

테이퍼진 단면을 가진 회전 외팔보의 진동해석

Vibration Analysis of a Rotating Cantilever Beam Having Tapered Cross Section

이 준 희*·유 흥 희†

Jun Hee Lee and Hong Hee Yoo

(2008년 12월 16일 접수 ; 2009년 3월 20일 심사완료)

Key Words : Vibration Analysis(진동해석), Rotating Cantilever Beam(회전 외팔보), Tapered Cross Section (테이퍼진 단면), Hybrid Deformation Variable Modeling(복합 변형변수를 이용한 모델링)

ABSTRACT

A vibration analysis for a rotating cantilever beam with the tapered cross section is presented in this study. The stiffness changes due to the stretching caused by centrifugal inertia forces when a tapered cantilever beam rotates about the axis perpendicular to its longitudinal axis. When the cross section of cantilever beam are assumed to decrease constantly, the mass and stiffness also change according to the variation of the thickness and width ratio of a tapered cantilever beam. Such phenomena result in variations of natural frequencies and mode shapes. Therefore it is important to the equations of motion in order to be obtained accurate predictions of these variations. The equations of motion of a rotating tapered cantilever beam are derived by using hybrid deformation variable modeling method and numerical results are obtained along with the angular velocity and the thickness and width ratio.

1. 서 론

회전 외팔보는 터빈 블레이드, 헬리콥터의 블레이드, 인공위성 안테나 그리고 풍력발전기의 블레이드 등의 회전운동을 하는 시스템의 모델로 사용되어왔다. 그리고 원심력을 받는 구조물의 동적 안정성과 진동에 관한 연구는 기계공학, 항공 우주공학 그리고 토목공학 등 많은 분야에 걸쳐 연구자들의 관심의 대상이 되어왔다.

회전하는 구조물의 동적 특성에 대한 연구는 일찍이 Southwell에 의해 시작되었다⁽¹⁾. 그는 회전운동에 따른 외팔보의 고유진동수 변화를 계산할 수 있도록 모델을 제시하였고, 그 후 Schilhansl은⁽²⁾ Ritz방법을 통해 Southwell방정식의 정확성을 확인

하였다. 1970년대를 거치며 전산기의 발전과 더불어 종래의 해석적 방법을 떠나 수치적인 방법⁽³⁾으로 진동을 해석하려는 연구결과들이 등장하게 되었다. 이 방법들은 고유진동수를 더 정확하게 구할 수 있을 뿐만 아니라 모드형상도 구할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 이후 회전하는 외팔보의 선형 운동 방정식을 복합 변형변수를 이용하여 정의하고, Kane의 방법을 이용한 보 구조물의 다양한 연구들⁽⁴⁻⁶⁾이 수행되었다. 한편, 불균일보의 하나인 테이퍼진 보에 대한 연구에서 Lee는⁽⁷⁾ 분포중동력을 받는 테이퍼진 Euler-Bernoulli 보에 대한 동적 안정성을 수행하였다. 그리고 Rossi와 그의 공동 연구자들은⁽⁸⁾ 단이 있는 Timoshenko보와 폭(width)이 균일한 테이퍼진 Timoshenko보에 대한 자유진동에 대해 연구하였다.

회전운동을 하는 구조물들은 대부분 불균일한 단면형상을 가지고 있다. 이때 회전운동은 시스템의 강성을 변화시킴으로 그 동적 특성 변화를 가져오며, 이와 더불어 불균일한 단면을 가진 외팔보의 경

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
Tel : (02)2220-0446, Fax : (02)2293-5070
* 정희원, 한양대학교 대학원 기계공학과

우에 시스템의 강성과 질량이 함께 변화함에 따라 동적 특성이 변화하게 된다. 이러한 동적 특성의 변화는 처음 소개했던 예제들과 같은 시스템의 작동 성능과 밀접한 관계가 있으므로, 회전운동과 더불어 테이퍼진 외팔보의 연구가 필요하다. 본 연구의 목적은 테이퍼진 단면을 가진 회전하는 외팔보의 진동해석이며, 회전 각속도와 테이퍼진 보의 너비와 두께의 비에 따른 해석 결과를 도출하여 시스템의 동적 특성을 분석하는데 있다.

이 논문의 구성은 서론에 이어 복합 변형 변수를 이용하여 회전하는 테이퍼진 외팔보의 굽힘 방향 운동 방정식을 Kane의 방법으로 유도하였으며 무차원 변수를 사용해 운동 방정식을 무차원화 시켰다. 3장에서는 유도된 운동 방정식에 근거하여 수치 해석을 실시하여 해석 결과를 보이고 회전 각속도의 크기와 두께와 너비의 비에 따른 동적 특성의 변화에 대해 논의 하였다. 마지막 장에서는 이 논문의 결론을 요약하여 수록하였다.

2. 진동 방정식 유도

2.1 운동 방정식

이 장에서는 복합변형 변수를 이용하여 회전 구조물의 운동방정식을 유도한 참고문헌 (9,10)을 참조하여 구한 테이퍼진 외팔보의 운동방정식 유도과정을 간략히 소개하기로 한다.

Fig. 1은 회전 외팔보의 형상이며 탄성변위들의 의미와 기준 좌표계를 나타내고 있다. \hat{a}_1 과 \hat{a}_2 는 기준계(reference frame) A 에 부착된 단위 벡터들을 나타내며, x 는 보의 고정점 O 으로부터 변형 전 임의점 P_0 까지의 거리를, s 는 변형 후 보의 늘어남 길이를 나타낸다. 또한 u_1 과 u_2 는 변형 전 임의점 P_0 에서 변형 후 임의점 P 의 \hat{a}_1 과 \hat{a}_2 방향 직교 탄성변위를 각각 나타내고 있다. 기준계 A 의 각속도와 고정점 O 의 속도를 각각 $\vec{\omega}^A$ 와 \vec{v}^O 로 표시하고 스칼라 양을 이용하여 단위벡터 \hat{a}_1 , \hat{a}_2 그리고 \hat{a}_3 에 관하여 표시하면 식(1)과 같이 나타낼 수 있고, P 점의 속도는 식(2)와 같이 구해진다.

$$\vec{\omega}^A = \omega_3 \vec{a}_3 \quad \vec{v}^O = v_1 \vec{a}_1 + v_2 \vec{a}_2 \quad (1)$$

$$\vec{v}^P = [v_1 + \dot{u}_1 - \omega_3 u_2] \vec{a}_1 + [v_2 + \dot{u}_2 + \omega_3 (x + u_1)] \vec{a}_2 \quad (2)$$

복합 변형변수를 이용한 동적 모델링에서는 u_1 대신에 s 를, u_2 와 함께 식(3)과 같이 근사화 한다.

$$s(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t) \quad (3)$$

$$u_2(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t)$$

여기서 ϕ_{1i} 와 ϕ_{2i} 는 인장방향과 굽힘방향의 모드함수들이고, q_{1i} 와 q_{2i} 는 시간의 함수인 일반좌표이며, μ_1 과 μ_2 는 일반좌표의 수이다. u_1 대신에 s 를 근사화하기 때문에 식(2)에서 u_1 에 관한 값은 s 와 u_2 로 표시되어야 하며 그에 필요한 관계식은 다음과 같다.

$$s = u_1 + \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 d\sigma \quad (4)$$

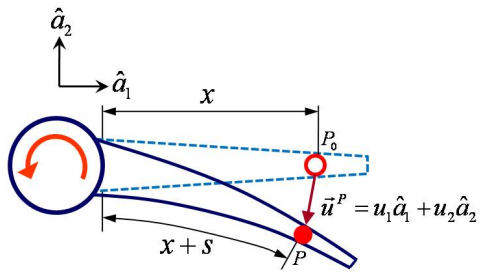


Fig. 1 Configuration of a cantilever beam

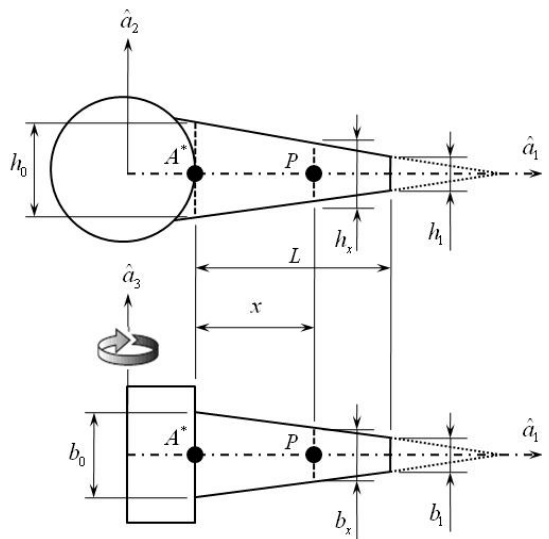


Fig. 2 A cantilever beam with tapered cross section

Kane의 방법을 따른 운동방정식의 형태는 다음과 같이 나타낸다.

$$\int_0^l \rho(x) \left(\frac{\partial \bar{v}^p}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \frac{d\bar{v}^p}{dt} dx + \frac{\partial U}{\partial q_i} = 0 \quad (5)$$

여기서 $\rho(x)$ 와 l 은 보의 단위 길이당 질량과 길이를 의미한다. 그런데 Fig. 2에서 단위 길이당 단면적이 변하기 때문에 $\rho(x)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho(x) = \rho_0 A_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l} \right) \quad (6)$$

식 (6)에서 사용된 ρ_0 는 보의 밀도이고, A_0 와 I_0 은 두께가 h_0 , 폭이 b_0 으로 이루어진 단면적과 2차 면적 모멘트이며, α 와 β 는 다음과 같다.

$$A_0 = b_0 h_0, \quad I_0 = \frac{b_0 h_0^3}{12}, \quad \alpha = \frac{b_1}{b_0}, \quad \beta = \frac{h_1}{h_0} \quad (7)$$

또한 식 (5)의 U 는 보의 인장 및 굽힘에 의한 탄성에너지로 다음과 같이 표현된다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EA(x) \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l EI(x) \left(\frac{d^2 u_2}{dx^2} \right)^2 dx \quad (8)$$

여기서 E 는 탄성계수, $A(x)$ 와 $I(x)$ 는 보의 단면적과 2차 면적 모멘트이며 다음과 같이 나타낸다.

$$A(x) = A_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l} \right) \quad (9)$$

$$I(x) = I_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l} \right)^3$$

테이퍼진 단면을 가진 회전 외팔보의 운동방정식은 이상의 과정을 종합하여 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_1} [m_{ij}^{11} \ddot{q}_{1j} - \omega_3^2 m_{ij}^{11} q_{1j} + k_{ij}^s q_{1j}] - \sum_{j=1}^{\mu_2} [2\omega_3 m_{ij}^{12} \dot{q}_{2j} + \dot{\omega}_3 m_{ij}^{12} q_{2j}] + (\dot{v}_1 - \omega_3 v_2) P_i - \omega_3^2 Q_{2i} = 0 \quad (10)$$

$(i = 1, 2, \dots, \mu_1)$

$$\sum_{j=1}^{\mu_2} [m_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} - \omega_3^2 m_{ij}^{22} q_{2j} + k_{ij}^b q_{2j}] - (\dot{v}_1 - \omega_3 v_2) k_{ij}^{GA} q_{2j} + \omega_3^2 k_{ij}^{GB} q_{2j}] + \sum_{j=1}^{\mu_1} [2\omega_3 m_{ij}^{21} \dot{q}_{1j} + \dot{\omega}_3 m_{ij}^{21} q_{1j}] + (\dot{v}_2 + \omega_3 v_1) P_{2i} + \omega_3^2 Q_{2i} = 0 \quad (11)$$

$(i = 1, 2, \dots, \mu_2)$

여기서

$$m_{ij}^{ab} = \int_0^l \rho_0 A_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l} \right) \phi_{ai}^a \phi_{bj}^a dx$$

$$k_{ij}^s = \int_0^l EA_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l} \right) \phi_{ai}^s \phi_{bj}^s dx$$

$$k_{ij}^b = \int_0^l EI_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l} \right)^3 \phi_{2i}^b \phi_{2j}^b dx$$

$$k_{ij}^{GA} = \int_0^l \rho_0 A_0 \left(\frac{(2\alpha\beta + \alpha + \beta + 2)l}{6} - x - (\alpha + \beta - 2) \frac{x^2}{2l} - (\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) \frac{x^3}{3l^2} \right) \phi_{2i}^s \phi_{2j}^s dx$$

$$k_{ij}^{GB} = \int_0^l \rho_0 A_0 \left(\frac{(1 + \alpha + \beta + 3\alpha\beta)l^2}{12} - \frac{x^2}{2} - (\alpha + \beta - 2) \frac{x^3}{3l} - (\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) \frac{x^4}{4l^2} \right) \phi_{2i}^b \phi_{2j}^b dx$$

$$P_{ai} = \int_0^l \rho_0 A_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l} \right) \phi_{ai} dx$$

$$Q_{ai} = \int_0^l \rho_0 A_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l} \right) x \phi_{ai} dx \quad (12)$$

2.2 진동 방정식

회전 외팔보의 경우 인장방향 모드에 의한 진동수는 굽힘모드에 의한 진동수에 비해 훨씬 높다. 따라서, 이 두 방향 모드들은 거의 서로 간섭 효과를 가지지 않는다는 가정하에, 식 (11)만 사용하여 굽힘 진동해석을 실시한다.

Fig. 3에서 축의 반경이 r 이고 회전 각속도가 Ω 인 축을 허브(hub)라고 한다. 허브에 부착된 외팔보의 경우, 기준점 0의 속도벡터의 \hat{a}_1 과 \hat{a}_2 방향 스칼라 구성요소들은 $v_1 = 0$, $v_2 = r\Omega$ 가 되며 이와 인장방향 운동에 의한 간섭효과를 무시하는 가정을 이용하여, 회전 각속도가 일정한 정상상태에 관한

식 (11)을 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_2} [m_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} + k_{ij}^B q_{2j}] + \Omega^2 (k_{ij}^{GB} q_{2j} - m_{ij}^{22} q_{2j} + r k_{ij}^{GA} q_{2j}) = 0 \quad (13)$$

(i = 1, 2, …, μ₂)

식 (13)은 굽힘 진동방정식이며, 이를 무차원화된 진동방정식으로 변환시키기 위해 다음과 같은 식 (14)의 무차원 매개변수 및 변수들을 정의한다.

$$\tau \equiv \frac{t}{T}, \quad \xi \equiv \frac{x}{l}, \quad \theta_j \equiv \frac{q_{2j}}{l}, \quad \delta \equiv \frac{r}{l} \quad (14)$$

$$\gamma \equiv \Omega T, \quad T = \sqrt{\frac{\rho_0 A_0 l^4}{EI_0}}$$

식 (14)의 무차원 매개변수 및 변수를 이용하여 식 (13)을 식 (15)와 같은 무차원 진동 방정식으로 구할 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_2} [m_{ij}^{22} \ddot{\theta}_j + k_{ij}^B \theta_j] + \gamma^2 (k_{ij}^{GB} \theta_j - m_{ij}^{22} \theta_j + \delta k_{ij}^{GA} \theta_j) = 0 \quad (15)$$

(i = 1, 2, …, μ₂)

여기서

$$m_{ij}^{22} = \int_0^1 (1 + (\alpha - 1)\xi)(1 + (\beta - 1)\xi) \varphi_{2i} \varphi_{2j} d\xi$$

$$k_{ij}^B = \int_0^1 (1 + (\alpha - 1)\xi)(1 + (\beta - 1)\xi)^3 \varphi_{2i}'' \varphi_{2j}'' d\xi$$

$$k_{ij}^{GA} = \int_0^1 \left(\frac{(2\alpha\beta + \alpha + \beta + 2)}{6} - \xi \right. \\ \left. - (\alpha + \beta - 2) \frac{\xi^2}{2} - (\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) \frac{\xi^3}{3} \right) \varphi_{2i}' \varphi_{2j}' d\xi$$

$$k_{ij}^{GB} = \int_0^1 \left(\frac{(3\alpha\beta + \alpha + \beta + 1)}{12} - \frac{\xi^2}{2} \right. \\ \left. - (\alpha + \beta - 2) \frac{\xi^3}{3} - (\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) \frac{\xi^4}{4} \right) \varphi_{2i}' \varphi_{2j}' d\xi \quad (16)$$

φ_{2j}는 φ_{2j}와 동일한 함수값을 가지나 ξ의 함수이며, θ_j는 θ_j의 τ에 관한 2차 미분을 나타낸다.

식 (15)로부터 축 반경 δ의 증가와 회전 각속도 γ의 증가에 의한 운동 방정식의 강성항 변화와 두

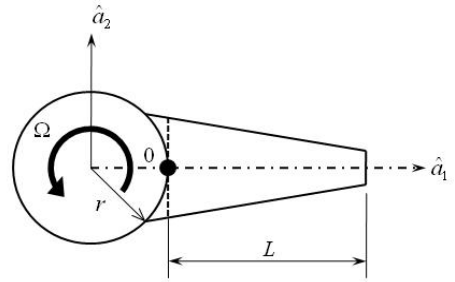


Fig. 3 Cantilever beam attached to a rotating hub

계비(α)와 너비의 비(β)의 변화에 따른 질량 변화를 무차원화된 형태로 살펴볼 수 있다. 그리고 모드 해석을 위하여 열벡터 {η}는 다음과 같이 나타낸다.

$$\{\theta\} = e^{i\lambda\tau} \{\eta\} \quad (17)$$

여기서 λ는 고유진동수이고 {η}는 모드형상을 나타내는 모드벡터이다. 식 (17)을 식 (15)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\lambda^2 M \{\eta\} = K \{\eta\} \quad (18)$$

여기서 M과 K는 크기 (μ₂ × μ₂)를 갖는 정방 행렬들로 그 요소들은 다음과 같이 표시된다.

$$M_{ij} = m_{ij}^{22} \quad (19)$$

$$K_{ij} = k_{ij}^B + \gamma^2 (\delta k_{ij}^{GA} + k_{ij}^{GB} - M_{ij})$$

3. 수치 해석 결과

3.1 제안한 방법의 검증

이 장에서는 앞에서 유도된 운동 방정식을 사용하여 수치 해석을 수행하였다. 수치 해석을 위해 굽힘 방향 변위의 가상모드(assumed modes)들로 구성된 외팔보의 굽힘 진동모드들을 사용하였으며 5개의 모드들을 이용하였다.

이 논문에서 제안한 방법에 의해 구해진 수치해석 결과들의 정확성과 신뢰성을 검증하기 위해서 상용 구조해석 프로그램인 ANSYS를 사용하여 수치해석결과와 비교하였다. 검증 결과의 비교를 위해서 수치해석 결과는 식 (13)의 운동방정식을 사용하였으며, Table 1은 해석에 사용된 보의 제원을 나타

Table 1 Properties of the cantilever beam

L [m]	A_0 [m ²]	E [N/m ²]	I_0 [m ⁴]	ρ_0 [kg/m ³]
1	1×10^{-4}	2.068×10^{11}	8.33×10^{-10}	7830

Table 2 Comparison of the natural frequencies obtained by the proposed EOM and ANSYS ($r=0, \Omega=0$ rad/s)

Natural Freq.(Hz)	b_0/b_1	1.0	1.0	1.0
	h_0/h_1	1.0	3.0	5.0
1st	Present	52.15	59.74	63.67
	ANSYS	52.15	59.75	63.68
2nd	Present	326.83	250.87	233.51
	ANSYS	326.39	250.86	233.50
3rd	Present	915.13	619.24	547.26
	ANSYS	914.83	618.98	546.96

Table 3 Comparison of the natural frequencies obtained by the proposed EOM and ANSYS ($r=0, \Omega=59.33$ rad/s)

Natural Freq.(Hz)	b_0/b_1	5.0	5.0	5.0
	h_0/h_1	1.0	3.0	5.0
1st	Present	103.46	111.85	115.92
	ANSYS	103.46	111.85	115.92
2nd	Present	402.74	319.02	300.65
	ANSYS	402.60	318.99	300.62
3rd	Present	996.90	692.48	619.30
	ANSYS	995.82	692.16	618.77

내고 있다. 해석 결과를 나타내고 있는 Table 2, 3는 모두 축반경을 0으로 하였다. Table 2는 회전하지 않고 정지된 상태에서 외팔보의 단면형상을 결정하는 두께비를 변화시키면서 제안된 방법과 상용구조해석 프로그램의 해석 결과를 나타내었다. 두께비가 커짐에 따라 외팔보에서 고정단의 단면형상보다 자유단의 단면형상이 점점 작아지게 되며, 이때 가장 작은 3개의 고유진동수를 보게 되면 첫 번째 고유진동수는 두께비가 증가할수록 함께 증가하고 있으며, 그 외 두 번째, 세 번째 고유진동수는 감소하는 것을 알 수 있다. 또한, 제안한 방법과 ANSYS를 사용해 얻은 해석결과를 비교해 보면 거의 유사함을 알 수 있다. Table 3은 회전 각속도가 59.33 (rad/s)일 때 폭의 비를 5로 일정하게 하고 두께비를 증가시켜가면서 제안된 방법과 ANSYS의 해석

결과를 비교하였다. 회전 각속도를 추가시키고 폭의 비를 변화시켜도 제안된 방법과 ANSYS의 해석결과는 거의 유사함을 Table 3의 결과를 통해 알 수 있다. 또한 Table 2와 같이 고정단의 단면형상보다 자유단의 단면형상이 작아질수록 첫 번째 고유진동수는 증가하지만 두 번째, 세 번째 고유진동수는 여전히 감소하는 것을 확인할 수 있다.

3.2 회전 각속도에 따른 동적 특성변화

회전 각속도의 증가에 따른 테이퍼 단면을 가진 외팔보의 동적 특성을 알아보기 위해 Fig. 4와 5는 유도된 무차원 진동 방정식을 이용하여 회전 각속도 γ 의 증가에 따른 회전 외팔보의 동적 특성변화를 나타내고 있다. Fig. 4는 축반경이 0일 때, 외팔보의 폭의 비(b_0/b_1)를 1로 고정하고, 두께의 비(h_0/h_1)를 증가시키면서 자유단의 단면형상이 고정단의 단면형상보다 점점 작아지도록 했다. 그리고 회전각속도를 증가시켜가면서 테이퍼진 단면을 가진 외팔보의 가장 낮은 세개의 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 회전 각속도가 증가할수록 모든 고유진동수가 함께 증가하고 있는 것을 알 수 있으며 이러한 현상은 직관적으로도 예측이 가능하다. 그리고 회전 각속도가 증가하더라도 테이퍼비가 증가함에 따라 첫 번째 고유진동수는 증가하지만 그 외 고유진동수는 감소하는 현상은 변함없이 나타나고 있다.

Fig. 5는 외팔보의 폭의 비(b_0/b_1)를 5로 크게 테이퍼지도록 고정하고, 두께의 비(h_0/h_1)를 증가시키면서 고유진동수의 변화를 나타내고 있다. Fig. 4의 결과와 마찬가지로 회전 각속도가 증가할수록 모든 고유진동수가 함께 증가하고 있으며, 폭의 비가 증가함에 따라 모든 고유진동수도 증가하고 있다.

회전 각속도의 변화만을 생각했을 때는 회전 각속도가 증가하면 증가할수록 식(15)의 진동 방정식에서와 같이 시스템의 강성항이 커지게 되므로 고유진동수도 증가하게 된다. 그런데 두께비와 폭의 비를 변화시킨 불균일 보의 하나인 테이퍼진 외팔보의 경우에 회전 각속도에 따른 고유진동수의 변화를 보면 식(15)와 (16)에서 알 수 있듯이 두께비와 폭의 비의 변화가 시스템의 강성뿐만 아니라 질량도 변화시킨다는 것을 알 수 있으며 Fig. 4와 5를 통해 확인할 수 있다. Fig. 6을 보면 회전 각속

도가 0일 때 폭의 비의 변화에 따른 고유진동수의 변화가 크게 나타나지만 회전 각속도가 증가함에

따라 첫 번째 고유진동수는 교차하지 않고 일정하게 같이 증가하고 있지만 두 번째, 세 번째 고유진동수에서는 서로 교차하면서 임의의 회전 각속도에서 같은 고유진동수를 갖는 것을 볼 수 있다. 이는 회전하는 외팔보의 경우 폭의 비보다는 두께비의 변화에 시스템의 동적 특성 변화가 더 두드러지게 나타난다는 것을 알 수 있다.

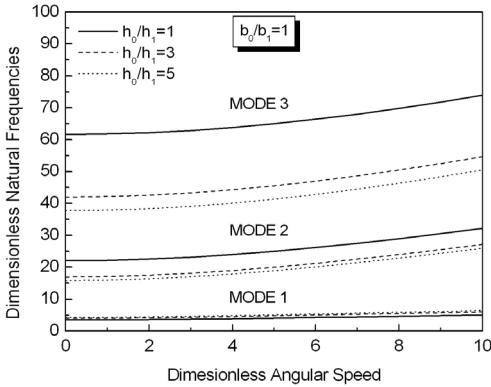


Fig. 4 Natural frequency variation versus angular speed ($\delta=0$)

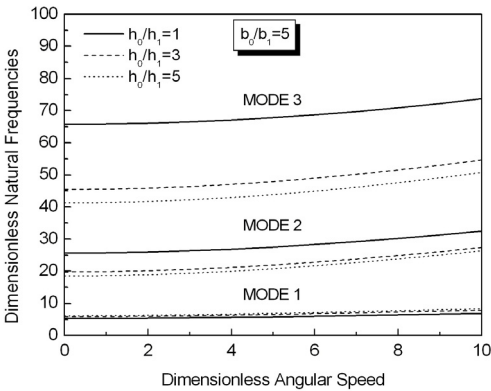


Fig. 5 Natural frequency variation versus angular speed($\delta=0$)

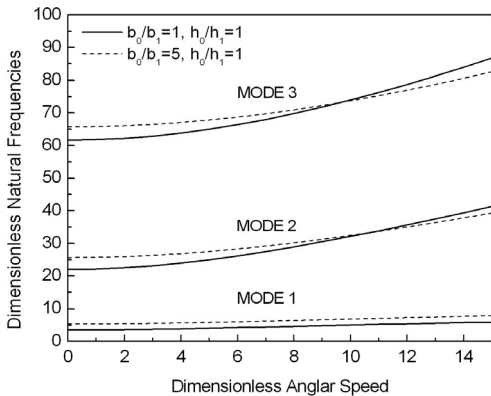


Fig. 6 Natural frequency variation versus angular speed($\delta=0$)

3.3 축 반경 비에 따른 동적 특성변화

Fig. 7과 8은 축 반경 비 δ 에 따른 동적 특성변화를 나타낸다. Fig. 7은 두께비와 폭의 비를 각각 1과 3으로 정하고, 회전 각속도 γ 가 증가함에 따라 축 반경 비의 변화에 따른 테이퍼진 단면을 가진 외팔보의 고유진동수의 결과를 나타내고 있다. 축 반경 비가 증가할수록 회전 각속도의 증가에 따른

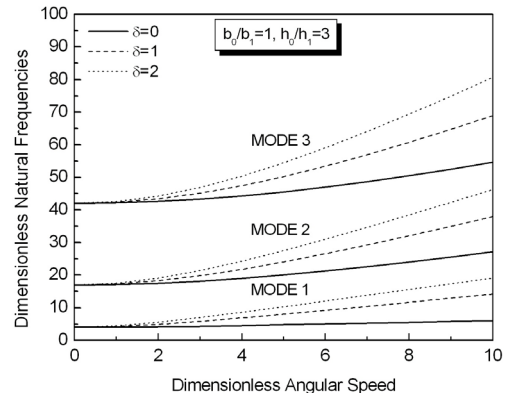


Fig. 7 Variation of natural frequency versus angular speed

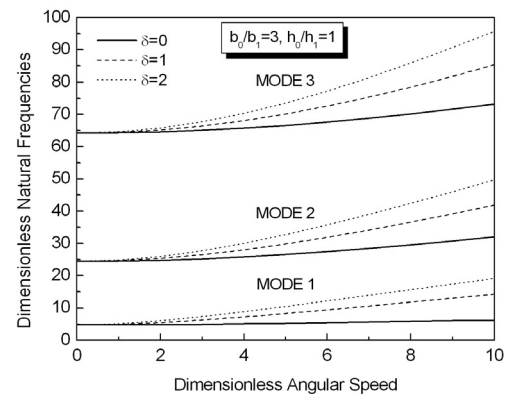


Fig. 8 Variation of natural frequency versus angular speed

고유진동수의 증가율을 가속시키고 있다. Fig. 8은 두께비와 폭의 비를 각각 3과 1로 정하고 축 반경 비의 변화에 따른 고유진동수의 결과이다. Fig. 7에서와 같이 축 반경 비가 증가할수록 고유진동수의 증가율이 커지는 것을 알 수 있다. 축 반경 비가 증가함에 따라 고유진동수의 증가하는 것은 일반적으로 잘 알려진 사실이다.

4. 결 론

테이퍼진 단면을 가진 회전 외팔보의 진동 특성을 예측하기 위해 진동 방정식을 유도하였으며 이를 이용하여 해석 결과를 도출하였다. 이 해석 결과는 상용 구조해석 프로그램인 ANSYS를 사용하여 얻은 모달 해석 결과와 제안된 방법을 통해 얻은 고유 진동수의 결과를 비교함으로써 이 논문에서 제시된 진동 방정식의 신뢰성과 정확성을 검증할 수 있었다. 테이퍼진 외팔보의 단면 형상을 결정하는 두께비와 폭의 비의 변화에 따른 동적 특성의 변화를 보면 폭의 비의 변화 보다는 두께비의 변화가 외팔보의 고유진동수 변화에 더 큰 영향을 끼친다는 것을 알 수 있다. 그리고 두께비와 폭의 비가 변화면서 보의 단면형상이 변화하여도 회전 가속도가 증가하게 되면 고유진동수도 증가하는 것을 확인할 수 있었다. 또한, 축 반경 비의 증가에 따른 고유진동수의 증가도 확인하였다.

후 기

이 논문은 2008년도 2단계 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었습니다.

참 고 문 헌

(1) Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades," British A.R.C. Reports and Memoranda No. 766.

(2) Schilhansl, M., 1958, "Bending Frequency of a Rotating Cantilever Beam," J. of Appl. Mech. Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, 25, pp. 28~30.

(3) Putter, S. and Manor, H., 1978, "Natural Frequencies of Radial Rotating Beams," J. Sound and Vibration, Vol. 56, No.2, pp. 175~185.

(4) Buffinton, K. and Kane, T., 1985, "Dynamics of a Beam Moving Over Supports," International Journal of Solids and Structures, Vol. 21, No. 7, pp. 617~643.

(5) Kane, T., Ryan, R. and Banerjee, A., 1987, "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base," Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 10, No. 2, pp. 139~151.

(6) Lai, S., 1994, "Nonlinear Finite Element modeling of a High Speed Rotating Timoshenko Beam Structure," International Journal of Mechanical Science, Vol. 36, No. 9, pp. 849~861.

(7) Lee, S. Y. and Kuo, Y. H., 1991, "Elastic Stability of Non-uniform Columns," Journal of Sound and Vibration, Vol. 148, No. 1, pp. 11~24.

(8) Rossi, R. E., Laura, P. A. and Gutierrez, R. H., 1990, "A Note on Transverse Vibrations of a Timoshenko Beam of Non-uniform Thickness Clamped at One End and Carrying a Concentrated Mass at the Other," Journal of Sound and Vibration, Vol. 143, No. 3, pp. 491~502.

(9) Yoo, H. H., 1991, "A Linear Dynamic Modeling Using Hybrid Deformation Variables for Rotating Structures," Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 19, No. 3, pp. 32~39.

(10) Yoo, H. H., 1998, "Vibration Analysis of Rotating Cantilever Beams," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 8, No. 5, pp. 765~774.