

꼭지점계획법을 이용한 주축 치수 결정에 관한 연구

황영국*, 이춘만⁺

(논문접수일 2008. 12. 30, 심사완료일 2009. 3. 19)

A Study on the Determination of Shaft Size Using the Extreme Vertices Design

Young-Kug Hwang*, Choon-Man Lee⁺

Abstract

The spindle is the main component in machine tools. The static and dynamic stiffness of the spindle directly affect the machining productivity and surface integrity of the workpiece. The static and dynamic stiffness of the spindle depend on the shaft size, bearing arrangement, bearing span length, and so on. Therefore, the selection of shaft size and bearing span length are important to improve the spindle stiffness. This paper presents the determination of shaft size and bearing span length in spindle design step. In order to select the optimal bearing and built-in motor locations with constraint conditions, the extreme vertices design was applied. The results show that extreme vertices design is usable for spindle design with design constraints.

Key Words : Extreme vertices design(꼭지점 계획), Spindle design(스핀들 설계), Contour plot(등고선 선도), Bearing span length(베어링 간격), Natural frequency(고유 진동수)

1. 서론

최근의 기계가공 분야에서는 경제적, 환경적 등의 이유로 인하여 고속, 고정밀, 고능률 가공에 대한 요구가 급증하고 있는 실정이다. 가공정밀도 개선은 제품의 부가가치를 높여 주고, 생산성의 개선은 가공경비를 줄임으로서 경쟁력을 향상시킨다. 따라서 가공정밀도는 마이크로단계를 거치면서 나노단계로 향하는 초고정밀단계로 이어지고 있고, 절삭속

도는 300m/min 이상의 고속가공이 이루어지고있다.

고효율의 초정밀 가공을 위해서는 공작기계의 구성요소 중 주축이 고속화 되어 주축의 사용 회전수 범위가 넓고, 하나의 주축에서 저속에서 이루어지는 황삭가공과 고속에서 이루어지는 정삭가공 등이 일련의 작업으로 가능해야한다. 또한 정강성과 동강성을 충분히 확보하여 정밀도를 향상시켜야 한다.

공작기계용 주축의 설계는 통상 Fig. 1과 같은 과정을

* 창원대학교 기계설계공학과 대학원

⁺ 교신저자, 창원대학교 기계설계공학과 (cmlee@changwon.ac.kr)

주소: 641-773 경남 창원시 사림동 9번지

거친다⁽¹⁾. 주축의 구성이 결정되면 주축의 크기(축경, 길이, 베어링 간격)에 대한 검토가 필요하다. 주축의 크기(축경, 길이)에 대한 검토에서는 강성과 위험속도에 대한 해석이 주로 이루어진다. 설계자는 강성과 위험속도에 대한 해석을 바탕으로 주축에 요구되는 강성과 회전 성능을 가지는 최적의 설계변수 조합을 찾는 것이 대단히 중요하다. 주축의 설계 최적화를 위해 많은 연구자들이 다양한 기법과 연구결과를 발표하였다⁽²⁻⁴⁾. 그중 최근에는 공학적 설계문제의 최적화와 강건설계(robust design)를 위해 많이 사용되는 실험계획법과 다구찌 방법(Taguchi method)을 주축의 설계 과정에 적용한 연구도 발표되고 있다.

대부분의 실험계획은 하나 또는 두 개 이상의 인자가 어떤 관심 있는 반응량에 유의한 영향을 미치는가를 발견하거나, 더 나아가서 반응량을 최대 또는 최소화시키는 인자들의 최적조건을 찾는 데 그 목적이 있다. 요인배치법, 반응표면 실험계획법 등이 여기에 속하며 이러한 실험계획법들은 인자들이 취할 수 있는 상호간의 비율이나 그 합에는 제약조건이 붙지 않는다. 그러나 주축 설계의 경우 베어링, 로터(rotor), 클램핑 유닛(clamping unit) 등 규격화된 제품들이 선택적으로 조합되어 사용되기 때문에 이들 규격품의 치수가 설계상 제약조건으로 작용하여 특정 설계변수의 경우 고려할 수

있는 수준에 상한 및 하한 제약조건이 발생할 수 있고, 설계변수들의 수준 합이 고정될 수 있다. 예를 들면 전륜 베어링의 경우 래버린스 실(labyrinth seal) 설치 공간으로 무한정 주축 선단부로 위치시킬 수 없고, 정강성 문제 등으로 무한정 후단부로 위치시킬 수도 없다. 즉 상한 및 하한 수준이 특정 범위 내에 있어야 하는 제약조건을 둘 수 있다. 또한 주축의 전체길이는 클램핑 유닛의 규격에 따라 제약을 받기 때문에 각 설계변수들의 합에 대한 제약조건이 될 수 있다. 따라서 초기 넓은 설계범위에서 주축 크기를 결정하기 위해서는 이들 제약조건을 고려한 최적의 설계변수 조합을 찾는 것이 중요하다. 이를 위해서는 제약조건을 고려하여 최적화할 수 있는 기법의 적용이 필요하다.

실험계획법 중 하한 및 상한 제약조건과 전체 합에 대한 제약조건을 고려할 수 있는 실험계획법으로는 꼭지점계획법(extreme vertices design, EVD)이 있다. 꼭지점계획법은 제한된 영역에서의 실험계획법으로 Mclean과 Anderson이 제안하였다⁽⁵⁻⁷⁾. 이 계획법은 제한된 영역이 가지는 모든 꼭지점과 이 꼭지점들의 선형조합으로 이루어지는 몇 개의 점을 적절히 선택하는 실험계획법이다. 따라서 주축 설계에서와 같이 규격품을 사용함에 따른 제한조건이 발생하는 경우 꼭지점계획법을 적용할 수 있을 것으로 판단된다.

본 연구에서는 주축의 설계단계에서 발생할 수 있는 여러 가지 제한조건을 고려하여 최적의 주축 크기를 결정하기 위해 실험계획법 중 꼭지점계획법을 적용해 보겠다 한다. 꼭지점계획법을 적용하고 회전체해석 전용프로그램인 ARMD와 통계전용 프로그램인 MINITAB을 이용하여 곱힘 고유진동수에 근거하여 최적의 주축 크기와 베어링 간격을 결정할 수 있는 중첩등고선도와 예측식을 제시하였다.

2. 주축계 설계

공작기계용 주축의 설계를 위해서는 주축의 목적에 대한 검토, 주축 구성에 대한 검토, 주축 치수에 대한 검토, 베어링 성능 검토 등의 과정이 필요하다. 이중 주축의 구성과 치수 검토과정에서 결정되는 베어링의 배열방식, 주축의 축경과 길이, 베어링 간격 등은 주축계의 강성과 회전 성능 등에 복합적으로 영향을 미치므로 설계단계에서 신중히 검토하여 정·동적 부하에서 주축선단의 변위가 최소화 되도록 설계해야 한다.

정적인 측면에서 주축계의 강성은 전체 가공정밀도에 많은 영향을 미치므로 중요하다. 주축계의 강성에는 베어링간

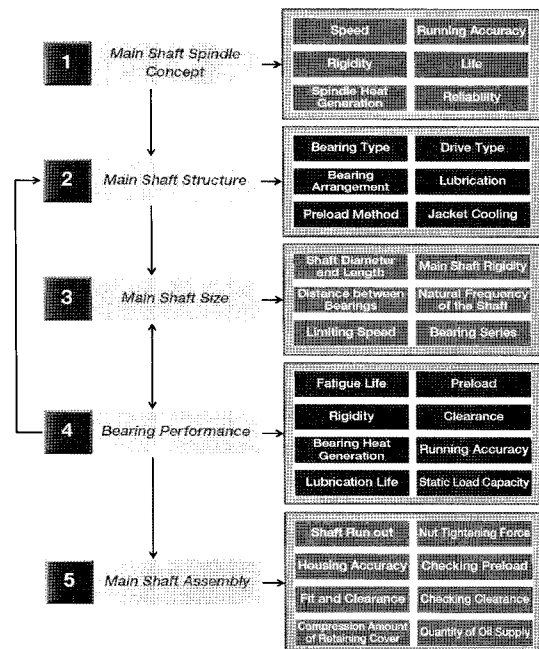


Fig. 1 Flow chart for spindle design

의 간격, 베어링의 선정, 축경의 결정이 중요한 요인이다. 따라서 강성이 높은 베어링을 선택하고 오버행(overhang)과 베어링 간격을 작게 하는 것이 좋지만 너무 작으면 베어링의 수명에 나쁜 영향을 주므로 적절히 결정하여야 한다. 일반적인 추천범위는 식 (1), (2)와 같다⁽⁸⁾.

$$3d_o \leq L \leq 4.5d_o \tag{1}$$

$$\frac{L}{3} \leq C \leq \frac{L}{2} \tag{2}$$

여기서 L 은 베어링 지지부간 거리, C 는 오버행 길이, d_o 는 스피들 외경이다.

동적인 측면에서 기계의 운전 수명기간 동안에 안전하고 신뢰할 수 있는 회전축계를 설계하기 위해서는 축과 베어링 등의 규격 데이터를 이용하여 해석모형을 작성하고 위험속도, 불평형 응답과 안정성 등의 예측 및 평가를 수행하여 충분히 만족스럽지 못할 경우 설계변경을 실시한다. Table 1은 회전축계의 설계시 진동설계를 위한 기본 지침을 나타내고 있다⁽⁹⁾. 설계자는 주축의 설계에서 해석을 통해 Table 1과 같은 지침이 만족되도록 설계가 이루어졌는지에 대한 평가와 수정, 보완과정이 필요하다.

3. 최적설계

정·동적인 측면에서 최적의 주축을 설계하기 위해서는 적절한 해석모형을 구축하여 해석을 수행하고 정확히 분석하여 목표된 설계규격을 만족시키는 최적의 주축 크기에 대한 검토가 필요하다. 이를 위해 본 연구에서는 상용프로그램인 ARMD를 사용하여 전산실험을 수행하고, 전산실험의 설계 및 분석을 위해 꼭지점계획을 이용하였다.

3.1 해석모형

앞서 2절에서 언급한 바와 같이 주축의 크기를 최적화하기 위해서는 주축계의 정적, 동적 측면 모두를 고려한 최적화가 이루어져야 한다. 하지만 본 연구에서는 주축의 설계단계에서 발생할 수 있는 여러 가지 제한조건을 고려하면서 주축 크기를 최적화하기 위한 방법으로 꼭지점계획법을 적용하는데 목적이 있다. 이에 해석모형은 ARMD를 이용하여 굽힘 고유진동수만을 예측하는 모형을 구축하였다.

해석을 위해 전면축과 후면축이 각각 병렬조합(DT)의 배열로 이루어진 구조에 대해서 적용해 보았으며 모터의 로터부는 질량효과와 관성효과만을 고려한 디스크로 처리하였다. 베어링 해석모형은 강성효과만을 고려하였다. Fig. 2는 주축계의 해석모형을 나타내고 있다.

3.2 꼭지점계획 설계

최적의 주축 크기를 결정하기 위해서는 모든 설계범위를 고려할 수 있는 적절한 해석과 해석결과에 대한 정확한 분석이 이루어져야 한다. 모든 설계 범위를 고려하고 최적의 설계 변수 조합을 찾기 위해 본 연구에서는 꼭지점계획법을 적용해

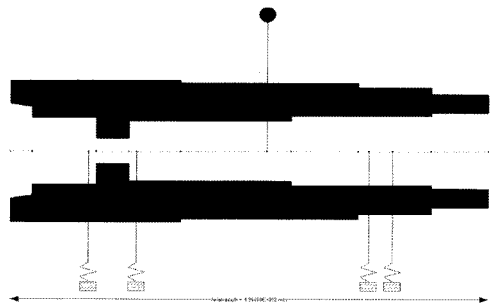


Fig. 2 Rotor shaft-bearing modeling

Table 1 A basic guide for vibration design of rotating machines

Forced vibration	Self-excited vibration
Separate the operating speed with a ±30% from the critical speed	High critical speed
Precise balancing for the residual unbalance	Shape design of labyrinth seal, seal and etc. with low unstability force
Design except the asynchronous force such as fluid force	Selection of bearing with high damping and low stiffness

보았다. 꼭지점계획법을 이용하기 위해서는 우선 설계변수에 대한 결정과 결정된 설계변수의 하한 및 상한 제약조건, 전체 합 제약조건에 대한 결정이 이루어져야 한다.

주축의 설계과정 중 주축의 크기 결정단계에서는 일반적으로 축경, 전체 주축의 길이와 베어링 간격에 대한 결정이 이루어진다. 여기서 전반적인 축경은 주축의 성능결정 및 구성단계에서 결정되는 베어링과 빌트인 모터의 규격에 의해서 제한을 받고, 길이는 사용되는 주축인터페이스(shaft interface) 규격에 따른 클램핑 시스템의 규격에 의해서 제한을 받는 경우가 많다. 따라서 본 연구에서는 이에 대한 영향을 고려하여 실험계획을 세우기 위해 꼭지점계획을 사용하였다. 설계변수로는 베어링 간격과 빌트인 모터의 조립위치로 하였으며 축경은 고정변수로 두었다. 여기서 축의 내경은 OTT사의 HSK-E40 형식 주축의 표준 클램핑 시스템의 치수로 하였다. 외경은 베어링과 빌트인 모터의 내경을 기준으로 고정하였다.

Fig. 3에 주축 크기와 베어링 간격 결정을 위한 변수를 나타내었고, Table 2에 각 해석 단계별 설계변수와 범위를 나타내었다.

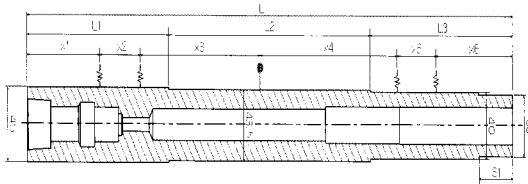


Fig. 3 Design variables for bearing and motor locations

Table 2 Design variables range and design constant

Design variables	Lower bound	Upper bound
X ₁ [mm]	30	90
X ₂ [mm]	16	136
X ₃ [mm]	85	135
X ₄ [mm]	80	150
X ₅ [mm]	15	165
X ₆ [mm]	20	145
Design constants	Initial value	
L [mm]	436	
L ₁ [mm]	X ₁ + X ₂ + 40	
L ₂ [mm]	X ₃ + X ₄ - 50	
L ₃ [mm]	436 - L ₁ - L ₂	

설계변수의 범위는 2절에 소개한 내용과 윤활 등을 위한 스페이스(spacer), 빌트인 모터의 치수 등을 고려하여 최대한 넓은 범위로 선정하였으며, 사용된 표준 클램핑 시스템의 길이를 고려하여 전체 설계변수의 조합에 의한 합은 436mm로 제한을 두었다.

여기서 X₁은 제1전륜베어링의 조립위치이며 X₂는 제1전륜베어링과 제2전륜베어링 사이의 거리, X₃는 제2전륜베어링과 로터 중심까지의 거리, X₄는 로터와 제1후륜베어링 사이의 거리, X₅는 후륜베어링 사이의 거리, X₆는 제2후륜베어링에서 주축끝단까지의 거리이다.

3.3 꼭지점계획법의 실험 분석

ARMD를 이용한 전산실험 결과를 분석하기 위해 MINITAB을 사용하였다.

꼭지점계획으로 혼합물 실험을 수행하여 데이터가 얻어지면 성분과 반응변수 간의 적합한 모형을 추정하여야 한다. 이 추정된 모형은 반응을 최대 혹은 최소화하는 적합한 혼합비율을 찾는 데 사용된다. 적절한 반응표면 모형을 추정하는 방법으로 혼합물 회귀(mixture regression), 단계적 회귀(stepwise regression), 전진 선택법(forward selection), 후진 소거법(backward elimination) 등이 있다⁽⁵⁾. 본 연구에서는 꼭지점계획을 적용하여 최적의 주축 크기를 찾기 위한 모형적합 방법으로 혼합물 회귀를 선택하여 특수 3차 모형(special cubic model)으로 분석하였다.

분석결과 특수 3차 모형에 대한 p-값이 0, 결정계수(R²_{adj}) 값이 98.49%이므로 추정된 특수 3차 모형이 타당한 것으로 판단된다. 추정된 특수 3차 모형에 대한 식을 구하면 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned}
 y = & 703.204x_1 + 380.994x_2 + 420.904x_3 + 286.669x_4 + 308.29 \\
 & 5x_5 + 63.8845x_6 - 4.79209x_1x_2 - 3.89924x_1x_3 - 3.12321x_1 \\
 & x_4 - 0.87731x_1x_5 - 9.59056x_1x_6 - 2.13971x_2x_3 - 1.21179x_2 \\
 & x_4 - 0.33371x_2x_5 - 2.30892x_2x_6 - 2.88852x_3x_4 - 1.98181x_3 \\
 & x_5 - 2.96282x_3x_6 - 0.52107x_4x_5 - 0.77238x_4x_6 - 4.37007x_5 \\
 & x_6 + 0.018372x_1x_2x_3 + 0.018506x_1x_2x_4 + 0.028465x_1x_2x_6 \\
 & + 0.01055x_1x_3x_4 + 0.060346x_1x_3x_6 + 0.046222x_1x_4x_6 + 0. \\
 & 026488x_1x_5x_6 + 0.033681x_2x_3x_6 + 0.013902x_3x_4x_6 + 0.0 \\
 & 36314x_3x_5x_6 + 0.013259x_4x_5x_6 \quad (3)
 \end{aligned}$$

추정된 회귀모형을 이용하여 1차 고유진동수를 향상시킬 수 있는 최적의 주축 크기와 베어링 간격을 구하고, 각각의 설계변수들이 고유진동수에 미치는 영향을 분석하였다.

Fig. 4는 고유진동수에 대한 반응 궤적 그림(response trace plot)이다. 반응 궤적 그림은 특정 하나의 성분만의 효과를 알아보기 위하여 나머지 다른 성분들의 변화가 없다고

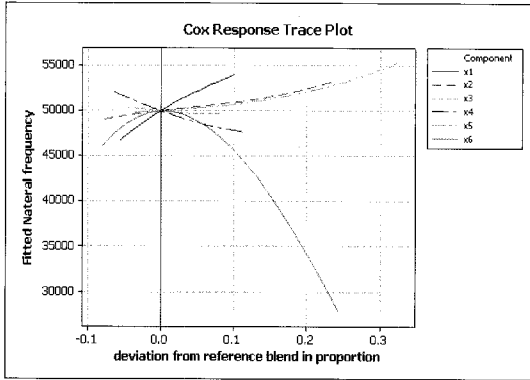
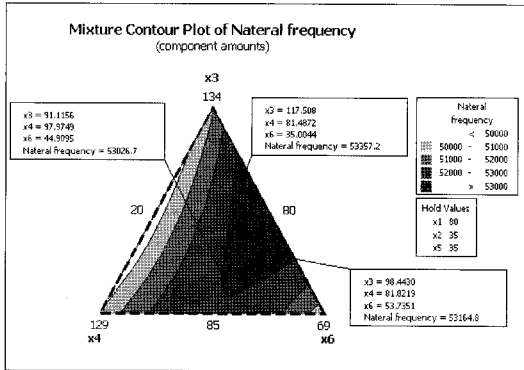


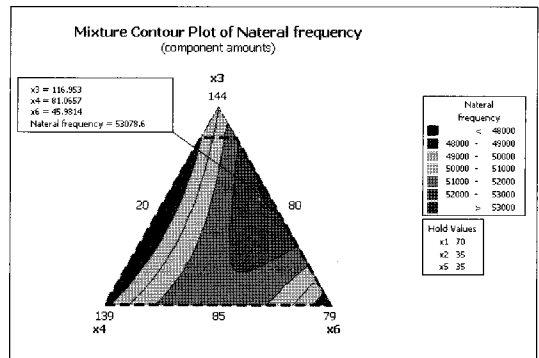
Fig. 4 Response trace plot of 1st natural frequency

가정하고 하나의 성분을 변화시켜가면서 반응의 변화를 그린 그림이다. 분석결과 X_1 , X_4 , X_6 설계변수에 대한 기울기가 X_2 , X_5 , X_3 설계변수에 비해 크게 나타났다. 따라서 고유진동수에는 X_1 , X_4 , X_6 설계변수가 큰 영향을 미치고 X_2 와 X_5 는 거의 영향을 미치지 않는 것으로 나타났다. 또한 비율이 증가할수록 고유진동수를 증가시키는 설계변수와 그 반대인 설계변수들의 종류와 각 변수들의 특성치에 대한 기여도를 파악할 수 있었다.

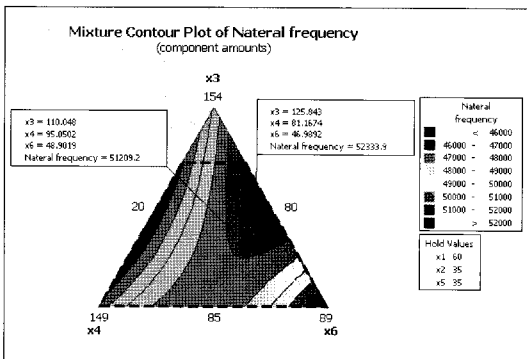
Fig. 5는 응답변수가 특정 범위 이내로 들어가는 설계변수들의 범위를 구한 등고선도(contour plot)를 나타낸 것으로 X_3 , X_4 , X_6 가 변하고 X_1 , X_2 , X_5 가 고정될 때 각 변수들의 조합에 따라 얻을 수 있는 고유진동수의 범위를 나타내고 있다. X_1 을 고정시킨 이유는 실제 주축의 설계에서 특정 값으로 고정되어야 하는 경우가 많기 때문이다. X_1 은 오버행의 길이로 주축 선단부의 변위에 지대한 영향을 미치고, 래버린스 실의 설치 등을 고려해야 한다. 따라서 분석을 위해



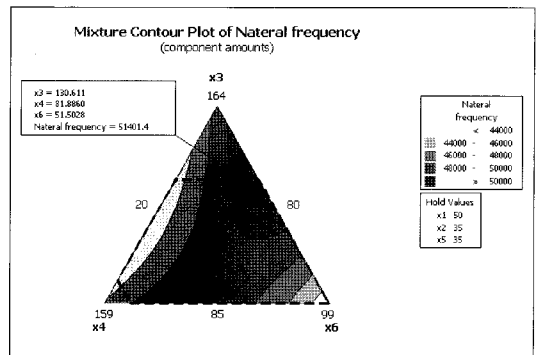
(a) $X_1 : 80\text{mm}$, $X_2 : 35\text{mm}$, $X_5 : 35\text{mm}$



(b) $X_1 : 70\text{mm}$, $X_2 : 35\text{mm}$, $X_5 : 35\text{mm}$



(c) $X_1 : 60\text{mm}$, $X_2 : 35\text{mm}$, $X_5 : 35\text{mm}$



(d) $X_1 : 50\text{mm}$, $X_2 : 35\text{mm}$, $X_5 : 35\text{mm}$

Fig. 5 Mixture contour plot according to X_3 , X_4 , X_6

80, 70, 60, 50mm의 네 단계의 경우로 고정시켰다. X_2 와 X_5 는 베어링 사이의 거리로 실제 스페이스의 길이에 해당한다. 반응 궤적 그림에 대한 분석 결과 다른 변수들에 비해 상대적으로 영향을 덜 미치므로 고정시켜 분석해 보았다.

분석결과 Fig. 5 (a)에서 Fig. 5 (d)로 갈수록, 즉 X_1 의 값이 작아질수록 높은 고유진동수를 만족하는 범위가 좁아지는 것을 확인할 수 있다. 고유진동수를 높이기 위해 X_1 을 늘리면 오버행이 길어져 정강성이 약해지고 너무 줄이면 분석 결과와 같이 고유진동수가 너무 낮아져 동적인 문제가 발생할 수 있다. 따라서 설계자는 정강성과 동적 특성을 동시에 만족시키는 적절한 설계 범위를 선정해야 한다. 이때 Fig. 5와 같은 꼭지점계획을 통해 얻은 등고선도를 이용하면 설계 제약조건 등으로 특정 변수를 고정하면서 정강성과 동적인 특성을 원하는 조건에 만족시킬 수 있는 설계변수의 조합 범위를 쉽게 선정할 수 있을 것으로 기대된다.

3.4 검증해석

꼭지점실험계획법(EVD)을 통해 추정된 특수 3차 모형에 의한 예측결과와 직접적으로 해석프로그램을 이용하여 구한 결과와의 오차를 비교해 봄으로써 추정된 모델이 실제의 값을 적절히 추종하는지에 대한 검증해석을 수행하였다.

Table 3은 검증해석을 위해 임의로 선정한 설계변수의 조합을 나타내고 있으며 Table 4에 그 결과를 나타내었다.

검증해석 결과 오차가 1.53% 이내로 추정된 특수 3차 모형이 해석 값을 적절히 추종하고 있으므로 Table 2의 고려된 설계범위와 제한조건의 범위에서 추정한 예측식을 사용하는데 문제가 없을 것으로 판단된다.

Table 3 Design variables for verification analysis

Run order	X_1 [mm]	X_2 [mm]	X_3 [mm]	X_4 [mm]	X_5 [mm]	X_6 [mm]
1	65	30	120	70	30	121
2	90	50	90	100	40	76
3	55	30	110	120	35	86

Table 4 Comparison results between ARMD and EVD

Run order	ARMD [rpm]	EVD [rpm]	Error [%]
1	52,775	52,678	0.18
2	54,089	53,273	1.53
3	47,311	47,965	1.36

4. 결론

최적의 주축 크기를 결정하기 위해 실험계획법 중 꼭지점계획법을 적용하고, 회전체해석 전용프로그램인 ARMD와 통계전용 프로그램인 MINITAB을 이용하여 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 주축의 설계단계에서 주축의 길이가 특정 값으로 고정되어야 하고, 베어링이나 로터와 같은 조립 부품의 조립 위치가 특정 범위로 제한 받을 경우 설계 최적화를 위해 실험계획법 중 꼭지점계획법이 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.
- (2) 꼭지점계획을 통해 얻은 예측식과 등고선도를 활용하면 설계자는 제약조건을 고려하면서도 넓은 설계범위에 걸쳐서 결정된 설계변수의 조합에 대한 특성치를 손쉽게 예측할 수 있고, 반응 궤적 그림을 이용하여 특성치에 대한 각 인자들의 영향 또한 파악할 수 있으므로 새로운 주축의 설계결정 및 개선에 도움이 될 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 지식경제부 지방기술혁신사업(RTI04-01-03) 지원으로 수행되었습니다.

참고 문헌

- (1) NSK, 2006, *Catalogue_Super Precision Bearing*, NSK, Republic of Korea.
- (2) Maeda, O., Cao, Y., and Altintas, Y., 2005, "Expert spindle design system," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 45, pp. 537~548.
- (3) Shin, J. H. and Lee, C. M., 2008, "A Foundation Study on Spindle Shape Design using Design of Experiments," *Spring Conference of KSMTE*, pp. 387~392.
- (4) Park, K. B., Chung, W. J., and Lee, C. M., 2008, "Model Updating of High-Speed Spindle," *Transactions of the KSMTE*, Vol. 17, pp. 7~12.
- (5) Park, S. H., 2005, *Design of Experiments*, Minyoungsa, Republic of Korea.
- (6) Lee, S. H., 2006, *Data analysis of engineering*

- statistics using MINITAB*, Eretec, Republic of Korea.
- (7) Myers, R. H. and Montgomery, D. C., 2002, *Response Surface Methodology*, Wiley-Interscience, New York.
- (8) Research report of KIMM, 2004, "Study of the clearance control for high speed spindle bearing and optimization of spindle cooling system," M1-0105-00-0049.
- (9) Yang, B. S., 2003, *Vibration of Rotating Machines*, Intervision, Republic of Korea.
- (10) SKF, 2005, *Catalogue_High-precision bearings*, SKF, Republic of Korea.
- (11) Hwang, Y. K., Lee, C. M., and Kim, B. K., 2008, "A Basic Study on the Analysis Model for Static and Dynamic Stiffness Evaluation of a High Speed Spindle System," *Spring Conference of KSPE*, pp. 91~92.