

가우스 괄호법을 이용한 줌 렌즈의 조출량에 대한 수치해석 계산법

조재홍[†] · 이도경 · 이상은

한남대학교 이과대학 광·전자물리학과
Ⓞ 306-791 대전광역시 대덕구 오정동 133번지

류재명 · 이해진 · 강건모

삼성 디지털이미징(주) 개발팀 렌즈개발그룹
Ⓞ 443-373 경기도 수원시 매탄3동 416번지

(2009년 5월 6일 받음, 2009년 6월 15일 수정본 받음, 2009년 6월 17일 게재 확정)

유한 물점의 줌 렌즈에서 물체거리가 변할 때에 전체 줌 렌즈의 각 군을 모두 움직이지 않고 특정한 한 개의 렌즈군(조출군)을 이동시켜서 고정된 상면에 결상시킬 수 있다. 이 조출군의 이동량(조출량)을 가우스 괄호법과 근축광선 추적식의 행렬표기법을 이용하여 이론적으로 유도하고, 수치해석적으로 이 조출량을 구하였다. 이 방법은 물체의 거리에 관계없이 모든 종류의 유한물점 줌 렌즈의 조출량에 대한 초기설계에 대해서 유연하면서 통합적으로 적용할 수 있다. 이를 증명하기 위하여 줌 렌즈에서 가장 복잡한 M_{5n} 형태의 5군 줌 렌즈에 적용하여 조출량을 빠르게 신출할 수 있음을 보였다.

주제어: Lens Design, Zoom Lens, Gaussian Bracket Method, Autofocus

I. 서 론

줌 렌즈는 배율 또는 유효초점거리가 연속적으로 변해도 상면이 고정되는 광학계로 정의 된다.^[1] 줌 렌즈계는 일반적으로 카메라나 캠코더에 사용되는 광학계로 무한대 거리에 있는 물점에 대하여 설계를 한 후 근거리 물점에 대해서는 광학계의 일부 또는 전체를 이동하여 초점조절을 하는 경우와 현미경을 비롯하여 복사기, FAX, 현상기에 사용되는 광학계로 유한 거리에 있는 물체를 상면에 축소 및 확대 결상시키는 역할을 하는 경우로 나눌 수 있다.^[2,3] 이런 유한물점 줌 렌즈 광학계는 물체의 위치에 따라 초점조절이 가능하고 일정한 배율로 관측하는 광학계이다. 이때 물체면이 변할 경우 렌즈군 사이 간격이동만으로 상면을 고정시킬 수 있다.^[2] 이런 줌 렌즈의 설계는 크게 4단계로 나누어 기초설계, 초기설계, 최적설계, 공차해석으로 구분되고 그 후 전체 줌 광학계의 각 군간 간격 이동을 원하는 배율에 따라 거의 연속적으로 바꾸어주는 줌 궤적을 계산해야 한다.^[2,3] 또한 이러한 줌렌즈와 매우 유사하지만 물체면까지의 거리가 변하면서 상면과 배율이 고정되는 다중배치 광학계도 줌렌즈와 비슷한 과정으로 설계를 한다.^[4-6]

기존의 줌 궤적을 계산하는 방법^[1,2]은 무한물점의 경우와 유한거리에 있는 물체의 경우 연립방정식이 다르게 되며 또한 군의 개수나 이동하는 군이 많은 줌 광학계들로 갈수록 식이 복잡해서 해를 구하기 어렵고 이를 해석하는데 어려움이 커진다. 이런 번거로움을 줄이고자 프로그램시 알고리즘이 간단하고 추적이 쉽도록 하기 위하여 근축광선 추적을 가

우스 괄호법으로 표현할 수 있다. 이미 가우스 괄호법을 이용하여 앞서 설명한 무한물점의 경우^[7]와 유한물점의 모든 경우^[8]에 사용 할 수 있는 근축광선에서 N군 줌 렌즈의 일반화된 줌 렌즈 궤적식을 표현하였다.

본 논문에서는 가우스 괄호법으로 표현한 근축광선 추적식으로부터 줌 렌즈의 유한 물점의 경우에 있어서 물체 거리가 변화할 때 줌 렌즈계의 임의의 한 군(조출군이라고 함)을 조정(조정시 움직인 양을 조출량이라고 함)하여 초점이 상점이 맺히는 자동초점(auto focus)이 되게 하고자 한다. 그리고 이 N군 줌렌즈의 일반화된 줌 궤적식을 프로그래밍하여 여러 가지 형태의 줌 렌즈의 조출량을 수치해석적으로 쉽게 구해 볼 수 있도록 하고자 한다. 이 방법은 근축광선 추적식을 가우스 괄호법에 적용시켰기 때문에 다양한 줌 형태와 조출군에 따른 구속조건의 공식을 매우 간편하고 알기 쉽게 단순화시켜 줄 것이다. 또한 물체의 거리에 관계없이 모든 종류의 유한물점 줌 렌즈의 조출량에 대한 초기설계에 대해서 유연하면서 통합적으로 적용할 수 있다. 그리고 이 방법의 효용성과 장점을 보여주기 위하여 줌 렌즈에서는 가장 복잡한 M_{5n} 형태의 5군 줌 렌즈에 이 방법을 적용하고자 한다.

II. 가우스 괄호법을 이용한 줌 렌즈계의 줌 궤적 추적식

2.1 가우스 괄호법을 이용한 근축광선 추적법과 줌 렌즈 궤적 표현

일반적으로 사용하는 근축광선 추적식을 이용하여 각 렌즈에 대한 입사고(h_N)와 입사각(u_N)을 알 수 있는데, 그림 1

[†]E-mail: jhjo@hnu.kr

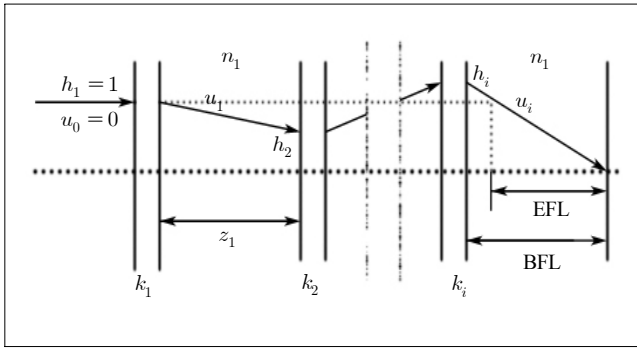


그림 1. 근축광선 추적도.

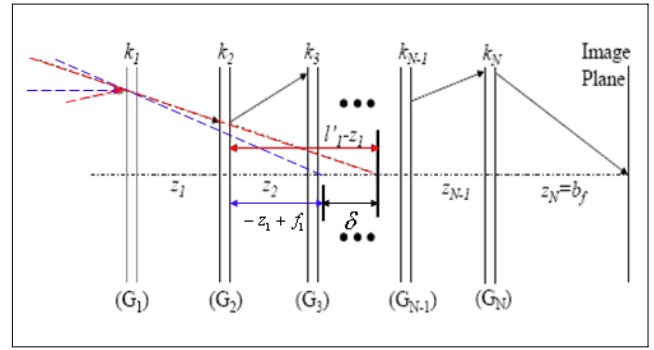


그림 2. 임의의 줌 렌즈에서 렌즈군의 광선 추적도.

과 같이 초기 입사각과 입사각을 각각 $h = 1, u = 0$ 로 했을 경우, 즉 무한물점에 대한 근축광선 추적식은 가우스 광호법^[7]으로 쉽게 나타낼 수 있다. n_N 을 N 번째 렌즈의 굴절률이라고 하고, k_N 을 N 번째 렌즈의 굴절능, z_N 을 N 번째 렌즈와 $N+1$ 번째 렌즈 사이의 주요면간의 거리라고 하면, 아래와 같이 근축광선 추적식을 간단하게 나타낼 수 있다. 즉 N 번째 면에서의 광선에 대한 입사각과 입사각인 h_N 와 $n_N u_N$ 를 가우스 광호법의 규칙과 행렬식을 이용하여 기술한 후, 이를 모든 면들에 적용하면 물체면인 0번째 면에서의 입사각(h_0)와 입사각($n_0 u_0$)과 N 번째 면에서의 입사각(h_N)와 입사각($n_N u_N$) 사이의 관계를 구할 수 있다. 이는 다음과 같이 나타낼 수 있다.^[7,8]

$$\begin{bmatrix} h_N \\ n_N u_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\begin{matrix} k_1, \dots, -\frac{d_{N-1}}{n_{N-1}} \end{matrix} \right] & - \left[\begin{matrix} d_0 \\ n_0, k_1, \dots, -\frac{d_{N-1}}{n_{N-1}} \end{matrix} \right] \\ - \left[\begin{matrix} k_1, -\frac{d_1}{n_1}, \dots, k_N \end{matrix} \right] & \left[\begin{matrix} d_0 \\ n_0, k_1, \dots, -\frac{d_{N-1}}{n_{N-1}}, k_N \end{matrix} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ n_0 u_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

축상 물점의 경우 $h_0 = 0$ 이기 때문에 식(1)에서 다음과 같은 식을 유도 할 수 있다.

$$h_N = - \left[-\frac{d_0}{n_0} k_1, \dots, -\frac{d_{N-1}}{n_{N-1}} \right] n_0 u_0 \quad (2)$$

$$n_N u_N = \left[-\frac{d_0}{n_0} k_1, -\frac{d_1}{n_1}, \dots, k_N \right] n_0 u_0 \quad (3)$$

식(2)와 식(3)으로부터 임의의 각을 가지고 입사한 광선의 각 면에서의 높이와 입사각을 알 수 있으며, 이 두 식은 임의의 각 u_0 로 출발한 광선의 $N-1$ 번째 면에서의 광선의 높이와 물체 면에서 N 번째 면까지의 굴절능 K 를 의미한다. 위의 근축광선에 대한 가우스 광호법 표기를 가지고 광선 추적을 하면 주요면 사이의 거리를 각 면 사이의 거리로 산출해 낼 수 있다.

이제까지는 단일 렌즈 단위로 광선 추적을 했는데 이 절에서는 줌 궤적을 계산하기 위해서 렌즈군 단위로 광선 추적을 한다.

그림 2는 무한물점 줌렌즈에 대한 근축 광로도이다. 이러한 무한물점 광학계에서 물체에서 출발한 광선이 1군에 의해 결상되고 이는 2군 이후의 광학계에 대한 물점이 된다. 따라서 이러한 광학계는 1군에 의한 결상점이 유한거리의 물체점이 되어 2군 이후의 유한 광학계에 대한 궤적을 구하는 문제로 바뀌어서 생각할 수 있다. 그림 2에서 보듯이 결상 광학계에 평행광이 입사한다면 마지막 상면에서의 h_N 는 0이 되는데 앞서 언급한 대로 1군에 의한 상을 물체로 가정하고 이 식을 가우스 광호로 표현하면

$$[-z_1 + f_1 + \delta, k_2, -z_2, \dots, k_N, -z_N] = 0 \quad (4)$$

와 같이 표현할 수 있다.^[8] 그리고 식(4)를 1군에 의한 상을 물체로 가정하고 전개하면 $\frac{1}{\beta_{2N}}$ 이 되고, 근축굴절 방정식을 이용하여 K 에 관한 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} [-z_1 + f_1 + \delta, k_2, -z_2, \dots, k_N] &= \frac{1}{\beta_{2N}} \\ &= \frac{n_N u_N}{n_1 u_1} = \frac{n_0 u_0 - h_1 K}{n_0 u_0 - h_1 k_1} = \frac{n_0 / z_0 - K}{n_0 / z_0 - k_1} \end{aligned} \quad (5)$$

식(4)와 식(5)에서 가우스 광호 안에 들어가는 첫 번째 항의 δ 는 그림 2에서 보는 것과 같이 1군에 의한 상 거리와 초점거리의 차로 $\delta = l_1 - f_1 = \frac{f_1^2}{z_0 - f_1}$ 이 된다. 이때 평행광이 입사한다면 $\delta = 0$ 이 되며, 식(4)와 식(5)를 각각 homogeneous 방정식인 F_1 과 F_2 으로 쓰면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} F_1(k_1, k_2, \dots, k_{N-1}, k_N, K) \\ = [-z_1 + f_1 + \delta, k_2, -z_2, \dots, k_N] - \frac{n_0 / z_0 - K}{n_0 / z_0 - k_1} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$F_2(k_1, k_2, \dots, k_{N-1}, k_N, K) = [k_1, -z_1, k_2, \dots, k_N, -z_N] = 0 \quad (7)$$

이렇게 구한 식(6)은 구한 궤적을 가우스 광호에 대입했을

때 굴절능과 본래 굴절능의 일치정도를 판단하는데 사용하며, 식(7)은 상면까지 진행한 주광선의 상의 높이를 판단하여 일치정도에 따라 반복을 하여 계산하는데 사용한다.

위 식을 궤적 추적식에 편리하게 이용하기 위하여 각 성분으로 편미분하는데 가우스 괄호를 편미분하여 다시 가우스 괄호의 형태로 단순화시켰다. 이렇게 F_1 과 F_2 를 각 변수들로 편미분한 값들^[8]과 식(6), 식(7), 그리고 구속 조건의 함수 F_3, \dots, F_{N+1} 을 같이 연립하여 풀 수 있다. 또 이 연립된 식들은 구해진 줌 궤적 값의 정확도를 판정하는 식으로 사용된다. 결국 최종적으로 구해진 줌 궤적의 해들은 이 방정식들을 만족해야만 한다. 만약 미지수가 많게 되면 연립방정식을 풀 수 없기 때문에 보간법을 사용하여 변수를 줄이는데, 본 논문에서는 간단한 선형보간법과 실제 현장에서 많이 사용하는 곡선보간법인 Spline 보간법^[9]을 선택하였다. 이러한 보간법으로 초기설계에서 알고 있는 군의 이동점을 모두 지나는 방정식을 만들고, 이 방정식으로부터 알고 있는 군의 이동점 사이의 중간값들을 구할 수 있다. 이렇게 선택적으로 보간된 값과 고정된 군을 제외하고 줌 궤적을 구하고자 하는 값만을 가지는 F_1, F_2, \dots, F_{N+1} 으로 다시 쓰고, 이를 변수들인 $z_i (i=1, 2, \dots, N)$ 와 K 에 대한 Taylor 급수 전개를 하여 1차 미분항까지만 정리한 후, 행렬로 이를 정리하면 (8)식과 같은 이 편미분 요소들로 이루어진 Jacobian 행렬이 만들어진다.

$$\begin{bmatrix} \Delta z_1 \\ \vdots \\ \Delta z_N \\ \Delta K \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial F_1}{\partial z_1} \right|_{z_1=z_{10}} & \dots & \left. \frac{\partial F_1}{\partial z_N} \right|_{z_N=z_{N0}} & \left. \frac{\partial F_1}{\partial K} \right|_{K=K_0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \left. \frac{\partial F_N}{\partial z_1} \right|_{z_1=z_{10}} & \dots & \left. \frac{\partial F_N}{\partial z_N} \right|_{z_N=z_{N0}} & \left. \frac{\partial F_N}{\partial K} \right|_{K=K_0} \\ \left. \frac{\partial F_{N+1}}{\partial z_1} \right|_{z_1=z_{10}} & \dots & \left. \frac{\partial F_{N+1}}{\partial z_N} \right|_{z_N=z_{N0}} & \left. \frac{\partial F_{N+1}}{\partial K} \right|_{K=K_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1(z_{10}, \dots, z_{N0}, K_0) \\ \vdots \\ F_N(z_{10}, \dots, z_{N0}, K_0) \\ F_{N+1}(z_{10}, \dots, z_{N0}, K_0) \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기에서 $z_{10}, \dots, z_{N0}, K_0$ 들은 각 군들 사이의 거리와 전체 줌 렌즈의 굴절능에 대한 초기값들이며, $\Delta z_1, \dots, \Delta z_N, \Delta K$ 는 이 초기값들에서 아주 작게 움직인 거리 혹은 작게 변화시킨 굴절능으로 본 식에서 구해야 할 굴절능 변화에 따른 궤적의 변화값이다.

마지막으로 식(8)에 참고문헌 [8]에서 구한 편미분 값을 대입하면 각 군들의 움직인 거리 Δz_N 와 줌 렌즈의 변화된 총 굴절능 ΔK 를 구할 수 있다. 이렇게 구한 값들은 앞의 판별식인 식(6)과 식(7)에 대입하여 그 오차가 최소가 되도록 반복하는 최적화 과정을 진행한다. 실제로 작성한 프로그램에서는 이 오차값이 10^{-8} 이하가 될 때까지 최적화가 진행되는다. 그리고 식(8)에서 역행렬의 행렬식(determinant) 값이 0이 되는 경우를 피하기 위하여 포커-슈트라센법^[10,11]을 이용하

여 역행렬을 구하였는데, 이 경우 역행렬을 구할 때 단위 행렬로 나누어 계산하기 때문에 계산이 간단해진다. 최종적으로 구해진 줌 궤적 값들에 초기값 $z_{10}, \dots, z_{N0}, K_0$ 을 더해 주면 각 군들이 움직인 궤적을 구할 수 있다. 그리고 여기에 주요면의 위치 값을 적용해주면 각 군들 사이의 거리를 렌즈들 면과 면 사이의 거리로 쉽게 환산할 수 있다.^[7]

2.2 조출량 계산

2.1절의 줌 렌즈 궤적 추적에 대한 가우스 괄호법 표기를 가지고 광선 추적을 하면 각 군의 변화량에 초기값 $z_{10}, \dots, z_{N0}, K_0$ 을 더하여 우리가 필요로 하는 궤적이 된다. 그러나 그림 3에서 보듯이 평행하게 입사하는 광선의 경우에는 광선이 상면에 도달했을 때 높이가 0이 되지만 그렇지 않은 경우에는 광선이 상면에 도달했을 때 높이가 0이 안된다. 만약에 유한 물점의 거리가 손떨림과 같은 외부 조건들에 의해서 소량 바뀔 경우에는 상면이 미소하게 이동하게 되며, 이를 고정된 상면에 결상하기 위해서는 편의를 위하여 선택된 하나의 조출군을 조출량만큼 움직여서 이를 보정해주어야 한다.

본 논문에서는 i 번째 군이 조출군이고, 이 조출군의 조출량을 δ' 으로 표현하였다. 그러면 식(4)로부터 아래와 같은 식이 유도된다.

$$[-z_1 + f_1 + \delta, k_2, \dots, -z_{i-1} + \delta', k_i, -z_i - \delta', \dots, k_n, -z_n] = 0 \quad (9)$$

식(9)를 참고문헌 [8]에서 소개한 가우스 괄호법을 이용하여 다시 표현하면

$$\begin{aligned} & \left([-z_1 + f_1 + \delta, k_2, \dots, -k_{i-1}] \delta' + [-z_1 + f_1 + \delta, k_2, \dots, -z_{i-1}] \right) k_i \\ & \left\{ [k_{i+1}, \dots, k_n, -z_n] (-\delta') + [-z_i, k_{i+1}, \dots, k_n, -z_n] \right\} + E = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

이 된다. 여기에서 $E = [-z_1 + f_1 + \delta, k_2, \dots, -z_{i-1} - z_i, \dots, k_n, -z_n]$ 이다. 식(10)의 가우스 괄호 안의 식을 A, B, C, D로 치환하여 정리한 후에 이를 δ' 에 대한 이차방정식으로 표현 하면

$$\delta'^2 + \left(\frac{B}{A} - \frac{D}{C} \right) \delta' - \frac{BDk_i + E}{ACk_i} = 0 \quad (11)$$

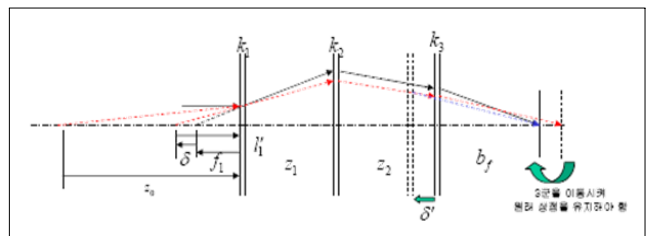


그림 3. 물체거리 변화에 따른 상면 보정.

이 된다. 여기에서

$$\begin{aligned}
 A &\equiv [-z_1 + f_1 + \delta, k_2, \dots, -k_{i-1}], \\
 B &\equiv [-z_1 + f_1 + \delta, k_2, \dots, -z_{i-1}], \\
 C &\equiv [k_{i+1}, \dots, k_n, -z_n], \\
 D &\equiv [-z_i, k_{i+1}, \dots, k_n, -z_n]
 \end{aligned} \tag{12}$$

이다. 통상적으로 기계적 구동이 쉬운 마지막 군이나 그 바로 앞의 군을 조출군으로 선택하는데, 이 경우에는 $i=n$ 인 경우와 $i=n-1$ 인 경우가 되며 C와 D는 아래의 식(13)과 식(14)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 C &\equiv [k_n, -z_n], \\
 D &\equiv [-z_{n-1}, k_n, -z_n]
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 C &\equiv 1, \\
 D &\equiv -z_n
 \end{aligned} \tag{14}$$

식(11)의 δ' 에 대한 이차방정식의 해를 구해주면 우리가 구하려고 하는 조출량을 구할 수 있다. 이때 2개의 해가 나오게 되는데 둘 중 궤적을 이루는데 있어 문제가 되지 않는 해를 선택하면 된다. 식(11)에서 구한 δ' 을 2.1절에서 구한 조출군의 줌 궤적에 보정하여 추가하면 줌밍(zooming)과 autofocus가 동시에 자동으로 이루어진다.

III. 줌 렌즈의 줌 궤적 및 조출량 계산 : M_{5n} 형태의 5군 줌렌즈의 예

줌 렌즈계는 줌 렌즈가 줌밍하는 동안 각 군의 이동이 상호 선형적으로 움직이면서 상면이 광학계의 초점심도 내에

형성되도록 하는 광학보정식^[12]과 상면을 안정되게 유지하기 위하여 각 군의 이동을 상호 비선형적으로 움직이도록 설계하는 기계보정식^[13,14]으로 구분된다. 현재는 정밀한 기계적 가공이 가능하기 때문에 줌 성능이 우수한 기계보정식 줌 렌즈만을 사용한다. 각 줌 렌즈계의 분류에 따라 주어지는 구속조건들은 표 1과 같다.^[2,15]

초기 줌 궤적 설계시에 각 군의 굴절능 $k_1, k_2, k_3, \dots, k_N$ 과 물체거리 l 은 이미 정해져 있고, 알고자 하는 궤적의 미지수는 각 군 사이의 거리들인 $z_1, z_2, z_3, \dots, z_N$ 와 줌 렌즈의 총 굴절능인 K 이다. 가우스 팔호 근축 광선추적식을 사용해서 상높이에 관련된 식과 줌 렌즈계의 굴절능 식을 알아 낼 수 있고, 여기에 각 형태에 따른 구속조건 방정식이 추가되어 완성된 연립방정식을 만들 수 있다. 그렇지만 당연히 미지수가 방정식의 수 보다 많은 경우가 존재하며, 이 경우에는 부족한 방정식의 수만큼 보간법을 이용하여 방정식을 만든다. 이렇게 구성한 방정식들을 식(8)과 이를 구현하는 알고리즘에 대입하여 2군에서 5군까지의 줌 궤적 설계가 가능한 프로그램을 만들었다. 작성된 프로그램은 한 가지 형태의 줌 궤적뿐만 아니라 군에 따른 모든 형태에 대해서 해가 존재할 경우 이에 대응하는 줌 궤적을 구할 수 있다.

5군 줌 렌즈의 경우 표 1에서 보듯이 많은 형태가 존재하고, 줌 궤적을 구하기 위해서는 2군, 3군, 4군 줌 렌즈계보다 더 많은 방정식을 연립하여 풀어야하는 문제가 생긴다. 특히 이 중에도 M_{5n} 형태와 같은 경우는 모든 군이 움직이는 경우로 직접 계산하여 풀어내기 매우 어렵지만 본 논문에서 제시한 가우스 팔호법을 이용한 이론식 및 이를 구현하는 알고리즘을 사용할 경우 매우 쉽게 구할 수 있다.

표 2는 12매 렌즈로 구성된 5군 줌 렌즈계의 특허자료 (US 6,002,527 예제2^[16])를 정리한 렌즈계 사양에 대한 것으로 줌 렌즈의 4가지 줌 위치에서 유효 초점거리, F-수($f\#$), 반화각

표 1. 4군과 5군의 줌 렌즈계에 대한 구속조건

	구속조건		구속조건
M_{3a}	$z_1 + z_2 + z_3 = T_{1i}$	M_{3c}	$z_1 + z_2 + z_3 = T_{14}, z_4 + z_5 = T_{4i}$
M_{3b}	$z_2 + z_3 = T_{2i}$	M_{3d}	$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = T_{15}$
M_{3c}	구속 조건 없음	M_{3e}	$z_1 + z_2 = T_{13}, z_3 + z_4 + z_5 = T_{3i}$
M_{4a}	$z_1 + z_2 + z_3 = T_{14}$	M_{3f}	$z_1 + z_2 + z_3 = T_{14}$
M_{4b}	$z_1 + z_2 = T_{13}$	M_{3g}	$z_2 + z_3 + z_4 + z_5 = T_{2i}$
M_{4c}	$z_2 + z_3 = T_{23}$	M_{3h}	$z_2 + z_3 = T_{24}$
M_{4d}	$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = T_{1i}$	M_{3i}	$z_2 + z_3 = T_{24}, z_4 + z_5 = T_{4i}$
M_{4e}	$z_2 + z_3 + z_4 = T_{2i}$	M_{3j}	$z_2 + z_3 + z_4 = T_{25}$
M_{4f}	$z_3 + z_4 = T_{3i}$	M_{3k}	$z_3 + z_4 + z_5 = T_{3i}$
M_{4g}	$z_1 + z_2 = T_{13}, z_3 + z_4 = T_{3i}$	M_{3l}	$z_3 + z_4 = T_{35}$
M_{4h}	구속조건 없음	M_{3m}	$z_4 + z_5 = T_{4i}$
M_{5a}	$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 = T_{1i}$	M_{3n}	구속조건 없음
M_{5b}	$z_1 + z_2 = T_{13}$		

표 2. 5군 줌렌즈인 특허 US 6,002,527 예제 2의 렌즈계 사양

Position	1	2	3	4
f	36.00	75.00	112.50	171.25
f/#	3.9	5.02	5.50	5.87
FOV	63.83	31.40	21.12	13.92
Zoom Ratio	4.75 X			
Type	PNNPP			

표 3. 표 2의 줌 렌즈 사양을 이용하여 줌 궤적 프로그램으로 구한 광학계와 줌 위치별 속성

	Group 1	Group 2	Group 3	Group 4	Group 5
H1	3.1918	-2.2519	0.2871	-3.3985	-7.9969
H2	-5.3806	-12.6342	-1.869	-10.057	-31.9292
EFL	76.0886	-43.9713	-38.7994	54.1057	57.7422
K	0.0131	-0.0227	-0.0258	0.0185	0.0173
Position 1					
z	5.6287	15.7495	23.0873	11.3623	66.6823
Total K	0.0317				
EFL	31.5732				
BFL	26.9877				
Position 2					
z	19.6706	16.6713	13.3652	7.905	82.5239
Total K	0.0165				
EFL	60.5666				
BFL	38.2079				
Position 3					
z	28.6204	18.5493	8.6461	6.628	88.7104
Total K	0.0112				
EFL	89.3261				
BFL	40.8685				
Position 4					
z	34.3523	20.4213	2.8456	5.9853	93.592
Total K	0.0076				
EFL	131.0413				
BFL	45.0476				

(FOV(semi)), 줌비(Zoom Ratio), 줌 형태(Type)를 정리한 것이다. 줌 렌즈 형태에서 P는 수렴렌즈를 의미하고 N은 발산 렌즈를 의미하며, ‘PNNPP’의 의미는 각 군의 형태가 ‘수렴 렌즈군 - 발산렌즈군 - 발산렌즈군 - 수렴렌즈군 - 수렴렌즈군’이라는 것을 의미한다. 표 3은 표 2의 자료를 프로그램에 입력하여 구한 각 군의 광학계 속성으로 이 결과를 이용하면 줌 궤적을 추적할 수 있다. 표 2의 유효초점거리(EFL)인 f값이 표 2의 다른 사양들로부터 본 계산에서 구한 줌 렌즈의 속성들을 정리한 표 3의 EFL 값과 차이를 가지고 있음을 알 수 있다. 이는 본 논문의 연구 결과는 줌 렌즈에 대한 다른 특허들에서 확인되었기에 틀리지 않다고 보기에, 간혹 특허

상의 보안 관계로 수치를 다르게 표시하는 경우로 이해할 수 있다. 즉 참고문헌 [16]의 EFL은 다른 사양들과 일치하지 않는 특허 상 불명확한 데이터임을 확인할 수 있었다.

이 렌즈의 사양들을 본 논문에서 작성한 프로그램에 입력하여서 구한 5군의 궤적은 표 1에서 보듯이 4군 줌렌즈보다 4가지 더 많은 궤적이 가능하나 일부의 형태에서는 해가 존재하지 않는다. 그림 4는 5군 줌 렌즈계의 여러 가지 줌 상태에서 축상광선과 비축광선을 추적하여 구한 결상점들을 보여주는 결과로 5군 줌 상태의 ①, ②, ③, ④, ⑤의 5개 렌즈군들의 배치를 직접적으로 보여준다. 그림 4(a) 및 (d)와 같은 양 끝단의 줌 상태가 각각 wide 상태와 tele 상태이며,

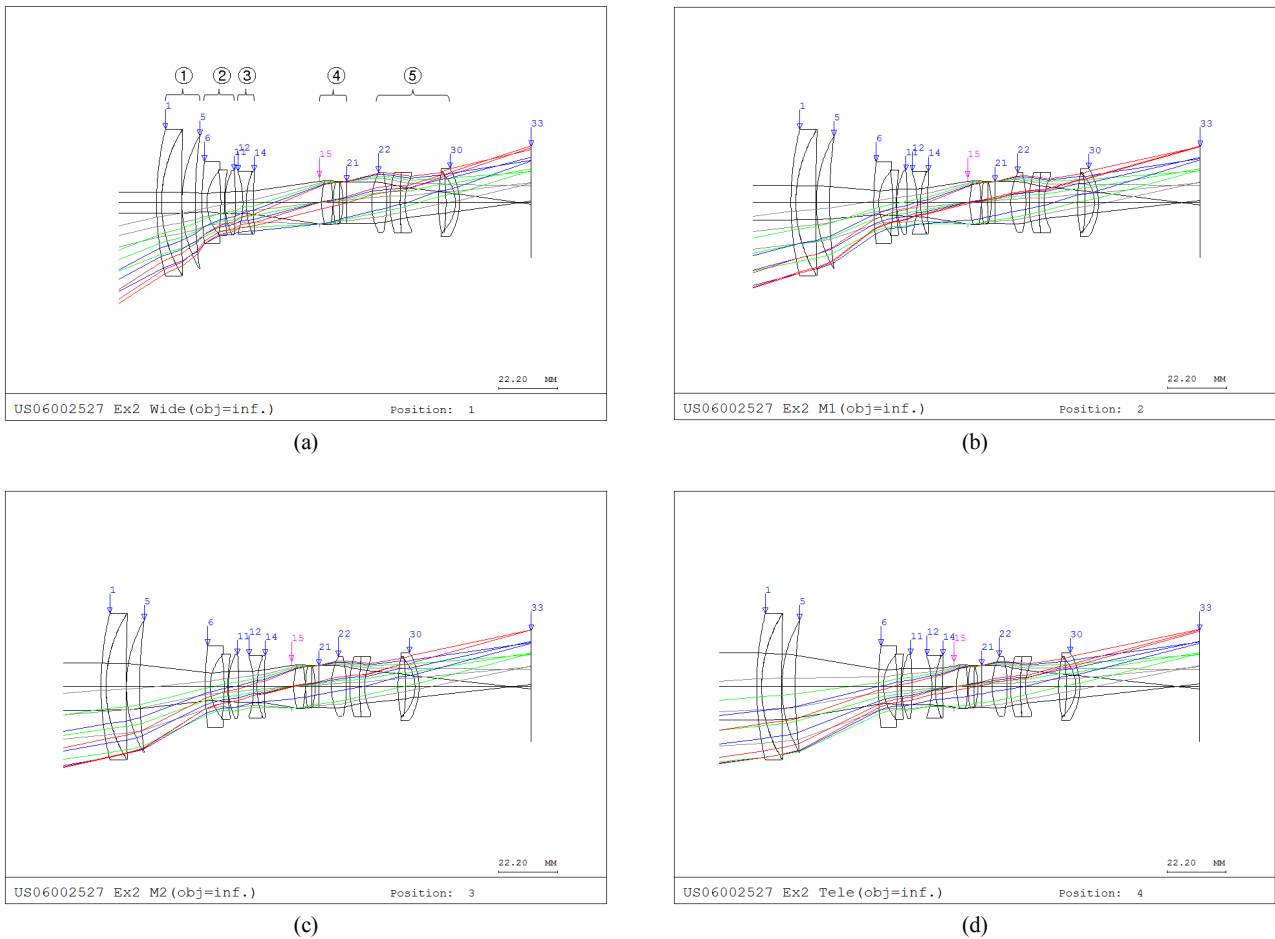


그림 4. 무한물점에 대한 5군 줌 렌즈계의 각 위치에서의 광선추적. (a) wide에서의 광선추적, (b) middle에서의 첫 번째 광선추적, (c) middle에서의 두 번째 광선추적, (d) tele에서의 광선추적.

이들의 중간지점들인 그림 4(b), (c)는 middle 1, 2상태이다. 그림 5는 표 3의 내용을 사용하여 구한 5군 줌 렌즈의 형태에 따른 궤적을 곡선보간법과 선형보간법을 이용하여 300개의 구간으로 나누어 구한 각 군의 주요면에 대한 줌 궤적, 조출량, EFL을 그래프로 나타낸 것이다. 줌 궤적과 조출량의 경우 가로축은 렌즈 전체길이를 단위는 mm이고, 세로축은 줌의 wide와 tele 사이의 구간을 나눈 횟수이다. 그림 5(a), (b), (c)는 M_{5n} 에 대한 줌 궤적으로 물체거리가 900 mm일 경우 z_2, z_3, z_4, z_5 를 Spline 곡선보간하여 구한 경우로 (a)는 각 군의 주요면들에 대한 줌 궤적에 대한 그래프이다. (b)는 물체거리가 900 mm에서 1000 mm, 1200 mm, 1500 mm로 변화한 경우 3군 조출에 따른 3군의 궤적 이동량 그래프이다. 그림 5(d), (e), (f)는 각각 z_2, z_4, z_5 를 곡선보간하고 EFL를 선형보간하여 구한 경우로 (d)는 줌 궤적이고 (e)는 K의 선형보간시 3군 조출에 따른 조출량 그래프이다. 그림 5(a)와 (c)의 G1(남색선)은 그림 4의 ① 렌즈군에 대한 것이고, G2(자주색선)는 ② 렌즈군, G4(파랑색선)는 ④ 렌즈군, G5(옅은 파랑색선)는 ⑤ 렌즈군에 대한 것이다. G3은 ③ 렌즈군에 대한 것으로

inf로 표기한 것(노랑색선)과 900 mm로 표시한 것(옅은 녹색선)이 있는데 이는 각각 물체 거리로 inf는 무한물점이고, 900 mm는 물체거리가 900 mm인 유한물점이다. (b)와 (e)의 G3로 그림 4의 ③ 렌즈군에 대한 것이고 광호안의 숫자 역시 각각 물체거리를 의미한다. 이때 inf(노랑색선)는 무한물점이고, 900 mm(아주 옅은 파랑색선)는 물체거리가 900 mm, 1000 mm(어두운 보라색선)는 물체거리가 1000 mm, 1200 mm(짙은 갈색선)는 물체거리가 1200 mm, 1500 mm(녹색선)는 물체거리가 1500 mm인 유한 물점에 대한 것이다. 이와 같이 본 논문에서 제시한 가우스 광호법을 이용한 줌 궤적과 조출량에 대한 알고리즘에서는 원하는 군의 줌 궤적 또는 K를 보간법에 따라 서로 다른 줌 궤적을 아주 쉽게 구할 수 있으므로 더욱 간소화된 움직임을 보이는 줌 궤적을 바로 선택할 수 있다. 물론 줌렌즈의 유형에 따른 이용도 매우 쉽고 통합적으로 할 수 있다. (c)와 (f)는 (a)와 (d)의 각 경우에 대한 물체거리 900 mm에 대한 EFL의 그래프이다.

그림 6(a)는 그림 5(d)에서 구한 물체거리 변화에 따른 궤적의 조출량 변화를 wide(Wide), middle1(M1),

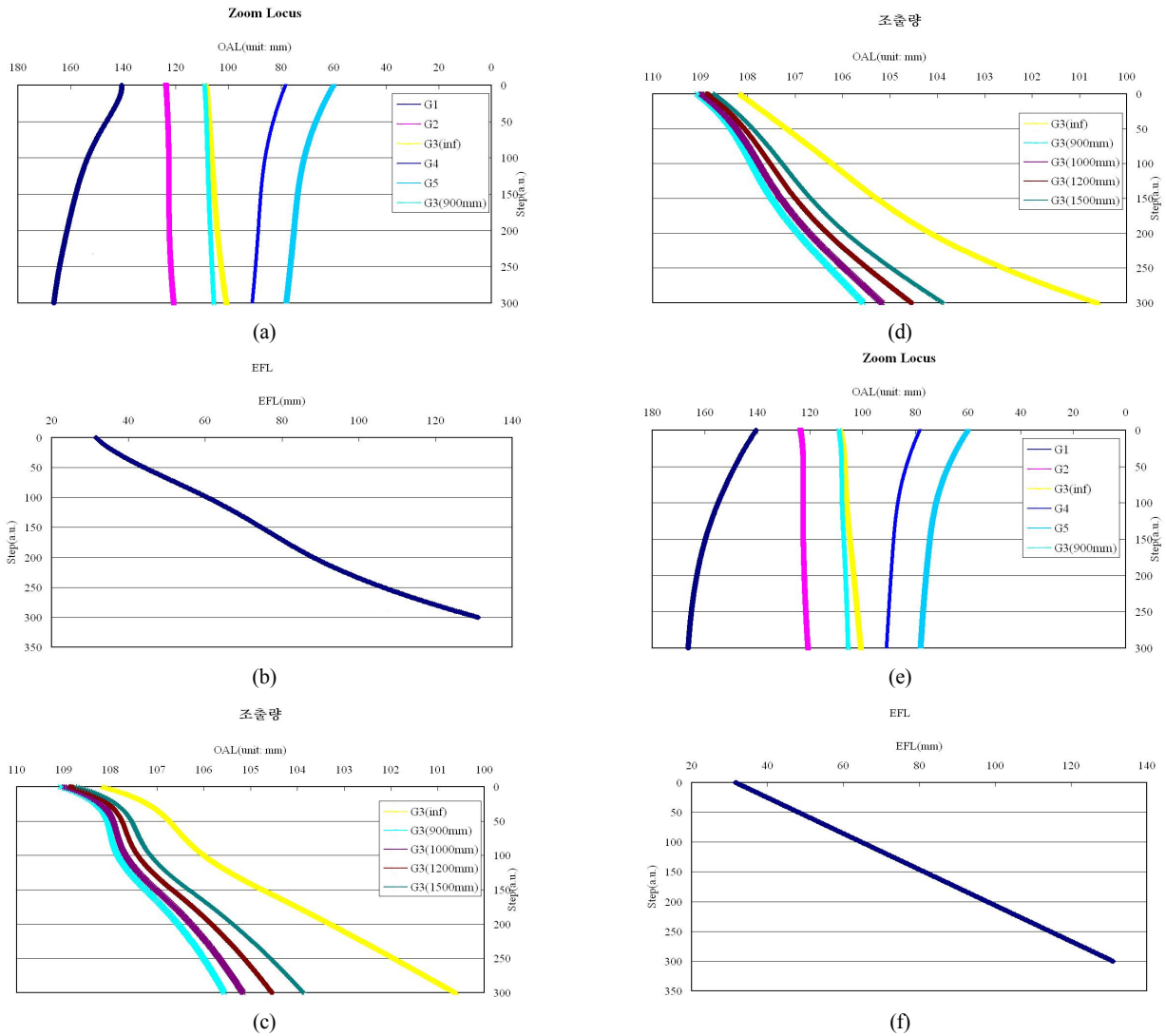


그림 5. 유한물점(물체거리 = 900 mm)인 경우 5군 줌 렌즈계(M_{5n})에서 각 군의 주요면에 대한 줌 궤적과 조출량 그리고 이에 대한 EFL 그래프. (a) 물체거리가 900 mm인 경우 z_2, z_3, z_4, z_5 를 Spline 보간하여 구한 줌 궤적, (b) (a)의 경우 물체거리가 900 mm에서 1000 mm, 1200 mm, 1500 mm로 변화한 조출량 그래프, (c) (a)의 경우 물체거리 900 mm를 갖는 EFL의 변화 그래프, (d) 물체거리가 900 mm인 경우 z_2, z_4, z_5 는 Spline 보간하고 EFL을 선형보간한 경우의 줌 궤적, (e) (d)의 경우 물체거리가 900 mm에서 1000 mm, 1200 mm, 1500 mm로 변화한 조출량 그래프, (f) (d)의 경우 물체거리 900 mm를 갖는 EFL의 변화 그래프.

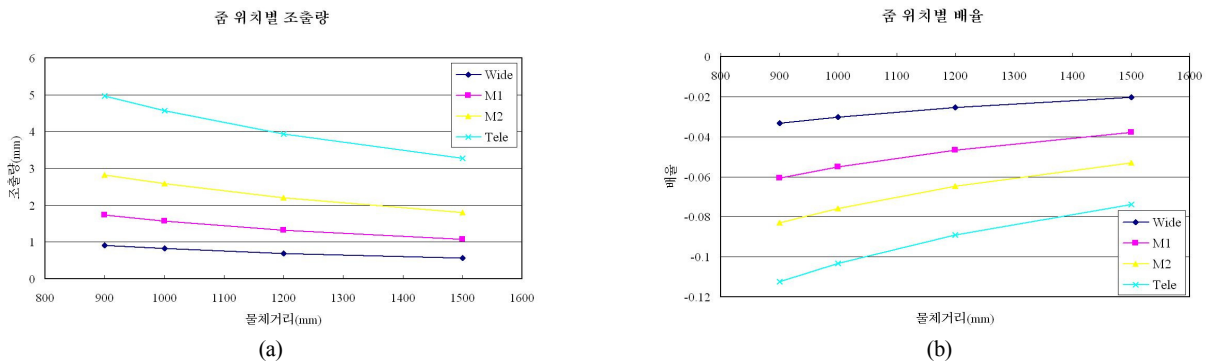








그림 6. 그림 5(d)에서 구한 5군 줌 궤적의 wide, middle1, middle2, tele에서 물체거리 (900 mm ~ 1500 mm)의 변화에 따른 3군 조출량과 배율 변화의 그래프. (a)는 그림 5(d)에 대한 물체거리 변화에 따른 3군 조출량 변화의 그래프, (b)는 그림 5(d)에 대한 물체거리 변화에 따른 배율 변화의 그래프.

middle2(M2 ) , tele(Tele ) 의 경우로 나누어 나타내었고, 그림 6(b)는 그림 5(d)에서 구한 물체거리 변화에 따른 배율의 변화도 wide(Wide ) , middle1(M1 ) , middle2(M2 ) , tele(Tele ) 의 경우로 나누어 나타내었다. 그림 6(a)에서 보여주는 그래프는 물체거리가 주어지고 줌 궤적을 구한 후 물체거리 변화에 따른 3군 조출량을 구한 것이다. 이때 처음 설계에서 주어진 물체거리 900 mm 를 기준으로 물체거리가 멀어질수록 모든 줌 상태에서 조출량이 작아지는데, 이는 일반적으로 물체거리가 멀어질수록 상의 이동량이 작아지는 경향과 일치하며 이는 가우스 결상 공식으로도 간단하게 확인 할 수 있다. 특히 tele 상태보다는 wide에서의 조출량이 커지는 것도 그림 6(a)에서 확인 할 수 있으며, 이도 또한 같은 경향에서 이해할 수 있다. 그림 6(b)에서 보듯이 배율은 물체거리가 멀어질수록 작아지며, tele가 wide보다 배율은 커짐을 알 수 있다.

V. 결 론

줌 렌즈 궤적을 구하는 것은 앞서 설명한 것처럼 상면이 고정된 광학계에서 렌즈군이 이동하면서 줌밍하는 경우에도 상면의 흐트러짐 없이 이동하기 위한 렌즈 군들의 이동 변위를 구하는 것이다. 이전의 방식은 연립방정식을 풀어 해석적인 해를 구하였으나 계산이 매우 복잡하고 시간이 많이 걸리며 서로 다른 줌 렌즈마다의 프로그램을 달리 해야 하는 문제가 있었다. 이러한 문제점들을 해결하기 위해서 본 연구실에서는 반복적이고 체계적인 광선추적에 매우 편리한 가우스 괄호법을 이용하여 무한물점에 대한 N군 줌렌즈들에 대한 근축광선 줌 궤적을 수치해석적으로 구하였다.

본 논문에서는 가우스 괄호법을 이용하여 이미 구한 무한물점 뿐만 아니라 무한물점을 포함한 유한물점에서의 일반화된 근축광선 줌 궤적식을 구하였다. 이때 1군에 의한 상거리를 물체거리로 보고 계산하였으며 1군에 의한 초점거리와 상거리가 같을 경우는 상면이 고정되지만 초점거리와 상거리가 다를 경우에는 상면이 고정되지 않아 상거리가 변하게 된다. 이것을 보정하기 위하여 임의의 한 군을 이동하여 상면이 고정되는 일반화된 식을 만들어 계산하였다. 이 계산방법을 프로그램화하여 줌 궤적을 빠르게 구하는 것이 가능해지도록 하였으며, 작성한 프로그램을 사용하여 기존에 특허로 발표된 5군 줌 렌즈 자료들에 대한 줌 궤적과 물체거리 변화에 따른 조출량을 구하였다.

또한 본 알고리즘과 이를 바탕으로 작성한 프로그램에서는 초기 줌 궤적이 나쁘더라도 서로 다른 보간법을 이용하여 다양한 방법으로 변화를 주면 또 다른 줌 궤적을 구할 수 있기 때문에 훨씬 다양한 줌 궤적을 구하여 비교가 가능하다. 이렇게 비교를 할 경우 제작에 가장 알맞은 군의 이동형태를 선택할 수 있는 장점이 있다. 즉 본 논문의 방법 및 이를 구현한 프로그램을 사용할 경우 초기 설계시 사용자가 매우 쉽고 다양하게 일반적으로 줌 궤적 설계에 접근할 수 있고, 물체거리변화에 따른 렌즈 설계를 다시 해야 하는 번거로움을

덜어 준다.

본 논문에서는 아직 현재 이용하는 줌 렌즈 종류 중에서 가장 복잡한 M_{5n} 형태의 5군 줌 렌즈에 대한 줌 궤적만을 해석해 놓았으나 이 계산방법을 도입하면 모든 N군까지의 궤적 해석이 가능하다. 그러나 이것은 초기 설계에 이용이 가능한 궤적으로 공차를 고려한 줌 궤적 분석이나 마지막 전체 수차를 고려한 설계는 하지 않았다. 본 논문은 좋은 줌 렌즈를 설계하는 것이 목적이 아니라 무한물점을 포함한 모든 유한물점에 대한 모든 줌 렌즈 형태에 대해서 일관된 줌 궤적 공식, 물체거리 변화에 따른 조출량 공식, 그리고 이를 이용한 프로그램을 제시하고 이 방법의 유효성을 검증하는 것이다. 비록 본 논문에서는 5군의 한 가지형태만을 시도하였지만 모든 형태와 모든 보간법을 쉽게 적용할 수 있음을 확인하였다.

감사의 글

이 논문은 2009년도 한남대학교 학술연구조성비 지원에 의하여 연구되었음. 그리고 이 논문의 프로그램에 도움을 준 유남준 군에게도 감사를 드립니다.

참고문헌

- [1] K. Yamaji, *Design of Zoom Lenses*, in *Progress in optics* VI, edited by E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1971), Chapter 4.
- [2] 정진호, *줌 렌즈계의 근축설계와 궤적해석* (영남대학교, 대구, 1994) 박사학위 청구논문.
- [3] 류재명, 이혁기, 이해진, 강건모, 조재홍, “디지털 카메라 줌렌즈에서 대칭성 오차요인에 의한 상면변화의 보정과 이에 따른 불량률 예측,” *한국광학회지* 제 17권 5호 pp.420-429 (2006).
- [4] Jae Myung Ryu, Jae Heung Jo, Jin Ho Jung, Young Se Chun, and Geon Mo Kang, “Design of microscopic system using zoom structure with a fixed magnification and the independency on the vibration of object distance,” *Proc. of SPIE* vol. 5523, pp. 352-362 (2004).
- [5] 류재명, 임천석, 조재홍, 정진호, 전영세, 이강배, “와이어 본딩(wire-bonding) 검사용 현미경 광학계의 설계,” *한국광학회지* 제 14권 6호 pp. 613-622 (2003).
- [6] 류재명, 김재범, 강건모, 조재홍, 백승선, 정진호, “반도체 부품 검사용 다중배치 현미경 광학계의 공차분석,” *한국광학회지* 제 17권 2호 pp. 149-158 (2006).
- [7] 유남준, 김원섭, 조재홍, 류재명, 이해진, 강건모, “가우스 괄호법을 이용한 무한물점을 갖는 복잡한 줌 렌즈의 수치해석적인 근축광선 줌 궤적 추적법,” *한국광학회지* 제 18권 6호, pp. 410-420 (2007).
- [8] 이도경, 유남준, 조재홍, 류재명, 이해진, 강건모, “가우스 괄호법을 이용한 유한 물점을 갖는 줌 렌즈에 대한 일반적인 수치해석적 근축광선 줌 궤적 추적,” *한국광*

- 학회지 제 20권 3호 게재예정 (2009).
- [9] I. J. Schoenberg, *Cardinal Spline Interpolation* :CBMS-NSF Regional Conference Ser. : no. 12 (CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics) (Society for Industrial Mathematics, 1987)
- [10] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein, *Introduction to Algorithms, 2nd ed.*, (MIT Press and McGraw-Hill, New York, USA, 2001) pp. 735-741.
- [11] D. H. Bailey, K. Lee, and H. D. Simon. "Using strassen's algorithm to accelerate the solution of linear systems," *The Journal of Supercomputing*, vol.4, pp. 357-371 (1990).
- [12] W. J. Smith, *Modern Optical Engineering*, 3rd ed., (McGraw-Hill, New York, 2000) pp. 291-296.
- [13] K. Tanaka, "Zooming components loci of typical types of mechanically compensated zoom lens-Afocal converter, basic type and standard type," *Optik* vol. 111, no. 4, pp. 149-156 (2000).
- [14] K. Tanaka, "Zooming components loci of a generally constructed mechanically compensated zoom lens," *Optik* vol. 112, no. 6, pp. 232-238 (2001).
- [15] 정진호, 정해빈, "4군 줌 렌즈계 1,(분류와 궤적해석)", *새물리*, 제 3권 1호, pp. 26-30 (1990).
- [16] M. Ohtake, and Kawasaki, "Compact high-zoom-ratio zoom lens", 1999, U.S. Patent 6,002,527.

Numerical Calculation for Autofocus of Zoom Lenses by Using Gaussian Brackets

Jae Heung Jo[†], Do Kyung Lee, and Sang On Lee

Dept. of Applied Optics and Electromagnetics, Hannam University, Daejeon 306-791, Korea

[†]*E-mail: jhjo@hnu.kr*

Jae Myung Ryu, Geon Mo Kang, and Hae Jin Lee

Lens Development Group, Samsung Digital Imaging Co., Ltd., Suwon, Gyeonggi-do 443-373, Korea

(Received May 6, 2009; Revised manuscript June 15, 2009; Accepted June 17, 2009)

When the object distance of a zoom lens with finite object distances is varied, we can fix the image at a fixed image plane by moving only one zoom lens group (autofocus group) without moving all zoom lens groups for the autofocus. We theoretically formulated and numerically calculated the moving distances of the autofocus group by using Gaussian brackets and a paraxial ray tracing method. The solutions of this method can be consistently and flexibly used in the initial design for the moving distance of autofocus group within these zoom loci in all types of zoom lens. Finally, in order to verify the usefulness of this method, we show that the moving distance of an autofocus group can be rapidly and diversely obtained in one example of M_{Sn} zoom lens type.