

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-B.2009.33.7.469

## 유체 유동을 동반한 다핵 수치상결정의 미세구조성장 에 대한 수치해석적 연구

윤 익 로\* · 신 승 원†

(2008년 8월 26일 접수, 2009년 5월 27일 수정, 2009년 5월 28일 심사완료)

### Numerical Simulation of Dendritic Growth of the Multiple Seeds with Fluid Flow

Ikroh Yoon and Seungwon Shin

**Key Words :** Dendrite(수치상결정), Convective Flow(대류 유동), Front Tracking(계면추적법), Numerical Simulation(수치 해석), Sharp Interface Method(예면경계법)

#### Abstract

Most material of engineering interest undergoes solidification process from liquid state. Identifying the underlying mechanism during solidification process is essential to determine the microstructure of material thus the physical properties of final product. In this paper, effect of fluid convection on the dendrite solidification morphology is studied using Level Contour Reconstruction Method. Sharp interface technique is used to implement correct boundary condition for moving solid interface. The results showed good agreement with exact boundary integral solution and compared well with other numerical techniques. Effects of Peclet number and undercooling on growth of dendrite tip of both single and multiple seeds have been also investigated.

---

기호설명

P : 압력항 [Pa]  
 $\dot{m}$  : 질량유속 [ $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$ ]  
 $\rho$  : 밀도 [ $\text{kg/m}^3$ ]  
 $\mathbf{x}$  : 계면의 위치 [m]  
 $\mathbf{u}$  : 속도 [m/s]  
 $\mu$  : 점성계수 [ $\text{kg/m} \cdot \text{s}$ ]  
 T : 온도 [K]  
 L : 잠열 [J/kg]  
 $c_p$  : 비열 [J/kg·K]  
 $\gamma_0$  : 표면장력계수 [N/m]  
 $\alpha$  : 열확산율 [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]  
 k : 열전도율 [W/m·K]  
 $\kappa$  : 표면의 곡률 [1/m]  
 h : 격자의 크기 [m]

하첨자

S : 고체  
 L : 액체

### 1. 서론

공학에서 중요한 많은 재료의 처리에는 대부분 액체로부터 고체로 응고하는 과정이 존재한다. 재료가 응고하는 과정은 열전달과 표면장력에 의한 복합적인 현상이며, 이 때 형성되는 미세결정구조는 재료의 물리적 성질에 많은 영향을 미친다. 또한 많은 응고 과정이 유체의 유동을 동반하며, 미세결정구조 형성에 미치는 영향의 중요성은 이미 Glicksman 등<sup>(1)</sup>에 의해 밝혀졌다.

수치상결정의 미세구조 형성에 대한 이론적 연구는 매우 특정한 상황에 한정되므로 수치적인 연구가 보다 활발히 진행되고 있다. 최근 Tonhardt 등<sup>(2)</sup>은 고체를 액체보다 100 배의 점성을 갖도록 하여 결정형성 과정을 모델링 하였고, Beckerman 등<sup>(3)</sup>은 소스항을 운동량 방정식에 추가함으로써

---

† 책임저자, 회원, 홍익대학교 기계시스템디자인공학과  
 E-mail : sshin@wow.hongik.ac.kr  
 TEL : (02)330-3038 FAX : (02)322-7003

\* 회원, 홍익대학교 기계시스템디자인공학과

유체의 유동을 포함한 연구를 하였다. 한편, Udaykumar 등<sup>(4)</sup>에 의해서 부분적으로 수정된 균일한 격자계를 사용하는 방법이 연구되었고, Al-Rawahi 등<sup>(5)</sup>은 탐침법을 이용한 계면추적법(front tracking)을 사용하였다. 최근에는 Jeong 등<sup>(6,7)</sup>이 유체의 유동을 수반하는 3 차원 문제에 대해 2 차원 문제와의 차이점을 보여주었다.

본 연구에서는 유체의 유동에 따른 미세결정구조의 성장과정을 계면추적법의 변형된 방법인 레벨 컨투어 리컨스트럭션 방법(Level Contour Reconstruction Method, LCRM)<sup>(8,9)</sup>을 이용하여 파악하였다. 성장하는 고체 경계면에서 정확한 상평형 조건의 적용을 위해 예면경계법(sharp interface method)<sup>(14,17)</sup>을 적용하였다. 2 차원 스테판 문제(Stefan problem)에서의 엄밀해 및 Karma 등<sup>(10)</sup>의 경계적분법 등 기존의 방법에 의한 결과와 비교함으로써 예면경계법의 정확성을 검증하고자 하였고, 수치상결정이 성장하는 과정에서 단핵 결정과 다핵 결정의 경우에 페클릿수(Peclet number)와 과냉각도(undercooling)가 수치상결정 팁(tip)의 성장에 미치는 영향을 파악하고자 하였다.

## 2. 수치 해석 방법

### 2.1 지배방정식

본 연구에서 사용된 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla P + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\mu} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T \begin{cases} \alpha = \alpha_L \text{ in liquid phase} \\ \alpha = \alpha_S \text{ in solid phase} \end{cases} \quad (3)$$

상 계면에서의 질량유속은 다음과 같이 계산된다.

$$\dot{m}_f L = -k_L \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_L + k_S \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_S \quad (4)$$

여기서  $n$ 은 계면에 수직인 방향을 나타낸다.

상 계면의 시간에 따른 변화는 레벨 컨투어 리컨스트럭션 방법을 사용하여 추적하였다.<sup>(8,9)</sup> 계면은 라그랑지안(Lagrangian) 형태로 이동하고, 계면의 이동 속도를  $\mathbf{V}$ 라 할 때 위치는 다음 식을 적분함으로써 구할 수 있다.

$$\frac{d\mathbf{x}_f}{dt} \cdot \mathbf{n} = \frac{\dot{m}_f}{\rho_f} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \quad (5)$$

실제 결정 성장 과정에서는 매우 작은 길이스케일에서 표면의 곡률과 표면 장력의 불균일성으로 인해 팁(tip)이 성장하며, 이 때 계면의 온도분포는 깁스-톰슨 관계식(Gibbs-Thomson relation)을 만족하도록 다음과 같이 정의하였다.<sup>(3,5)</sup>

$$T_f = T_m \left( 1 - \frac{\gamma}{\rho L} \kappa \right) \quad (6)$$

$$\gamma = \gamma_0 (1 - A_s \cos(4\theta)) \quad (7)$$

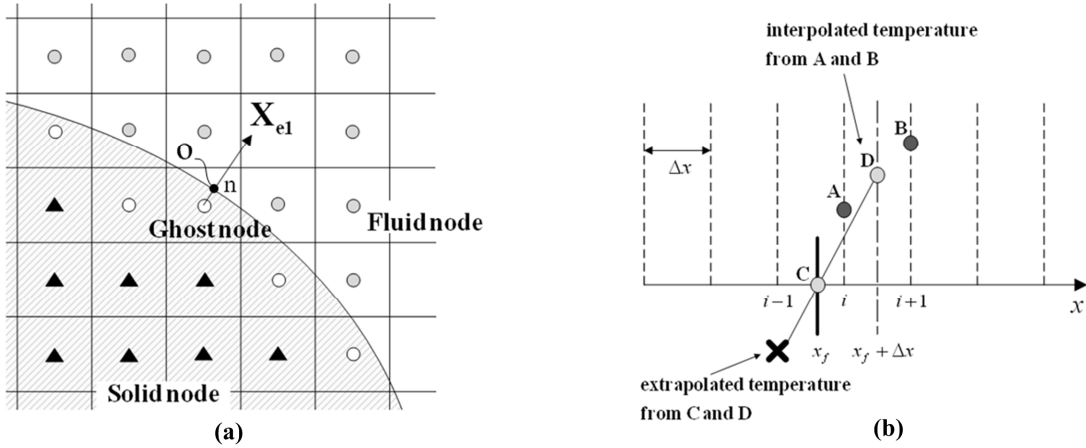
여기서  $\gamma$ 는 곡소 표면장력,  $T_m$ 은 응고점,  $\theta$ 는 기준 축과의 각도이며 본 연구에서는 유체의 유동 방향을 기준 축으로 하였다.  $A_s$ 는 표면장력의 이방성이며 운동 이동도(kinetic mobility)는 고려하지 않았다.

나비에-스톡스(Navier-Stokes) 방정식은 Chorin<sup>(11)</sup>의 프로젝션 방법(projection method)을 사용하여 시간에 따라 적분하였으며 본 연구에서는 1 차 전진 오일러법(first-order forward Euler method)이 사용되었다. Halow 등<sup>(12)</sup>의 마커 앤드 셀 방법(marker and cell method)으로 차분된 엇갈림 격자(staggered grid)에서 대류항은 2 차 ENO 방법을 사용하여 계산하였고 점성항의 계산에는 중앙차분(central difference) 방법이 사용되었으며, 압력장의 계산에는 FISHPAK<sup>(13)</sup>을 사용하였다. 본 연구에 사용된 지배방정식의 계산법에 대한 내용은 참고 문헌 (8,9)에 보다 자세히 기술되어 있다.

본 연구에서는 시간 간격이 매우 작고 프로그램 코드 작성의 편의성 때문에 양해법(explicit method)을 사용하여 시간에 따라 적분하였다. 그러나 향후 연구 계획인 3 차원 확장의 경우에는 시간 차분의 안정성을 위하여 음해법(implicit method)의 사용이 고려되고 있다.

### 2.2 예면경계법(Sharp Interface Method)

상 계면에서 정확한 상평형 조건을 적용하기 위해서 예면경계법(sharp interface method)<sup>(14)</sup>을 사용하였다. 기존의 계면추적법이<sup>(15)</sup> 델타함수(delta function)를 사용하여 경계 주위에 유한한 두께를 가지는 소스항을 포함시키는 것과 달리, 예면경계법은 유령격자(ghost node)를 정의하여 각 상에서 에너지방정식을 독립적으로 적용한다. 레벨 컨투어 리컨스트럭션 방법을 통해 생성된 거리함수를 이용하면 고체 영역과 액체 영역이 쉽게 구분되고, 계면에 가까운 격자점을 유령격자로 정의하여 경계점으로 취급한다. Fig. 1에서와 같이 액체 영역



**Fig. 1** Schematic diagram of sharp interface method. (a) Extrapolation procedures at ghost nodes for 2D simulation. (b) Detailed interpolation scheme used in the sharp interface method

(fluid node)에서는 고체영역(solid node)에 포함된 경계면 근처에서 정의된 유령격자의 값을 조절하여 적합한 경계조건이 적용된다.

Fig. 1(a)에서와 같이 속도장의 경우 벽면에서의 점착조건을 만족시키기 위해 상 계면의 점 O와 상 계면에 수직인 방향으로 일정거리에 위치한 유동장 내부의 점  $X_{e1}$ 으로부터 유령격자에서의 값을 아래 식을 이용하여 외삽할 수 있다.

$$\phi = a_0 + a_1 r \quad (8)$$

여기서  $r$ 은 점 O로부터의 거리이고 계수  $a_0$ 와  $a_1$ 은 점 O와  $X_{e1}$ 의 정보로부터 계산할 수 있으므로 식 (8)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = \phi_0 + (\phi_{X_{e1}} - \phi_0) r / d_{X_{e1}} \quad (9)$$

$\phi_0$ 는 상 계면에서의 값이고  $\phi_{X_{e1}}$ 는 선형 보간을 통해  $X_{e1}$ 에서 구한 값이다.  $d_{X_{e1}}$ 은 벽면에서  $X_{e1}$ 까지의 거리인데,  $X_{e1}$ 이 액체의 영역에 있도록 하기 위해 적절한 값을 선택해야 한다. 본 연구에서는 격자의 1.5 배 크기가 사용되었다. 식 (9)를 이용하면 벽면으로부터 거리  $d_G$ 를 갖는 유령격자에서의 속도를 다음과 같이 구할 수 있다(점착조건인 경우  $\phi_0 = 0$ ).

$$\phi_G = \phi_0 - d_G (\phi_{X_{e1}} - \phi_0) / d_{X_{e1}} \quad (10)$$

온도장의 경우 벽면에서의 경계 조건은 일정한 온도로 주어지게 되고 이것은 속도장과 같은 방식으로 적용할 수 있다. 차분 형태의 에너지방정

식은 1차원의 경우에 대해 다음과 같이 표현된다.

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{k_L \Delta t}{h^2} (T_{i-1}^n + T_{i+1}^n - 2T_i^n) \quad (11)$$

Fig. 1(b)에서와 같이 격자  $i-1$ 과  $i$  사이에 경계면이 위치할 경우,  $i-1$ 에서의 온도를 사용하는 대신 이미 알고 있는 상 계면의 온도,  $T(x_f)$ 와 상 계면에서 한 격자 거리 떨어진 위치의 온도,  $T(x_f + \Delta x)$ 를 이용하여 계산한 유령격자의 값을 이용한다. 따라서 식 (11)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{k_L \Delta t}{h^2} (T_{i+1(B)}^n + T_{ghost}^n - 2T_{i(A)}^n) \quad (12)$$

### 3. 결과 및 토의

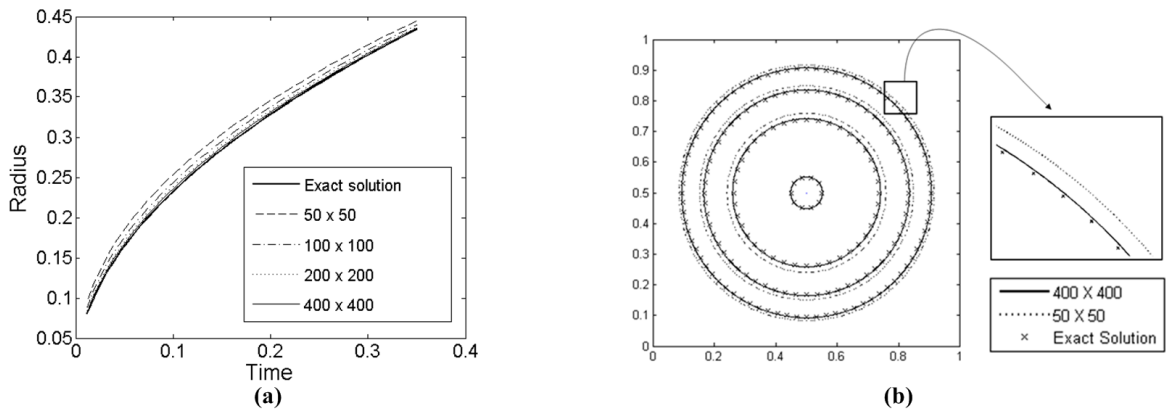
#### 3.1 수치해석 방법의 검증

특성시간,  $\tau = d_0^2 \rho c_{p,S} / k_s$ , 특성온도,  $\tilde{T} = L / c_{p,S}$ , 특성길이,  $d_0 = T_m \gamma_0 c_{p,S} / \rho L^2$ 를 이용하여 다음과 같은 무차원 변수를 정의하였다.

$$St = \frac{c_{p,S} \Delta T}{L}, \quad Pr = \frac{c_{p,S} \mu}{k_s}, \quad Pe = \frac{U d_0}{\alpha_s}$$

본 연구에서  $\rho$ ,  $c_p$ ,  $k$ ,  $\alpha$ 는 고체와 액체에서 모두 동일한 값이 사용되었다.

예면경계법의 정확성을 파악하기 위해서 유동이 없는 경우 엄밀해의 결과와 비교하였다.



**Fig. 2** Comparison with analytical results for Stefan problem. (a) Interface position vs. time for different grid resolution. (b) Interface evolution vs. time

Carslaw 등<sup>(16)</sup>은 중앙에 히트싱크(heat sink)가 존재하는 무한히 긴 2 차원 실린더의 응고과정에 대한 엄밀해를 다음과 같이 구하였다.

$$T_L(r,t) = V - \frac{(V - T_m)}{Ei\left(-\lambda^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_L}\right)} Ei\left(-\frac{r^2}{4\alpha_L t}\right) \quad (13)$$

$$T_s(r,t) = T_m + \frac{Q}{4\pi k_s} \left[ Ei\left(-\frac{r^2}{4\alpha_s t}\right) - Ei(-\lambda^2) \right] \quad (14)$$

식 (13)은 특정 시간에서 액체의 온도분포를, 식 (14)는 고체의 온도분포를 각각 나타낸다. 시간에 따른 상 계면의 위치는 다음과 같이 정의된다.

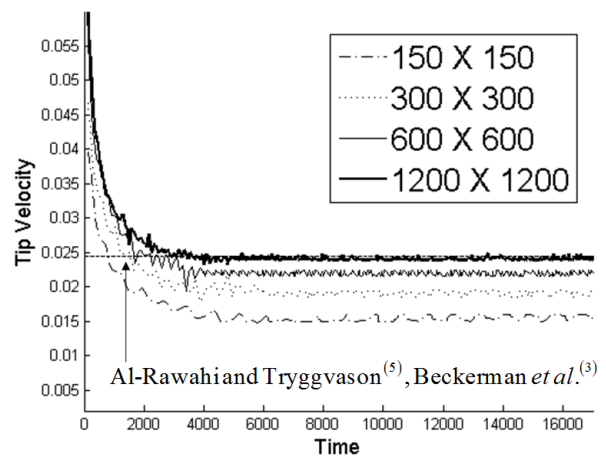
$$R(t) = 2\lambda(\alpha_s t)^{0.5} \quad (15)$$

여기서  $\lambda$ 는 식 (16)을 이용해서 구할 수 있다.

$$\frac{Q}{4\pi} e^{-\lambda^2} + \frac{k_L(V - T_m)}{Ei\left(-\alpha^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_L}\right)} e^{-\lambda^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_L}} = \lambda^2 \alpha_s L \rho \quad (16)$$

$Q$ 는 실린더의 중앙에 고정되어있는 히트싱크의 크기이고,  $T_m$ 은 응고점,  $V$ 는 액체의 초기온도를 나타낸다.

Fig. 2는 예면경계법을 이용한 수치 해석 결과와 엄밀해를 비교한 그림이다.  $L=1$ ,  $St=1$ ,  $Q=10$ 의 경우에 대해  $50 \times 50$ ,  $100 \times 100$ ,  $200 \times 200$ ,  $400 \times 400$ 의 격자를 사용하여 수렴성을 파악하였다. Fig. 2(a)에서 보여지듯 격자가 증가하면서 엄밀해와 일치하는 결과를 보여준다. Fig. 2(b)는 각기 다른 특정한 시간에서의 상 계면 모양을 엄밀해 결과와 비교한 그림이고, 격자의



**Fig. 3** Dendrite arm tip velocities vs. time with fluid flow

수가 증가할수록 매우 정확한 결과를 보여준다.

한편, 상 계면에서의 온도 분포가 균일하지 않고 식 (6)을 따르는 경우는 식 (7)의 이방성향으로 인해 결정에 팁(tip)이 성장한다. 유동이 없는 경우 수치 해석 결과를 Karma 등<sup>(10)</sup>의 경계적분법 결과와 비교하였고 유동이 있는 경우는 Al-Rawahi 등<sup>(5)</sup>과 Beckerman 등<sup>(3)</sup>의 결과와 비교하였다. 이 때 온도장과 속도장의 경계조건은 격자계의 좌측에서 균일한 유동이 들어와 우측으로 자유 배출되고, 상부 및 하부 경계는 대칭 조건을 적용하였다. Fig. 3은 각 경우의 시간에 대한 팁 성장속도를 보여준다. 초기 핵의 반경  $d_{ini} = 50$ 이고,  $d_0 = 2161$ ,  $Pe = 0.03475$ ,  $Pr = 23.1$ ,  $St = -0.55$ ,  $A_s = 0.75$ 일 때, 유동이 없는 경우는  $512 \times 512$  격자에서, 유동이 있는 경우는  $150 \times 150$ ,  $300 \times 300$ ,  $600 \times 600$ ,  $1200 \times 1200$ 의 격자에서 팁 성장 속도를 추적하였다.

유동이 없는 경우의 팁 성장 속도는 0.017로 Karma 등<sup>(10)</sup>의 엄밀해인 0.017과 같았다. 유동이

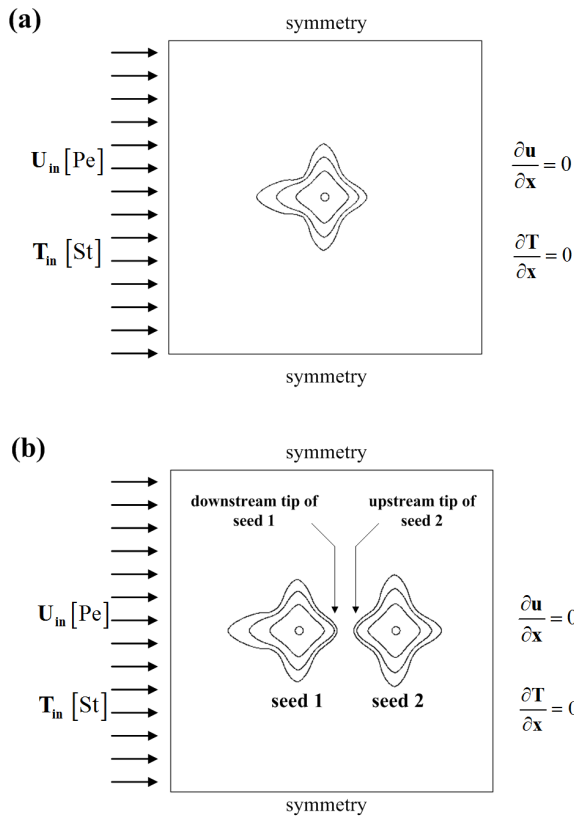


Fig. 4 Computational geometry. (a) Single seed. (b) Multiple seeds

있는 경우의 상류방향 팁 성장속도는 격자가 증가하면서 1200×1200의 격자에서 0.0244로 Al-Rawahi 등<sup>(5)</sup>과, Beckerman 등<sup>(3)</sup>의 결과인 0.0244와 정확히 일치하였다.

### 3.2 과냉각도와 페클릿수의 영향

결정 핵이 1개인 경우(Fig. 4(a))와 2개인 경우(Fig. 4(b))에 대해 과냉각도와 페클릿수의 변화에 대한 팁의 성장 거동을 파악하였다. Fig. 5는 결정 핵이 1개일 때, 수치상결정이 성장하는 과정에서  $d_0 = 2161$ ,  $Pr = 23.1$ ,  $A_s = 0.75$ ,  $Pe = 0.03475$ 인 경우 과냉각도와 페클릿수의 변화에 따른 상류 방향 팁 성장 속도를 나타낸다. 팁 성장속도는 과냉각도가 증가하면서 지수적으로 증가하는 뚜렷한 경향을 나타내었다. 페클릿수가 증가하면서도 팁의 성장속도는 증가하는 경향을 보이나, 그 변화 폭이 과냉각도의 영향에 비해 매우 작게 나타났다.

한편 결정 핵이 2개인 경우는 상류에 위치한 핵이 성장하면서 하류 방향으로 발달하는 후류에 의해 두 핵 사이에서 온도 구배가 감소하게 되고 상류 핵의 하류 팁과 하류 핵의 상류 팁의 성장속

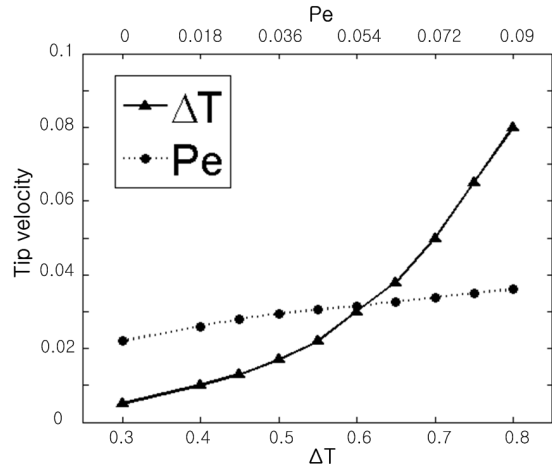


Fig. 5 Effect of undercooling and Peclet number on growth of the dendrite tip for the single seed case

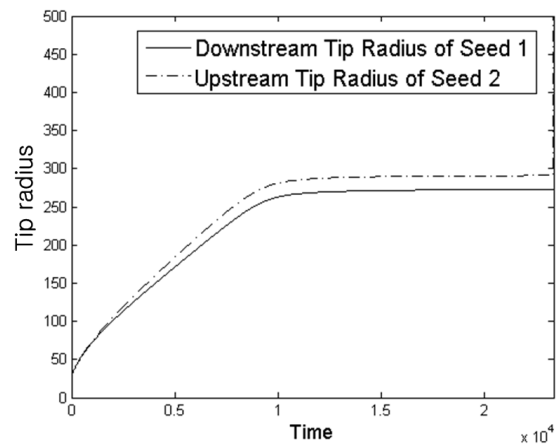
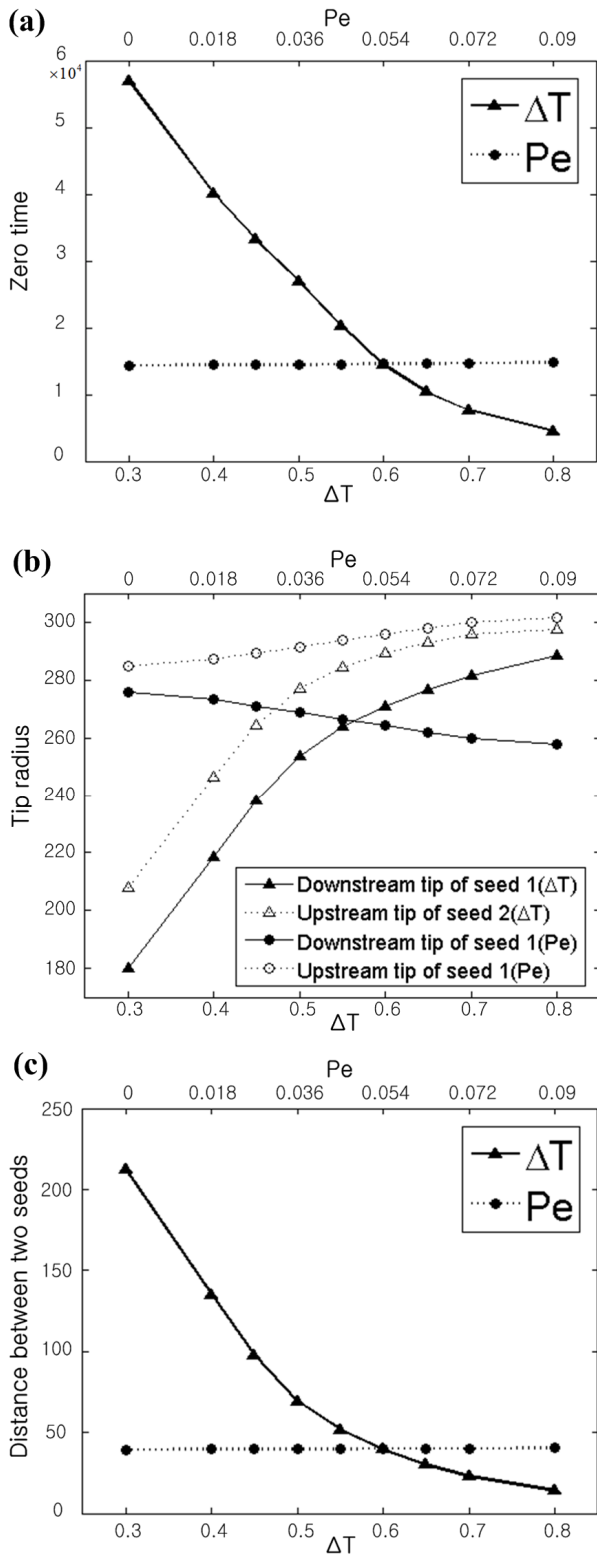


Fig. 6 Dendrite tip radius vs. time for the multiple seeds case. The inner side tip velocities of the both tips converge to zero

도는 0으로 수렴하여 팁의 반경은 더 이상 증가하지 않게 된다. Fig. 6은 결정 핵이 2개인 경우 600×600의 격자에서  $Pe = 0.03475$ ,  $d_0 = 2161$ ,  $Pr = 23.1$ ,  $A_s = 0.75$ ,  $St = -0.6$ 일 때 2개의 결정 핵의 성장 과정을 해석한 결과이다. 시간이 지나면서 두 팁의 성장속도는 급격히 감소하기 시작하여 결국 0으로 수렴하게 되고 Fig. 6에서 보이는 것처럼 두 팁의 반경은 더 이상 증가하지 않게 된다.

Fig. 7에는 결정핵이 2개일 때 과냉각도와 페클릿수의 변화가 수치상결정의 성장에 미치는 영향을 나타내었으며 과냉각도와 페클릿수를 제외한 모든 조건은 Fig. 6의 경우와 동일하다. Fig. 7(a)는 결정이 성장하면서 상류 핵의 하류 팁과 하류 핵의 상류 팁의 성장 속도가 0으로 수렴하는 시간을 나타낸다. 과냉각도가 증가함에 따라 두 팁의



**Fig. 7** Effect of undercooling and Peclet number on growth of the dendrite tip for the multiple seeds. (a) Zero time vs.  $Pe$ , undercooling. (b) Tip radius vs.  $Pe$ , undercooling. (c) Distance between 2 seeds vs.  $Pe$ , undercooling

성장이 멈추는 시간은 지수적으로 감소하는 경향을 보이며 감소 폭도 크게 나타났다. 반면 페클릿수의 영향에 대해서는 페클릿수가 증가함에 따라 시간이 오래 걸리는 것으로 나타났으며 과냉각도의 영향에 비해 그 변화 폭이 매우 작게 나타났다. Fig. 7(b)는 두 팁이 성장을 멈추었을 때의 팁의 반경을 나타내는데, Fig. 7(a)의 결과와 마찬가지로 페클릿수보다는 과냉각도의 영향에 많은 변화를 보였다. 페클릿수가 증가할수록 상류 핵의 하류 팁은 감소하지만 하류 핵의 상류 팁은 증가하였으며, 두 팁간의 변화 폭의 차이는 미미하였으나 하류 핵의 상류 팁이 약간 더 많은 변화를 보였다. 한편 과냉각도가 증가하면서 두 팁의 반경 역시 증가하는 결과를 보이거나 상류 핵의 하류 팁의 증가량이 하류 핵의 상류 팁의 증가량보다 약간 더 큰 것으로 나타났다. Fig. 7(c)는 두 팁의 성장이 멈추었을 때 팁간 거리를 나타낸다. 두 팁간의 거리는 과냉각도가 증가하면서 지수적으로 감소하는 경향을 나타내는데 그 이유는 Fig. 7(b)에 나타난 것처럼 두 팁의 반경 변화가 다르기 때문이다. 반면 페클릿수가 증가하면서 두 팁간의 거리는 증가하였는데 그 이유는 하류 핵의 상류 팁의 반경 변화가 상류 핵의 하류 팁의 반경 변화보다 약간 크기 때문이다. 두 팁간 거리의 경우에도 위의 결과들과 마찬가지로 페클릿수의 영향은 과냉각도의 영향에 비해 매우 작게 나타났다. Fig. 8 과 Fig. 9 는 결정 핵이 1 개인 경우와 2 개인 경우  $Pe = 0.0695$ ,  $St = -0.5$ ,  $\tau = 2.0 \times 10^4$  에서 속도장 및 온도장 분포를 각각 보여준다. 그림에서 보이는 바와 같이 결정이 성장하면서 하류의 결정이 상류에 있는 결정을 지나는 유동장의 영향에 의해 온도 구배가 감소하고 따라서 팁의 성장속도도 감소하게 된다. Fig. 10 은 같은 조건에서 시간에 따른 결정의 성장 과정을 보여주는데, 결정 사이의 팁 성장 속도가 감소하면서 결국 성장이 멈추는 것을 보여준다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 유체의 유동을 동반한 수치상결정의 미세구조 성장과정을 레벨 쉼터 리컨스트럭션 방법과 예면경계법을 적용하여 2 차원으로 해석하였다. 유동이 없는 경우 엄밀해의 결과와 일치하였고 유동을 동반한 경우에도 기존의 연구결과와 일치하였다.

실제 응고과정은 많은 결정 핵이 존재하므로 그

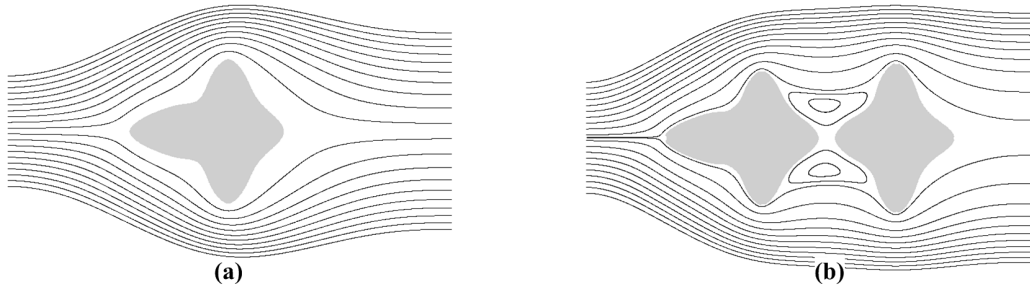


Fig. 8 Streamline contour. (a) Single seed. (b) Multiple seeds.

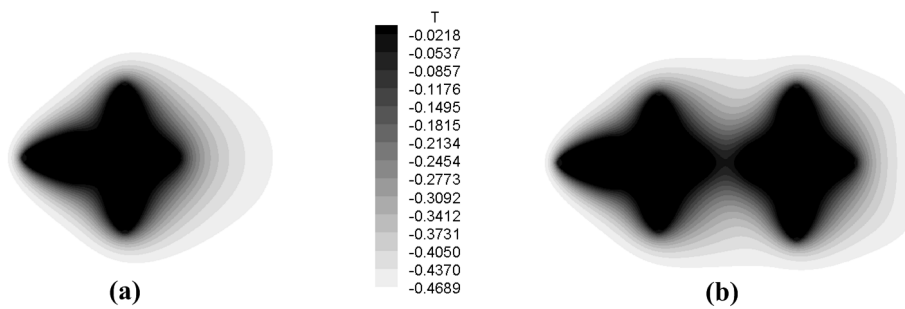


Fig. 9 Temperature contour. (a) Single seed. (b) Multiple seeds.

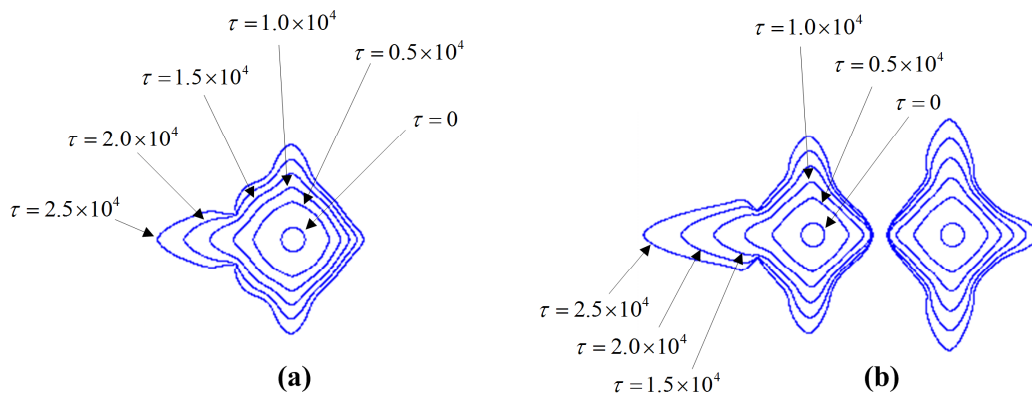


Fig. 10 Interface evolution vs. time. (a) Single seed. (b) Multiple seeds.

에 따른 유체 유동의 영향을 파악하는 것은 매우 중요하다. 본 연구에서는 단핵뿐만 아니라 유동 방향으로 2 개의 결정 핵이 성장할 때 후방에 있는 결정이 성장하는 과정이 확연히 달라지는 것을 확인하였고, 더불어 결정 핵이 단핵인 경우와 다핵인 경우 각각 과냉각도와 페클릿수의 변화에 따라 결정 성장 과정이 어떻게 달라지는지 파악하였으며 그 결과는 다음과 같다.

(1) 결정 핵이 1 개인 경우에는 과냉각도가 증가할수록 상류 방향 팁의 성장 속도가 확연히 증가하였고, 페클릿수가 증가함에 따라 약간 증가하였

다.

(2) 결정 핵이 2 개인 경우 핵 안쪽의 두 팁이 성장을 멈추는데 필요한 시간은 과냉각도에 반비례하였고 페클릿수에 비례하였다. 성장이 끝난 후의 팁의 반경은 두 팁 모두 과냉각도에 비례한 반면, 페클릿수와는 하류 핵의 상류 팁만 비례하였고 상류 핵의 하류 팁은 반비례하였다. 팁의 성장이 멈춘 후 팁간 거리는 과냉각도에 반비례하였고 페클릿수에 비례하였다.

(3) 전체적으로 과냉각도와 페클릿수의 변화에 따라 팁의 성장 거동은 다른 경향을 보였으나 결



정 핵이 1 개인 경우와 2 개인 경우 모두 폐클릿수 보다는 과냉각도의 변화에 더 많은 영향을 받았다.

본 연구는 2 차원에 그친 한계가 있지만 레벨 컨투어 리컨스트럭션 방법과 예면경계법의 가장 큰 장점은 3 차원으로의 확장이 매우 용이하다는 것이다. 3 차원 결정의 성장은 2 차원과는 전혀 다른 거동을 보이는 것으로 알려져 있으며 현재 3 차원으로의 확장에 대한 연구가 진행 중이다.

## 후 기

이 논문은 2007 년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2007-331-D00058).

## 참고문헌

- (1) Glicksman, M. E. and Huang, S. C., 1982, "Convective Heat Transfer During Dendritic Growth, in Convective Transport and Instability Phenomena, edited by J. Zierp and H. Ortel, Jr. (*Braun, Karlsruhe*)," p. 557.
- (2) Tonhardt, R. and Amberg, G., 1998, "Phase-Field Simulaiton of Dendritica Growth in an Shear Flow," *J. Crystal Growth*, Vol. 194, p. 406.
- (3) Beckerman, C., Diepers, H.-J., Steinbach, I. Karma, A. and Tong, X., 1999, "Modeling Melt Convection in Phase-Field Simulations of Silidificaiton," *J. Comput. Phys*, Vol. 154, p. 468.
- (4) Udaykumar, H. S., Mittal, R. and Shyy, W., 1999, "Computation of Solid-Liquid Phase Fronts in the Sharp Interface Limit on Fixed Grids," *J. Comput. Phys*, Vol. 153, pp. 535~574.
- (5) Al-Rawahi, N. and Tryggvason, G., 2002, "Numerical Simulation of Dendritic Solidification with Convection: Two-Dimensional Flow," *J. Comput. Phys*, Vol. 180, pp. 471~496.
- (6) Jeong, J.-H., Goldenfield, N. and Dantzig, J.A., 2001, "Phase Field Model for Three-Dimensional Dendritic Growth with Fluid Flow," *Phys. Rev*, Vol. 64, No. 4, 041602.
- (7) Jeong, J.-H., Dantzig, J.A. and Goldenfield, N., 2003, "Dendritic Growth with Fluid Flow in Pure Materials," *Metall. Master. Trans*, Vol. 34, No.3, pp. 459~466.
- (8) Shin, S. and Juric, D., 2002, "Modeling Three-Dimensinal Multiphase Flow Using a Lovel Contour Reconstruction Method for Front Tracking Without Connectivity," *J. Comput. Phys*, Vol 180, pp 427~470.
- (9) Shin, S., Abdel-Khalik, S. I., Daru, V. and Juric, D., 2005, "Accurate Representation of Surface Tension Using Level Contour Reconstruction Method," *J. Comput. Phys*, Vol 203, pp 493~516.
- (10) Karma, A. and Rappel, W.-J., 1996, "Phase-Field Method for Computationally Efficient Modeling of Solidification with Arbitrary Interface Kinetics," *phys. Rev*, Vol.53, No.4, p. 3017.
- (11) Chorin, J., 1968, "Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations," *Math. Comput*, Vol 22, pp. 745~762.
- (12) Harlow, F. H. and Welch, J. E., 1965, "Numerical Calculation of Time Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface.," *Physics of fluids*, Vol. 8, pp.2182~2189.
- (13) Swarztrauber, P. N. and Sweet, R. A., 1979, "Efficient Fortran Subprograms for the Solution of Separable Elliptic Partial Differential Equations," *ACM Trans. Math. Software*, Vol. 5, No. 3, pp. 352~364.
- (14) Fedkiw, R. P., Aslam, T., Merriman, B. and Osher, S., 1999, "A Non-Iscllatory Eulerian Approach to Interfaces in Multimaterial Flows (the Ghost Fluid Method)," *J. Comput. Phys*, Vol. 152, p. 457.
- (15) Tryggvason, G., Bunner, B., Esmaeeli, A., Juric, D., Al-Rawahi, N., Tauber, W., Han, J., Nas, S. and Jan, Y., 2001, "A Front Tracking Method for the Computations of Multiphase Flow," *J. Comput. Pys*, Vol.169, pp. 708~759.
- (16) Carslaw, H. S. and Jaeger, C. J., 1959, *Conduction of Heat in Solid*, end ed., Clarendon, Oxford.