■ 論 文 ■

목표지향 교통수단선택을 위한 연속형 교통망설계모형

A Continuous Network Design Model for Target-Oriented Transport Mode Choice Problem

임 용 택
(전남대학교 물류교통학과 부교수)

목 차

Key Words : 목표지향, 교통망설계문제, 수단분담율, 민감도, 수리모형
target-oriented, network design problem, modal split, sensitivity, mathematical program

요 약

교통망설계문제(network design problem, NDP)는 교통체계(transportation system)을 최적화시키는 설계변수(design parameter, design variable)를 구하는 문제이다. 본 연구에서는 교통망설계문제를 조금 변환시킨 목표지향 교통망설계문제(target-oriented network design problem, target-oriented NDP)를 제시하고 이를 풀기 위한 기법도 제시한다. 목표지향 교통망설계는 교통운영자(traffic operator) 또는 관리자(travel manager)가 특정 교통정책 목표(target)를 미리 설정하고 이를 달성하기 위한 최적 설계변수를 찾는 문제이다. 즉, 일반적인 교통망설계문제(general NDP)는 총통행비용이나 순편익 등 특정목적함수를 최적화시키는 설계변수를 찾는데 반해, 목표지향 교통망설계(target NDP)는 사전에 설정된 목표수준(target level)을 달성하기 위한 설계변수를 구하는 문제이다. 본 연구에서 제시된 목표지향 교통망설계모형을 교통수단분담문제에 적용하여 모형을 평가한다.

A network design problem (NDP) is to find a design parameter to optimize the performance of transportation system. This paper presents a modified NDP, called target-oriented NDP, which contains a target that we try to arrive in real world, and also proposes a solution algorithm. Unlike general NDP which seeks an optimal value to minimize or to maximize objective function of the system, in target-oriented NDP traffic manager or operator can set a target level prior and then try to find an optimal design variable to attain this goal. A simple example for mode choice problem is given to test the model.

Ⅰ. 서론

교통망설계문제(network design problem, NDP)는 교통체계(transportation system)을 최적화시키는 설계변수(design parameter, design variable)를 구하는 문제이다. 초기 연구에서는 총통행비용을 최소화시키는 도로의 건설이나 확장문제를 풀기 위하여 시도되었으나, 이후 교통신호시간의 결정, 교통정보의 제공, 혼잡통행료 부과, 새로운 교통수단의 도입여부 등 여러 교통정책분야로 그 적용성이 확장되고 있다. 교통망설계문제는, 설계변수가 연속형이냐 이산형이냐에 따라 연속형 교통망 설계 문제(Continuous NDP)와 이산형 교통망 설계 문제(Discrete NDP)로 구분된다. 연속형의 경우는 도로 확폭(차로수)의 결정, 교차로에서의 신호 시간의 결정, 대중교통 요금이나 혼잡통행료와 같은 사용자 부담금의 결정, 고속도로 램프 미터링율의 결정 등이 있으며, Abdulaal and LeBlanc (1979)가 정적 통행배정 모형을 이용해 단순한 최적용량 증가 결정 문제를 bi-level 최적화문제로 구성한 이후, Suwansrikul et al. (1987), Tobin and Friesz (1988), Yang (1996), 임용택(2004) 등에 의해 꾸준히 연구되어 왔다. 이산형의 경우, 도로 폐쇄, 새로운 대중교통 수단의 도입, 교량이나 터널, 고가도로 같은 새로운 도로나 철도 궤도의 건설 등이 여기에 속하는데, Boyce and Janson (1980)의 경우 예산 제약 하에서 통행배분과 배정문제를 동시에 고려하는 교통망 설계문제를 구성하였으며, Chen and Alfa (1991)는 Branch and Bound 알고리듬을 교통망설계문제에 적용한 바 있다. 교통망 설계문제에 대한 보다 자세한 논의는 Yang and Bell (1998), Patrikson (2008)등에서 찾아 볼 수 있다.

본 연구에서 제시하는 목표지향 교통망설계문제(target-oriented network design problem, target-oriented NDP)란, 앞에서 설명한 일반적인 교통망설계문제를 변형시킨 것으로, 교통운영자(traffic operator) 또는 관리자(travel manager)가 특정 정책목표(target)를 설정한 후, 이를 달성하기 위한 최적 설계변수를 찾는 문제이다. 즉, 일반적인 교통망설계문제(general NDP)는 총통행비용이나 순편익 등 특정목적함수를 최적화시키는 설계변수를 찾는데 반해, 목표지향 교통망설계(target-oriented NDP)는 미리 설정된 목표수준(target level)을 달성하기 위한 설계변수를 구하는 문제이다. 예를 들어, 교통관리자가 특정도로의 혼잡수준을 서비스수준B (LOS B)가 유지되도록 목표를 설정하는 경우, 이 목표를 달성하기 위한 최적 설계변수(신호시간를 제어하거나, 혼잡통행료를 부과하는 등)를 구하는 문제가 된다. 또 다른 예로, 대중교통 활성화를 위하여 도시철도의 수단분담율을 현재 30%에서 40%까지 향상시키려는 목표를 갖고 있다면, 이 목표를 달성하기 위하여 철도의 통행시간이나 운임을 얼마로 조정해야 되는지를 결정하는 문제가 된다. 본 연구에서 다루려는 목표지향 교통망설계문제는 기존에 연구된 바가 별로 없기 때문에 이에 대하여 다음절에서 좀 더 설명하고, 교통망설계모형을 교통수단분담문제에 적용한 목표지향 교통수단선택 설계문제(target-oriented transport mode choice design problem)를 제시하고 이를 평가코자 한다.

Ⅱ. 목표지향 교통망설계모형

1. 일반 교통망모형과 차이점

앞 절에서 기술한 바와 같이 목표지향 교통망설계문제는 기존 일반 교통망설계문제와 다음과 같은 차이가 있다. 가장 중요한 차이점은 교통관리자가 해당 교통시스템이 추구해야할 목표를 설정한다는 점인데, 이는 현실적인 측면에서 장점이 된다. 예를 들어, 혼잡통행료 부과와 같은 문제에 대해서 기존 교통망설계문제는 일반적으로 교통시스템 전체의 순편익을 최대화시키는 문제를 구성하여 풀게 되는데, 이는 그 교통시스템을 시스템최적(system optimum)상태로 변화시키기 위한 최적 혼잡통행료를 산정하게 된다. 그러나 시스템최적상태는 효율적인 교통측면에서 우리가 추구하는 궁극적인 목표이기는 하나, 통행자의 행태적인 측면에서 볼 때 실제 실현되기는 어려운 측면이 있다. 이에 반해 목표지향 교통망설계는 현실적으로 실현 가능한 목표를 미리 설정하고 이 목표를 달성하기 위한 설계변수를 찾는 문제이기 때문에 좀 더 현실적이라 할 수 있다. 따라서, 목표지향 교통망설계문제는 목표라는 제약하에 일반 교통망 설계문제의 해를 구하는 경우라고도 볼 수 있다. <표 1>은 일반 교통망 설계문제와 본 연구에서 제시하는 목표지향 교통망설계모형의 차이를 정리한 내용이다.

<표 1>의 수리모형에서 보듯이 이들 두 모형은 목표수준(target level)을 모형에 포함시키느냐 그렇지 않느냐에 차이가 있으나, 개념상 유사하며 그 적용분야도 일반 교통망설계모형이 적용 가능한 분야에는 모두 적용할 수 있다. 본 연구와 같이 목표 교통수단분담율을 달성하

<표 1> 일반 교통망설계모형과 목표지향 교통망설계모형의 차이

구분		일반 교통망설계모형(general NDP)	목표지향 교통망설계모형(target-oriented NDP)
개념		교통체계를 최적화시키는 수리모형식	설정된 목표와 모형에서 산출된 추정치간의 차이를 최소화시키는 수리모형식
수리모형		$\min Z(X)=Z(X,F)$ 여기서, X,F: 설계변수와 상태변수	$\min Z(X)=Z(X,F,F^*)$ 여기서, F^*: 목표수준
설계변수		연속형, 이산형	연속형, 이산형
입력자료		-	목표수준(target level)
출력자료		최적 설계변수	설정된 목표수준을 달성시키는 최적 설계변수
적용분야	이산형	도로신설 및 확장, 대중교통 도입여부	목표수준 제약하에 일반 교통망설계모형과 동일
	연속형	신호시간 결정, 혼잡통행료 산정, 램프미터링 결정	목표수준 제약하에 일반 교통망설계모형과 동일

기 위하여 각 교통수단이 갖고 있는 속성변수들(통행시간, 요금 등)을 설계변수로 고려하는 경우, 연속형 교통망설계문제가 되므로 본 연구에서는 연속형 목표지향 교통수단선택 설계문제에 한정하여 모형을 구성하고 풀이 과정을 제시한다.

2. 목표지향 교통망설계모형

목표지향 교통망설계문제를 수리적으로 표현하기 위하여 먼저, 주요변수들을 다음과 같이 정의한다.

X : 통행시간, 요금, 녹색시간 등과 같은 설계변수 벡타 (design variable vector), 즉 제어변수(control variable)

F^* : 목표수준 벡타(target vector), 즉 상태변수(state variable)

만약 교통관리자가 설정한 목표(target)를 F^*라고 가정하면, 이 목표를 달성하기 위한 목표지향 교통망설계문제는 식(1)과 같이 수리적인 형태로 구성할 수 있다. 식(1)은 목표수준(F^*)과 교통모형에서 산출된 추정치(F)간의 차이를 최소화시키는 설계변수(X)를 구하는 문제가 된다.

$$\min L(p(X)) = L(F-F^*) \quad (1)$$

$$\text{subject to } F=p(X)$$

여기서, $F=p(X)$: 설계변수를 포함한 확률적 통행배정(stochastic traffic assignment) 또는 수단선택모형(transportation mode choice model)으로 부터 산출된 추정치

III. 목표지향 교통수단선택 설계문제

1. 모형의 구성

목표지향 교통망설계문제를 수단선택모형에 적용한 경우를 살펴보자. 이 문제는 교통수단 r의 목표 수단분담율(p_r^*)을 설정하고 이 목표수준을 달성하기 위한 교통수단 r의 최적설계변수 또는 타 교통수단의 설계변수를 구하는 문제로 구성할 수 있다(식 2). 앞의 경우를 본 연구에서는 직접 민감도 설계모형(direct sensitivity design model)이라고 하며, 뒤의 경우를 교차 민감도 설계모형(cross sensitivity design model)이라고 구분한다. 여기서, 교통수단 r의 수단분담율 추정치는 로짓모형(logit model)으로 부터 계산된다.

$$\min L(p(t(d))) = \frac{1}{2}(p_r - p_r^*)^2 \quad (2)$$

$$\text{st. } p_r = p_r(t(d)) \quad (3)$$

여기서, $p_i(t) = \dfrac{e^{-\theta t_i}}{\sum_u e^{-\theta t_u}}$

$t_i = \sum_j v_{ij} + d_i$

v_j: 교통수단 i의 j^{th} 번째 속성변수로서 통행시간, 요금 등

d_i: 고려대상인 교통수단 i의 연속형 설계변수 (continuous design parameter)

θ : 로짓모형의 스케일 파라메타 (scale parameter)

따라서, 식(2)는 목표 수단분담율과 로짓모형에서 산출

된 추정 수단분담율간의 차이를 최소화시키는 설계변수를 구하는 문제가 된다. 그런데, 이 문제는 상위문제(upper level problem)와 하위문제(lower level problem)로 구성된 바이레벨문제(bi-level problem)로 해석할 수 있는데, 이 경우 식(2)는 교통관리자가 설정된 목표를 달성하기 위하여 최적 설계변수를 구하는 상위문제이며, 식(3)은 통행자들의 교통수단선택행위를 표현하는 하위문제가 된다.

1) 직접 민감도 설계모형(direct sensitivity design model)

식(2)의 목적함수 $L(p(t(d))$를 d_r^0에서 테일러 시리즈(Taylor series)로 선형확장(linear expansion)하면 다음과 같이 표현된다.

$$L(p(t(d_r)) \approx L(p(t(d_r^0))) + \left.\frac{\partial L}{\partial p_r}\frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\right|_{d_r = d_r^0}(d_r - d_r^0) \tag{4}$$

그런데, 식(2)로 표현되는 최소자승 최소화문제(least squared minimization problem)는 $L(p(t(d)) = 0$에서 최소가 되므로 식(4)를 0으로 놓고 정리하면 다음과 같다.

$$L(p(t(d_r^0)) + \left.\frac{\partial L}{\partial p_r}\frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\right|_{d_r = d_r^0}(d_r - d_r^0) = 0$$

$$d_r = d_r^0 - \left[\frac{\partial L}{\partial p_r}\frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}|_{d_r = d_r^0}\right]^{-1} L(p(t(d_r^0))) \tag{5}$$

따라서, 식(5)를 통하여 위 목적함수를 최소화시키는 최적설계변수를 구할 수 있다. 여기서 식(5)에 존재하는 미분항은 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\partial L}{\partial p_r} = (p_r(t) - p_r^*),\ \frac{\partial p_r(t)}{\partial t_r} = -\theta p_r(t)(1 - p_r(t)).$$

그런데, 식(5)는 비선형 최소화문제를 해석하기 위하여 주로 사용하는 급경사탐색법(steepest descent algorithm)의 특별한 경우인데, 이에 대해서는 [부록]에서 자세히 설명한다.

식(5)를 순환적인 알고리듬 형태(recursive algorithmic form)로 표현하면 식(6)과 같다.

$$d_r^n = d_r^{n-1} - \left[\left.\frac{\partial L}{\partial p_r}\frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\right|_{d_r = d_r^{n-1}}\right]^{-1} L(p(t(d_r^{n-1}))) \tag{6}$$

2) 교차 민감도 설계모형(cross sensitivity design model)

교통수단 r의 목표 수단분담율을 달성하기 위해서는 앞에서 살펴본 바와 같이 교통수단 r의 설계변수를 조정해서 달성할 수도 있지만, 타 교통수단의 설계변수를 조정해서도 이루어 질 수 있다. 여기서는 교통수단 r이 아닌 타 교통수단 $a(a \neq r)$의 최적 설계변수를 구하는 방법을 살펴보자. 앞에서와 동일하게 $L(p(t(d)))$를 타 교통수단의 설계변수 d_a^0에서 선형으로 확장하여 정리하면 다음과 같이 유도된다.

$$d_a = d_a^0 - \left[\left.\frac{\partial L}{\partial p_r}\frac{\partial p_r}{\partial t_a}\frac{\partial t_a}{\partial d_a}\right|_{d_a = d_a^0}\right]^{-1} L(p(t(d_a^0))) \tag{7}$$

여기서, $\frac{\partial L}{\partial p_r} = (p_r(t) - p_r^*)$

$$\frac{\partial p_r(t)}{\partial t_a} = \theta p_r(t) p_a(t)$$

따라서, 식(7)은 타 교통수단의 최적 설계변수를 구하는 식이 된다.

2. 풀이 알고리듬

본 연구에서 제안한 식(2)와 식(3)으로 구성된 목표지향 교통망설계문제를 풀기 위한 알고리듬을 정리하면 다음과 같다.

[step 0] 초기화(initialization)

반복횟수 $n = 0$ 설정

초기 설계변수 $d_i^0(i = r \text{ or } a)$와 교통수단 r의 목표 수준 p_r^*설정

[step 1] $n = n + 1$

[step 2] d_i^{n-1}를 가지고 로짓모형을 이용하여 $p(t(d_i^{n-1}))$ 계산

[step 3] 설계변수 갱신(update)

(3.1) 직접 민감도 설계모형인 경우

$$d_r^n = d_r^{n-1} - \left[\left.\frac{\partial L}{\partial p_r}\frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\right|_{d_r = d_r^{n-1}}\right]^{-1} L(p(t(d_r^{n-1})))$$

(3.2) 간접 민감도 설계모형인 경우

$$d_a^n = d_a^{n-1} - \left[\frac{\partial L}{\partial p_r} \frac{\partial p_r}{\partial t_a} \frac{\partial t_a}{\partial d_a} \bigg|_{d_a = d_a^{n-1}} \right]^{-1} L(p(t(d_a^{n-1})))$$

[step 4] 수렴성 검토(convergence test)

만약 $|d_i^n - d_i^{n-1}| < \epsilon$이면 정지, 그렇지 않으면 [step 1] 로 진행. 여기서, ϵ는 수렴조건으로 아주 작은 값으로 미리 설정

위 풀이과정에서 [step 2]는 바이레벨 문제중 통행자의 교통수단선택행위를 표현하는 하위문제가 되며, [step 3]은 최적설계변수를 구하는 상위문제가 된다. 하위문제인 로짓 수단선택모형을 푸는 방법은 기존에 다양하게 제시되어 있으나, 본 연구에서는 적용이 단순한 임용택(2003)의 직접 로짓배정법(direct logit loading method)을 사용한다.

IV. 모형의 평가

1. 예제 교통망

본 연구에서 제시한 목표지향 교통망설계모형을 평가하기 위하여 승용차(auto), 철도(rail), 그리고 버스(bus) 등 3개의 교통수단이 존재하는 교통망을 가정하자. 각 교통수단의 통행비용함수는 다음과 같으며, 기종점간 통행수요(travel demand)는 5로 설정한다. 비용함수에서 보듯이 승용차 통행시간은 차량수(f_a)의 함수이나. 철도와 버스는 수요와 무관하게 일정한 통행시간을 갖는다고 가정한다.

(승용차) $t_a = 2 + f_a$
(철 도) $t_r = 5$
(버 스) $t_b = 6$
(통행수요) $q = 5$

본 연구에서 철도의 목표 수단분담율(target proportion of rail)을 50% (즉, $p_r^* = 0.5$)까지 향상시키기 위한 최적 설계변수를 구하는 문제로 설정하면, 이 목표를 달성하기 위한 철도의 최적 설계변수 또는 타 교통수단의 최적 설계변수를 구하는 문제가 된다. 타 교통수단으로는 승용차를 대상으로 하며, 따라서 각 교통수단의 통행비용함수에 설계변수를 도입하면 다음과 같다.

$$t_a = (2 + f_a) + d_a$$
$$t_r = 5 + d_r$$

본 연구에서 사용하는 로짓모형의 스케일 파라메타 $\theta = 0.2$로 가정한다.

2. 분석과정

앞에서 기술한 풀이 알고리듬에 따라 단계별로 계산과정을 설명하면 다음과 같다.

[step 0] 초기화

반복횟수 $n = 0$ 및 $\theta = 0.2$ 설정

초기 설계변수 $d_r^0 = 0, d_a^0 = 0$ 으로 설정하고, 목표수준 $p_r^* = 0.5$로 설정

[step 1] 반복수 $n = n + 1$

[step 2] d_r^{n-1}, d_a^{n-1}를 가지고 직접 로짓배정모형을 이용하여 $p_r^{n-1}, p_a^{n-1}, p_b^{n-1}$ 계산

(2.0) 내부반복회수 $m = 0$

(2.1) 각 교통수단별로 교통량이 없는 초기 통행비용계산 : $t_a^m = 2, t_r^m = 5, t_b^m = 6$

(2.2) $t_a^m = 2, t_r^m = 5, t_b^m = 6$을 가지고 로짓모형을 이용하여 수단분담율 계산
$p_a^m = 0.500$, $p_r^m = 0.275$, $p_b^m = 0.225$

(2.3) 앞에서 구한 p_a^m , p_r^m, p_b^m을 가지고 각 수단별 통행량 계산
(승용차) $f_a^m = 5 * 0.500 = 2.50$
(철 도) $f_r^m = 5 * 0.275 = 1.37$
(버 스) $f_b^m = 5 * 0.225 = 1.13$

(2.4) 각 수단별 통행비용 갱신
$t_a^m = 2 + 2.5 = 4.5$
$t_r^m = 5$
$t_b^m = 6$

(2.5) $m = m + 1$후, (2.2)로 진행

이런 과정을 수렴해에 도달할 때 까지 반복하여, 각 교통수단별 분담율 산출

$p_a^n = 0.402$
$p_r^n = 0.329$
$p_b^n = 0.269$

[step 3] 설계변수 갱신(update)

(3.1) 직접 민감도 설계모형인 경우

(3.1.1) 내부 반복횟수 $m = 1$

(3.1.2) 민감도와 목적함수값 계산

$$\frac{\partial L}{\partial p_r} = (p_r^{m-1}(t) - p_r^*) = 0.329 - 0.5$$
$$= -0.171$$

$$\frac{\partial p_r(t)}{\partial t_r} = -\theta p_r^{m-1}(t)\left(1 - p_r^{m-1}(t)\right)$$
$$= -0.2*0.329*(1-0.329)$$
$$= -0.044$$

$$\frac{\partial t_r}{\partial d_r} = 1.0$$

따라서, 민감도값은 다음과 같음.

$$\left.\frac{\partial L}{\partial p_r}\frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\right|_{d_r = d_r^{m-1}} = -0.171*(-0.044)*1.0$$
$$= 0.00755$$

$$L(p(t(d_r^{m-1}))) = \frac{1}{2}(0.329 - 0.5)^2$$
$$= 0.01459$$

(3.1.3) 설계변수 갱신

$$d_r^m = d_r^{m-1} - \left[\left.\frac{\partial L}{\partial p_r}\frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\right|_{d_r = d_r^{m-1}}\right]^{-1} L(p(t(d_r^{m-1})))$$
$$= 0 - (0.00755)^{-1}*0.01459$$
$$= -0.1935$$

(3.1.4) 각 수단별 통행비용 갱신

$t_a^m = 2 + (5*0.402) = 4.007$
$t_r^m = 5 - 0.1935 = 3.065$
$t_b^m = 6$

(3.1.5) t_a^m, t_r^m, t_b^m을 가지고 로짓모형으로 수단분담율 계산

$p_a^m = 0.347$, $p_r^m = 0.420$, $p_b^m = 0.233$

(3.1.6) $m = m+1$후, (3.1.2)로 진행

위 (3.1.2)~(3.1.5)단계를 반복수행하여 최적 설계변수값 산정

$d_r^m = -3.839$

(3.2) 간접 민감도 설계모형인 경우

*간접 민감도설계모형의 경우도 위와 동일하게 계산

[step 4] 수렴성 검토(convergence test)

수렴기준을 $\epsilon = 0.01$로 설정하면,

$|d_i^m - d_i^{m-1}| = |-3.839 - 0| = 3.839 > 0.01$이므로 [step 1]로 진행.

[step1]~[step4]의 반복과정을 거쳐 최종적으로 도출된 값은 다음과 같음

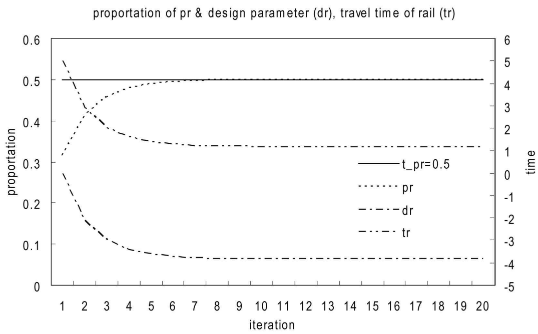
$d_r^* = -3.84$, $t_a = 3.55$, $t_r = 1.16$, $t_b = 6.00$

$p_a = 0.31$, $p_r = 0.50$, $p_b = 0.19$

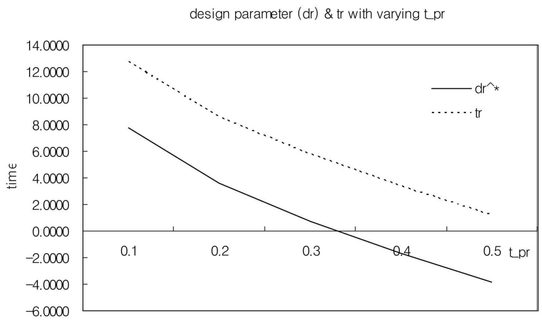
3. 분석결과

1) 직접 민감도 설계모형

<그림 1>은 철도의 목표 수단분담율을 50%로 설정한 경우, 철도 수단분담율(p_r)의 변화와 철도 설계변수(d_r), 그리고 철도 통행시간(t_r)의 변화를 보여주고 있다. 그림에서 보듯이 반복횟수가 진행됨에 따라 철도의 수단분담율이 목표 수단분담율인 0.5로 접근하고 있다. 이는 철도의 설계변수값(d_r)이 0에서 점차 감소함에 따라 철도의 통행



<그림 1> 철도수단분담율과 철도설계변수(d_r)의 수렴과정



<그림 2> 목표 수단분담율 변화에 따른 철도설계변수(d_r)와 철도 통행시간(t_r)의 변화

<표 2> 목표수준 변화에 따른 최적 설계변수(d_r^*) 및 최종 결과치

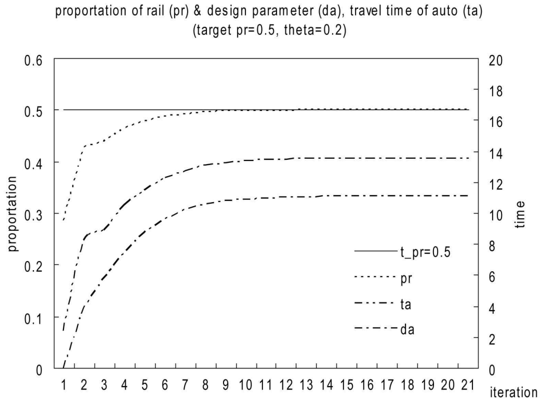
변수	target proportion of rail (t_pr)				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
d_r^*	7.7542	3.5618	0.7201	-1.6453	-3.8392
f_a	2.5697	2.3308	2.0817	1.8217	1.5502
f_r	2.5697	2.3308	2.0817	1.8217	1.5502
f_b	1.9303	1.6692	1.4183	1.1783	0.9498
t_a	4.5697	4.3308	4.0817	3.8217	3.5502
t_r	12.7542	8.5618	5.7201	3.3547	1.1608
t_b	6.0000	6.0000	6.0000	6.0000	6.0000
p_a	0.5139	0.4662	0.4163	0.3643	0.3100
p_r	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000
p_b	0.3861	0.3338	0.2837	0.2357	0.1900

시간도 감소하여 철도에 대한 선호도가 높아지기 때문이다. 최종적으로 철도의 설계변수는 -3.8392로 수렴하며 철도 통행시간은 1.1608로 감소하고, 이때 철도의 수단분담율을 0.5로 수렴하게 된다. 따라서, 본 연구에서 개발한 목표지향 교통망설계모형이 정확한 해를 찾음을 알 수 있다.

<그림 2>는 목표 수단분담율을 0.1에서 0.5까지 변화시킨 경우의 철도설계변수와 철도 통행시간의 변화를 보여주고 있다. 철도의 설계변수가 0인 초기상태($d_r = 0$)인 경우 철도의 수단분담율이 0.3291이나, 목표 수단분담율을 0.1~0.2로 낮게 설정하게 되면, 초기 상태보다 수단분담율을 낮게 만들기 위하여 철도 설계변수값(d_r)이 0보다 큰 값을 갖게 되며, 반대로 목표 수단분담율을 0.4~0.5로 높게 설정하게 되면, 철도의 통행시간을 줄이기 위하여 철도 설계변수값(d_r)이 0보다 낮게 된다. 그러나 목표수단분담율이 0.5이상의 경우는 그림에서 보듯이 철도통행시간(t_r)값이 음의 값을 갖게 되어 의미가 없게 된다. 즉, 달성할 수 없는 목표수준을 나타낸다. <표 2>는 철도의 목표 수단분담율 변화에 따른 각 교통수단별 통행량과 통행시간, 그리고 수단분담율 등을 정리한 내용이다.

2) 교차 민감도 설계모형

<그림 3>은 앞과 동일하게 철도의 목표 수단분담율 50% ($p_r^* = 0.5$)를 달성하기 위하여 승용차(auto) 통행시간을 설계변수(d_a)로 설정하고 분석한 결과이다. 그림에서 보듯이 반복횟수가 진행됨에 따라 철도의 수단분담율이 목표 수단분담율인 0.5로 접근하고 있으며, 승용차의 설계변수값은 0에서 11.0857으로 증가하고 있다. 즉, 철도와 버스의 통행시간이 5와 6으로 고정된 상태에서 철도의 수단분담율을 높이기 위해서는 승용차의 통행시간을 13.5389까지 증가시켜야 함을 의미한다.



<그림 3> 철도 수단분담율 및 승용차 설계변수(d_a)의 수렴과정

<표 3> 목표수준의 변화에 따른 최적 설계변수(d_a^*) 및 최종 결과치

변수	target proportion of rail (t_pr)				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
d_a^*	-11.5999	-5.9677	-1.3477	3.5564	11.0857
f_a	4.0906	3.1813	2.2719	1.3625	0.4532
f_r	0.5000	1.0000	1.5000	2.0000	2.5000
f_b	0.4094	0.8187	1.2281	1.6375	2.0468
t_a	-5.5092	-0.7864	2.9242	6.9190	13.5389
t_r	5.0000	5.0000	5.0000	5.0000	5.0000
t_b	6.0000	6.0000	6.0000	6.0000	6.0000
p_a	0.8181	0.6363	0.4544	0.2725	0.0906
p_r	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000
p_b	0.0819	0.1637	0.2456	0.3275	0.4094

철도의 목표 수단분담율을 0.1에서 0.5까지 변화시킨 경우의 승용차 통행시간 최적 설계변수값과 각 교통수단별 통행량, 수단분담율 등이 <표 3>에 나와 있다. 표에서 보듯이 설정된 각 목표수준별로 철도 수단분담율을 산출하고 있어 본 연구에서 제시한 모형이 타당함을 다시 한번 확인할 수 있다. 그러나, 여기서 주의해야할 점은 목표 수단분담율이 0.1과 0.2인 경우, 승용차의 통행시간(t_a)이 음의 값을 갖게 되어 현 교통시스템에서는 달성할 수 없는 목표수준임을 알 수 있다.

Ⅴ. 결론 및 향후연구

본 연구에서는 교통관리자가 설정한 목표(target)를 달성하기 위하여 최적 설계변수를 찾는 목표지향 교통망

설계모형을 2가지 형태로 구축하고 이를 풀기 위한 알고리듬을 제시하였다. 제시된 알고리듬은 순환적인 알고리듬 형태(recursive algorithmic form)로 쉽게 풀 수 있다는 장점을 갖고 있다. 또한, 제시된 모형을 평가하기 위하여 교통수단분담문제에 적용한 결과, 본 연구에서 개발한 모형이 타당한 해를 도출하고 있음을 확인할 수 있었다. 본 목표지향 교통망설계모형(target-oriented NDP)을 일반 교통망설계모형(general NDP)과 비교할 때, 실현가능한 목표를 설정한다는 측면에서 좀 더 현실적인 문제를 풀 수 있다는 장점이 있다.

그럼에도 불구하고 본 연구 역시 한계가 존재하는데, 본 연구에서는 각 모형별로 하나의 설계변수(속성변수)만을 대상으로 분석하였으나, 설정된 목표수준을 달성하기 위하여 여러개의 설계변수들을 동시에 고려할 수 도 있다. 즉, 철도의 통행시간 설계변수와 승용차의 통행시간 설계변수를 동시에 고려하는 경우 이들간에 다양한 조합과 다수의 해(multiple solutions)가 존재할 가능성이 있다. 이 경우 설계변수들을 어떤식으로 조합해야 하는지가 주요한 이슈로 떠오르며, 따라서 이문제는 NP-hard인 조합최적화문제(combinatorial optimization problem)가 되어 풀기가 쉽지 않다고 알려져 있다. 따라서 이 문제에 대해서는 향후 연구과제로 남겨두고자 한다. 또한, 만약 다수의 해가 존재하는 경우, 정책적인 의미를 검토해야 하는 어려움이 있는데, 즉, 여러개의 해중 어떤해가 최적해인지를 판단해야 할 필요가 있다.

본 연구에서 다룬 목표지향 교통설계문제는 이제 새롭게 시작하는 분야로 다양한 교통분야에 적용할 수 있을 것으로 보이는데, 몇 가지만 정리하면 다음과 같다. 먼저, 교통수요관리(travel demand management)측면에서, 교통관리자가 해당 교통시스템이 수용할 수 있는 적정 교통수요를 판단할 수 있다면, 이에 맞게 수요관리목표를 설정하고 이를 달성할 수 있는 적정 교통정책 변수(설계변수)를 찾는데 사용할 수 있다. 또한, 서론에서 기술했듯이 특정 도로에 대한 목표 서비스수준을 설정하고 이에 도달할 수 있는 교통운영변수를 찾는데도 적용할 수 있다. 이외에 고속도로 램프 미터링(ramp metering)과 같이 교통류제어 문제에도 적용할 수 있는데, 이 경우 본 연구에서 제시한 모형을 동적(dynamic)으로 확장해야 하며, 현재 교통류 제어모형으로 널리 활용되고 있는 선형제어기(linear quadratic regulator, LQR)와의 관련성규명도 의미있는 연구로 보인다.

[부록] 비선형 최소화문제의 해석

부록에서는 일반적인 비선형 최소화문제를 푸는 방법을 설명하고, 특별한 경우에 본 연구에서 제시한 순환적인 알고리듬과 동일함을 보이고자 한다. 먼저, 본문 식(2)와 식(3)으로 표현된 비선형 최소화문제를 해석적으로 풀기 위하여 제약조건식(3)을 d_r^0에서 선형으로 근사화시키면 다음과 같다.

$$p_r \approx p_r(t_r(d_r^0)) + \frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\bigg|_{d_r = d_r^0}(d_r - d_r^0)$$

이식을 목적함수에 대입하면,

$$L = \frac{1}{2}\left(p_r(t_r(d_r^0)) + \frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\bigg|_{d_r = d_r^0}(d_r - d_r^0) - p_r^*\right)^2$$

여기서, 최적 설계변수를 구하기 위하여 위 식을 설계변수로 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial d_r} = 0 \ : \ p_r(t_r(d_r^0)) + \frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\bigg|_{d_r = d_r^0}(d_r - d_r^0) - p_r^* = 0$$

따라서, 다음과 같이 정리된다.

$$d_r = d_r^0 - \alpha\left[\frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\bigg|_{d_r = d_r^0}\right]^{-1}(p_r(t_r(d_r)) - p_r^*), \ \alpha = 1.0 \qquad ①$$

그런데, 식①은 본문의 식(5)와 동일하다. 즉, 식(5)에 포함된 $\partial L/\partial p_r$과 목적함수L의 값을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$d_r = d_r^0 - \alpha\left[\frac{\partial p_r}{\partial t_r}\frac{\partial t_r}{\partial d_r}\bigg|_{d_r = d_r^0}\right]^{-1}(p_r(t_r(d_r)) - p_r^*), \ \alpha = 0.5 \qquad ②$$

즉, 식①과 식②는 두번째 항의 계수값 α에만 차이가 있을 뿐 동일함을 알 수 있다. 그런데, 이값은 설계변수를 갱신할 때 적용되는 이동크기(moving size)를 나타내는 것으로 반복횟수에만 영향을 줄 뿐 도출되는 해는 동

일하다. 따라서, 본 연구에서 제시한 해가 일반적인 최적화문제의 해와 동일함을 알 수 있다.

여기서 하나 관심을 갖아야 할 점은 식①과 식②가 비선형 최적화문제에 많이 사용하는 경사탐색법(gradient search method)의 일종인 steepest descent algorithm의 특별한 경우라는 점이다. steepest descent algorithm은 새로운 해를 찾기 위하여 최적이동크기와 방향으로 구성되는데, 그형태가 식①(또는 식②)과 동일하다(Bazaraa et al., 2006참조). steep descent algorithm은 기존에 많은 상용 프로그램에 적용되어 있으며, 최적해로의 수렴성은 Bazaraa et al.(2006)에 증명되어 있다. 본 연구에서와 같이 목적함수가 최소자승(least squared)형태로 구성되면, 목적함수의 값이 0인 지점에서 최적해를 구할 수 있기 때문에 본 연구와 같은 순환적인 알고리듬을 얻을 수 있게 된다. 이런 순환적 알고리듬을 교통분야에 적용한 사례로서는 제주시를 대상으로 한 동적OD추정문제가 있다(임용택 외, 2008).

[논의(discussion)]

본 연구가 교통망설계문제(network design problem, NDP)에 포함되느냐에 대하여 다양한 의견이 존재한다. 일반적으로 NDP는 그 용어에서 보듯이 네트워크의 속성을 바꾸는 문제로부터 시작되었으며(Abdulaal et al., 1979), 초기연구의 대부분이 도로신설이나 확장과 같은 network configuration의 변화에 대한 문제를 주로 다루어왔다. 따라서, 통행배정(traffic assignment)을 고려한 최적 설계변수를 구하는 문제로 모형이 개발되어 왔다. 그러나 최근 NDP가 교통정책변화에 대한 통행자의 행태변화를 고려할 수 있다는 장점 때문에 다양한 교통정책분야로 확장되고 있는데(Bell et.al.,1997), 이에 대해서는 제Ⅰ장과 제Ⅱ장에 자세히 기술되어 있다.

본 논의의 핵심은 본 연구와 같이 통행배정이 빠진 수단선택문제(mode choice problem)에 대한 최적 설계변수를 구하는 문제도 NDP에 포함시킬 수 있느냐하는 것이다. 최근 NDP에 대한 연구동향으로 볼 때 본 연구도 NDP의 범위에 포함된다고 보고 원고를 작성하였으나, 이에 대해서는 모형을 바라보는 관점에 따라 의견이 다를 수 있다. 따라서, 현 시점에서 명확히 NDP의 범위를 정의하기란 쉽지 않으며, 이에 대해서는 향후 관련 연구성과들이 축적된 상태에서 다시 한번 정리될 기회가 필요할 것으로 보인다.

참고문헌

1. 임용택 (2003) "확률적 로짓 통행배정모형의 해석 알고리듬", 대한교통학회지, 제21권 제2호, 대한교통학회, pp.95～105.
2. 임용택 (2004) "민감도 분석을 이용한 연속형 교통망설계모형의 개발", 대한교통학회지, 제22권 제2호, 대한교통학회, pp.65～76.
3. 임용택·추상호·강민구 (2008) 통행 단말기 정보를 이용한 동적 기종점 통행량 추정모형 개발 및 적용에 관한 연구, 대한교통학회지, 제26권 제6호, 대한교통학회, pp.123～132.
4. Abdulaal M. and L. J. LeBlanc (1979), "Continuous equilibrium network design problem", Transportation Research Part 13B (1), pp.19~32.
5. Bazaraa M., H.D Sherali, C.M Shetty (2006) Nonlinear programming, Theory and algorithms, 3rd ed., Wiley
6. Bell & Iida(1997) Transportation network analysis, Wiley
7. Boyce D. E. and B. N. Janson (1980), "A discrete transportation network design problem with combined trip distribution and assignment", Transportation Research 14B (1-2), pp.147~154.
8. Chen M. and A. S. Alfa (1991), "A network design algorithm using a stochastic incremental traffic assignment approach", Transportation Science 25 (3), pp.215~224.
9. Patriksson M. (2008), "On the applicability and solution of bilevel optimization models in transportation science: A study on the existence, stability and computation of optimal solutions to stochastic mathematical programs with equilibrium constraints", Transportation Research Part 42B (10), pp.843~860.
10. Suwansirikul C., Friesz T. L. and R. L. Tobin (1987), "Equilibrium decomposed optimization: A heuristic for the continuous equilibrium network design problem", Transportation Science 21 (4), pp.254~263.
11. Tobin R. L. and T. L. Friesz (1988), "Sensitivity

analysis for equilibrium network flow", Transportation Science 22 (4), pp.242~250.
12. Yang H. (1996), "Sensitivity analysis for the elastic-demand network equilibrium problem with applications", Transportation Research Part 31B (1), pp.55~69.
13. Yang H. and M. G. H. Bell (1998), "Models and algorithms for road network design: a review and some new developments", Transport Reviews, 18(3), pp.257~278.

♧ 주 작 성 자 : 임용택
♧ 교 신 저 자 : 임용택
♧ 논문투고일 : 2009. 6. 3
♧ 논문심사일 : 2009. 7. 22 (1차)
2009. 10. 27 (2차)
2009. 11. 14 (3차)
♧ 심사판정일 : 2009. 11. 14
♧ 반론접수기한 : 2010. 4. 30
♧ 3인 익명 심사필
♧ 1인 abstract 교정필