S(A^F, B^F)} \quad (15)$$

여기에서 $S(A^T, B^T) = \sqrt{S(A^{TL}, B^{TL}) \times S(A^{TU}, B^{TU})} \in [0,1]$, $S(A^F, B^F) = \sqrt{S(A^{FL}, B^{FL}) \times S(A^{FU}, B^{FU})} \in [0,1]$, $S(A,B) \in [0,1]$. S(A,B)의 값이 더 크면 구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B의 유사도도 더 크다.

제안된 구간값 사다리꼴 모호집합 사이에는 다음과 같은 속성(property)이 있다.

속성 1. 만일 S(A,B)=1이라면 구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B는 동일(identical)하다.

증명 1. (i) 만일 A와 B가 동일하다면 $a_i^{TL}=b_i^{TL}$, $a_i^{TU}=b_i^{TU}$, $a_i^{FL}=b_i^{FL}$, $a_i^{FU}=b_i^{FU}$, i=1,2,3,4. $\omega_A^{TL}=\omega_B^{TL}$, $\omega_A^{TU}=\omega_B^{TU}$, $\omega_A^{FL}=\omega_B^{FL}$, $\omega_A^{FU}=\omega_B^{FU}$이다. 유사도 $S(A^{TL}, B^{TL})$, $S(A^{TU}, B^{TU})$, $S(A^{FL}, B^{FL})$, $S(A^{FU}, B^{FU})$를 계산하면 다음과 같다.

$$S(A^{TL},B^{TL})=$$

$$\left[\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{4}\left|a_i^{TL}-b_i^{TL}\right|}{4}\right)\times\left(1-\left|x^*_{A^{TL}}-x^*_{B^{TL}}\right|\right)\right]^{\frac{1}{2}}\times\frac{\min\left(y^*_{A^{TL}},y^*_{B^{TL}}\right)}{\max\left(y^*_{A^{TL}},y^*_{B^{TL}}\right)}$$

$$= [(1-0)\times(1-0)]^{\frac{1}{2}}\times 1$$
$$= 1.$$

같은 방법으로 $S(A^{TU},B^{TU})=1$, $S(A^{FL},B^{FL})=1$, $S(A^{FU},B^{FU})=1$. 그래서 $S(A^T,B^T)=\sqrt{S(A^{TL},B^{TL})\times S(A^{TU},B^{TU})}=\sqrt{1\times 1}=1$, $S(A^F,B^F)=\sqrt{S(A^{FL},B^{FL})\times S(A^{FU},B^{FU})}=\sqrt{1\times 1}=1$이다. 그러므로 $S(A,B)=\sqrt{S(A^T,B^T)\times S(A^F,B^F)}=\sqrt{1\times 1}=1$.

(ii) 만일 S(A,B)=1이면 $S(A^{TL}, B^{TL})=1$, $S(A^{TU}, B^{TU})=1$, $S(A^{FL}, B^{FL})=1$, $S(A^{FU}, B^{FU})=1$이다. $S(A^{TL}, B^{TL})=1$이라면 $a_i^{TL}=b_i^{TL}$, i=1,2,3,4, $x^*_{A^{TL}}=x^*_{B^{TL}}$, $y^*_{A^{TL}}=y^*_{B^{TL}}$ 그리고 $\omega_A^{TL}=\omega_B^{TL}$이 된다. 그러므로 $A^{TL}=B^{TL}$이다. 같은 방법으로 $A^{TU}=B^{TU}$, $A^{FL}=B^{FL}$이고 $A^{FU}=B^{FU}$이다. 그러므로 A=B이다.

속성 2. S(A,B)=S(B,A).

증명 2. $S(A,B)=\sqrt{S(A^T,B^T)\times S(A^F,B^F)}$,
$S(A^T,B^T)=\sqrt{S(A^{TL},B^{TL})\times S(A^{TU},B^{TU})}$,
$S(A^F,B^F)=\sqrt{S(A^{FL},B^{FL})\times S(A^{FU},B^{FU})}$.

여기에서

$$S(A^{TL},B^{TL})=$$

$$\left[\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{4}\left|a_i^{TL}-b_i^{TL}\right|}{4}\right)\times\left(1-\left|x^*_{A^{TL}}-x^*_{B^{TL}}\right|\right)\right]^{\frac{1}{2}}\times\frac{\min\left(y^*_{A^{TL}},y^*_{B^{TL}}\right)}{\max\left(y^*_{A^{TL}},y^*_{B^{TL}}\right)},$$

$$S(B^{TL},A^{TL})=$$

$$\left[\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{4}\left|b_i^{TL}-a_i^{TL}\right|}{4}\right)\times\left(1-\left|x^*_{B^{TL}}-x^*_{A^{TL}}\right|\right)\right]^{\frac{1}{2}}\times\frac{\min\left(y^*_{B^{TL}},y^*_{A^{TL}}\right)}{\max\left(y^*_{B^{TL}},y^*_{A^{TL}}\right)}.$$

여기에서 $\sum_{i=1}^{4}\left|a_i^{TL}-b_i^{TL}\right|=\sum_{i=1}^{4}\left|b_i^{TL}-a_i^{TL}\right|$, $\left|x^*_{A^{TL}}-x^*_{B^{TL}}\right|=\left|x^*_{B^{TL}}-x^*_{A^{TL}}\right|$, $\max\left(y^*_{A^{TL}},y^*_{B^{TL}}\right)=\max\left(y^*_{B^{TL}},y^*_{A^{TL}}\right)$, $\min\left(y^*_{A^{TL}},y^*_{B^{TL}}\right)=\min\left(y^*_{B^{TL}},y^*_{A^{TL}}\right)$. 그래서 $S(A^{TL},B^{TL})=S(B^{TL},A^{TL})$. 같은 방법으로 $S(A^{TU},B^{TU})=S(B^{TU},A^{TU})$, $S(A^{FL},B^{FL})=S(B^{FL},A^{FL})$, $S(A^{FU},B^{FU})=S(B^{FU},A^{FU})$이가. 그러므로 S(A,B)=S(B,A).

속성 3. 만일 A^T, B^T와 A^F, B^F가 실수라면 $S(A^T,B^T)=1-|a-b|$, $S(A^F,B^F)=1-|a-b|$.

증명 3. 만일 A^T, B^T가 임의의 실수라면 아래와 같이 볼 수 있다.

$A^T= <(a_1^{TL},a_2^{TL},a_3^{TL},a_4^{TL}),(a_1^{TU},a_2^{TU},a_3^{TU},a_4^{TU});[\omega_A^{TL},\omega_A^{TU}]>$
 = <(a, a, a, a), (a, a, a, a); [1, 1]>
 = <(a, a, a, a); 1>
 = a

$B^T=<(b_1^{TL},b_2^{TL},b_3^{TL},b_4^{TL}),(b_1^{TU},b_2^{TU},b_3^{TU},b_4^{TU});[\omega_B^{TL},\omega_B^{TU}]>$
 = <(b, b, b, b), (b, b, b, b); [1, 1]>
 = <(b, b, b, b); 1>
 = b

COG 점의 y^* 값은 $y^*_{A^{TL}}=y^*_{B^{TL}}=y^*_{A^{TU}}=y^*_{B^{TU}}=\frac{1}{2}$ 이다.

$$S(A^{TL},B^{TL})=$$

$$\left[\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{4}\left|a_i^{TL}-b_i^{TL}\right|}{4}\right)\times\left(1-\left|x^*_{A^{TL}}-x^*_{B^{TL}}\right|\right)\right]^{\frac{1}{2}}\times\frac{\min\left(y^*_{A^{TL}},y^*_{B^{TL}}\right)}{\max\left(y^*_{A^{TL}},y^*_{B^{TL}}\right)}$$

$$=\left[\left(1-\frac{4|a-b|}{4}\right)\times(1-|a-b|)\right]^{\frac{1}{2}}\times 1$$
$$=1-|a-b|,$$

같은 방법으로 $S(A^{TU},B^{TU})=1-|a-b|$. 그래서 $S(A^T,B^T)=\sqrt{S(A^{TL},B^{TL})\times S(A^{TU},B^{TU})}=\sqrt{(1-|a-b|)\times(1-|a-b|)}=1-|a-b|$. 같은 방법으로 $S(A^T,B^T)=1-|a-b|$.

4. 유사척도의 비교

이장에서는 아래와 같은 구간값 퍼지집합의 여섯 가지 집합 Set_A-Set_F를 이용하여 [4]와 [7]의 계산 결과를 비교하고, 구간값 모호집합의 여섯 가지 집합 Set_A'-Set_F'을 이용하여 [4], [7]과 제안한 방법과의 계산 결과를 표 1과 같이 비교하였다.

구간값 퍼지집합:

Set_A: A=[(0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 1.0), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 1.0)], B=[(0.3, 0.35, 0.45, 0.5; 0.7), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 1.0)], C=[(0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 0.0), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 1.0)]

Set_B: A=[(0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 1.0), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 1.0)], B=[(0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 0.0), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 1.0)], C=[(0.3, 0.4, 0.6, 0.7; 0.0), (0.3, 0.4, 0.6, 0.7; 1.0)]

Set_C: A=[(0.1, 0.2, 0.3, 0.4; 0.8), (0.0, 0.1, 0.4, 0.5; 1.0)], B=[(0.1, 0.2, 0.3, 0.4; 0.8), (0.0, 0.25, 0.25, 0.5; 1.0)], C=[(0.1, 0.25, 0.25, 0.4; 0.8), (0.0, 0.1, 0.4, 0.5; 1.0)]

Set_D: A=[(0.3, 0.35, 0.45, 0.5; 0.8), (0.1, 0.25, 0.55, 0.7; 1.0)], B=[(0.25, 0.3, 0.4, 0.45; 0.8), (0.05, 0.2, 0.5, 0.65; 1)], C=[(0.35, 0.4, 0.5, 0.55; 0.8), (0.05, 0.2, 0.5, 0.65; 1)]

Set_E: A=[(0.3, 0.35, 0.45, 0.5; 0.8), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 1)], B=[(0.3, 0.35, 0.45, 0.5; 0.8), (0.25, 0.35, 0.55, 0.65; 1)], C=[(0.35, 0.4, 0.5, 0.55; 0.8), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6; 1)]

Set_F: A=[(0.1, 0.25, 0.25, 0.4; 1), (0.1, 0.25, 0.25, 0.4; 1)], B=[(0.1, 0.2, 0.3, 0.4; 1), (0.1, 0.2, 0.3, 0.4; 1)], C=[(0, 0.25, 0.25,0.5; 1), (0, 0.25, 0.25, 0.5; 1)]

구간값 모호집합:

Set_A': A′=<(0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6);

(0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.95, 1.0], [0.95, 1.0]>, B′=<(0.25, 0.3, 0.4, 0.45), (0.3, 0.35, 0.45, 0.5); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.65, 0.7], [0.95, 1.0]>, C′=<(0.15, 0.25 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.0, 0.0], [0.95, 1.0]>

Set$_B$′: A′=<(0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.95, 1.0], [0.95, 1.0]>, B′=<(0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.0, 0.0], [0.95, 1.0]>, C′=<(0.25, 0.35, 0.55, 0.65), (0.3, 0.4, 0.6, 0.7); (0.25, 0.35, 0.55, 0.65), (0.3, 0.4, 0.6, 0.7); [0.0, 0.0], [0.95, 1.0]>

Set$_C$′: A=<(0.05, 0.15, 0.25, 0.35), (0.1, 0.2, 0.3, 0.4); (0.0, 0.05, 0.35, 0.45), (0.0, 0.1, 0.4, 0.5); [0.75, 0.8], [0.95, 1.0]>, B=<(0.05, 0.15, 0.25, 0.35), (0.1, 0.2, 0.3, 0.4); (0.0, 0.2, 0.2, 0.45), (0.0, 0.25, 0.25, 0.5); [0.75, 0.8], [0.95, 1.0]>, C=<(0.05, 0.2, 0.2, 0.35), (0.1, 0.25, 0.25, 0.4); (0.0, 0.05, 0.35, 0.45), (0.0, 0.1, 0.4, 0.5); [0.75, 0.8], [0.95, 1.0]>

Set$_D$′: A=<(0.25, 0.3, 0.4, 0.45), (0.3, 0.35, 0.45, 0.5); (0.05, 0.20, 0.50, 0.65), (0.1, 0.25, 0.55, 0.7); [0.75, 0.8], [0.95, 1.0]>, B=<(0.2, 0.25, 0.35, 0.40), (0.25, 0.3, 0.4, 0.45); (0.0, 0.15, 0.45, 0.6), (0.05, 0.2, 0.5, 0.65); [0.75, 0.8], [0.95, 1]>, C=[(0.3, 0.35, 0.45, 0.5), (0.35, 0.4, 0.5, 0.55); (0.0, 0.15, 0.45, 0.6), (0.05, 0.2, 0.5, 0.65); [0.75, 0.8], [0.95, 1]>

Set$_E$′: A=<(0.25, 0.3, 0.4, 0.45), (0.3, 0.35, 0.45, 0.5); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.75, 0.8], [0.95, 1]>, B=<(0.25, 0.3, 0.4, 0.45), (0.3, 0.35, 0.45, 0.5); (0.2, 0.3, 0.5, 0.6), (0.25, 0.35, 0.55, 0.65); [0.75, 0.8], [0.95, 1]>, C=<(0.3, 0.35, 0.45, 0.5), (0.35, 0.4, 0.5, 0.55); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.75, 0.8], [0.95, 1]>

Set$_F$′: A=<(0.1, 0.25, 0.25, 0.4), (0.1, 0.25, 0.25,0.4); (0.1, 0.25, 0.25, 0.4), (0.1, 0.25, 0.25,0.4); [1, 1], [1, 1]>, B=[(0.1, 0.2, 0.3, 0.4), (0.1, 0.2, 0.3, 0.4); (0.1, 0.2, 0.3, 0.4), (0.1, 0.2, 0.3, 0.4); [1, 1], [1, 1]>, C=[(0, 0.25, 0.25,0.5), (0, 0.25, 0.25, 0.5); (0, 0.25, 0.25,0.5), (0, 0.25, 0.25, 0.5); [1, 1], [1, 1]>

표 1. 유사척도 비교
Table 1. comparison of similarity measures

구간값 퍼지집합	논문[4]		논문[7]		구간값 모호집합	제안한 방법	
	S(A,B)	S(A,C)	S(A,B)	S(A,C)		S(A,B)	S(A,C)
Set$_A$	0.8047	N/A	0.8046	0	Set$_A$′	0.816	N/A
Set$_B$	N/A	N/A	0	0	Set$_B$′	N/A	N/A
Set$_C$	0.8435	0.9142	0.8429	0.9141	Set$_C$′	0.8573	0.92
Set$_D$	0.9025	0.9025	0.95	0.95	Set$_D$′	0.976	0.976
Set$_E$	0.95	0.95	0.9747	0.9747	Set$_E$′	0.9879	0.9879
Set$_F$	0.8357	0.95	0.8356	0.9494	Set$_F$′	0.8464	0.9747

5. 결 론

본 논문에서는 구간값 모호집합 사이의 유사한 정도를 평가하는 유사척도를 제안하였다. 구간값 모호집합은 모호집합의 상한과 하한을 각각 구간값 퍼지집합의 구간으로 표현하는 퍼지집합의 한 종류이다. 여기에서 사용한 유사척도에서는 구간값 모호집합 사이의 유사도를 계산하기 위해 구간값 모호집합 사이의 기하학적 거리와 COG 점 거리의 개념을 결합하는 평가하는 방법을 사용하였다. 본 논문에서 제안한 방법은 퍼지시스템에서 사용하는 퍼지값을 구간값 모호집합으로 표현하는 퍼지시스템의 신뢰도 분석, 위험 분석, 퍼지 의사결정 등의 분야에 적용할 수 있을 것으로 여겨진다.

참 고 문 헌

[1] S. M. Chen, "A New Approach to Handling Fuzzy Decision Making Problems," *IEEE Tran. on SMC*, Vol. 18, No. 6, p1012-1016, 1988.

[2] C. H. Hsieh, and S. H. Chen, "Similarity of Generalized Fuzzy Numbers with Graded Mean Integration Representation," *Proc. of 8th int'l Fuzzy Systems Association World Congress*, Taipei, Taiwan, Republic of China, Vol. 2, pp.899-902, 1999.

[3] S. J. Chen, and S. M. Chen, "A New Method to Measure The Similarity Between Fuzzy Numbers," *Proc. of the 10th IEEE Int'l Conf. on Fuzzy Systems*, Melbourne Australia, 2001,

[4] S. J. Chen, and S. M. Chen, "A New Similarity Measure between Interval-valued Fuzzy Numbers," *Proc. of the joint 2nd Int'l Conf. of Soft Computing and Intelligent Systems and 5th Int'l Symposium on Advanced Intelligent Systems*, Yokohama, Japan, 2004.

[5] 이상혁, 김성신, "거리측도를 이용한 퍼지엔트로피와 유사측도의 구성," *퍼지및지능시스템학회 논문지*, 제 15 권, 제 5 호, pp.521-526, 2005.

[6] S. H. Wei, and S. M. Chen, "A New Similarity Measures Between Generalized Fuzzy Numbers," *Proc. of the Joint Third Int'l Conf. on Soft Computing and Intelligent Systems and Seventh Symp. on Advanced Intelligent Systems*, pp.315-320, 2006.

[7] S. J. Chen, "A New Method for Handling the Similarity Measure Problems of Interval-valued Fuzzy Numbers," *Proc. of the 2nd Int'l Conf. on Neural Computation and the 3rd Int'l Conf. on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, Xi'an, China, pp.325-334, 2006.

[8] S. H. Wei, and S. M. Chen, "A New Similarity Measures Between Interval-valued Trapezoidal Fuzzy Numbers Based on Geometric Distance and the Center-of-gravity-points," *Proc. of the 2007 Sixth Int'l Conf. on Machine Learning and Cybernetics*, Hong Kong, China, pp.1412-1417, 2007.

[9] J. H. Chen, and S. M. Chen, "A New Method Measure the Similarity between Interval-valued Fuzzy Numbers," *Proc. of the Sixth Int'l Conf.*

on *Machine Learning and Cybernetics*, Hong Kong, pp.1403-1408, 2007.
[10] Gau, Wen-Lung, and Buehrer, Daniel J., "Vague Sets," *IEEE Trans. on SMC*, Vol. 23, No. 2, pp.610-614, 1993.
[11] Chen, Shyi-Ming, "Arithmetic Operations Between Vague Sets," *Proceedings of the Int'l Joint Conf. of CFSA/IFIS/SOFT'95 on Fuzzy Theory and Applications*, Taipei, Taiwan, Republic of China, pp.206-211, 1995.
[12] Turksen, I. B., "Interval-valued Fuzzy Sets Based on Normal Forms," *Fuzzy Sets and Systems*, 20, pp.191-210, 1986.
[13] G. Deschrijver, and A. Vroman, "Generalized Arithmetic Operations in Interval-valued Fuzzy Set Theory," *Jl. of Intelligent & Fuzzy Systems*, Vol. 16, No. 4, pp.265-271, 2005.
[14] S. J. Chen, and S. M. Chen, "Fuzzy Risk analysis Based on Measures of Similarity Between Interval-valued Fuzzy Numbers," *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 55, No. 8, pp.1670-1685, 2007.

저 자 소 개

조상엽(Sang-Yeop Cho)
1986년 : 한남대학교 전자계산학과(공학사)
1988년 : 중앙대학교 전자계산학과 (이학석사)
1993년 : 중앙대학교 전자계산학과 (공학박사)
1995년～현재 : 청운대학교 인터넷학과 교수

관심분야 : 인공지능, 퍼지이론, 페트리네트 응용
E-mail : sycho@chungwoon.ac.kr