

論文

방향전환 기동 시 액체연료가 위성체의 관성모멘트 및 자세운동에 미치는 영향 분석

강자영*, 이상철**

Effects of Liquid Fuel on Spacecraft's Moment of Inertia and Motion during Reorientation

Ja-young Kang*, Sangchul Lee**

ABSTRACT

In this paper, reorientation based on angular momentum exchange is applied for a bias momentum stabilized satellite, which is equipped with a spherical fuel tank, and the effect of liquid slosh on the attitude properties such as inertia tensor and angular rate is investigated. In order to represent the slosh motion of liquid an equivalent mechanical model is adopted and full nonlinear equations of motion for three-body system are derived. Computer simulations are performed for several cases, which use the viscosity of liquid and the center location of the tank as input parameters, mainly in order to observe how the viscosity of liquid and the center location of the tank influence the spacecraft's attitude. The investigation includes observing time-variations of the inertia tensor, especially presence of components of product of inertia during the maneuver.

key Words : Attitude Acquisition(자세 획득), Inertia Tensor(관성 텐서), Liquid Slosh(액체 유동), Reorientation(방향전환)

I. 서 론

각운동량교환법칙을 이용한 방향전환 방법은 오랫동안 연구되어왔으며[1-9], 정지궤도 통신위성에 많이 활용되었다. 이 방법에서 위성체는 한 축에 대해 일정한 각속도로 회전상태에 있다가 위성체 내의 다른 한 축에 고정된 모멘텀 휠을 가속시킴으로써 점차 회전속도가 감소되면서 어느 시점에 휠의 회전축이 각운동량 벡터축으로 이동된다. 본 논문에서도, 유사한 기법을 구형의 연료탱크가 탑재된 바이어스 모멘텀 안정화 위성

에 적용하여 액체유동이 관성모멘트 및 각속도와 같은 위성의 자세 특성에 미치는 효과를 분석하였다. 액체의 유동운동을 묘사하기 위해 등가의 기계적 모델이 사용되었으며, 3개의 몸체로 구성된 시스템에 대한 비선형 운동방정식이 유도되었다. 유체의 점성 및 연료탱크의 중심 위치가 위성의 자세 특성에 어떻게 영향을 미치는지를 관찰하기 위하여 유체의 점성 및 연료탱크의 중심 위치를 입력 파라미터로 사용하는 여러 경우에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 이 연구는 시간에 따른 관성 텐서의 변화 특히 관성 적 성분들의 생성을 관찰하는 것을 포함한다.

2009년 2월 27일 접수 ~ 2009년 3월 26일 심사완료

* 한국항공대학교 항공운항학과

** 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

연락처, E-mail : slee@kau.ac.kr

경기도 고양시 덕양구 화전동 200-1

II. 시스템 모델 및 운동방정식[10-11]

Figure 1은 주 몸체, 모멘텀 휠, 연료탱크로 구성된 전형적 모멘텀 바이어스 위성시스템을 개략

적으로 도시한 그림이다. m_1 은 주 몸체의 질량, 행렬 I_b 는 xyz축에 관한 질량관성모멘트, C_1 은 질량중심을 나타낸다. 몸체에 고정된 모멘텀 휠의 질량관성모멘트는 행렬 I_w 이고, 그 회전축은 몸체의 z-축과 평행하다. 점 질량인 구진자 m_2 는 질량을 무시할 수 있는 강체 막대를 통하여 몸체 m_1 의 점 O에 매달려서 각변위 θ 및 ψ 로 정의되는 상대적 운동을 할 수 있다.

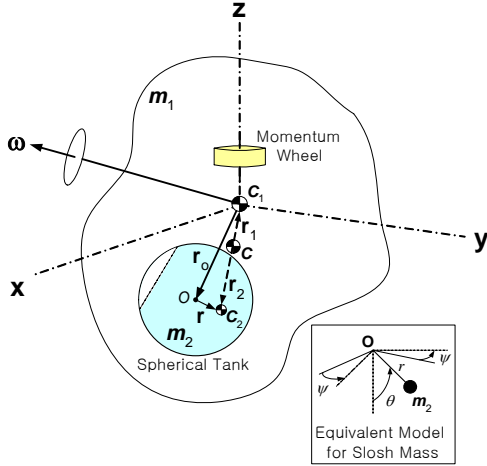


Fig. 1 Three-body spacecraft system model

다양한 방법을 사용하여 3개의 몸체로 구성된 시스템의 운동방정식을 유도할 수도 있다. 본 논문에서 사용된 방법은 뉴턴-오일러 방법이며, θ 및 ψ 에 대한 운동방정식은 길이가 구속된 벡터 \vec{r} 에 수직인 2개의 직교 성분을 구함으로써 얻어진다.

xyz-좌표축은 C_1 에 원점을 둔 기준 몸체에 고정되며, 각속도 $\vec{\omega}$ 로 그 몸체와 함께 회전한다. C 에서 m_i 까지 위치벡터를 \vec{r}_i , 휠의 각속도 벡터를 $\vec{\Omega}$ 로 정의하면, 질량중심에 대한 시스템의 운동방정식은 C 점에 대한 시스템의 각운동량을 구함으로써 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \vec{H} = & I_b \cdot \vec{\omega} + I_w \cdot (\vec{\omega} + \vec{\Omega}) \\ & + \mu m_1 r_p \times (\vec{\omega} \times r_p + \dot{r}_p) \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 $\vec{r}_p = \vec{r}_0 + \vec{r}$, $\vec{r} = r(-\sin\theta\sin\psi \sin\theta\cos\psi - \cos\theta)^T$, \vec{r}_0 은 C_1 으로부터 연료탱

크중심 O까지의 위치벡터이고, \dot{r}_p 은 m_1 에 대한 진자의 상대 운동으로 인한 \vec{r}_p 의 시간 변화율이다. 식 (1)을 행렬로 다시 표시하면 다음과 같다.

$$H = J\omega + h_w + h_p \quad (2)$$

여기에서 $J = I_b + I_w - \mu m_1 r_p^\times r_p^\times$, $h_w = I_w \Omega$, $h_p = \mu m_1 r_p^\times \dot{r}_p^\times$ 이다. 또 r_p 위에 사용된 크로스 곱 ' \times '는 벡터 크로스 곱의 성분들을 형성하기 위해 사용된 교대행렬(skew-symmetric matrix)이다[12]. 벡터 H 의 시간 도함수 및 식 (2)는 행렬 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\omega} = & J^{-1} [H^\times + \mu m_1 r^2 (\dot{u}_r^\times u_p^\times + \\ & u_p^\times \dot{u}_r^\times) \omega - \alpha - \mu m_1 r^2 u_p^\times \ddot{u}_r^\times] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{h}_w = \alpha \quad (4)$$

여기에서, $u_r = \vec{r}/r$ 이고, $u_p = \vec{r}_p/r$ 이다.

진자의 상대 운동 방정식은 구하기가 훨씬 어렵다. 적절한 방정식을 얻기 위한 한 가지 방법은 m_2 의 절대 가속도를 구하고, m_2 에 작용하는 힘에 그것을 등치시키고, 최종 방정식 양변에 r 을 벡터적으로 곱한다. 그러면 m_2 의 절대 가속도는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} a_p = & \frac{D^2 r_2}{Dt^2} = (1 - \mu) \frac{D^2 r_p}{Dt^2} \\ = & (1 - \mu) [(\ddot{r} + \dot{\omega}^\times r_p + 2\omega^\times \dot{r} \\ & + \omega^\times (\omega^\times r_p))] \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서 r_2 는 C로부터 구진자 질량까지의 위치벡터이고, $D(\cdot)/Dt$ 는 비회전 기준 좌표계에서 바라보았을 때 벡터의 시간 도함수이다. 그러므로 진자의 피봇 점 O에 대한 모멘트 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} T_0 = & \mu m_1 r^\times (\ddot{r} - r_p^\times \dot{\omega} + 2\omega^\times \dot{r} \\ & - \omega^\times r_p^\times \omega) \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서 T_0 는 피봇 점 O 에 대한 점성 토크. 또 $\dot{\omega}$ 을 식 (6)에서 소거하면 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} T_0 = & \mu m_1 r^2 u_r^\times [(E + \mu m_1 r^2 u_p^\times J^{-1} u_p^\times) \ddot{u}_r \\ & - u_p^\times J^{-1} (H^\times - \dot{J}) \omega - \alpha + 2\omega^\times \dot{u}_r \\ & - \omega^\times u_p^\times \omega] \end{aligned} \quad (7)$$

여기에서 E 는 단위행렬이다. 그리고 다음과 같은 행렬을 사용하면 필요한 진자의 방정식을 구할 수 있다.

$$B = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

B 의 첫 번째 열은 θ 가 측정되는 평면에 수직한 단위벡터이고, 두 번째 열은 첫 번째 열에 직교한 단위벡터이다. 그리고 $\xi = [\theta \ \psi]^T$ 라고 놓으면

$$\dot{u}_r = A_2 \dot{\xi} \quad (9)$$

진자에 대한 운동방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$BA_1 A_2 \ddot{\xi} = B(A_3 - A_1 \dot{A}_2 \dot{\xi}) \quad (10)$$

여기에서

$$A_1 = u_r^\times (E + \mu m_1 r^2 u_p^\times J^{-1} u_p^\times) \quad (11)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\cos\theta \sin\psi - \sin\theta \cos\psi \\ \cos\theta \cos\psi - \sin\theta \sin\psi \\ \sin\theta & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} A_3 = & u_r^\times [u_p^\times J^{-1} (H^\times - \dot{J}) + 2\dot{u}_r \\ & + \omega^\times u_p^\times \omega - u_r^\times u_p^\times J^{-1} \alpha \\ & + T_0 / \mu m_1 r^2] \end{aligned} \quad (13)$$

다시 $D = BA_1 A_2$ 및 $Q = (q_1 \ q_2 \ q_3)^T = B(A_3 - A_1 \dot{A}_2 \dot{\xi})$ 라고 정의하면 최종적으로 다음과 같은 구진자의 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\ddot{\theta} = q_1 \quad (14)$$

$$\ddot{\psi} = q_2 / (\cos\theta \sin\psi) \quad (15)$$

점성 토크 T_0 는 점성계수를 알 수 있을 경우 다음과 같이 간단하게 놓을 수 있다.

$$T_0 = (-\beta_1 \dot{\theta} \cos\psi - \beta_1 \dot{\theta} \sin\psi - \beta_2 \dot{\psi})^T \quad (16)$$

여기에서 β_1 및 β_2 는 점성 감쇠계수이다.

이제까지 주어진 시스템에 대한 모든 필요한 방정식을 유도했다. 이들 방정식들을 모멘텀 바이어스 3축 제어시스템을 갖는 Koreasat 1호 및 2호에 적용해보기로 한다. 실제로 이들은 직경이 50cm인 4개의 연료탱크를 사용하고 있지만 본 연구에서는 1개의 연료탱크를 갖는 것으로 가정하기로 한다.

III. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션에 사용된 데이터는 다음과 같다.

$$I_b = \begin{bmatrix} 503 & 0 & 0 \\ 0 & 385 & -5 \\ 0 & -5 & 420 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_w = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.17 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$m_1 = 1000 \text{kg}, \quad m_2 = 0.1 m_1, \quad r = 15 \text{cm}$$

초기에 위성체는 최대 관성모멘트를 갖는 축에 대해 안정화되어 있고, 모멘텀 휠의 축은 관성모멘트 중에서 중간 값을 갖는 축과 평행하다.

자세 획득 기동은 $\omega(0) = (5 \ 0 \ 0)^T \text{rpm}$ 을 초기 값으로 한다. 위성체에 대하여 모멘텀 휠을 회전시키기 위해 모터를 구동하며, 위성체에서 휠로 모멘텀이 이동된다. 결국 위성체의 관성모멘트 중 중간 값을 갖는 축이 각속도 모멘텀 벡터와 평행하게 재 정렬된다. 시뮬레이션에서 휠의 속도는 초기 1,000초 동안은 0을 유지한다. 이후 7,400초에 6,000 rpm이 될 때까지 선형으로 증가한 뒤 일정하게 유지된다. 모멘텀 휠의 프로파일은 Fig. 2와 같다.

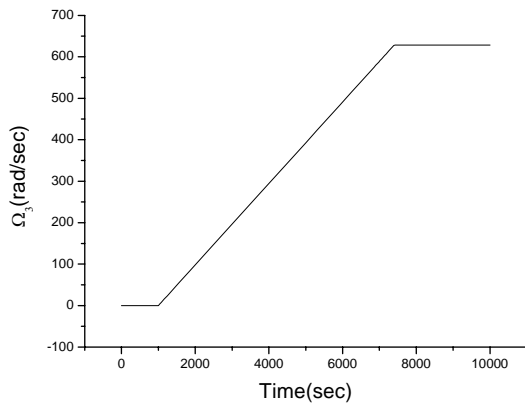


Fig. 2 Wheel spin-up profile

3.1 유체 점성의 영향

5 rpm의 x축 초기 회전율로 시작되는 Koreasat의 지구/태양 위치 획득 과정은 일반적으로 4.5시간이 소요된다. 따라서 우리는 재정렬 기동에 대해 유체 점성의 효과를 6시간에 걸쳐 살펴보았다.

시뮬레이션에서는 $r_o = (0 \ 0 \ 0)^T$, 즉 연료탱크의 중심이 항상 위성체의 질량중심에 위치한다고 가정하였다. 시뮬레이션 결과에 따르면 유체 점

성이 뉴테이션 운동을 감소시키지만 안정화를 위해서는 매우 큰 점성계수와 긴 시간이 필요하다. 이것을 보여준다. 시간에 따른 점성 토크는 Fig.3과 같다. Figure 4는 액체의 유동과 점성이 관성모멘트에 미치는 영향을 보여주고 있다. 유동 질량 때문에 관성모멘트의 모든 항이 존재하며 진동한다. 점성계수가 증가함에 따라 관성모멘트의 중간 값을 갖는 축의 성분은 진동이 없으나 최대와 최소 관성모멘트를 갖는 축의 성분은 진동이 유지된다.

3.2 연료탱크 중심위치의 영향

연료탱크의 중심위치가 위성체가 기동하는 동안과 기동 후에 전체 운동에 미치는 영향을 시뮬레이션하였다. 이 때 연료탱크의 중심은 z축에 위치한다고 가정한다. 즉, 연료탱크 중심의 위치 벡터 r_o 는 $(0 \ 0 \ -r_o)^T$ 이다. 여섯 가지의 위치에 대해 시뮬레이션을 수행하였다. 중심 위치의 영향을 관찰하기 위해 유체는 비점성이라고 가정하였다. 그리고 이전 시뮬레이션에서와 같은 초기 조건을 가정하였다. 시뮬레이션 시간 간격은 3시간 내로 수행하였다.

Figure 5는 시간에 따른 각변화율을 나타낸다. 각각의 그림은 위성체에서 연료탱크 중심 위치의 변화에 따른 영향을 여섯 가지 예를 통해 보여준다.

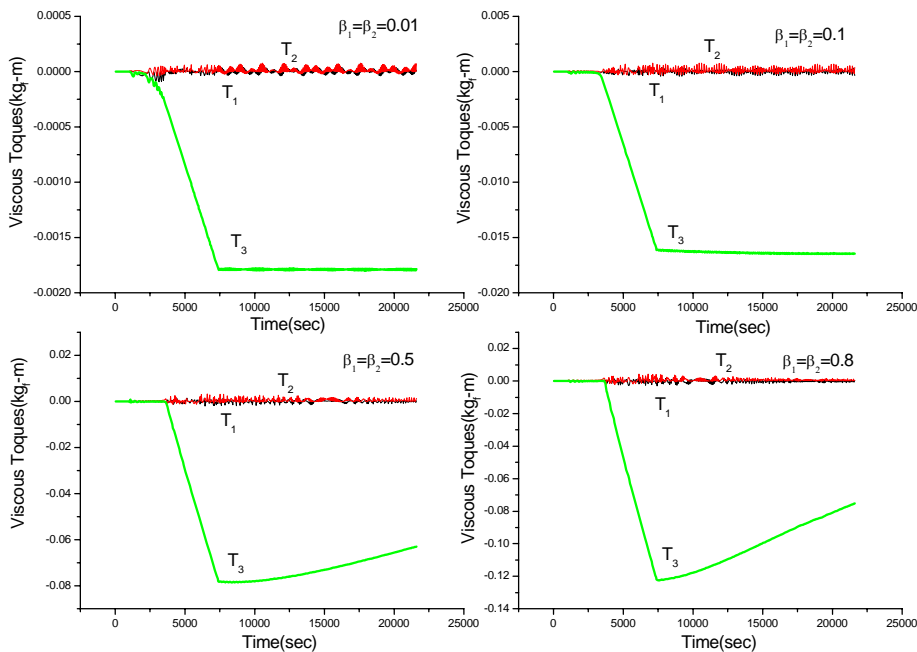


Fig. 3 Time histories of viscous torques

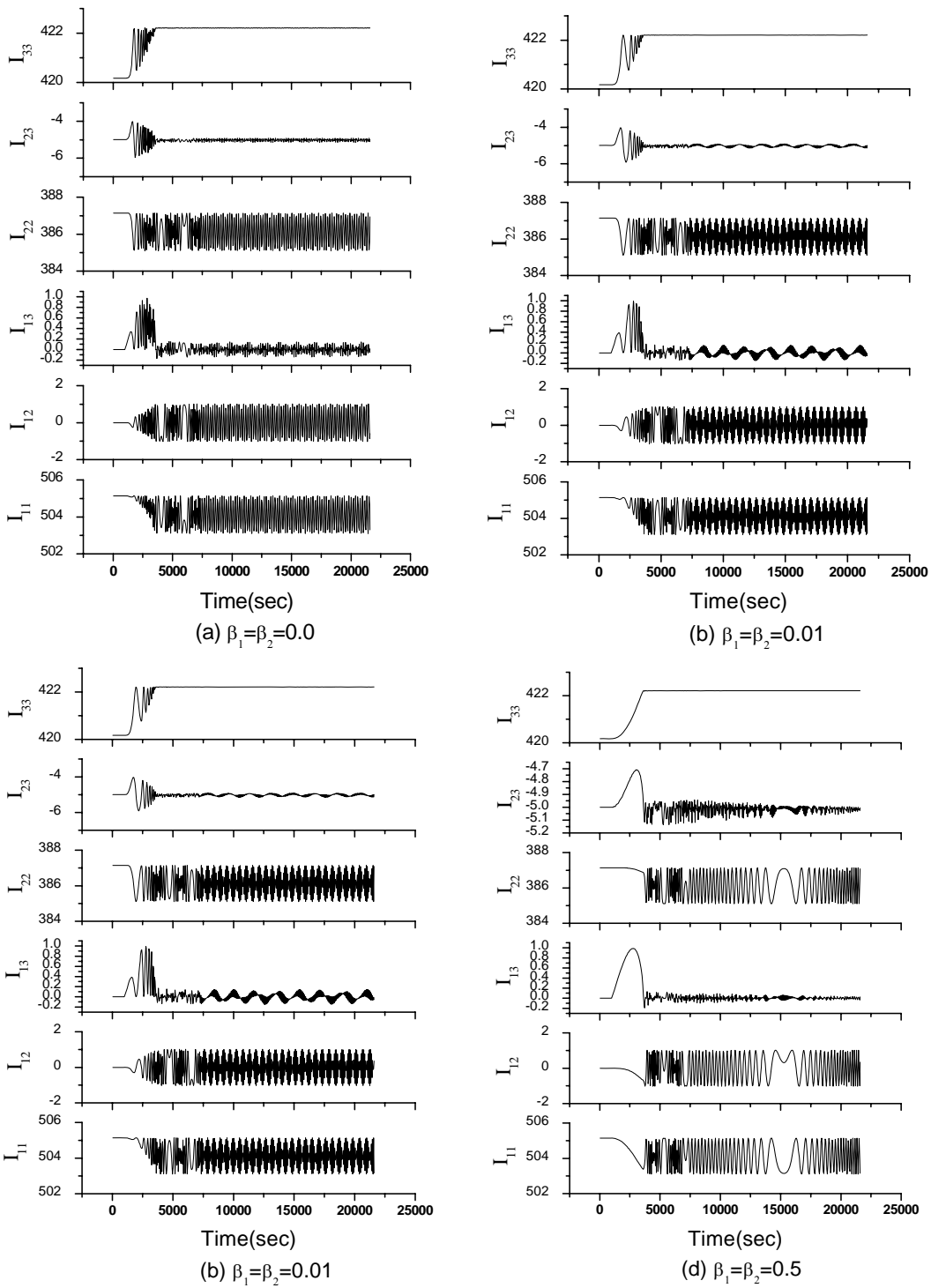


Fig. 4 Inertia Tensor vs. viscous coefficient

Figure 5에서 볼 수 있듯이 위성체의 흔들림은 연료탱크의 중심위치가 위성체의 질량 중심 부근에 있을 때 두드러진다. 하지만 연료탱크의 중심위치가 위성체의 질량중심에서 멀어져 감에 따라 위성체의 흔들림이 줄어드는 것을 볼 수 있다. Figure 6은 기동하는 동안과 기동 후에 위성체 관성모멘트를 시간에 대해 표현한 것이다. 관성모멘트의 모든 항이 유체 유동 때문에 시간에 따라 변화한다. r_0 가 0.02를 초과하는 경우 잔여 뉴테이션(Nutation)은 1.5도 이다.

IV. 결 론

구형 연료탱크와 위성체에 고정된 모멘텀 휠을 장착한 바이어스 모멘텀 안정화 통신위성에 대하여 일반적인 모멘텀 교환에 의한 자세 획득을 수행하였다. 위성체의 관성텐서와 자세에 대해 액

체 연료가 미치는 영향을 조사하기 위하여 점성계수와 연료탱크의 중심 위치를 시뮬레이션의 입력 변수로 선택하였고, 시뮬레이션 데이터의 일부는 Koreasat 1호와 2호의 데이터를 사용하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과는 액체 연료가 기동 중인 위성체의 물성치에 큰 영향을 주는 것을 보여준다. 액체의 점성과 연료탱크의 중심 위치 모두 기동 중인 위성체의 자세 변화에 영향을 주지만 안정화에 대해서는 연료탱크의 중심위치가 점성보다 더 큰 영향을 준다. 뉴테이션(Nutation) 운동의 감쇠는 긴 시간이 걸리고 큰 점성계수를 필요로 한다. 위성체의 흔들림은 연료탱크의 중심위치가 위성체의 질량 중심에 가까울 때 커진다. 하지만 연료탱크의 중심위치가 모멘텀 휠의 회전축을 따라 위성체의 질량 중심에서 멀어지면 위성체의 흔들림은 줄어든다. 위성체의 질량 관성모멘트는 액체의 유동에 영향을 받는다. 관성텐서를 구성하는 모든 항이 존재하며 진동하게 된다.

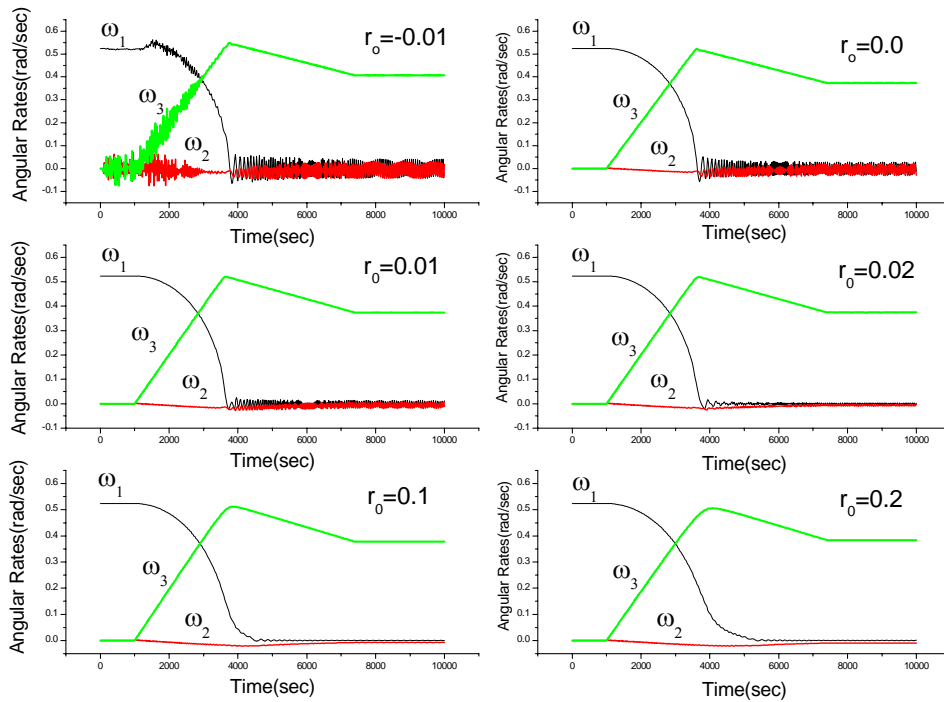


Fig. 5 Body angular velocities vs. center location of tank

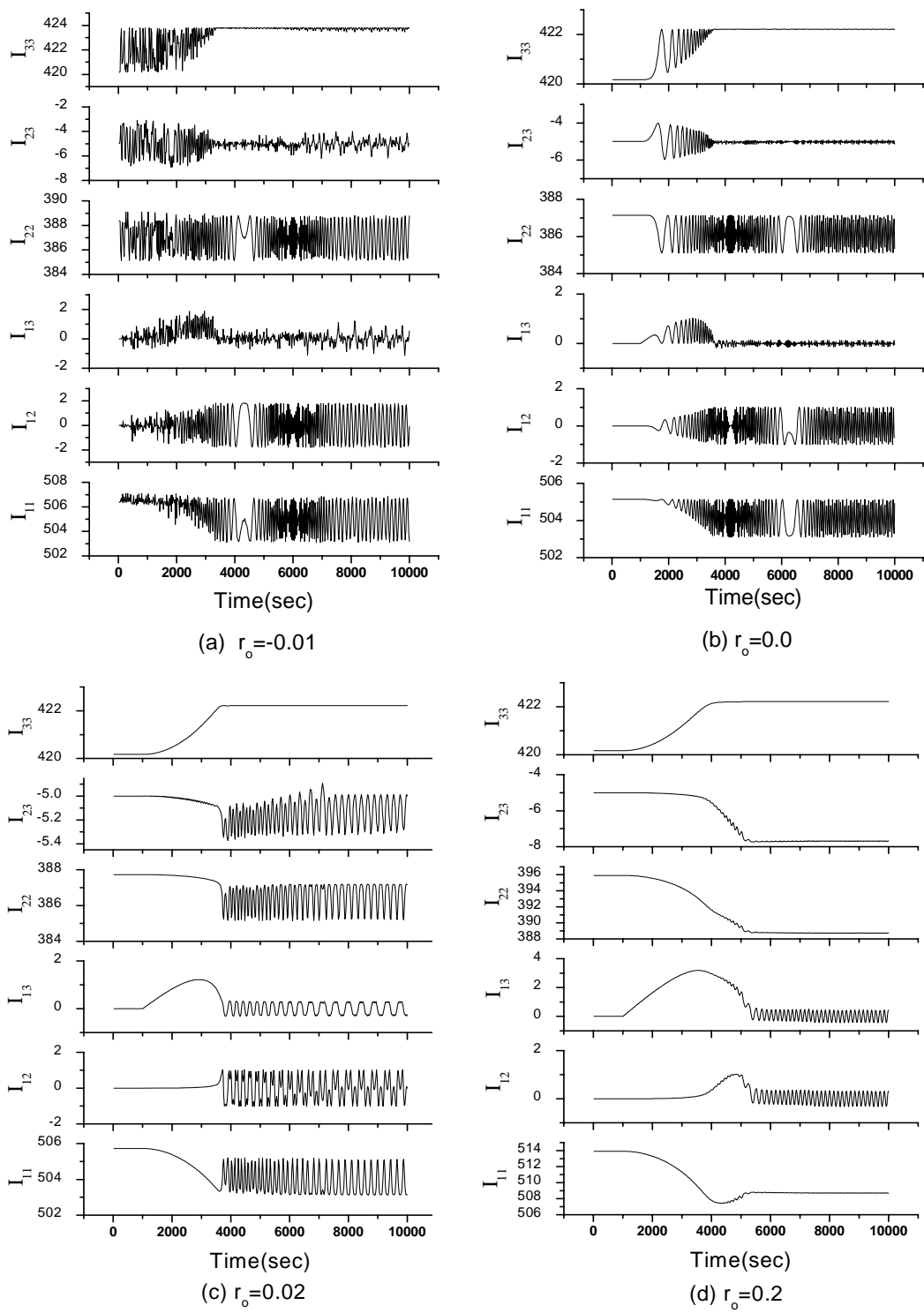


Fig. 6 Inertia Tensor vs. center location of tank

후 기

이 논문은 2007년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2007-521-D00087).

참고문헌

- [1] J. R. Gebman and D. L. Mingori, "Perturbation Solution for the Flat Spin Recovery of a Dual-Spin Spacecraft," *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 7, July. 1976, pp.859-867.
- [2] P. M. Barba and J. N. Aubrun, "Satellite Attitude Acquisition by Momentum Transfer," *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 10, Oct. 1976, pp. 1382-1386.
- [3] C. Hubert, "Spacecraft Attitude Acquisition from an Arbitrary Spinning or Tumbling State," *J. Guidance and Control*, Vol. 4, No. 2, March 1981, pp.164-170.
- [4] F. R. Vigneron and D. A. Staley, "Satellite Attitude Acquisition by Momentum Transfer- The Controlled Wheel Speed Method," *Celestial Mechanics*, Vol. 27, 1982, pp.110-130.
- [5] S. R. Vadali and J. L. Junkins, "Spacecraft Large Angle Rotational Maneuvers with Optimal Momentum Transfer," *J. Astronautical Sciences*, Vol. 31, No. 2, 1983, pp.217-235.
- [6] J. Weissberg and K. Ninomiya, "Improved Method for the Initial Attitude Acquisition Maneuver," *J. Guidance*, Vol. 10, No. 3, May. 1987, pp.316-319.
- [7] C. D. Hall and R. H. Rand, "Spinup Dynamics of Axial Dual-Spin Spacecraft," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.17, No.1, 1994, pp.30-37.
- [8] H. S. Oh, "Spinup Maneuver and Nonlinear Active Nutation Damping," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 3, 1996, pp.704-706.
- [9] M. Wuhr and D. A. Staley, "Satellite Reorientation Maneuvers by Momentum Transfer," *SpaceOps 2004*, Montreal QC, Canada, May 17-21, 2004.
- [10] J. Y. Kang and J. E. Cochran Jr., "Stability Criteria of Sloss Motion with Periodicity in a Spinning Spacecraft," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 28, No. 3, May. 2005, pp.562-567..
- [11] J. Y. Kang and S. Lee, "Attitude Acquisition of a Satellite with a Partially Filled Liquid Tank" *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 31, No. 3, May-June 2008, pp.790-793.
- [12] P. C. Hughes, *Spacecraft Attitude Dynamics*, Wiley, NewYork, 1986, pp.97,526.