

시간 지연 상호 연계를 가진 비선형 시스템의 분산 적응 제어: 지능적인 접근법

Decentralized Adaptive Control for Nonlinear Systems with Time-Delayed Interconnections: Intelligent Approach

유 성 진, 박 진 배*
(Sung Jin Yoo and Jin Bae Park)

Abstract : A decentralized adaptive control method is proposed for large-scale systems with unknown time-delayed nonlinear interconnections unmatched in control inputs. It is assumed that the time-delayed interaction terms are bounded by unknown nonlinear bounding functions. The nonlinear bounding functions and uncertain nonlinear functions of large-scale systems are compensated by the function approximation technique using neural networks. The dynamic surface control method is extended to design the proposed memoryless local controller for each subsystem of uncertain nonlinear large-scale time delay systems. Therefore, although the interconnected systems consist of a large number of subsystems, the proposed controller can be designed simply. We prove that all the signals in the total closed-loop system are semiglobally uniformly bounded and the control errors converge to an adjustable neighborhood of the origin. Finally, an example is given to demonstrate the effectiveness and applicability of the proposed scheme.

Keywords : decentralized adaptive control, dynamic surface design, function approximation technique, nonlinear large-scale systems

I. 서론

시간 지연(time-delay) 현상은 제어 시스템을 불안정하게 하는 하나의 원인으로서 널리 알려져 왔다. 따라서 지난 수년 동안 시간 지연 현상을 극복 할 수 있는 제어기 설계에 관한 연구가 행해졌다. 특히, 시간 지연 상호 연계(time-delayed interconnections)를 가지는 대규모(large-scale) 시스템의 분산 제어(decentralized control)에 관한 연구가 활발히 이루어졌다 [1-5]. 또한 불확실성을 갖는 시간 지연 상호 연계 시스템을 위한 적용 분산 제어에 관한 연구로 확대되었다[5-10]. 하지만 이러한 연구들은 제어 입력에 불일치한(unmatched) 시간 지연 상호 연계를 갖는 대규모 시스템에 관하여 거의 이루어지지 않았다.

한편 제어 입력에 불일치한 비선형 시스템의 제어를 위한 백스테핑(backstepping) 기법이 제안 되었다[11]. 하지만 백스테핑 기법은 가상 제어기(virtual controller)의 반복적인 미분에 의해 발생하는 “explosion of complexity” 문제점을 가진다[12]. 즉, 제어기의 복잡성은 시스템 차수가 증가할수록 급격하게 증가하게 된다. 이러한 백스테핑 기법의 문제점을 해결하기 위해 Swaroop 등은 동적 표면 제어(DSC: Dynamic Surface Control) 기법을 개발하였다[12]. DSC 기법의 핵심 내용은 백스테핑 설계 과정의 각 단계에서 합성된 가상 제어 법칙을 1차 필터를 통과시켜 다음 단계의 제어 법칙을 구할 때 바로 전 단계의 가상 제어기의 미분 값을 1차 필터의 출력 값으로 대체할 수 있다는 것이다. 따라서 DSC 기법은 백스테핑 기반 제어기보다 간단한 제어기를 설계할 수 있는 장점을 가진

다. 최근에는 다양한 비선형 시스템에 DSC 기법이 적용되고 있으나[13-15], 시간 지연 상호 연계를 갖는 대규모 비선형 시스템의 제어에는 적용되지 않았다.

따라서 본 논문에서는 제어 입력에 불일치한 시간 지연 상호 연계를 갖는 대규모 비선형 시스템의 강인 안정화를 위한 분산 적응 DSC 기법을 제안한다. 시간 지연 상호 연계를 갖는 비선형 함수는 미지의 비선형 함수에 의해 유계된다고 가정한다. 대규모 비선형 시스템을 위한 간단한 분산 제어기의 설계를 위해 DSC 이론을 확장한다. 상호 연계 부분의 시간 지연 현상을 해결하기 위해 간단한 르아프노브-크라소브스키(Lyapunov-Krasovskii) 함수를 제시하고 그 과정에서 발생한 비선형 함수와 시스템의 불확실한 비선형 함수의 보상을 위해 신경 회로망(neural networks)을 이용한 함수 근사화(function approximation) 기법을 적용한다. 마지막으로, 본 논문에서 제안한 제어기의 성능을 검증하기 위해 모의 실험 결과를 제시한다.

II. 문제 제기

본 논문에서는 (1)과 같은 비선형 상호 연계 항에 시간 지연을 갖는 대규모 시스템을 다룬다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,k}(t) &= x_{i,k+1}(t) + f_{i,k}(\bar{x}_{i,k}(t)) \\ &\quad + g_{i,k}(x_1(t-\tau_1), x_2(t-\tau_2), \dots, x_N(t-\tau_N)) \\ \dot{x}_{i,n_i}(t) &= u_i(t) + f_{i,n_i}(x_i(t)) \\ &\quad + g_{i,n_i}(x_1(t-\tau_1), x_2(t-\tau_2), \dots, x_N(t-\tau_N)) \\ x_i(t) &= \varphi_i(t), \quad -d_i \leq t \leq 0,\end{aligned}\tag{1}$$

여기서 $i = 1, 2, \dots, N$, $k = 1, 2, \dots, n_i - 1$, $\bar{x}_{i,k} = [x_{i,1}, \dots, x_{i,k}]^T \in R^{n_i}$, $x_i = [x_{i,1}, \dots, x_{i,n_i}]^T \in R^{n_i}$, 그리고 $u_i \in R$ 는 i 번째 부 시스템(subsystem)의 상태 변수들과 제어 입력을 나타낸다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2008. 8. 17., 채택확정 : 2008. 12. 22.

유성진, 박진배 : 연세대학교 전기전자공학과
(niceguy1201@yonsei.ac.kr/jbpark@yonsei.ac.kr)

※ 이 논문은 2007년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업
비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2007-
313-D00262).

$x_i(t - \tau_i) = [x_{i,1}(t - \tau_{i,1}), \dots, x_{i,n_i}(t - \tau_{i,n_i})]^T \in R^{n_i}$ 는 시간 지연 상태 변수들이고 $\tau_{i,k}$ 는 상태 변수들의 미지의 유계된 (unknown bounded) 시간 지연 값들을 나타낸다. $d_i = \max\{\tau_{i,k}\}$ 이다. $\varphi_i(t) \in R^{n_i}$ 는 i 번째 부 시스템의 상태 변수들의 초기 조건을 나타내는 함수이다. $f_{i,k}(\cdot)$ 는 미지의 비선형 C^1 함수를 나타내고 $g_{i,k}(\cdot)$ 는 부 시스템들 사이의 시간 지연 상호 연계를 갖는 미지의 비선형 C^1 함수를 나타낸다.

본 논문의 목적은 시스템 (1)의 개인 안정화와 전체적인 폐루프(closed-loop) 시스템의 모든 신호들의 유계함(boundedness)을 보장하기 위한 시간 지연에 독립적인 분산 적용 제어 법칙 u_i 을 설계하는 것이다.

가정 1: 시스템의 상태 변수 $x_{i,k}(t)$ 는 모두 측정 가능하다.

(2)와 같은 좌표 변환을 정의하자.

$$\begin{cases} s_{i,1} = x_{i,1}, \\ s_{i,k} = x_{i,k} - \psi_{i,k}, \end{cases} \quad (2)$$

여기서 $i = 1, 2, \dots, N$, $k = 2, \dots, n_i$, 그리고 $\psi_{i,k}$ 는 i 번째 부 시스템에 대한 필터를 통과한 k 번째 가상 제어기를 나타낸다.

가정 2: 미지의 시간 지연을 갖는 비선형 상호 연계 함수 $g_{i,k}$ 는 (3)과 같이 유계된다.

$$|g_{i,k}(x_1, \dots, x_N)| \leq \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^{n_j} |s_{j,l}| \varpi_{i,k,j,l} (s_{j,l} + \psi_{j,l}) \quad (3)$$

여기서 $i = 1, 2, \dots, N$, $k = 1, \dots, n_i$, $\psi_{j,1} = 0$, $\varpi_{i,k,j,l}(s_{j,l} + \psi_{j,l})$ 는 미지의 비선형 C^1 함수이다.

참조 1: 가정 2는 기존의 연구들의 선형 상호 연계 함수 [1-4], 선형 유계 조건들[8], 고차 다항 유계 조건들[9,10]보다 매우 완화된 가정이다.

III. 분산 적용 신경망 DSC 시스템

1. SRWNN을 이용한 불확실성 모델링

본 논문에서는 안정도 증명에서 나타나는 불확실한 함수를 근사화하기 위해 자기 회귀 웨이블릿 신경 회로망(Self Recurrent Wavelet Neural Networks: SRWNN)[16-17]을 사용한다. SRWNN 시스템은 꽉찬 집합(compact set) K_ξ 위에 있는 미지의 비선형 함수 $\Xi(\xi)$ 을 (4)와 같이 근사화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Xi(\xi) &= \hat{\Xi}(\xi | W) + \varepsilon(\xi) \\ &= \hat{\Xi}(\xi | \hat{W}) + [\hat{\Xi}(\xi | W) - \hat{\Xi}(\xi | \hat{W})] + \varepsilon(\xi) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\xi \in K_\xi$ 와 $\hat{\Xi}(\xi | \hat{W})$ 는 SRWNN 시스템의 입력과 출력을 나타낸다. $\varepsilon(\xi)$ 는 추정오차이고 \hat{W} 는 예측된 가중치 벡터이다. 그리고 가중치 벡터 W 는 $W = \arg \min_{\hat{W}}$

$[\sup_{\xi \in K_\xi} \|\Xi(\xi) - \hat{\Xi}(\xi | \hat{W})\|]$ 와 같이 정의 한다.

가정 3: [17] 최적의 가중치 벡터는 $\|W\| \leq \bar{W}$ 와 같이 유계된다. 여기서 \bar{W} 는 양의 상수이고 $\|\cdot\|$ 는 유클리디안 놈(Euclidian norm)을 나타낸다.

참고 2: 본 논문에서 \bar{W} 는 제어기 실행을 위해 요구되지 않는다. 단지 안정도 분석을 위해 사용된다.

한편 SRWNN 불확실성 관측기의 모든 가중치들을 학습하기 위해 \hat{W} 에 의한 $\hat{\Xi}(\xi | W)$ 의 테일러(Taylor) 급수 전개를 취하면 (5)와 같이 된다[18].

$$\hat{\Xi}(\xi | W) - \hat{\Xi}(\xi | \hat{W}) = \hat{W}^T \Theta + H(W, \hat{W}) \quad (5)$$

여기서 $\tilde{W}(t) = W - \hat{W}(t)$ 는 예측오차, $\Theta = \partial \hat{\Xi} / \partial \hat{W}$, 그리고 $H(W, \hat{W})$ 는 고차항이다.

(5)을 (4)에 대입하면, (6)과 같이 된다[19].

$$\Xi(\xi) = \hat{\Xi}(\xi | \hat{W}) + \tilde{W}^T \Theta + \alpha \quad (6)$$

여기서 $\alpha = H(W, \hat{W}) + \varepsilon(\xi)$ 이며 ρ 는 양의 상수이다.

2. 제어기 설계

비선형 시간 지연 상호 연계를 갖는 대규모 시스템을 위해 본 논문에서 제안한 분산 적용 DSC 시스템은 다음과 같다.

$$v_{i,2} = -\mu_{i,1} s_{i,1} - \frac{1}{2} s_{i,1} \sum_{j=1}^N n_j - \hat{\Xi}_{i,1}(x_{i,1} | \hat{W}_{i,1}) \quad (7)$$

$$\zeta_{i,2} \dot{\psi}_{i,2} + \psi_{i,2} = v_{i,2}, \quad \psi_{i,2}(0) = v_{i,2}(0) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} v_{i,k+1} &= -\mu_{i,k} s_{i,k} - \frac{1}{2} s_{i,k} \sum_{j=1}^N n_j \\ &\quad - \hat{\Xi}_{i,k}(\bar{x}_{i,k} | \hat{W}_{i,k}) + \frac{v_{i,k} - \psi_{i,k}}{\zeta_{i,k}} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\zeta_{i,k+1} \dot{\psi}_{i,k+1} + \psi_{i,k+1} = v_{i,k+1}, \quad \psi_{i,k+1}(0) = v_{i,k+1}(0) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} u_i &= -\mu_{i,n_i} s_{i,n_i} - \frac{1}{2} s_{i,n_i} \sum_{j=1}^N n_j \\ &\quad - \hat{\Xi}_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i} | \hat{W}_{i,n_i}) + \frac{v_{i,n_i} - \psi_{i,n_i}}{\zeta_{i,n_i}} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $i = 1, 2, \dots, N$, $k = 2, \dots, n_i - 1$, $v_{i,k+1}$ 는 i 번째 부 시스템의 k 번째 가상 제어기, $\mu_{i,k}$ 는 양의 설계 매개변수, 그리고 $\zeta_{i,k+1} > 0$ 는 1차 저역 통과 필터(first-order low-pass filter)의 시간 상수이다. SRWNN 시스템 $\hat{\Xi}_{i,k}(\bar{x}_{i,k} | \hat{W}_{i,k})$ 는 다음과 같은 연속 비선형 함수를 근사화한다.

$$\Xi_{i,k}(\bar{x}_{i,k}, \psi_{i,k}) = f_{i,k}(\bar{x}_{i,k}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^{n_j} s_{j,l} \varpi_{j,l,i,k}^2 (s_{j,l} + \psi_{j,l})$$

그리고 $\hat{W}_{i,k}$ 을 위한 학습법칙은 (12)와 같다.

$$\dot{\hat{W}}_{i,k} = \lambda_{i,k} (\Theta_{i,k} s_{i,k} - \sigma_{i,k} \hat{W}_{i,k}) \quad (12)$$

여기서 $\lambda_{i,k} > 0$ 는 학습 이득이고 $\sigma_{i,k} > 0$ 는 σ -조절(σ -modification)[20]을 위한 매개변수이다.

경계층 오차(boundary layer error)를 (13)과 같이 정의하자.

$$y_{i,k+1} = \psi_{i,k+1} - v_{i,k+1}, \quad (13)$$

여기서 $i=1,2,\dots,N$, $k=1,\dots,n_i-1$ 이다.

각각의 부 시스템을 위해 제안된 제어 시스템의 설계 과정은 n_i 단계로 구성된다. 각 단계에서 가장 제어기가 설계되며 마지막 n_i 단계에서 실제 제어기 u_i 가 설계된다.

단계 $i,1$ ($i=1,\dots,N$) : 식 (2)로부터 첫 번째 오차 표면(error surface)의 도함수는 다음과 같다.

$$\dot{s}_{i,1} = x_{i,2} + f_{i,1}(x_{i,1}) + g_{i,1}(x_1(t-\tau_1), x_2(t-\tau_2), \dots, x_N(t-\tau_N))$$

i 번째 시스템에 대한 첫 번째 르아프노브 함수를 $V_{i,1} = (1/2)s_{i,1}^2$ 로 정의하자. 이때 (2), (7), 그리고 (13)에 의한 $V_{i,1}$ 의 도함수는 (14)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} &\leq s_{i,1} \left(s_{i,2} + y_{i,2} + f_{i,1}(x_{i,1}) - \mu_{i,1}s_{i,1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2}s_{i,1} \sum_{j=1}^N n_j - \hat{\Xi}_{i,1}(x_{i,1} | \hat{W}_{i,1}) \right) \\ &\quad + s_{i,1}g_{i,1}(x_1(t-\tau_1), \dots, x_N(t-\tau_N)) \end{aligned} \quad (14)$$

단계 i,k ($i=1,\dots,N$, $(k=2,\dots,n_i-1)$) : i 번째 시스템의 k 번째 르아프노브 함수를 $V_{i,k} = (1/2)s_{i,k}^2$ 로 정의 하자. 이때 (2), (9), 그리고 (13)을 이용하면 $V_{i,k}$ 의 도함수는 (15)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,k} &\leq s_{i,k} \left(s_{i,k+1} + y_{i,k+1} + f_{i,k}(\bar{x}_{i,k}) - \mu_{i,k}s_{i,k} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2}s_{i,k} \sum_{j=1}^N n_j - \hat{\Xi}_{i,k}(\bar{x}_{i,k} | \hat{W}_{i,k}) \right) \\ &\quad + s_{i,k}g_{i,k}(x_1(t-\tau_1), \dots, x_N(t-\tau_N)) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $\psi_{i,k} = (v_{i,k} - \psi_{i,k}) / \zeta_{i,k}$ 이 이용된다.

단계 i, n_i ($i=1,\dots,N$) : i 번째 시스템의 n_i 번째 르아프노브 함수를 $V_{i,n_i} = (1/2)s_{i,n_i}^2$ 로 정의 하자. 이때 (2), (10), 그리고 (13)을 이용하면 V_{i,n_i} 의 도함수는 (16)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,n_i} &\leq s_{i,n_i} \left(f_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}) - \mu_{i,n_i}s_{i,n_i} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2}s_{i,n_i} \sum_{j=1}^N n_j - \hat{\Xi}_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i} | \hat{W}_{i,n_i}) \right) \\ &\quad + s_{i,n_i}g_{i,n_i}(x_1(t-\tau_1), \dots, x_N(t-\tau_N)). \end{aligned} \quad (16)$$

3. 안정도 분석

본 절에서는 시간 지연 상호 연계를 갖는 대규모 시스템을 위해 제안된 제어기의 안정도를 분석한다. 기준의 DSC 시스템의 안정도 분석과 달리 시간 지연 상호 연계 부분에 대한 항들을 고려해야 한다. 또한 대규모 시스템으로 DSC 이론을 확장함에 있어 1차 필터의 영향도 고려해야 한다. 이를 위해

우선 경계층 오차 벡터의 도함수를 (17)과 같이 나타내자.

$$\begin{aligned} \dot{y}_{i,2} &= -\frac{y_{i,2}}{\zeta_{i,2}} + \Psi_{i,2}(\bar{s}_N, y_{i,2}, \hat{W}_{i,1}) \\ \dot{y}_{i,k+1} &= -\frac{y_{i,k+1}}{\zeta_{i,k+1}} \\ &\quad + \Psi_{i,k+1}(\bar{s}_N, y_{i,2}, \dots, y_{i,k+1}, \hat{W}_{i,1}, \dots, \hat{W}_{i,k}) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 $i=1,\dots,N$, $k=2,\dots,n_i-1$, $\bar{s}_N = [s_1^T, \dots, s_N^T]^T$, $s_i = [s_{i,1}, \dots, s_{i,n_i}]^T$, 그리고 $\Psi_{i,2}$ 와 $\Psi_{i,k+1}$ 는 다음과 같은 연속 함수들이다.

$$\begin{aligned} \Psi_{i,2}(\bar{s}_N, y_{i,2}, \hat{W}_{i,1}) &= \mu_{i,1}\dot{s}_{i,1} + \left(\sum_{j=1}^N n_j / 2 \right) \dot{s}_{i,1} \\ &\quad + (\partial \hat{\Xi}_{i,1} / \partial x_{i,1}) \dot{x}_{i,1} + \hat{W}_{i,1}^T (\partial \hat{\Xi}_{i,1} / \partial \hat{W}_{i,1}) \\ \Psi_{i,k+1}(\bar{s}_N, y_{i,2}, \dots, y_{i,k+1}, \hat{W}_{i,1}, \dots, \hat{W}_{i,k}) &= \mu_{i,k}\dot{s}_{i,k} + \left(\sum_{j=1}^N n_j / 2 \right) \dot{s}_{i,k} + \dot{\bar{x}}_{i,k}^T (\partial \hat{\Xi}_{i,k} / \partial \bar{x}_{i,k}) \\ &\quad + \hat{W}_{i,k}^T (\partial \hat{\Xi}_{i,k} / \partial \hat{W}_{i,k}) + (\dot{y}_{i,k} / \kappa_{i,k}). \end{aligned}$$

전체적인 르아프노브 함수 V 와 르아프노브-크라소브스키 함수 $V_{\Omega_{i,k}}$ 를 (18)과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} V_{\Omega_{i,k}} &= \int_{-\tau_{i,k}}^t \Omega_{i,k}(x_{i,k}) d\tau, \\ V &= \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^{n_i} (V_{i,k} + V_{\Omega_{i,k}}) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_i-1} y_{i,k+1}^2 + \frac{1}{2} \tilde{W}_{i,k}^T \lambda_{i,k}^{-1} \tilde{W}_{i,k} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{여기서 } \Omega_{i,k}(x_{i,k}) = \frac{1}{2} \sum_{j=l=1}^{n_i} s_{i,k}^2 \varpi_{j,l,i,k}^2 (s_{i,k} + \psi_{i,k}).$$

이론 1: 시간 지연 상호 연계를 갖는 대규모 시스템 (1), 제안한 분산 적용 제어기 (7), (9), (11), 1차 필터 (8), (10), 그리고 적용 법칙 (12)로 구성된 전체 페루프 시스템을 고려하자. 이때, 가정 1-3을 만족하고 $V(0) \leq \kappa$ 을 만족하는 초기의 조건들을 위한 양의 상수 κ 가 주어진다면, 전체적인 시스템의 신호들이 준 전역적이고 균일하게 유계(semiglobally uniformly bounded)되는 설계 매개변수들 $\mu_{i,k}$, $\zeta_{i,j}$, $\lambda_{i,k}$, 그리고 $\sigma_{i,k}$ 이 존재한다. 또한 설계 매개변수들을 적당하게 조절함에 따라 안정화 오차는 충분히 줄어든다.

증명: (18)을 미분하면, (19)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^{n_i} (\dot{V}_{i,k} + \dot{V}_{\Omega_{i,k}}) + \sum_{k=1}^{n_i-1} y_{i,k+1} \dot{y}_{i,k+1} - \tilde{W}_{i,k}^T \lambda_{i,k}^{-1} \dot{\tilde{W}}_{i,k} \right] \\ &= \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^{n_i} \{ s_{i,k} (s_{i,k+1} + y_{i,k+1} + f_{i,k}(\bar{x}_{i,k}) - \mu_{i,k}s_{i,k} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2}s_{i,k} \sum_{j=1}^N n_j - \hat{\Xi}_{i,k}(\bar{x}_{i,k} | \hat{W}_{i,k})) \right. \\ &\quad \left. + y_{i,k+1} (-\frac{y_{i,k+1}}{\zeta_{i,k+1}} + \Psi_{i,k+1}) \} \right] \end{aligned}$$

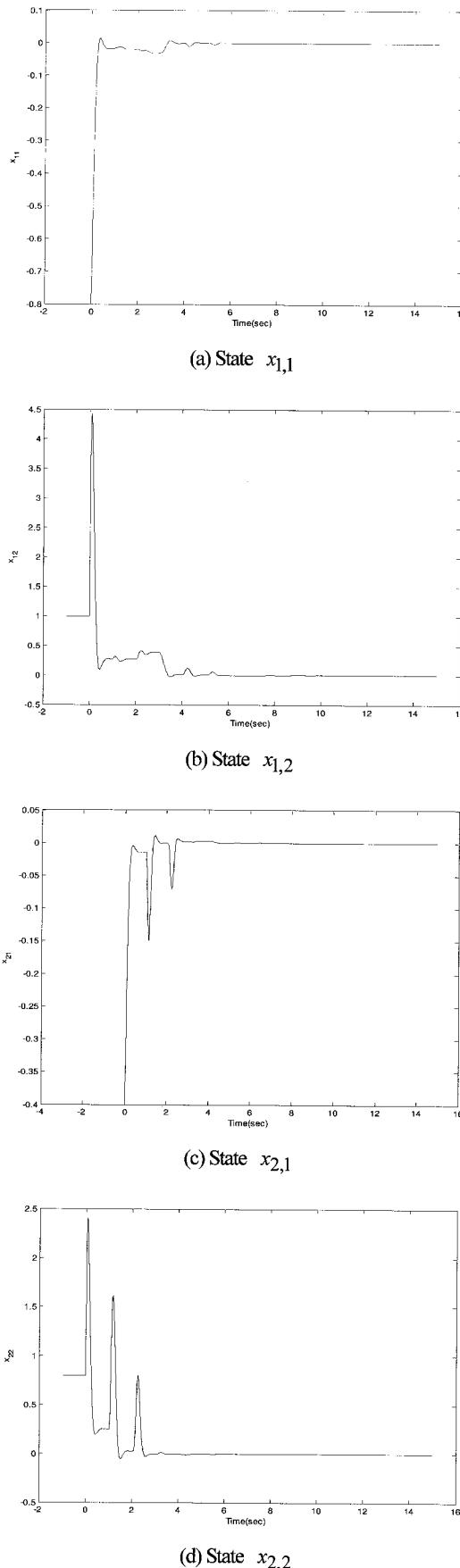


그림 1. 제어 결과.

Fig. 1. Control results.

$$\begin{aligned}
 & + s_{i,n_i} (f_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}) - \mu_{i,n_i} s_{i,n_i} - \frac{1}{2} s_{i,n_i} \sum_{j=1}^N n_j \\
 & - \hat{\Xi}_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i} | \hat{W}_{i,n_i})) \\
 & + \sum_{k=1}^{n_i} \{s_{i,k} g_{i,k}(x_1(t-\tau_1), \dots, x_N(t-\tau_N)) + \dot{V}_{\Omega_{i,k}} \\
 & - \tilde{W}_{i,k}^T \lambda_{i,k}^{-1} \dot{W}_{i,k}\}.
 \end{aligned} \tag{19}$$

가정 2와 영의 부등식(Young's Inequality)에 의해 시간 지연 상호 연계 함수 부분은 (20)과 같아 전개된다.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i} s_{i,k} g_{i,k}(x_1(t-\tau_1), \dots, x_N(t-\tau_N)) \\
 & \leq \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i} \left(\frac{1}{2} s_{i,k}^2 \sum_{j=1}^N n_j + \Omega_{i,k}(x_{i,k}(t-\tau_{i,k})) \right).
 \end{aligned} \tag{20}$$

(20)을 (19)에 대입하고 (6)을 이용하면, (21)과 같아 된다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} & \leq \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i-1} \{s_{i,k} (s_{i,k+1} + y_{i,k+1}) \\
 & + y_{i,k+1} \left(-\frac{y_{i,k+1}}{\zeta_{i,k+1}} + \Psi_{i,k+1} \right) \\
 & + \sum_{k=1}^{n_i} \{-\mu_{i,k} s_{i,k}^2 + s_{i,k} \alpha_{i,k} \\
 & + \tilde{W}_{i,k}^T \Theta_{i,k} s_{i,k} - \tilde{W}_{i,k}^T \lambda_{i,k}^{-1} \dot{W}_{i,k}\}.
 \end{aligned} \tag{21}$$

(12)을 대입하고 영의 부등식을 적용하면 (21)의 부등식은 (22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} & \leq \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^{n_i-1} \{s_{i,k}^2 + \frac{1}{2} s_{i,k+1}^2 + y_{i,k+1}^2 - \frac{y_{i,k+1}^2}{\zeta_{i,k+1}} + \frac{1}{2} \Psi_{i,k+1}^2\} \right. \\
 & \left. + \sum_{k=1}^{n_i} \{-\mu_{i,k} s_{i,k}^2 + \frac{1}{2} s_{i,k}^2 + \frac{1}{2} \rho_{i,k}^2 + \sigma_{i,k} \tilde{W}_{i,k}^T \tilde{W}_{i,k}\} \right].
 \end{aligned} \tag{22}$$

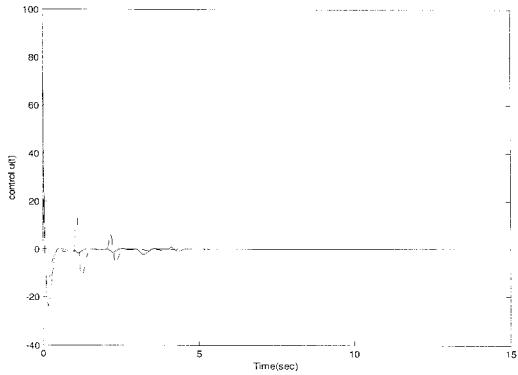
상수 κ 의 존재로부터 $\|\Psi_{i,k+1}\| \leq \beta_{i,k+1}$ 을 만족하는 상수 $\beta_{i,k+1}$ 가 존재한다. 이때, 부등식 (22)에 $\mu_{i,1} = (3/2)$ $+ \mu_{i,1}^*$, $\mu_{i,k} = 2 + \mu_{i,k}^*$, $\mu_{i,n_i} = 1 + \mu_{i,n_i}^*$, $1/\zeta_{i,n} = 1 + \zeta_{i,n}^*$ 을 대입하고 $\tilde{W}_{i,k}^T \tilde{W}_{i,k} \leq -\frac{1}{2} \|\tilde{W}_{i,k}\|^2 + \frac{1}{2} \bar{W}_{i,k}^2$ 을 이용하면 (23) 과 같아 된다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} & \leq \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^{n_i} \{-\mu_{i,k}^* s_{i,k}^2 - \frac{\sigma_{i,k}}{2} \|\tilde{W}_{i,k}\|^2\} + \sum_{k=1}^{n_i-1} \{-\zeta_{i,k+1}^* y_{i,k+1}^2\} \right] + C \\
 & \leq -g(2V - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i} 2V_{\Omega_{i,k}}) + C
 \end{aligned} \tag{23}$$

여기서 $C = \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^{n_i} \left\{ \frac{1}{2} \bar{W}_{i,k}^2 + \frac{1}{2} \rho_{i,k}^2 \right\} + \sum_{k=2}^{n_i} \frac{1}{2} \beta_{i,k}^2 \right]$ 이고 g 는 다음과 같아 정의된다.

$$\vartheta = \min[\vartheta_1, \dots, \vartheta_{n_i}]$$

$$\begin{aligned}
 0 < \vartheta_i < \min[\mu_{i,1}^*, \dots, \mu_{i,n_i}^*, \zeta_{i,2}^*, \dots, \zeta_{i,n_i}^*, \\
 (\lambda_{i,1} \sigma_{i,1})/2, \dots, (\lambda_{i,n_i} \sigma_{i,n_i})/2].
 \end{aligned}$$

그림 2. 제어 입력 (실선: u_1 , 점선: u_2).Fig. 2. Control inputs (solid line : u_1 , dotted line: u_2).

부등식 (23)은 $\theta > C / (2\kappa - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{n_i} 2V_{\Omega_{i,k}})$ 일 때 $V = \kappa$ 이

서 $\dot{V} < 0$ 라는 것을 암시한다. 그러므로 $V \leq \kappa$ 는 불변 집합 (invariant set)이다. 따라서 모든 오차 신호들은 준 전역적이고 균일하게 유계한다. 또한 안정화 오차는 설계 매개변수 $\mu_{i,k}^*, \zeta_{i,j}^*, \lambda_{i,k}$, 그리고 $\sigma_{i,k}$ 을 조절하여 충분히 줄일 수 있다.

참고 3: 본 논문에서는 시불편 시간 지연에 관한 제어 방법을 다루었다. 본 논문에서 시간 지연 현상의 해결을 위해 르아프노브-크라소브스키 함수를 이용하였기 때문에 시변 시간 지연 현상을 다루기 위해서는 시변 시간 지연의 변화량의 크기가 1보다 작다는 가정이 필요하다. 또한 이러한 가정하에 안정도 증명을 하기 위해서는 본 논문에서 사용된 르아프노브-크라소브스키 함수를 변화시켜야 한다. 따라서 상호 연결된 시변 시간 지연을 가진 비선형 대규모 시스템에 관한 연구는 미래의 연구과제로 남겨둔다.

IV. 모의 실험

본 장에서는 제안한 분산 적응 신경망 DSC 시스템의 타당성을 검증하기 위해 미지의 시간 지연 상호 연계를 갖는 비선형 대규모 시스템을 위한 모의 실험을 수행한다. 본 논문의 모의 실험에서는 (24)과 같은 비선형 시간 지연 상호 연계 시스템을 고려한다.

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} + \sin^2 x_{11} + \cos(x_{11}(t-\tau_{11})) \sin(x_{21}(t-\tau_{21})) \\ \dot{x}_{12} = u_1 + x_{11} \cos x_{12} + x_{22}(t-\tau_{22}) \cos(x_{11}(t-\tau_{11})) \\ \dot{x}_{21} = x_{22} + x_{21}^2 + x_{21}(t-\tau_{21})x_{22}^2(t-\tau_{22}) \\ \dot{x}_{22} = u_2 + x_{22} \sin(x_{21}) + \sin(x_{12}(t-\tau_{12})) \end{cases} \quad (24)$$

여기서 $\tau_{11} = 2, \tau_{12} = \tau_{22} = 1, \tau_{21} = 3$.

본 모의 실험은 시스템 (24)의 안정화를 위한 분산 적응 제어기 u_1 와 u_2 을 구하는 것을 목적으로 한다. 상태 변수들의 초기 조건은 $x_{1,1}(t_{1,1}) = -0.8, x_{1,2}(t_{1,2}) = 1, x_{2,1}(t_{2,1}) = -0.4, x_{2,2}(t_{2,2}) = 0.8, -d_i \leq t_{i,k} \leq 0, (i = k = 1, 2)$ 이다. 제안한 분산 제어 시스템을 위한 매개변수는 $\mu_{i,k} = 10, \lambda_{i,k} = 0.001, \sigma_{i,k} = 0.001, \zeta_{i,k} = 0.01 (i = k = 1, 2)$ 이며, SRWNN의

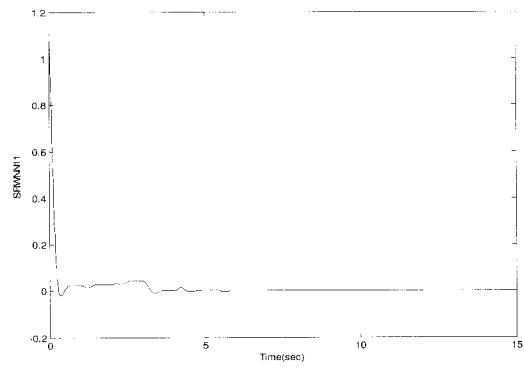
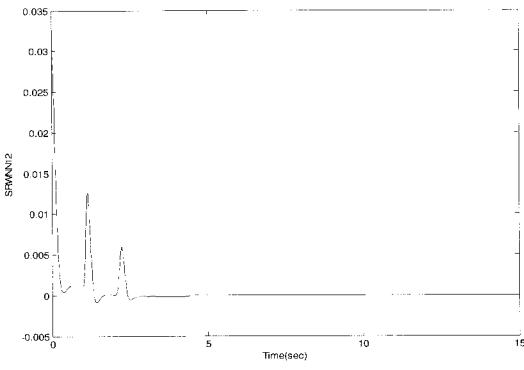
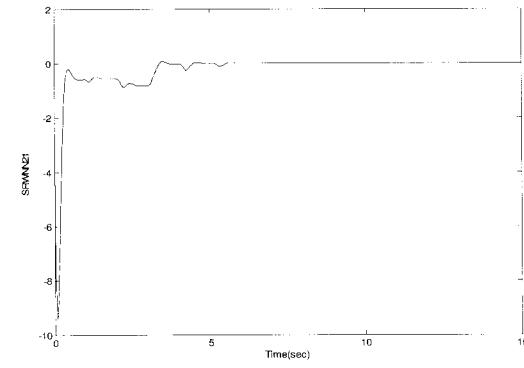
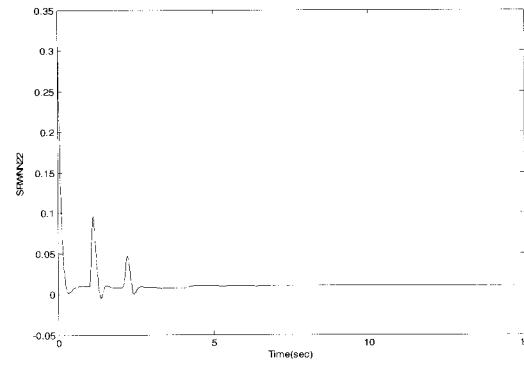
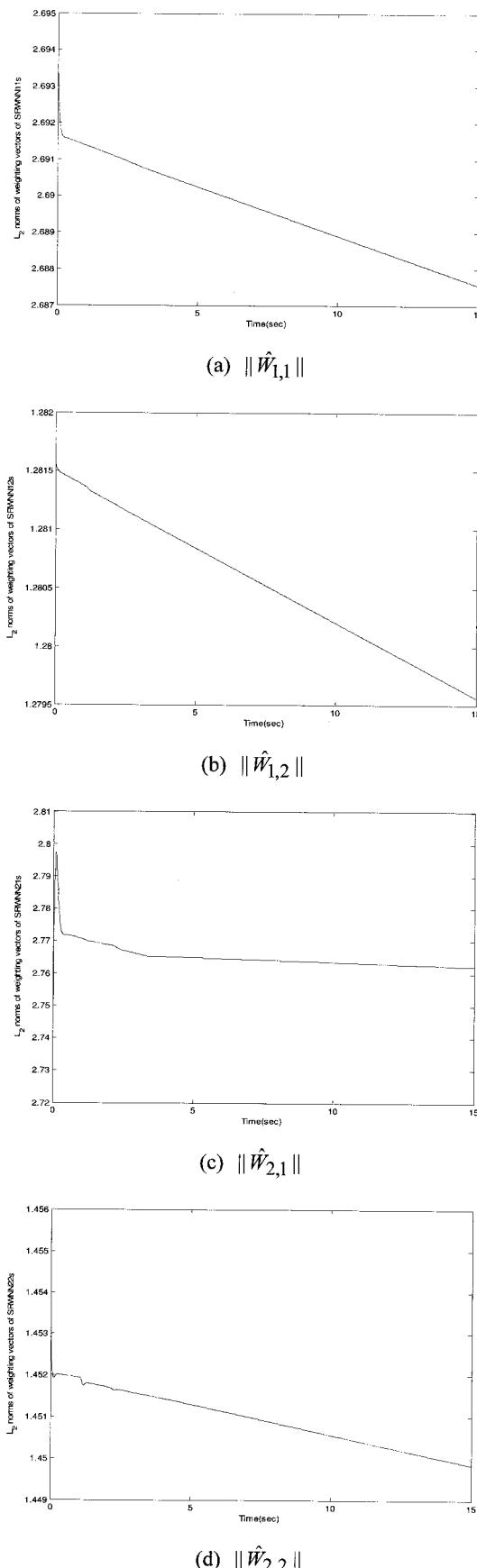
(a) $\hat{\Xi}_{1,1}$ (b) $\hat{\Xi}_{1,2}$ (c) $\hat{\Xi}_{2,1}$ (d) $\hat{\Xi}_{2,2}$

그림 3. SRWNN 출력.

Fig. 3. SRWNN outputs.

그림 4. SRWNN의 가중치의 L_2 크기.Fig. 4. L_2 norm of weight vectors of SRWNNs.

간단한 구성을 위해 단지 하나의 콜럼 노드를 갖는 SRWNN 시스템들을 사용한다. SRWNN 시스템들의 불확실한 초기의 학습 가중치들은 온라인 학습 법칙 (12)에 의해 최적으로 학습한다. 안정화 결과와 각각의 부 시스템의 제어 입력들은 그림 1과 2에서 보여준다. 여기서 설계된 제어 법칙은 시간이 0인 시점에서 작용한다. 그림 1과 2의 결과로부터 본 논문에서 제안한 제어기는 상호 연계 시스템의 시간 지연 현상을 극복할 수 있다는 것을 보여준다. 그림 3과 4에서는 SRWNN의 출력들과 SRWNN의 가중치의 L_2 높을 보여주며, 그 결과로부터 SRWNN은 불확실성을 지능적으로 보상할 수 있음을 확인할 수 있다.

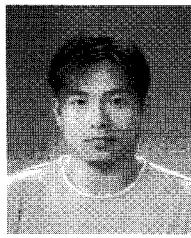
V. 결론

본 논문에서는 제어 입력에 불일치한 시간 지연 상호 연계를 갖는 비선형 대규모 시스템의 분산 적용 제어 기법을 제안하였다. 대규모 시스템의 복잡성 완화를 위한 간단한 제어기를 설계하기 위해 DSC 기법을 확장하여 적용하였다. 또한 시간 지연 현상을 극복하기 위해 르아프노브-크라소브스키 함수를 이용하였으며, 이때 발생된 비선형 함수 부분과 시스템의 비선형 함수 부분을 보상하기 위해 SRWNN을 이용한 함수 근사화 기법을 적용하였다. 마지막으로 본 논문에서 제안한 제어 시스템의 성능을 검증하기 위해 모의 실험 결과를 제시하였다. 모의 실험 결과로부터 본 논문에서 제안한 제어기의 만족스러운 성능을 검증하였다.

참고문헌

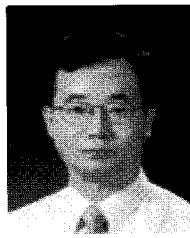
- [1] Z. Hu, "Decentralized stabilization of large scale Interconnected systems with delays," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 39, no. 1, pp. 180-182, 1994.
- [2] M. S. Mahmoud and S. Bingulac, "Robust design of stabilizing controller for interconnected time-delay systems," *Automatica*, vol. 34, no. 6, pp. 795-800, 1998.
- [3] B. Xu and J. Lam, "Decentralized stabilization of large-scale interconnected time-delay systems," *Jour. Optimization Theory and Applications*, vol 103, no. 1, pp. 231-240, 1999.
- [4] J. H. Park, "Robust nonfragile decentralized controller design for uncertain large-scale interconnected systems with time-delays," *Jour. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 124, pp. 332-336, 2002.
- [5] H. S. Wu, "Decentralized stabilizing state feedback controllers for a class of large-scale systems including state delays in the interconnections," *Jour. Optimization Theory and Applications*, vol. 100, no. 1, pp. 59-87, 1999.
- [6] H. Xu, "Decentralized adaptive robust control for a class of large-scale systems including delayed state perturbations in the interconnections," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 47, no. 10, pp. 1745-1751, 2002.
- [7] C. H. Chou and C. C. Cheng, "A decentralized model reference adaptive variable structure controller for large-scale time-varying delay systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 48, no. 7, pp. 1213-1217, 2003.
- [8] H. S. Wu, "Decentralized adaptive robust state feedback for uncertain large-scale interconnected systems with time delays," *Jour. Optimization Theory and Applications*, vol. 126, no. 2, pp. 439-462, 2005.

- [9] C. Hua, X. Guan, and P. Shi, "Robust decentralized adaptive control for interconnected systems with time delays," *Jour. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 127, pp. 656-662, 2005.
- [10] C. Hua, X. Guan, and P. Shi, "Decentralized robust model reference adaptive control for interconnected time-delay systems," *Jour. Computational and Applied Mathematics*, vol. 193, pp. 383-396, 2006.
- [11] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, Wiley, Hoboken, NJ, 1995.
- [12] D. Swaroop, J. K. Hedrick, P. P. Yip, and J. C. Gerdes, "Dynamic surface control for a class of nonlinear systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 45, no 10, pp. 1893-1899, Oct. 2000.
- [13] P. P Yip and J. K. Hedrick, "Adaptive dynamic surface control: A simplified algorithm for adaptive backstepping control of nonlinear systems," *Int. J. Control*, vol. 71, no. 5, pp 959-979, Nov. 1998.
- [14] D. Wang and J. Huang, "Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form," *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 16, no. 1, pp. 195-202, Jan. 2005.
- [15] S. J. Yoo, J. B. Park, and Y. H. Choi, "Adaptive dynamic surface control for stabilization of parametric strict-feedback nonlinear systems with unknown time delays," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 52, no. 12, pp. 2360-2365, 2007.
- [16] S. J. Yoo, J. B. Park, and Y. H. Choi, "Indirect adaptive control of nonlinear dynamic systems using self recurrent wavelet neural network via adaptive learning rates," *Information Sciences*, vol. 177, no. 15, pp. 3074-3098, 2007.
- [17] S. J. Yoo, J. B. Park, and Y. H. Choi, "Adaptive dynamic surface control of flexible-joint robots using self-recurrent wavelet neural networks," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern.*, vol. 36, no. 6, pp. 1342-1355, Dec. 2006.
- [18] F. J. Lin, T. S. Lee, and C. H. Lin, "Robust H_∞ controller design with recurrent neural network for linear synchronous motor drive," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 50, no. 3, pp. 456-470, 2003.
- [19] M. M. Polycarpou and M. J. Mears, "Stable adaptive tracking of uncertain systems using nonlinearly parameterized on-line approximators," *Int. J. Control*, vol. 70, no. 3, pp. 363-384, 1998.
- [20] P. A. Ioannou and P. V. Kokotovic, *Adaptive Systems with Reduced Models*, Springer-Verlag, New York, 1983.



유 성 진

2003년 연세대학교 전기전자공학과 졸업. 2005년 동 대학원 석사 졸업. 2009년 동 대학원 박사 졸업(공학박사). 관심분야는 비선형제어, 강인 제어, 적응 제어, 신경망 회로 이론, 로보틱스, 카오스 시스템.



박 진 배

1977년 연세대학교 전기공학과(공학사). 1985년 Kansas 주립대학교 전기공학과(공학석사). 1990년 Kansas 주립대학교 전기공학과(공학박사). 1992년~현재 연세대학교 전기전자공학과 교수. 관심분야는 강인 제어, 필터, 비선형 제어, 이동 로봇, 퍼지 이론, 신경망 회로 이론.