

지반물성의 공간적 변동성을 고려한 한계평형법에 의한 확률론적 사면안정 해석

Probabilistic Stability Analysis of Slopes by the Limit Equilibrium Method Considering Spatial Variability of Soil Property

조 성 은¹ Cho, Sung-Eun

박 형 춘² Park, Hyung-Choon

Abstract

In this paper, a numerical procedure of probabilistic slope stability analysis that considers the spatial variability of soil properties is presented. The procedure extends the deterministic analysis based on the limit equilibrium method of slices to a probabilistic approach that accounts for the uncertainties and spatial variation of the soil parameters. Making no a priori assumptions about the critical failure surface like the Random Finite Element Method (RFEM), the approach saves the amount of solution time required to perform the analysis. Two-dimensional random fields are generated based on a Karhunen-Loève expansion in a fashion consistent with a specified marginal distribution function and an autocorrelation function. A Monte Carlo simulation is then used to determine the statistical response based on the random fields. A series of analyses were performed to verify the application potential of the proposed method and to study the effects of uncertainty caused by the spatial heterogeneity on the stability of slope. The results show that the proposed method can efficiently consider the various failure mechanisms caused by the spatial variability of soil property in the probabilistic slope stability assessment.

요 지

본 연구에서는 확률론적 해석에 지반의 공간적 변동성을 고려하기 위한 해석 절차를 제시하였다. 제안된 방법은 한계평형법을 이용하는 결정론적 해석방법을 지반정수의 불확실성과 공간적 변동성을 고려할 수 있도록 확률론적 사면안정 해석으로 확장한다. 개발된 방법은 랜덤유한요소해석법과 같이 미리 임계파괴면을 가정하지 않으면서도 계산시간을 단축할 수 있다는 장점이 있다. 지정된 입력 확률분포함수와 자기상관함수를 따르는 2차원의 랜덤필드를 생성하기 위하여 Karhunen-Loève 전개법을 사용하였으며, 생성된 랜덤필드를 이용하여 확률론적 응답을 얻기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다. 개발된 해석기법의 적용성을 검토하고 지반정수의 공간적 변화가 확률론적 안정해석에 미치는 영향을 검토하기 위해 예제해석을 수행하였으며, 해석결과는 제안된 방법이 지반물성의 공간적 변동성에 따른 다양한 사면파괴 형태를 확률론적 사면안정 해석에 효과적으로 고려할 수 있음을 보여준다.

Keywords : Karhunen-Loève expansion, Monte-Carlo simulation, Probabilistic analysis, Slope stability, Spatial variability

1 정희원, 한국수자원공사 K-water 연구원 선임연구원 (Member, Senior Researcher, K-water Institute, Korea Water Resources Corporation)

2 정희원, 충남대학교 토목공학과 조교수 (Member, Assistant Prof., Dept. of Civil Engrg., Chungnam National Univ., civilman@cnu.ac.kr, 교신저자)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2010년 6월 30일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

1. 서론

통상 사면의 안정에 대한 해석은 안전율을 계산함으로써 수행된다. 그러나 안전율은 위험도(risk)에 대한 일관된 척도를 주지는 않는다. 즉, 동일한 안전율을 가진 사면일지라도 지반 물성의 변동정도에 따라 다른 위험도를 주게 되므로 안전율에 의한 안정성 평가는 경험에 의지하게 되는 측면이 있다. 기존의 결정론적 사면안정 해석의 경우 불확실성을 정량적으로 고려하지 않고 주관적 판단에 의한 보수적인 강도정수 및 설계기법을 통하여 고려하나 이러한 보수적인 설계가 파괴에 대한 안전을 보장하지는 않는다는 사실은 경험적으로 잘 알려져 있다(El-Ramly 등, 2002). 확률론적 해석도 모든 불확실성을 고려할 수는 없고 목표신뢰도를 어떻게 정할 것인가 하는 문제를 안고 있다. 그러나 확률론적 해석법은 불확실성을 사면안정 해석과 설계에 정량적으로 반영할 수 있고 각 변수의 변동에 따른 영향을 파악할 수 있는 합리적인 접근법이다.

사면의 확률론적 해석에 관한 연구는 1970년대 이후 많은 연구자들에 의해 수행되었지만(Alonso, 1976; Vanmarcke, 1977; Li와 Lumb, 1987; Mostyn과 Li, 1993; Christian 등, 1994; Hassan과 Wolff, 1999; Low, 2003; Griffiths와 Fenton, 2004; Cho, 2007; Cho, 2009; Griffiths 등, 2009), 현장기술자들의 확률이론에 대한 이해 부족과 적용에 대한 자료부족 등으로 인하여 실제로 널리 적용되지는 못하고 있는 실정이다. 국내에서도 사면의 파괴확률 산정에 관한 다양한 연구가 수행된 바 있다(김형배와 이승호, 2002; 장연수 등, 2002; 김진만, 2003; 박혁진 등, 2005; 김기영과 조성은, 2006; 조성은과 변위용, 2007).

대부분의 확률론적 사면안정 해석은 전통적인 한계평형법에 바탕을 둔 사면안정 해석기법을 활용한다. 한계평형법을 이용한 확률론적 사면안정 해석에서 물성의 공간적인 변동성을 고려하기 위하여 El-Ramly 등(2002)은 지반의 물성을 파괴면을 따라 1차원의 랜덤필드로 모델링하였고 Cho(2007)는 지반의 물성을 2차원의 랜덤필드로 모델링하여 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다. 그러나 이들 방법은 확률론적 임계파괴면을 먼저 결정하고 결정된 하나의 파괴면에 대한 물성의 공간적 변동만을 고려하므로 물성의 공간적 변동에 의한 다양한 파괴 형태를 완전하게 반영하지 못하는 단점이 있다.

지반 물성의 공간적 변동성을 고려하면서도 파괴면을 미리 가정하지 않고 해석을 수행하기 위해 Random Finite Element Method(RFEM)이 적용되었다. 이 방법은 해석과정에서 파괴면과 안전율이 자동적으로 결정되는 강도감소법(strength reduction method)을 랜덤필드 이론과 통합하여 Monte Carlo 시뮬레이션을 통한 확률론적 사면안정 해석에 적용함으로써 지반물성의 공간적인 변동을 포함한 불확실성을 고려하였다(Griffiths와 Fenton, 2004; Hicks와 Onisiphorou, 2005). 그러나 RFEM은 한번의 안정해석 자체에 매우 긴 계산시간이 소요되기 때문에 수많은 해석을 반복 수행해야 하는 Monte Carlo 시뮬레이션에 적용하는 경우 계산시간이 매우 길어져 파괴 확률 및 안전율의 확률분포를 정확하게 구하기 어렵고 랜덤필드를 이산화하기 위해 사용하는 방법의 한계로 인하여 실제 문제에 적용된 적은 없으며 이론적 전개를 통하여 공간적 물성의 변화가 확률론적 사면안정에 미치는 영향을 연구하기 위해 사용되었다.

본 연구에서는 지반물성의 불확실성과 공간적 변동성을 고려할 수 있도록 한계평형법을 확장하여 미리 임계 파괴면을 가정하지 않으면서도 계산시간을 단축할 수 있는 확률론적 사면안정 해석기법을 개발하고 이론적 전개를 통하여 지반물성의 공간적 변동성이 확률론적 사면안정 해석에 미치는 영향을 연구하였다. 지정된 입력 확률 분포함수와 자기상관함수(autocorrelation function)를 따르는 2차원의 랜덤필드를 생성하기 위하여 Karhunen-Loève 전개법을 사용하였으며 생성된 랜덤필드를 이용하여 확률론적 응답을 얻기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다. Monte-Carlo Simulation의 입력치의 샘플링(sampling)은 계산의 효율을 높이기 위해 Latin Hypercube 샘플링 기법을 사용하였다.

2. 사면안정 해석

2.1 한계평형해석과 원호 임계단면 결정법

한계평형해석법은 활동면을 따라 파괴가 일어나려는 순간에 있는 토체의 평형조건으로부터 안정성을 해석하는 방법으로 사면의 안정성은 안전율을 근거로 하여 판단한다. 안전율은 주어진 활동면에 대한 흙의 전단강도를 현재 파괴면 상에 유발된 전단응력으로 나눈 값이다. 한계평형해석법에 의한 사면안정 해석은 부정정 문제로 미지수의 수가 방정식의 수보다 많다. 따라서 해를

연기 위해서는 미지수의 수와 방정식의 수의 차이를 보완할 수 있는 개수만큼의 가정이 필수적이며, 이와 같은 가정에 따라 여러 해석방법이 제안되었다.

한계평형법을 사용하여 안전율을 산정하면서 최소안전율을 주는 임계단면을 찾는 방법에 대해서 최근까지 많은 연구들이 진행되어 왔다. 본 연구에서는 힘평형을 만족하는 Janbu의 간편법에 대해서 최적화 기법을 적용하여 비원호 임계단면을 탐색할 수 있도록 하였다(김주용, 1998).

원호형상의 가상활동면을 찾기 위한 최적화 수식형태는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\min_{\text{surface}} F_s(x_c, y_c, R) \quad (1)$$

여기서, F_s : 안전율(목적함수)

x_c, y_c : 원호활동면의 중심좌표

R : 원호형상의 가상활동면의 반경

그림 1에서 보는 바와 같이 원호 가상활동면은 단지 3개의 형상변수들에 의하여 정의될 수 있다. 그러나 실용적으로 가상활동면은 원호형태를 갖는 일련의 절점들로 표현되는 직선들의 집합체로 구성된다. 원호 가상활동면에 대한 최적화식 식 (1)과 같은 비구속 최적화문제의 해를 찾는 기법으로는 Simplex방법, DFP(Davidon-Fletcher-Powell)방법 및 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)방법 등이 있다. 본 연구에서는 최적화 변수에 대한 목적함수의 미분값인 민감도를 요구하는 방법 중 그 효율성이 널리 알려진 BFGS방법을 사용하였다. 최적화 탐색전략의 자세한 내용은 김주용(1998)에 의해 자세히 기술되었다.

2.2 확률론적 사면안정 해석법

확률론적 사면안정 해석은 한계평형법이나 탄소성해

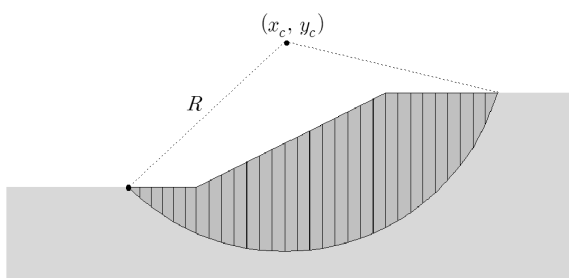


그림 1. 원호 가상활동면

석에 의한 강도감소법을 사용하여 안전율을 계산한다. 초기의 확률론적 사면안정 해석에서는 물성치를 하나의 랜덤변수를 사용하여 표현하는 방법을 주로 사용하였으나, 근래에는 물성의 공간적인 변동성이 사면의 신뢰도 및 파괴확률에 미치는 영향을 고려할 수 있는 방법들이 도입되고 있다(El-Ramly 등, 2002; Griffiths와 Fenton, 2004; Cho, 2007).

사면안정 해석의 경우 수많은 잠재파괴면이 존재하므로 사면의 총 파괴확률은 가능한 잠재적 파괴면에 대한 결합확률(joint probability)로 표현되지만 이들 파괴면들은 강한 상관관계를 지닌다는 가정 아래 대부분의 확률론적 사면안정 해석의 경우 임계활동면에 대하여 수행되어진다(Mostyn과 Li, 1993). 결정론적 해석의 경우 주어진 지반변수에 대하여 최소 안전율을 주는 파괴면이 임계활동면이 되지만 확률론적 해석의 경우에는 지반변수의 불확실성을 고려했을 때 최대 파괴확률을 갖는 활동면이 임계활동면이 되며 이 두 파괴면이 항상 일치하지는 않는다(Hassan과 Wolff, 1999). 확률론적 임계파괴면의 결정에 관하여는 Li와 Lumb(1987), Hassan과 Wolff(1999) 및 Bhattacharya 등(2003)에 의해 기술되었다.

지반물성의 공간적인 변동성을 고려하는 방법 중 일부 방법들은 미리 결정된 임계활동면에 대하여 파괴확률을 계산하는 방식을 사용한다. 지반물성의 공간적인 변동성을 고려하는 경우에 안전율을 계산하기 위하여 강도감소법을 사용하면 안전율을 구하기 위한 해석을 수행하기 전에 물성의 랜덤필드를 이산화하여 각요소에서의 입력 물성값이 결정되고 이러한 물성분포에 대한 파괴면이 해석과정에서 자동적으로 결정된다. 그러나 한계평형법을 사용하는 경우에는 임계파괴면을 찾기 위하여 반복계산을 수행하는 과정에서 물성치의 입력이 필요한 절편의 분할 위치가 계속 변화하므로 미리 결정된 파괴면에 대하여 파괴확률을 계산하는 방식을 사용하여 왔다(El-Ramly 등, 2002; Cho, 2007).

RFEM을 사용하여 확률론적 안정해석을 수행하기 위해서는 다수의 랜덤필드를 재현하고 재현된 랜덤필드 각각에 대하여 강도감소법에 의한 안정해석을 수행해야 한다. 강도감소법에 의한 안정해석은 파괴 메커니즘을 가정하지는 않지만 계산시간이 많이 소요되어 충분한 횟수의 해석을 수행하지 못하고 제한된 횟수의 해석 결과를 적당한 확률분포함수로 곡선맞춤하여 확률론적 응답을 구하는 한계가 있다. 이에 비해 한계평형법은 지

반의 응력-변형을 관계를 고려할 수 없는 단점에도 불구하고 계산 시간이 짧아 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하기에 적합하나 임의의 지점에서 이산화된 물성값을 구할 수 있도록 절편분할과 독립적인 랜덤필드 이산화 기법의 사용이 요구된다. 본 연구에서는 계산시간이 짧아 Monte Carlo 시뮬레이션에 적합한 한계평형법을 사용하면서도 해석과정에서 임계파괴면을 결정할 수 있도록 Karhunen-Loève 전개법을 사용하여 랜덤필드를 이산화하고 생성된 랜덤필드를 이용하여 확률론적 응답을 얻기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다.

3. 랜덤 필드 모델

3.1 지반의 공간적 변동성

자연재료로서 지반은 균질한 지층에서도 위치에 따라 특성에 변동성을 보인다. 이러한 공간적인 변동성은 지반의 조성 성분, 퇴적상황, 응력이력 등의 원인으로 발생하며 지반의 불확실성을 유발하는 본질적인 원인이다(Lacasse와 Nadim, 1996; Elkateb 등, 2002).

지반의 공간적인 변동성은 무작위적 특성을 가지는 않으며 공간에서의 위치에 의해 지배된다. 평균이나 분산 같은 하나의 값으로 주어지는 통계적 정보는 지반의 공간적인 변동특성을 나타낼 수 없다. 그러나 지반물성의 공간적 변동성은 랜덤필드 모델의 이론적 틀에서 상관구조(correlation structure)에 의해 효과적으로 설명될 수 있다(Vanmarcke, 1983).

지반의 특성이 강한 상관성을 나타내는 공간적인 범위를 표현함으로써 지반의 상관성을 나타내기 위하여 변동자(scale of fluctuation, Vanmarcke, 1983)와 자기상관거리(autocorrelation distance, DeGroot과 Baecher, 1993)의 두 가지 지표가 사용되어져 왔다.

자기상관거리는 자기상관함수값이 $1/e$ 로 감소하는 거리로 정의되며 변동자 δ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\delta = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\eta) d\eta \quad (2)$$

여기서 $\rho(\eta)$ 는 자기상관함수이며 η 는 공간상의 두 점간의 거리를 나타낸다.

큰 값의 자기상관거리는 지반의 물성이 넓은 공간적 범위에 걸쳐서 강한 상관성을 나타내어 지층내에서 점진적인 변화를 보이는 것을 의미한다. 반대로, 작은 자

기상관거리는 지반의 변동폭이 크게 나타나는 것을 의미한다.

보통 방향에 관계없이 모든 방향으로 동일한 상관관계를 나타내는 등방 상관구조(isotropic correlation)가 많이 사용되어져 왔지만 대부분의 자연적으로 생성된 지반의 경우 보통 지질학적 형성 과정으로 인하여 연직방향의 상관거리가 수평방향의 상관거리에 비하여 훨씬 작은 경향이 있으며 이들 값의 비가 약 10배 이상이 되는 경우도 흔하다(Baecher와 Christian, 2003). 자기상관거리의 값은 공간적인 지반물성의 분포로부터 통계적인 처리를 통하여 구할 수 있다(Baecher와 Christian, 2003; Hsu와 Nelson, 2006).

Gaussian 랜덤필드는 평균 $\mu(x)$, 분산 $\sigma^2(x)$ 및 자기상관함수 $\rho(x, x')$ 에 의해서 완전히 정의될 수 있다. 지반공학 분야에서 널리 사용되는 자기상관함수는 Li와 Lumb(1987) 및 Rackwitz(2000)에 의해 주어졌다. 본 연구에서는 식 (3)과 같은 지수형태의 상관함수를 사용하였으며 연직과 수평방향의 상관구조가 다른 비등방 상관구조를 적용하였다.

$$\rho(x, y) = \exp\left(-\frac{|x-x'|}{l_h} - \frac{|y-y'|}{l_v}\right) \quad (3)$$

여기서, l_h, l_v 는 각각 수평 및 연직 방향의 자기상관거리이다.

3.2 랜덤필드의 이산화

해석에서 지반 특성의 공간적 변동성은 지반 특성을 나타내는 변수를 하나의 랜덤 변수로 모델링하면 고려할 수 없으며 공간적 변동성을 나타내기 위해서 랜덤필드로 모델링하는 것이 바람직하다. 한계평형법, 유한요소법이나 유한차분법 같은 수치해석법은 불연속적인 특성을 가지므로 해석을 수행하기 위해서는 지반물성의 랜덤필드 또한 유한개의 랜덤변수들로 표현되어야 한다. 이러한 과정을 랜덤필드의 이산화(discretization)라 한다.

랜덤필드의 이산화를 수행하기 위하여 공간 평균법(spatial averaging method), 중심점법(midpoint method), 형상함수법(shape function method) 같은 여러 방법들이 개발되어져 왔다. 이들 초기 방법들은 랜덤필드를 정확하게 근사화하기 위해서 많은 수의 랜덤 변수들이 필요하다는 점에서 효율성이 낮은 방법이라 할 수 있

다. 한편, 랜덤필드를 이산화 하는데 보다 효율적인 KLE(Karhunen-Loève expansion), OSE(orthogonal series expansion), EOLE(Expansion Optimal Linear Estimation) 방법 같은 급수전개법들이 개발되었다. 모든 급수전개법들은 랜덤 변수들과 랜덤필드의 상관구조에 의존하는 결정론적인 공간의 함수들에 의해 표현되는 Gaussian 필드로 결과가 귀결된다. 이때 랜덤필드의 근사화는 영향이 작은 항들의 생략을 통해 이루어진다. 급수전개로 표현되는 랜덤필드의 정확도는 사용되는 특정 방법의 종류와 포함되는 항의 수에 따라 결정된다. 이들 이산화 방법들에 대한 자세한 소개와 비교는 Matthies 등(1997) 및 Sudret과 Der Kiureghian(2000)에 의해 주어졌다.

본 연구에서는 지반 물성의 비등방 랜덤필드를 이산화하기 위해서 다른 방법들과 비교해 소정의 정확도를 얻기 위해 요구되는 항의 수가 가장 적은 Karhunen-Loève 전개법(Ghiocel과 Ghanem, 2002)을 사용하였다.

3.3 Karhunen-Loève 전개법

랜덤 필드 $H(x, \theta)$ 의 Karhunen-Loève 전개는 자기상관함수 $\rho(x, x')$ 의 주성분 분석에 기초한다. 랜덤 필드의 실현 $H(x, \theta_o)$ 를 전개하기 위해 필요한 기저 함수들은 다음의 고유치문제(eigenvalue problem)에 의해 정의된다.

$$\int_{\Omega} \rho(x, x') \phi_i(x') d\Omega_{x'} = \lambda_i \phi_i(x) \quad (4)$$

여기서 λ_i, ϕ_i 는 식 (4)의 해인 고유치 및 고유벡터이다.

$H(x, \theta)$ 의 전개는 직교(orthogonal) 랜덤 계수 $\xi_i(\theta)$ (평균이 0이고 분산이 1인 비상관 랜덤변수들)를 사용하여 다음과 같이 주성분 분석에 의한 기저함수들의 선형조합으로 표현할 수 있다.

$$H(x, \theta) = \mu + \sum_{i=1}^{\infty} \sigma \sqrt{\lambda_i} \phi_i(x) \xi_i(\theta), \quad x \in \Omega \quad (5)$$

Karhunen-Loève 전개에서 가장 중요한 점은 무작위적인(random) 공간적 변동이 확정적인 공간변수의 함수들과 이들 변수들과 독립적인 랜덤 계수들로 분해된다는 것이다. Karhunen-Loève 전개식은 자기상관함수의 대칭성으로 인하여 크기가 단조 감소하는 특성을 가지며 감소율은 자기상관거리에 반비례한다.

식 (5)를 M 항까지만 포함하도록 하면 랜덤필드의 근

사값은 다음과 같다.

$$\hat{H}(x, \theta) = \mu + \sum_{i=1}^M \sigma \sqrt{\lambda_i} \phi_i(x) \xi_i(\theta) \quad (6)$$

이때 M 은 자기상관함수와 요구되는 정확도에 따라 결정되어야 한다.

사용의 편리함과 실제 데이터의 부족 등으로 인하여 Gaussian 랜덤필드가 공간적인 변동성을 포함하는 불확실성을 모델하기 위하여 자주 사용되지만 랜덤변수가 항상 양의 값을 가질 때에는 사용할 수 없는 경우가 많다. 랜덤변수가 대수정규분포(lognormal distribution)를 따른다면 대수정규 랜덤필드는 다음과 같이 Gaussian 필드로부터 구할 수 있다.

$$\tilde{H}(x, \theta) = \exp \left[\mu + \sum_{i=1}^M \sigma \sqrt{\lambda_i} \phi_i(x) \xi_i(\theta) \right] \quad (7)$$

Karhunen-Loève 전개에 의하여 non-Gaussian 랜덤필드를 생성하기 위해서는 원 공간의 입력 랜덤필드의 분포를 표준 정규 공간(standardized normal distribution)으로 변환하여 자기상관 구조를 평가해서 입력값으로 사용해야 한다. 그러나 만약 원 공간(original space)에서의 자기상관함수가 바로 주어진다면 원래의 자기상관계수를 Gaussian 공간으로 변환하기 위하여 Nataf model의 수정함수가 모든 범위의 자기상관계수에 대하여 구해져야 한다(조성은과 박형춘, 2008). 이는 Karhunen-Loève 전개를 위한 자기상관 구조의 성분 분해가 Gaussian 공간에서 수행되기 때문이다.

식 (4)는 몇몇 제한된 자기상관함수와 해석영역에 대해서만 해석적으로 풀 수 있으며 삼각형(triangular) 및 지수 형태의 자기상관함수에 대한 일차원 영역의 해석적인 해가 Spanos와 Ghanem(1989) 및 Ghanem과 Spanos(1991)에 의해 주어졌다. 이 경우를 제외하고는 식 (4)의 고유치 문제는 수치해석 방법에 의해 풀어야 하며 Galerkin 방법에 의한 해석 절차가 Ghanem과 Spanos(1991)에 의해 제시되었다.

식 (3)과 같은 지수방정식 형태의 자기상관함수인 경우, $\Omega = [-a, a]$ 인 일차원 문제의 고유치문제는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_{-a}^a e^{-\frac{|x-x'|}{l}} \phi_i(x') dx' = \lambda_i \phi_i(x) \quad (8)$$

여기서, l 은 자기상관거리이다.

식 (8)의 적분식은 미분방정식으로 전환함으로써 풀 수 있다(Ghanem과 Spanos, 1991; Sudret과 Der Kiureghian, 2000; 조성은과 박형춘, 2008). 2차원 고유치문제의 해는 다음과 같이 1차원 해의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$\lambda_i = \lambda_{i_1}^{1D} \cdot \lambda_{i_2}^{1D}, \phi(x) \equiv \phi(x, y) = \phi_{i_1}(x) \cdot \phi_{i_2}(y) \quad (9)$$

여기서 첨자 1D는 1차원 해를 의미한다.

고유치문제의 영역은 목표가 되는 랜덤필드의 영역과 반드시 일치할 필요는 없으며 경계에서의 분산 오차를 제한하기 위해서 고유치문제의 영역은 랜덤필드의 영역보다 크게 정의될 수 있다(Sudret과 Der Kiureghian, 2000).

3.4 랜덤변수의 샘플링 기법

랜덤필드를 생성하기 위해서는 식 (6)의 랜덤 벡터 ξ 를 샘플링해야 한다. 본 연구에서는 ξ 를 생성하기 위하여 Latin hypercube 샘플링 기법을 사용한다. Random 샘플링은 표본들이 모집단 전체의 경향을 정확하게 나타낼 수 있도록 주어진 확률분포로부터 무작위로 추출하는 방법이다. Random 샘플링 기법은 샘플이 충분히 많은 경우에 쉽게 적용할 수 있는 장점을 가지고 있으나 모델을 평가하는데 많은 시간과 비용이 소요되는 경우에는 적용에 문제가 있다.

Latin hypercube 샘플링 기법은 누적확률분포를 동등한 확률간격으로 나누고 각 간격에서 확률변수(random variable)를 무작위 추출하는 계층화 랜덤(stratified-random) 샘플링 기법이다. 따라서 보다 작은 수의 샘플링으로 확률분포의 넓은 영역을 망라할 수 있는 효율적인 샘플링 기법이다. M 개의 랜덤변수 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M$ 에 대해 규정된 확률분포함수로부터 N_{sim} 번의 샘플링을 Latin hypercube 샘플링 기법으로 수행하기 위하여 본 연구에서는 랜덤변수들 사이의 상관성을 고려한 샘플링을 수행할 수 있는 방법(Stein, 1987)을 적용하였다.

4. 신뢰성해석

신뢰성해석 문제는 종종 기본 랜덤변수들로 이루어진 벡터 $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ 로 정식화 된다. 랜덤변수들에 의해 한계상태를 나타내는 한계상태함수 $g(\mathbf{X})$ 가 정의

된다. 한계상태는 설계변수의 공간에서 안전과 파괴의 경계(즉, $g(\mathbf{X}) = 0$)를 정의한다. 이때 파괴확률은 다음과 같이 표현되는 다차원 적분식으로 정의된다.

$$P_f = P[g(\mathbf{X}) \leq 0] = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(X_1, X_2, \dots, X_n) dX_1, dX_2, \dots, dX_n \quad (10)$$

여기서, $f_{\mathbf{X}}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 는 기본 랜덤변수들 X_1, X_2, \dots, X_n 의 결합확률밀도함수(joint probability density function)이며, 파괴영역에 대하여 적분을 수행한다.

대부분의 실제 문제의 경우, 한계상태함수를 나타내는 기본 랜덤변수들의 결합확률밀도함수를 정의하고 물리적 거동을 나타내는 복잡한 적분영역에 대하여 n 차의 다중적분을 수행하는 것은 거의 불가능하다. 따라서 식 (10)을 계산하기 위하여 Monte Carlo 시뮬레이션 같은 시뮬레이션 기법이나 FORM(First Order Reliability Method) 혹은 SORM(Second Order Reliability Method) 같은 간략화 방법이 사용되어진다. Monte Carlo 시뮬레이션은 식 (10)을 계산하기 위하여 확률변수들의 확률분포특성이 반영된 표본집단을 생성한 후, 한계상태식을 계산하고 이 과정을 충분한 수만큼 반복하여 파괴확률을 추정하는 방법이다.

지반의 공간적 변동성을 고려하는 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하기 위해서는 지반의 특성을 나타내는 통계적 정보인 확률분포와 상관구조를 만족하는 일련의 랜덤필드를 생성하고 각각의 생성된 랜덤필드에 대하여 해석을 수행함으로써 지반구조물의 거동을 계산하게 된다. 이러한 과정을 여러 번 반복하여 식 (10)을 계산함으로써 파괴확률을 구할 수 있다. Monte Carlo 시뮬레이션은 파괴확률 뿐만 아니라 지반구조의 거동에 대한 평균, 표준편차, 확률밀도함수 및 누적확률분포 등의 정보를 평가할 수 있으므로 주어진 시스템에 대한 보다 폭 넓은 정보를 제공할 수 있게 해준다.

4.1 사면안정의 한계상태 함수

사면의 신뢰성해석은 수많은 잠재파괴면이 존재하므로 시스템 신뢰성해석(system reliability)의 문제가 되며, 이러한 특성은 시스템의 한계상태를 모든 잠재적인 파괴면에 대한 안전율(유발된 전단응력에 대한 흙의 전단강도의 비)의 최소값의 함수로 정의함으로써 다룰 수 있다(Hong과 Roh, 2008). 임의의 파괴면 s 에 대한 사면의

한계상태함수를 식 (11)과 같이 나타내면 모든 가능한 파괴면을 고려한 사면의 한계상태함수는 식 (12)와 같이 정의할 수 있다.

$$g_s(\mathbf{X}|s) = F_s - 1 \quad (11)$$

$$g(\mathbf{X}) = \min_{\text{all surf}} g_s(\mathbf{X}|s) \quad (12)$$

여기서, F_s 는 식 (1)과 같이 한계평형법에 의하여 계산되는 안전율이다.

그림 2는 제한된 랜덤필드를 고려한 확률론적 사면안정 해석기법의 절차를 나타내는 것으로 요약하면 다음과 같다.

- ① 주어진 입력 확률분포와 자기상관함수에 따라 지반물성의 불확실성과 공간적 분포를 나타내는 랜덤필드를 재현한다.

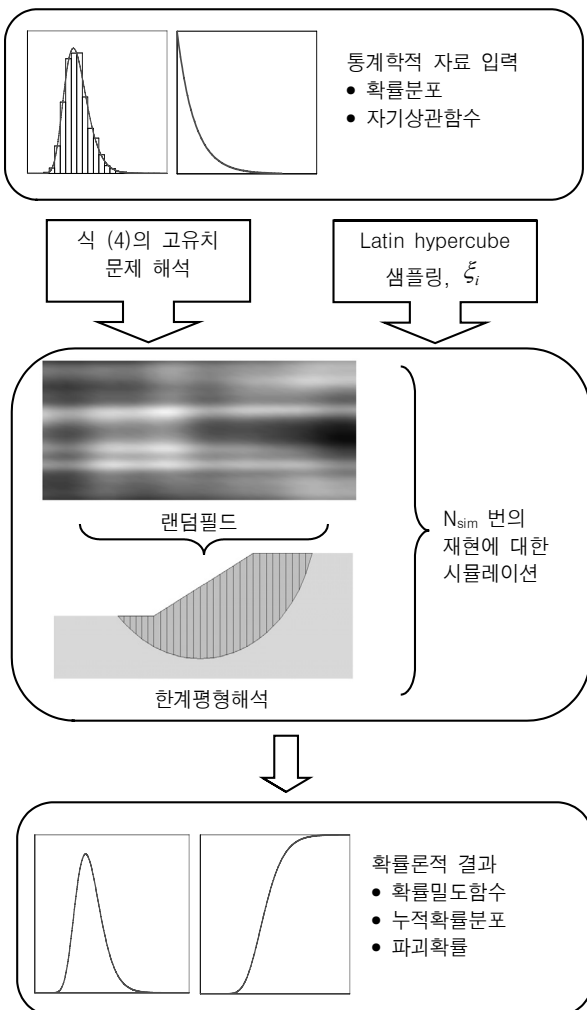


그림 2. 공간적 변동성을 고려하여 제한된 확률론적 사면안정 해석기법의 흐름도

- ② 재현된 랜덤필드에 대하여 한계평형해석을 이용한 안정해석을 수행하여 임계파괴면과 해당하는 안전율을 구한다.
- ③ ①과 ②의 과정을 충분한 횟수만큼 반복하여 안전율의 확률밀도함수, 누적확률분포를 구하고 안전율이 1.0보다 작은 횟수로부터 파괴확률을 계산한다.

5. 예제해석

본 예제에서는 개발된 해석기법의 적용성을 검토하기 위하여, 그림 3과 같이 단일 지층으로 이루어진 사면의 안정해석을 수행하였으며, 비배수 전단강도 c_u 를 확률 변수로 고려하였다. 흙의 단위중량의 변동성은 다른 변수들에 비해 작아 결정론적으로 취급해도 해석결과에 큰 영향을 미치지 않게 되므로(Alonso, 1976), 포화 단위중량의 경우 일정한 값으로 고려하였다. 표 1은 사용된 지반의 평균과 변동계수 V_X (coefficient of variation)를 나타내며 변동계수에 따라 2가지 경우에 대하여 해석을 수행하였다. 입력물성은 확률론적으로 변수 X 의 평균 μ_X 와 표준편차 σ_X 로 정의되는 대수정규분포(lognormal distribution)를 따른다고 가정하였다. 무차원의 변동계수 $V_X(=\sigma_X/\mu_X)$ 를 정의하면 변수의 대수값은 정규분포를 따르게 되며 평균과 표준편차는 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_{\ln X} = \sqrt{\ln\{1 + V_X^2\}} \quad (13)$$

$$\mu_{\ln X} = \ln \mu_X - 0.5\sigma_{\ln X}^2 \quad (14)$$

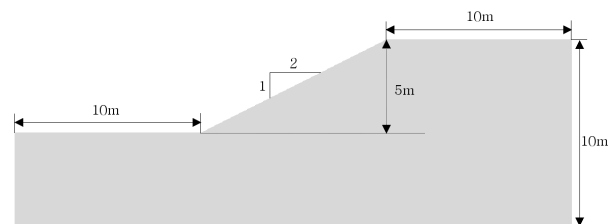


그림 3. 사면안정 해석 대상 영역

표 1. 사면의 물성치(lognormal분포)

구분	평균 μ_X	변동계수 V_X	
		Case 1	Case 2
단위중량, γ_{sat} (kN/m ³)	20	-	-
점착력, c (kPa)	23	0.2	0.3

비배수 전단강도의 평균값에 대한 결정론적 해석의 경우 여러 초기 파괴면을 가정한 비원호 임계단면 탐색 결과는 그림 4와 같으며 안전율은 $F_s=1.30$ 로 계산되었다.

전단강도의 공간적 변동성을 고려한 해석에서 전개되는 랜덤필드의 공간적 변동성을 정확하게 반영하기 위해서는 전개식에 포함되는 성분의 수 M 을 신중하게 선택해야 한다. 그림 5는 지수방정식 형태의 자기상관함수(식 (3))에 대하여 그림 2의 해석영역을 포함하는 $30m \times 10m$ 의 사각형 영역에 대한 식 (4)의 고유치 해석의 결과를 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 고유치는 단조 감소하는 경향을 보이며 자기상관거리가 작을수록 고유치의 감소하는 정도가 작음을 알 수 있다. 본 연구에서는 랜덤필드를 나타내기 위하여 100개의 성분을 사용하였다. 지반의 자기상관거리에 대해서는 축적된 자료가 많지 않아 더 많은 연구가 필요한 실정지만 El-Ramly 등(2003)이 수행한 문헌연구의 결과에 따르면 수평방향의 자기상관거리는 10~40m의 범위이고 연직방향의 자기상관거리는 1~3m 정도인 것으로 알려져 있다. 본 연구에서는 수평 자기상관거리 10~40m와 연직 자기상관거리 1~4m를 적용하였으며 100,000회

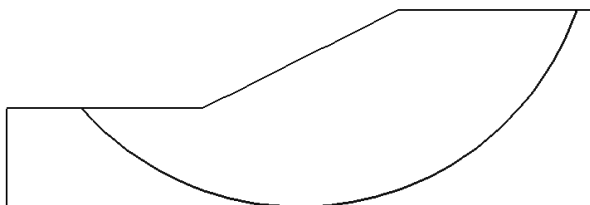


그림 4. 비배수 전단강도의 평균값에 대한 결정론적 해석결과($F_s=1.30$)

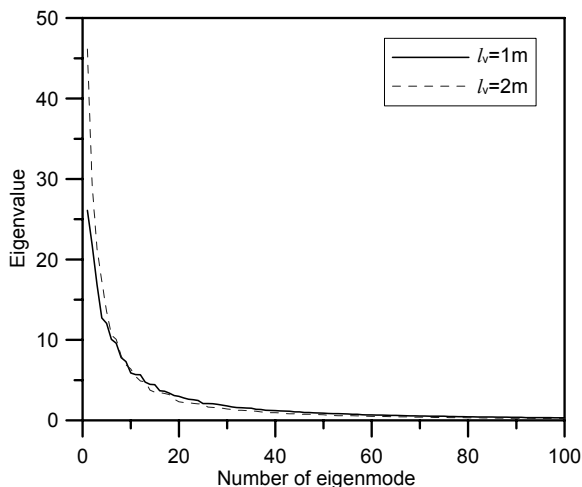


그림 5. 자기상관함수의 고유치 성분($l_h = 10m$)

의 랜덤필드를 생성하여 이에 대한 안정해석을 수행하였다. 각각의 생성된 랜덤필드는 해석영역에 대하여 가능한 하나의 지반물성 분포를 나타낸다.

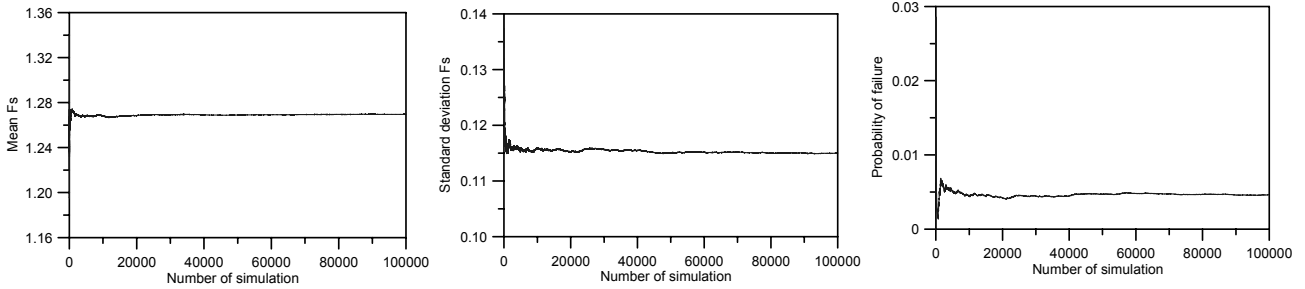
그림 6(a), 그림 6(b) 및 그림 6(c)는 Monte Carlo 시뮬레이션($l_h = 10m, l_v = 2m, V_{c_v} = 0.2$ 인 경우)의 시행횟수에 따른 안전율의 평균, 표준편차 및 파괴확률의 값을 각각 나타낸 것으로 그 값들이 일정한 값으로 수렴하고 있음을 알 수 있다. 흥미로운 것은 그림 6(a)에 나타난 바와 같이 전단강도의 공간적인 변동성을 고려한 시뮬레이션의 평균값이 균질한 지반에 대하여 결정론적으로 계산한 안전율보다 작다는 것이다. 그림 6(d)는 안전율의 확률밀도함수를 나타내며 대수정규분포(lognormal distribution)에 의해 안전율의 확률분포를 잘 나타낼 수 있음을 알 수 있다. 그림 6(e)는 안전율의 누적확률분포를 나타내며 이로부터 안전율이 지반의 평균 전단강도로부터 구한 결정론적 안전율보다 작을 확률이 약 62% 정도임을 알 수 있다.

표 2는 파괴면을 분할하는 절편의 개수가 해석결과에 미치는 영향을 나타내고 있다. 절편법에 의한 한계평형 해석도 유한요소법이나 유한차분법과 같은 다른 수치해석기법과 마찬가지로 해의 특성을 잘 잡아내기에 충분한 절편 개수를 사용하여 연속적인 해석영역을 공간적인 이산화를 통하여 표현해야 한다. 표 2의 결과에 의하면 40개 전·후의 절편을 사용하면 절편의 개수가 해석결과에 미치는 영향이 크지 않으므로 본 연구에서는 45개의 절편을 사용하여 해석을 수행하였다.

그림 7은 생성된 100,000번의 랜덤필드 중 일부와 이에 따른 해석 결과를 나타낸 것이다. 비배수 전단강도의 분포를 나타내는 그림에서 어두운 부분은 전단강도가 작은 영역을 나타내고 밝은 부분은 전단강도가 큰 영역을 나타내고 있으며 연직방향의 상관거리가 수평방향의 상관거리보다 작은 값이 사용되었기 때문에 연직방향의 변동성이 더 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 비배수 전단강도의 공간적 분포에 따라 전단강도가 작은 영역을 통과하여 파괴면이 생성되므로 균질한 지반에

표 2. 절편의 개수에 따른 해석의 결과($l_h = 10m, l_v = 2m, V_{c_v} = 0.2$)

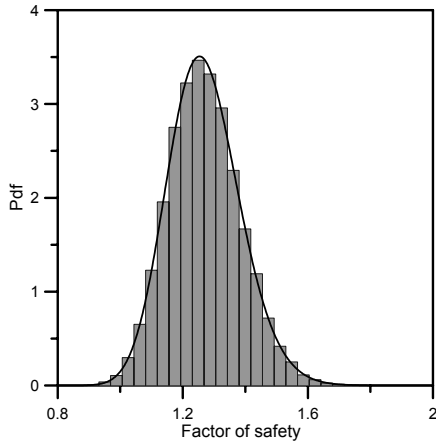
절편수	P_f	μ_{F_s}	σ_{F_s}	V_{F_s}
30	0.00493	1.2674	0.11541	0.091060
35	0.00474	1.2684	0.11522	0.090839
40	0.00468	1.2692	0.11514	0.090719
45	0.00463	1.2696	0.11501	0.090588



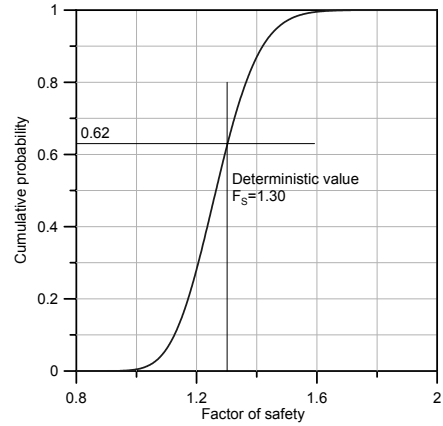
(a) 시행 횟수에 따른 안전율의 평균

(b) 시행 횟수에 따른 안전율의 표준편차

(c) 시행 횟수에 따른 파괴확률

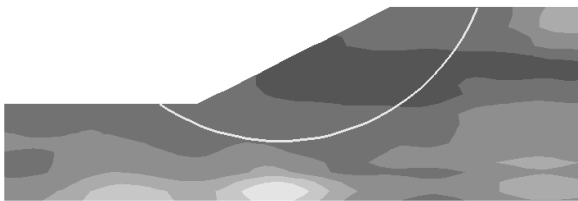


(d) 안전율의 확률분포

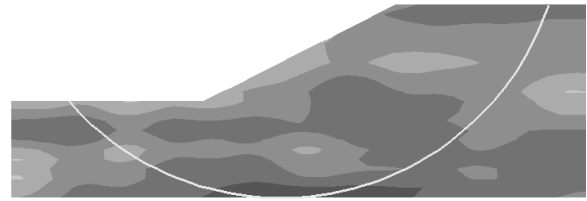


(e) 안전율의 누적확률분포

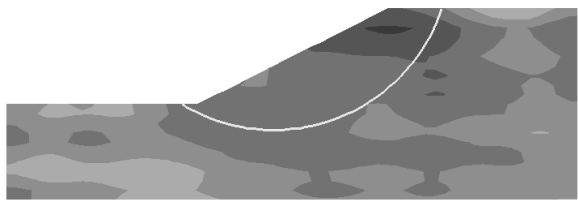
그림 6. Monte-Carlo Simulation의 결과($l_h = 10m, l_v = 2m, V_{c_v} = 0.2$)



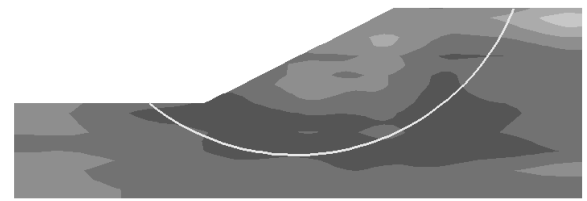
(a) $F_s = 0.99$



(b) $F_s = 1.08$



(c) $F_s = 1.07$



(d) $F_s = 1.07$

그림 7. 특정 랜덤필드의 재현 및 이에 따른 사면안정 해석결과($l_h = 10m, l_v = 2m, V_{c_v} = 0.2$)

서의 파괴면과는 상당히 다른 파괴면이 생성되고 있으며 이에 따라 안전율도 다른 값을 나타내고 있음을 알 수 있다.

본 예제의 사면에서는 비배수 전단강도의 공간적 분포가 불균질함에도 불구하고 파괴면은 기하학적 및 운동학적으로 가능해야 하므로 원호파괴면이 사면의 거

동을 비교적 잘 나타내고 있다. 그러나 기하학적으로 복잡하고 층상구조를 이루는 등 불균질한 정도가 증가하게 되면 원호파괴면 보다는 비원호파괴면에 의해 파괴면을 보다 잘 나타낼 수 있으므로 추후 이에 대한 연구가 필요하다.

전단강도가 확률분포를 따르는 단지 하나의 랜덤변

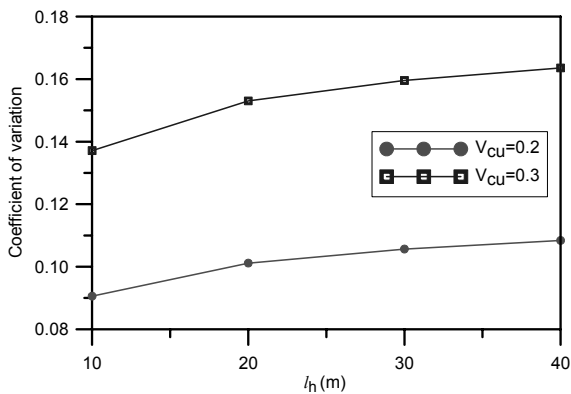
수로 고려됨으로써 안전율의 크기 분포에만 영향을 미치는 기존의 확률론적 해석법과는 달리 지반물성을 확률분포와 자기상관 구조를 만족하는 랜덤필드로 고려하여 공간적 변동을 고려하는 방법은 결정론적 해석이나 지반물성을 하나의 랜덤변수로 고려하는 경우에 나타나지 않는 다양한 지반의 파괴 형태를 반영하고 있음을 알 수 있다.

비등방 랜덤필드에서 자기상관거리의 크기가 해석에 미치는 영향을 검토하기 위하여 자기상관거리를 변화시키며 일련의 해석을 수행하였다. 그림 8(a)는 수평방향의 자기상관거리에 따른 안전율의 변동성 V_{Fs} 를 나타낸 것으로 자기상관거리가 커질수록 안전율의 변동폭이 커지는 경향을 나타내고 있다. 따라서 사면의 파괴확률은 그림 8(b)와 같이 증가하게 된다. 이때 전단강도의 변동폭 V_{cu} 이 작은 경우가 큰 경우보다 파괴확률은 작지만 자기상관거리의 영향이 더 크게 나타남을 알 수 있다. 그림 9는 연직방향의 자기상관거리가 확률론적 해석의 결과에 미치는 영향을 나타낸 것으로 수평방향의 자기상관거리의 변화와 동일한 경향의 영향을 나타내

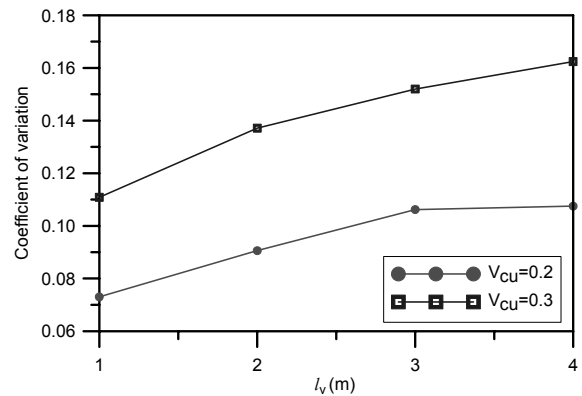
고 있지만 연직방향의 자기상관거리가 수평방향의 자기상관거리 보다 해석 결과에 더 큰 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

그림 10(a)와 그림 10(b)는 l_h 의 변화에 따른 안전율의 확률밀도함수와 누적확률분포를 나타낸다. 이때 무한대의 자기상관거리는 단일 확률변수를 사용하여 지반물성의 공간적 분포를 고려하지 않고 파괴면에 걸쳐 동일한 지반물성을 적용하는 경우를 나타내며 최대 파괴확률을 나타냄을 알 수 있다.

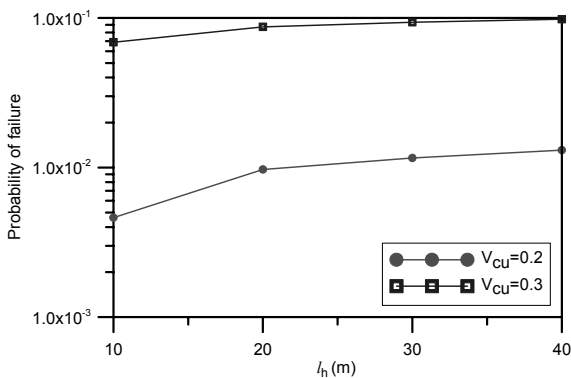
자기상관거리의 증가에 따라 파괴확률이 커지는 경향은 그림 11(a)의 안전율의 확률밀도함수에서도 알 수 있다. 자기상관거리가 커질수록 안전율의 분포범위가 넓어지고 따라서 안전율이 1보다 작게 될 가능성도 커지게 된다. 이런 경향은 다음과 같이 설명될 수 있다. 지반물성의 공간적 변동성을 무시하고 단일 랜덤변수를 사용하는 경우 파괴면에 걸쳐 동일한 물성이 적용되므로 안전율이 1보다 작은 변수가 샘플링 되는 횟수가 많아져 사면의 파괴확률은 과대평가 된다. 그러나 공간적 변동성을 고려하면 파괴면을 따라 변동하는 물성이



(a) 안전율의 변동계수의 변화

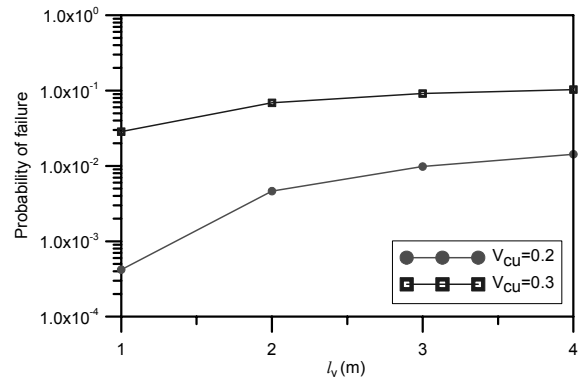


(a) 안전율의 변동계수의 변화



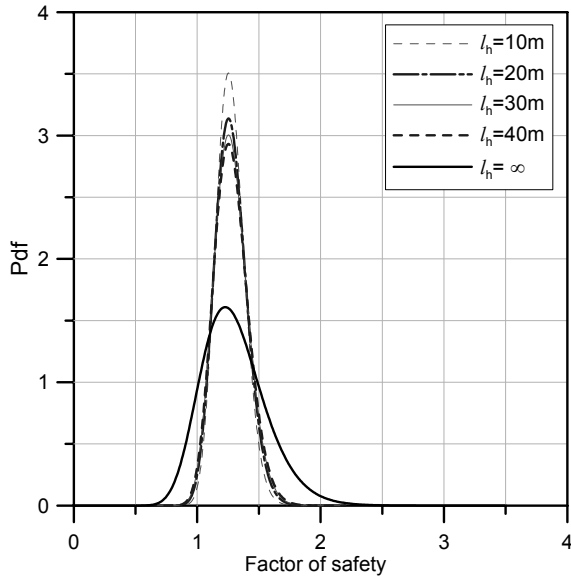
(b) 파괴확률의 변화

그림 8. c_u 의 변동계수와 l_h 이 해석결과에 미치는 영향($l_v = 2m$)

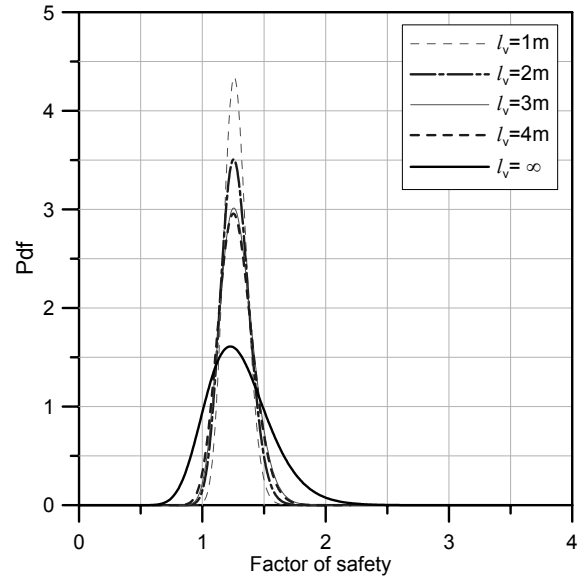


(b) 파괴확률의 변화

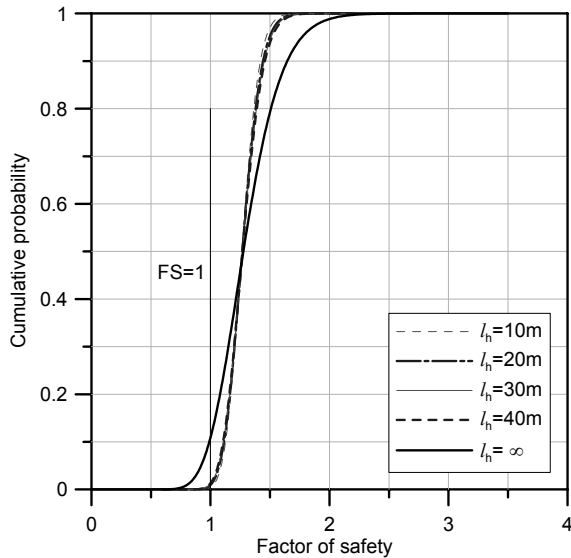
그림 9. c_u 의 변동계수와 l_v 이 해석결과에 미치는 영향($l_h = 10m$)



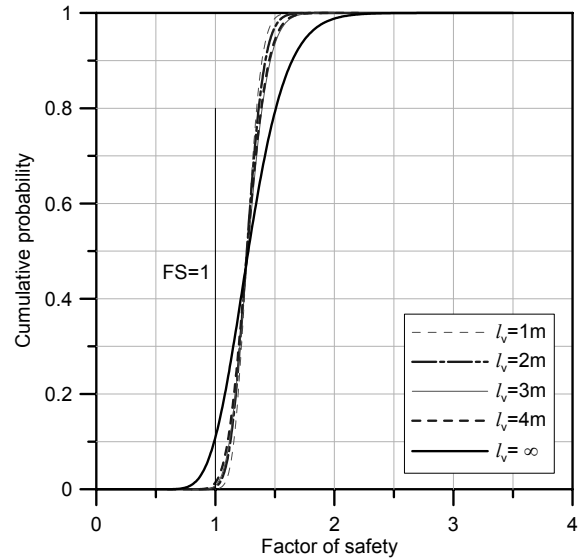
(a) 확률밀도함수



(a) 확률밀도함수



(b) 누적확률분포함수



(b) 누적확률분포함수

그림 10. l_h 가 Monte Carlo 시뮬레이션의 결과에 미치는 영향 ($l_v = 2m, V_{c_u} = 0.2$)

그림 11. l_v 가 Monte Carlo 시뮬레이션의 결과에 미치는 영향 ($l_h = 10m, V_{c_u} = 0.2$)

적용되어 한계상태를 유발하는 낮은 물성치가 전 파괴면에 걸쳐 선택될 확률이 줄어들게 되므로 파괴확률은 감소하게 되는 것이다.

6. 결론

본 연구에서는 확률론적 해석에 지반의 공간적 변동성을 고려하기 위한 해석 절차를 제시하였다. 제안된 확률론적 사면안정 해석기법은 미리 임계파괴면을 가정하지 않으면서도 계산시간을 단축할 수 있도록 한계평

형법을 이용하는 결정론적 해석방법을 지반정수의 불확실성과 공간적 변동성을 고려할 수 있도록 확장하였다. 지정된 입력 확률분포함수와 자기상관함수를 따르는 2차원의 랜덤필드를 생성하기 위하여 Karhunen-Loève 전개법을 사용하였으며 생성된 랜덤필드를 이용하여 확률론적 응답을 얻기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다. Monte-Carlo Simulation의 입력치의 샘플링(sampling)은 계산의 효율을 높이기 위해 Latin Hypercube 샘플링 기법을 사용하였다. 개발된 해석기법의 적용성을 검토하고 지반정수의 공간적 변화가 확률

론적 안정해석에 미치는 영향을 검토하기 위해 예제해석을 수행하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) Karhunen-Loève 전개법에 의한 랜덤필드의 이산화는 한계평형법의 절편분할과 독립적으로 수행될 수 있어 랜덤필드의 이산화가 한번만 수행되면 영역내의 임의의 위치에서의 변동하는 지반물성의 값을 쉽게 구할 수 있다. 따라서 지반물성의 공간적 변동성에 따른 다양한 사면파괴 형태를 확률론적 사면안정 해석에 효과적으로 고려할 수 있다.
- (2) 전단강도를 확률분포를 따르는 단지 하나의 랜덤변수로 고려함으로써 안전율의 크기 분포에만 영향을 미치는 기존의 확률론적 해석법과는 달리 지반물성을 확률분포와 자기상관 구조를 만족하는 랜덤필드로 고려하여 공간적 변동을 고려하는 방법은 결정론적 해석이나 지반물성을 하나의 랜덤변수로 고려하는 경우에 나타나지 않는 다양한 지반의 파괴 형태를 반영할 수 있다.
- (3) 지반물성의 공간적 변동성을 무시하고 단일 랜덤변수를 사용하는 경우 안전율이 1보다 작은 변수가 샘플링 되는 횟수가 많아져 사면의 파괴확률은 과대평가 된다. 그러나 공간평균에 의한 변동성을 고려하여 샘플링 수를 증가시키면 이러한 한계상태를 유발하는 낮은 물성치가 전 파괴면에 걸쳐 선택될 확률이 줄어들게 되므로 파괴확률은 감소하게 된다.

참 고 문 헌

1. 김기영, 조성은 (2006), “확률론적 사면안정 해석기법에 관한 연구”, *한국지반공학학회논문집*, 제22권, 11호, pp.101-111.
2. 김주용 (1998), *유한요소법을 이용한 사면안정해석*, 박사학위논문, 한국과학기술원.
3. 김진만 (2003), “지반성질 불확실성을 고려한 사면안정 해석”, *한국지반공학회 분학술발표논문집*, pp.123-130.
4. 김형배, 이승호 (2002), “실용적인 확률론적 사면안정 해석 기법 개발”, *한국지반공학학회논문집*, 제18권, 5호, pp.271-280.
5. 박혁진, 윤운상, 박성욱, 한병현 등 (2005), “점추정법과 최대우도법을 이용한 암반사면의 파괴확률 산정”, *대한토목학회 정기학술대회논문집*, pp.4965-4968.
6. 장연수, 오승현, 김종수 (2002), “암반사면의 평면파괴에 대한 신뢰성해석”, *한국지반공학학회논문집*, 제18권, 4호, pp.119-126.
7. 조성은, 박형준 (2008), “지반의 공간적 변동성을 고려한 확률론적 해석기법에 관한 연구”, *한국지반공학학회논문집*, 제24권, 8호, pp.111-123.
8. 조성은, 변위용 (2007), “인공신경망 기반의 한계상태함수를 이용한 사면의 신뢰성해석”, *한국지반공학학회논문집*, 제23권, 8호, pp.117-127.
9. Alonso, E. E. (1976), “Risk Analysis of Slopes and Its Application to Slopes in Canadian Sensitive Clays”, *Géotechnique*, Vol.26, No.3, pp.453-472.
10. Baecher, G. B., and Christian, J. T. (2003), *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*, John Wiley & Sons.
11. Bhattacharya, G., Jana, D., Ojha, S., and Chakraborty, S. (2003), “Direct Search for Minimum Reliability Index of Earth Slopes”, *Computers and Geotechnics*, Vol.30, No.6, pp.455-462.
12. Cho, S. E. (2007), “Effects of Spatial Variability of Soil Properties on Slope Stability”, *Engineering Geology*, Vol.92, No.3-4, pp.97-109.
13. Cho, S. E. (2009), “Probabilistic Stability Analyses of Slopes Using the ANN-based Response Surface”, *Computers and Geotechnics*, Vol.36, No.5, pp.787-797.
14. Christian, J. T., Ladd, C. C., and Baecher, G. B. (1994), “Reliability Applied to Slope Stability Analysis”, *J. Geotech. Eng. Div., ASCE*, Vol.120, No.12, pp.2180-2207.
15. DeGroot, D. J., and Baecher, G. B. (1993), “Estimating Autocovariance of In-situ Soil Properties”, *Journal of the Geotechnical Engineering*, Vol.119, No.1, pp.147-166.
16. Elkateb, T., Chalaturnyk, R., and Robertson P. K. (2002), “An Overview of Soil Heterogeneity: Quantification and Implications on Geotechnical Field Problems”, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.40, No.1, pp.1-15.
17. El-Ramly, H., Morgenstern, N. R., and Cruden, D. M. (2002), “Probabilistic Slope Stability Analysis for Practice”, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.39, No.3, pp.665-683.
18. El-Ramly, H., Morgenstern, N. R., and Cruden, D. M. (2003), “Probabilistic Stability Analysis of a Tailings Dyke on Presheared Clay-shale”, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.40, No.1, pp.192-208.
19. Ghanem, R. G., and Spanos, P. D. (1991), *Stochastic Finite Element-A Spectral Approach*, Springer Verlag, New York.
20. Ghiocel, D. M., and Ghanem, R. G. (2002), “Stochastic Finite-element Analysis of Seismic Soil-structure Interaction”, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.128, No.1, pp.66-77.
21. Griffiths, D. V., and Fenton G. A. (2004), “Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol.130, No.5, pp.507-518.
22. Griffiths, D. V., Huang, J., and Fenton, G. A. (2009), “Influence of Spatial Variability on Slope Reliability using 2-d Random Fields”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, dx.doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000126.
23. Hassan, A. M., and Wolff, T. F. (1999), “Search Algorithm for Minimum Reliability Index of Earth Slopes”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol.125, No.4, pp.301-308.
24. Hicks, M. A., and Onisiphorou, C. (2005), “Stochastic Evaluation of Static Liquefaction in a Predominantly Dilative Sand Fill”, *Géotechnique*, Vol.55, No.2, pp.123-133.
25. Hong, H. P., and Roh, G. (2008), “Reliability Evaluation of Earth Slopes”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol.134, No.12, pp.1700-1705.
26. Hsu, S. C., and Nelson, P. P. (2006), “Material Spatial Variability and Slope Stability for Weak Rock Masses”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol.132, No.2, pp.183-193.

27. Lacasse, S, and Nadim, F. (1996), "Uncertainties in Characterizing Soil Properties", *Uncertainty in the Geologic Environment: From theory to practice*, (eds Shackelford, CD, Nelson, PP and Roth, MJS.), Geotechnical Special Publication, ASCE, No. 58, pp. 49-75.
28. Li, K. S., and Lumb, P. (1987), "Probabilistic Design of Slopes", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.24, No.4, pp.520-535.
29. Low, B. K. (2003), "Practical Probabilistic Slope Stability Analysis", *12th Panamerican Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering and 39th U.S. Rock Mechanics Symposium*, MIT, Cambridge, Massachusetts, Vol.2, pp.2777-2784.
30. Matthies, G., Brenner, C., Bucher, C., and Soares, C. (1997), "Uncertainties in Probabilistic Numerical Analysis of Structures and Solids-stochastic Finite Elements", *Structural Safety*, Vol.19, No.3, pp.283-336.
31. Mostyn, G. R., and Li, K. S. (1993), "Probabilistic Slope Stability-State of Play", *Conference on Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*, Li and Lo (eds.), Balkema, Rotterdam, The Netherlands, pp.89-110.
32. Rackwitz, R. (2000), "Reviewing Probabilistic Soils Modeling", *Computers and Geotechnics*, Vol.26, No.3, pp.199-223.
33. Spanos, P. D., and Ghanem, R. G. (1989), "Stochastic Finite Element Expansion for Random Media", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.115, No.5, pp.1035-1053.
34. Stein, M. L. (1987), "Large Sample Properties of Simulations Using Latin Hypercube Sampling", *Technometrics*, Vol.29, No.2, pp.143-151.
35. Sudret, B., and Der Kiureghian, A. (2000), *Stochastic Finite Element Methods and Reliability: a State-of-the-art Report*, Tech. Rep. Report No. UCB/SEMM-2000/08, Department of Civil & Environmental Engineering, University of California, Berkeley, Institute of Structural Engineering, Mechanics and Materials.
36. Vanmarcke, E. H. (1977), "Reliability of Earth Slopes", *J. Geotech. Eng. Div.*, ASCE, Vol.103, No.11, pp.1247-1265.
37. Vanmarcke, E. H. (1983), *Random fields: Analysis and Synthesis*, The MIT Press, Cambridge, MA.

(접수일자 2009. 3. 16, 심사완료일 2009. 11. 23)