

# 이동로봇의 장애물 회피를 위한 복소 포텐셜 항법의 개선

## Enhancement of Complex Potential Navigation Method for Obstacle Avoidance of Mobile Robot

김 동 한, 류 근 호\*  
(Donghan Kim and Keun-Ho Rew)

**Abstract :** This paper deals with the enhancement of the complex potential navigation for wheeled mobile robots. The circle theorem from complex function theory is used to avoid an obstacle, and the enhancement to avoid multiple obstacles is proposed. The limit cycle navigation can be combined for robot to kick the ball to the intended direction. Avoiding step and superposing twin vortices can be applied to adjust the direction of robot's trajectory. The proposed method is verified through a set of simulation works, and the feasibilities for the enhancement of complex potential theory are successful.

**Keywords :** complex potential theory, limit cycle navigation, robot soccer, multiple obstacle avoidance

### I. 서론

로봇 축구 경기는 환경이 능동적으로 계속 변화하는 전형적인 다개체 로봇 시스템이다. 같은 팀과는 협동을 하고 상대팀과는 경쟁을 하며 많은 전략이 들어가는 경기로서 13년 전 한국에서 세계 최초로 제안되고 국제 경기가 실시된 로봇 경기방식이다. 로봇 축구에서 당면 문제는 비전 시스템을 통한 빠르고 정확한 위치 추적, 위치를 이용한 항법 계획, 계획된 경로 추종 등의 세 가지로 크게 나눌 수 있다. 이 중 항법 계획은 로봇 축구팀의 승패를 판가름 짓는 중요한 요소이다. 로봇 항법의 관점에서 볼 때, 로봇은 다중의 이동 장애물과 단일한 이동 목표물이 있는 능동적 환경에 처해 있다고 볼 수 있다. 예를 들어, 아래 그림 1은 백색 로봇이 상대편 회색 로봇 둘을 피해 작은 공을 상대편 골대를 향해 찰 때 항로 계획을 실선으로 그린 것이다. 참고로, 5:5 로봇 축구의 경우, 경기장은 220x180 cm를 가지며, 사방은 벽으로 막혀 있다[1].

로봇 축구에 적용된 기존의 항법들을 살펴보면, 심 등[2]은 공 주위를 네 개의 구역으로 나누어 각기 다른 제어기를 적용하는 방법인 four-mode 제어 구조를 제안했다. 김 등 [3,4]는 공의 앞뒤에 두 점을 정하고, 이 점들에서 현재 위치까지의 vector들 사이의 각도를 구한 후, 임의의 정수를 곱한 각도를 로봇이 따라가게 하는 방법인 uni-vector field법을 제안했다. 이 등[5]는 기하학적인 방법과 퍼지 논리를 합쳐서 항법을 만든 후, 이를 진화 연산을 통해서 최적화시켰다. 김 등 [6]은 limit cycle 항법을 제안하여 간편하게 장애물 회피나 로봇이 공을 차는 방향을 결정짓도록 하였다.

본 논문에서는 기존의 포텐셜 항법[7,8]을 개선한 복소 포텐셜 이론[9-13]을 개선하여 장애물이나 로봇이 추가/감소되거나 환경이 계속 변화하는 상황에서도 적용할 수 있도록 복소 포텐셜 항법 (complex potential navigation) 을 개선하였다. 개선된 방법은 기존 복소 포텐셜 방법의 장점들을 살리면서 해석 함수론의 원 정리(circle theorem)를 다중 적용한다.

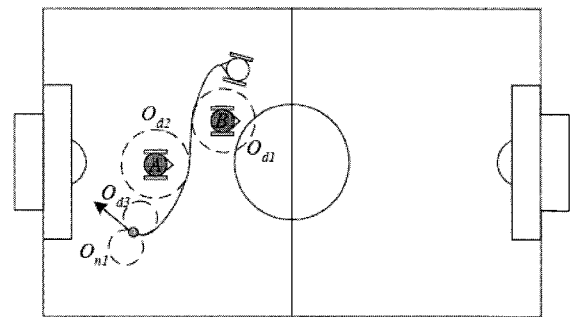


그림 1. 로봇축구 예제[6].

Fig. 1. Example of robot soccer[6].

수치모사를 통해 제안한 방법의 가능성을 타진하고, 복소 포텐셜 항법의 효율성을 검토하겠다.

### II. 복소 포텐셜 항법 이론 및 개선

#### 1. 복소 포텐셜 항법 이론

포텐셜 항법(potential navigation)은 복소수 이론을 유체역학의 비압축성, 비점성 액체의 흐름을 기술하기 위해 개발된 포텐셜 흐름(potential flow)에서 유래한 항법으로서 흐르는 물과 같이 로봇의 항로를 유선형으로 기술해 준다는 특징이 있다. 이 포텐셜 항법을 복소수 형태로 기술하면 수식이 단순해지고 복소수 이론을 적용할 수 있다는 장점이 있어 복소 포텐셜 이론으로 확장되었으며 로봇 게임에 적용할 때 장애물이 여러 개인 경우에 사용하기 힘든 제한을 해결하기 위한 노력들이 있어왔다[14].

아래 (1)과 같이 실수부는 포텐셜(potential),  $\phi$  이고, 허수부는 유선(streamline),  $\psi$  인 복소 포텐셜을 도입하자.

$$w = \phi + i\psi \quad (1)$$

복소수 이론에서 포텐셜과 유선은 항상 직각을 이룬다. 2차원 포텐셜에서 속도는 다음 (2)와 같이 포텐셜의 gradient로 유도된다.

$$\vec{V} \equiv \nabla \phi = \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y} \right\} \quad (2)$$

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2009. 1. 30., 채택확정: 2009. 2. 25.

김동한 : 경희대학교 전자정보대학(donghani@khu.ac.kr)

류근호 : 호서대학교 로봇공학과(khrew@hoseo.edu)

\* 본 연구는 호서대학교 학술연구비 지원으로 연구된 논문임.

비압축성 흐름에서는 다음 (3)과 같이 속도의 divergence는 0이 된다.

$$\nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{3}$$

(2),(3)에서 다음 (4)와 같이 유명한 라플라스 방정식(Laplace's equation)이 유도된다.

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \tag{4}$$

포텐셜과 유선의 직교성과 (1)-(4)에서 다음을 얻을 수 있다.

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{5a}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \tag{5b}$$

$$\frac{dw}{dz} = u - iv \tag{5c}$$

이제, 다음과 같이 반지름이 R인 원 형태의 장애물과 어떠한 복소 포텐셜을 기술하는 함수  $f(z)$ 이 있을 때 복소수 이론에서 다음의 원 정리가 성립된다[15-17]. 이때 원의 위치가 좌표의 중심일 때만 원 정리가 성립된다는 점을 주의하자.

$$w(z) = f(z) + \bar{f}(\bar{z}) = f(z) + \bar{f}(R^2/z) \tag{6}$$

여기서,  $\bar{f}, \bar{z}$  는 각각  $f, z$  의 켈레 복소수 (complex conjugate)이다.

다음 (7)과 같이 자유로운 흐름(free stream)을 기술해보자.

$$f(z) = U \cdot z \tag{7}$$

여기서 U는 유속을 뜻한다.

(6)-(7)에서 자유로운 흐름에 반지름 R인 장애물이 있을 때 원 정리를 적용하면 아래 (8)과 같이 유도된다.

$$w(z) = U(z + R^2/z) \tag{8}$$

위 (8)의 자유로운 흐름에 반지름 1인 장애물이 있을 때의 흐름을 나타내면 그림 2와 같다.

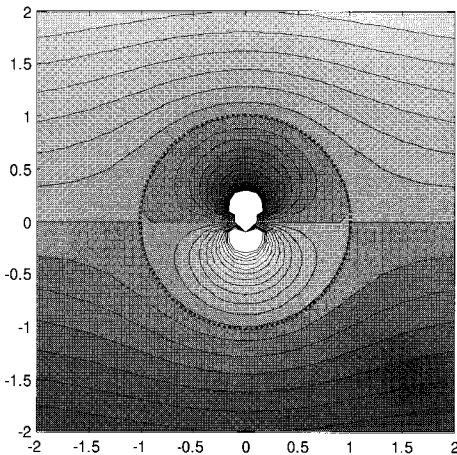


그림 2. 장애물을 회피하는 자유흐름 유선.  
Fig. 2. Streamline of free stream avoiding obstacle.

그림 2를 보면, 장애물 안에도 유선이 보이는데, 실제로는 장애물 속으로 들어갈 수 없기 때문에 이 유선들은 무시할 수 있다.

이제, 공을 향해 로봇이 가기 위해서 어느 장소에서든지 유선들이 모이는 sink의 복소 포텐셜을 도입해 보자.

$$w_s(z) = K_s \ln(z - z_s) \tag{9}$$

여기서  $K_s$  는 sink의 강도로서 이 값이 음수방향으로 클수록 싱크에 빨리 도달하게 된다.  $z_s$  는 목표지점은 공의 위치를 복소수로 나타낸 것이다.

공과 장애물이 동시에 있을 때 원 정리를 적용하면 아래와 같다.

$$w(z) = K_s [\ln(z - z_s) + \ln(\bar{z} - \bar{z}_s)] = K_s [\ln(z - z_s) + \ln(R^2/z - \bar{z}_s)] \tag{10}$$

이때의 속도를 구하면 아래와 같다.

$$\frac{dw}{dz} = u - iv = K_s \left[ \frac{1}{z - z_s} - \frac{R^2/z^2}{R^2/z - \bar{z}_s} \right] \tag{11}$$

복소 포텐셜 이론의 가장 강력한 점은 아래와 같이 임의의 포텐셜에 대해서도 중첩의 원리(superposition principle)가 적용될 수 있다는 점이다.

$$w(z) = \sum_i w_i(z) \tag{12}$$

2. 복소 포텐셜 항법 이론의 개선

복소 포텐셜 항법 이론은 장애물이 한 개이고, 장애물이 원점에 놓였다는 가정을 하였는데 이를 임의의 위치에 놓인 다수의 장애물에 적용할 수 있도록 복소 포텐셜 이론을 확장하여 보자.

우선 장애물이 임의의 좌표,  $Z_0$ 를 가지고 있는 경우, 포텐셜 흐름의 속도를 구하기 전에 초기 위치, 목표위치와 복소 포텐셜을 장애물의 위치로 빼주어 장애물이 원점에 위치한 상황으로 만든다. 이후, 복소 포텐셜의 계산이 끝난 후에 다시 장애물의 위치를 더하면 임의의 위치에 장애물이 놓여있

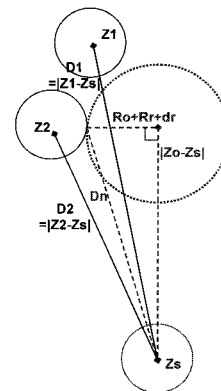


그림 3. 회피모드 판단을 위한 거리 정의.  
Fig. 3. Definitions of distances for avoiding obstacles.

어도 이를 피해갈 수 있다.

반지름  $R_r$ 인 로봇의 현재 좌표  $Z_i$  와 목표지점,  $Z_s$  와의 사이에 장애물이  $Z_o$  에 있는 경우인 그림 3을 살펴보자. 로봇이 목표지점인  $Z_s$ 에 다가갈 때에 점선의 장애물을 만나기 전인  $Z_1$ 상태에서는 장애물 회피 모드로 경로 계획을 짜고, 장애물 회피가 끝난 상태인  $Z_2$  상태에서는 직선으로 경로 계획을 짜기 위해 반지름  $R_o$ 의 장애물 회피 모드를 빠져나갔는지에 대한 판단 기준을 아래 (13)과 같이 제안하자.

$$|Z_1 - Z_s|^2 \leq (R_o + R_r + dr)^2 + |Z_o - Z_s|^2 \quad (13)$$

위 (13)과 같은 상태가 되면 장애물을 빠져나간 상태이고, 이때부터 다음 번 장애물을 피하는 경로계획을 시작한다. 이와 같은 과정을 반복하면 여러 개의 장애물을 회피할 수 있다. 이상의 개선된 복소 포텐셜 알고리즘을 장애물이 두 개 있는 경우에 대해 flow chart로 정리하면 다음과 같다.

여기서, flow chart에서  $Z_{ob1}$ ,  $Z_{ob2}$ 는 각각 첫째 둘째 장애물의 위치를 복소수로 표현한 것이며,  $Z_0$ ,  $Z_s$ 는 각각 로봇의 출발 위치 및 도착 위치이다.  $i, j$ 는 반복 루프에서 인덱스 번호이며,  $dr$  은 장애물 회피를 위한 안전 거리이며,  $D_i, D_s$  는 각각  $|Z_1 - Z_s|$  와  $\sqrt{(R_o + R_r + dr)^2 + |Z_o - Z_s|^2}$  를 뜻한다.

김 등[6]이 제안한 limit cycle 방법은 아래 (14)와 같은 2차 비선형 방정식을 이용하여 장애물을 원하는 방향 및 속도로 원형의 장애물을 회피할 수 있는 항법이며, 이를 복소 포텐셜 항법에 적용하여 로봇 추구를 할 때 이동 로봇이 공을 차는 방향을 정하는데 사용하여 보자.

반지름  $r$ 의 장애물을 좌표  $(x, y)$ 에서 회피하기 위해 필요한  $x, y$ 축 속도는 아래 (14)와 같다[6].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= s \cdot y + \alpha x(r^2 - x^2 - y^2) \\ \dot{y} &= -s \cdot x + \alpha y(r^2 - x^2 - y^2) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $s$ 는 반시계 및 시계 방향으로 회전할 때 각각 +1, -1

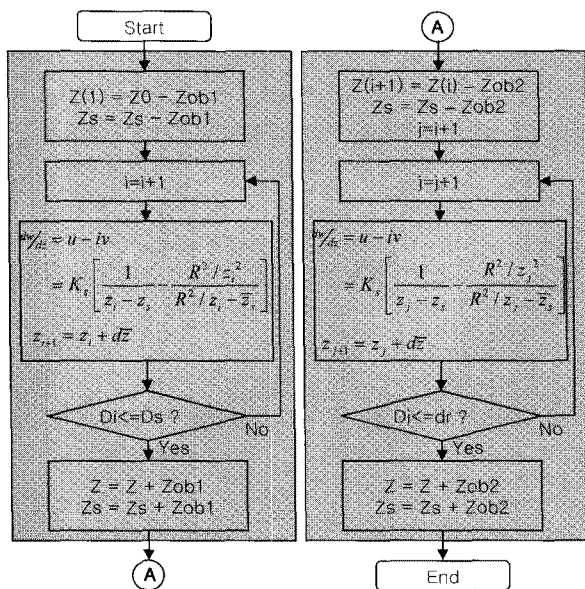


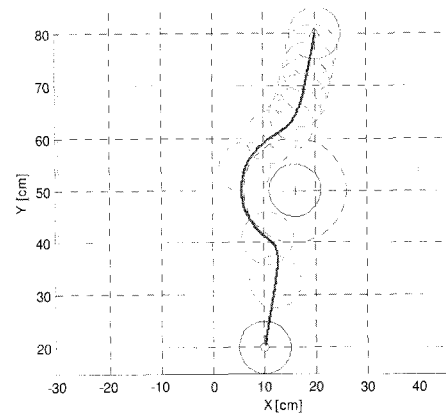
그림 4. 다중 장애물 회피 항법 순서도.  
Fig. 4. Navigation flowchart for avoiding multiple obstacles.

값을 가지게 되며,  $\alpha$  는 양수이며 0에 가까워질수록 반지름  $r$ 인 원에 천천히 수렴하게 된다. (14)를 이용하여 공을 칠 때 원하는 방향과 접선이 되도록 원형으로 로봇을 이동시키면 공이 직선으로 원하는 방향으로 향하게 된다.

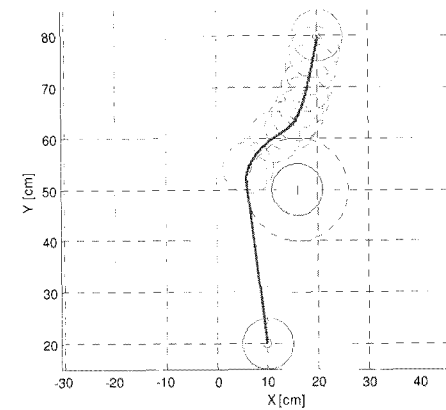
III. 개선된 복소 포텐셜 항법의 수치모사 결과

개선된 복소 포텐셜 항법을 이용하여 다양한 사례에 대해서 수치모사를 통해 성능을 검토하여 보자.

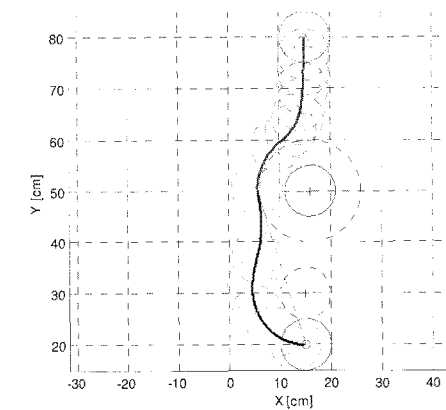
그림 5(a)는 (11)을 사용한 복소 포텐셜 항법을 이용하여



(a) avoiding obstacle



(b) avoiding obstacle and linear navigation



(c) avoiding obstacle and limit cycle navigation

그림 5. 다중 장애물 회피 및 limit cycle 항법과의 복합.

Fig. 5. Hybrid navigation with limit cycle and navigation for avoiding multiple obstacles.

장애물을 회피하는 모습을 보여주고 있다. 좌표 (15, 50)의 직선으로 나타낸 장애물을 나타내고 있으며, 좌표 (20, 80)에서 시작하여 좌표 (10, 20)에서 끝나는 궤적을 보면, 좌표 (15, 50)을 중심으로 한 점선을 성공적으로 회피하는 것을 확인할 수 있다. 그림 5(b)를 보면 (13)을 이용하여 장애물 회피가 성공적으로 끝나면 직선 항법으로 성공적으로 바꾸는 모습을 관찰할 수 있다. 그림 5(c)는 (14)를 이용하여 좌표 (15, 30)에 limit cycle을 위치시킨 후,  $\alpha$ 는 0.01로 택하였다. 이동 로봇이 의도한대로 장애물을 회피한 후, 부드럽게 목표지점인 좌표 (15, 20)의 공을 반시계 방향으로 차는 항로를 보여주고 있다. 그림 5를 통해서 이동 로봇이 장애물을 성공적으로 피해가며, 복소 포텐셜 항법의 장점인 유선형으로 이동한다는 점을 관찰할 수 있다.

이번에는 (13)과 그림 4를 이용하여 다중 장애물을 서로 다른 방향으로 연속적으로 회피한 후, (14)의 limit cycle 항법을 이용하여 이동 로봇이 공을 차는 모습을 그림 6에 보여주고 있다. 의도한대로 세 개의 장애물을 성공적으로 회피하고 있음을 보여주고 있다.

복소 포텐셜 항법을 사용하며, 중첩의 원리 및 복소수 이론을 손쉽게 적용할 수 있어, 그림 7과 같이 계단을 회피할

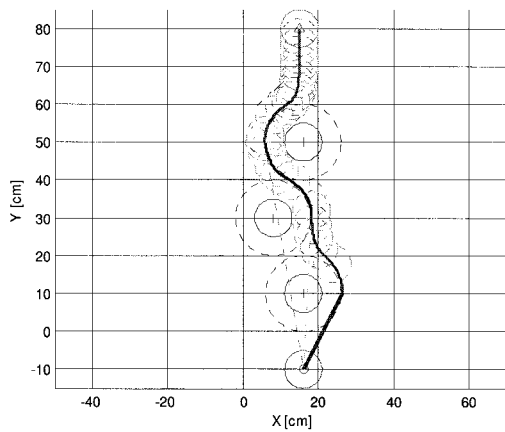


그림 6. 세 개의 장애물을 회피하는 항법.  
Fig. 6. Navigation for avoiding three obstacles.

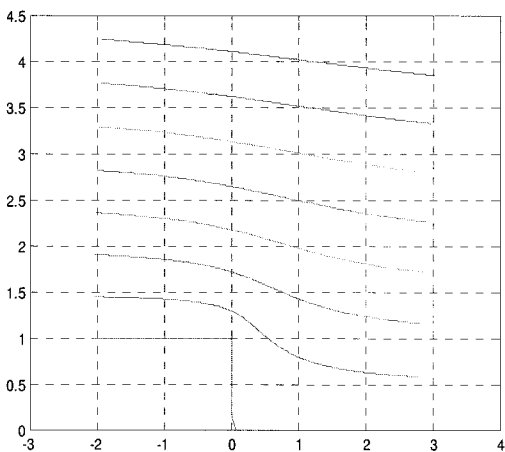


그림 7. 계단 근처의 유선들.  
Fig. 7. Streamlines near step.

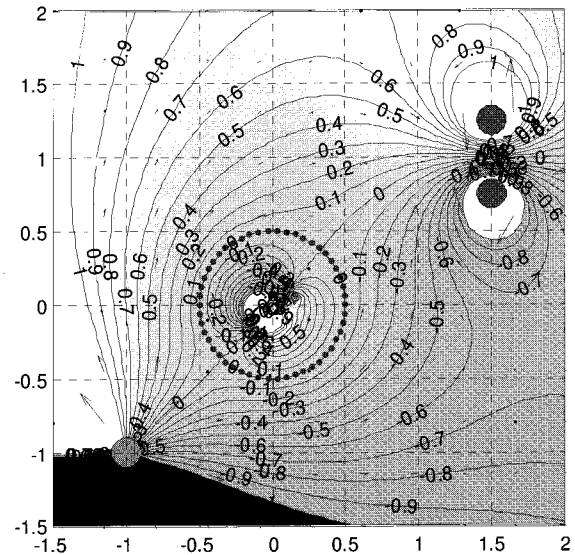


그림 8. 쌍둥이 vortex들을 중첩하여 항로 방향을 조정하기 위한 유선들.  
Fig. 8. Streamlines with superposing twin vortices for adjusting robot direction.

수 있다. 그림 7은 슈바르츠-크리스토펬 변환(Schwartz-Christoffel's transformation)[10,15-17]을 이용하여 복소수의 상반면(upper half plane)을 계단 위의 평면으로 변환한 후, 자유 흐름을 보여준 것이다.

그림 8은 vortex potential을 source potential에 중첩시켜 vortex potential 사이의 목표지점에 향하는 방향을 조정하여 유선을 나타낸 것이다. 유선들에 쓰여진 숫자는 (1)에서 유선,  $\psi$ 가 각 선에서 가지는 값이며, 양수인 경우 장애물을 시계 방향으로, 음수인 경우 반시계 방향으로 회피함을 알 수 있다. 또한, 서로 반대방향인 쌍둥이 vortex들을 목표지점의 아래 위에 추가 함으로서 로봇이 어느 지점에서 출발하더라도 목표지점에 원하는 방향(여기서는 3시 방향)으로 로봇이 이동하도록 할 수 있음을 관찰할 수 있다.

**IV. 결론**

본 논문에서는 기존에 사용되던 복소 포텐셜 항법을 개선 및 확장하여 두 개 이상의 장애물을 회피하거나, limit cycle 항법을 동시 사용할 수 있도록 개선하였다.

이 외에도 쌍둥이 vortex를 중첩시키거나 복소수의 다양한 변환 이론들을 이용하여 로봇이 계단을 회피하거나 로봇이 목표지점에 원하는 방향으로 이동시킬 수 있음을 수치모사를 통하여 보였다. 이처럼 복소 포텐셜 항법은 다양한 시도가 가능하고 다른 항법 이론과 합칠 수 있는 로봇 항법이며 로봇 축구 등에 성공적으로 적용될 수 있다.

향후 로봇 축구 실험을 통해, 복소 포텐셜 항법의 유용성을 테스트하고 limit cycle 방법과 경기 성능을 비교하고자 한다.

**참고문헌**

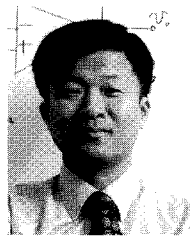
[1] FIRA home page: <http://www.fira.net/>  
[2] H.-S. Sim, M.-J. Jung, H.-S. Kim, J.-H. Kim, and P. Vadakkepat, "A hybrid control structure for vision based soccer robot

- system," *Intelligent Automation and Soft Computing*, vol. 6, no. 1, pp. 89-101, 2000.
- [3] Y.-J. Kim, J.-H. Kim, and D.-S. Kwon, "Evolutionary programming-based univector field navigation method for fast mobile robots," *IEEE Trans. on Systems Man, and Cybernetics*, vol. 31, no. 3, pp. 450-458, 2001.
- [4] D.-H. Kim, Y.-J. Kim, K.-C. Kim, J.-H. Kim, and P. Vadakkepat, "Vector field based path planning and petri-net based role selection mechanism with Q-learning and the soccer robot," *Intelligent Automation and Soft Computing*, vol. 6, no. 1, pp. 75-88, 2000.
- [5] M.-S. Lee, M.-J. Jung, and J.-H. Kim, "Evolutionary programming-based Fuzzy logic path planner and follower for mobile robots," *Congress on Evolutionary Computation*, vol. 1, pp. 139-144, San Diego, USA, July 2000.
- [6] D. H. Kim and K.-H. Rew, "Limit-cycle navigation method for fast mobile robots," *J. of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 14, no. 11, pp. 1130-1138, 2008.
- [7] J. O. Kim and P. K. Khosla, "Real-time obstacle avoidance using harmonic potential functions," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 8, no. 3, pp. 338-349, 1992.
- [8] Y. Koren and J. Borenstein, "Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation," *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation*, vol. 2, pp. 1398-1404, 1991.
- [9] K.-H. Rew and D. H. Kim, "Navigation method for wheeled mobile robot using streamline of complex potential flow," *International Conference on Control, Automation and Systems*, Seoul, Korea, pp. 2841-2844, 2008.
- [10] Paul Nylander's web site on potential flow. <http://www.bugman123.com/GANNAA/>
- [11] S. Waydo and R. M. Murray, "Vehicle motion planning using stream functions," *IEEE Conference on Robotics and Automation*, pp. 2484-2491, 2003.
- [12] S. Waydo, "Vehicle motion planning using stream functions," *CDS Technical Report 2003-001*, May 2003.
- [13] M. Campbell, R. D'Andrea, D. Schneider, A. Chaudhry, S. Waydo, J. Sullivan, and J. Veverka, "RoboFlag games using systems based, hierarchical control," *Proc. of the American Control Conference*, pp. 661-666, 2003.
- [14] P. Vadakkepat, K. C. Tan, and M.-L. Wang, "Evolutionary artificial potential fields and their application in real time robot path planning," *Congress on Evolutionary Computation*, vol. 1, pp. 256-263, 2000.
- [15] J. P. Keener, *Principles of Applied Mathematics*, Addison-Wesley Pub., Ch. 6, 1988.
- [16] D. Zwillinger, *Standard Mathematical Tables and Formulae*, 31st ed., Chapman & Hall CRC Pub., Ch. 1, 2003.
- [17] M. R. Spiegel, *Theory and Problems of Complex Variables*, Schaum's Outline Series, McGrawHill Pub., Ch.8-9, 1988.



#### 김 동 한

2003년 KAIST 전기 및 전자공학과 박사학위. 2003년~2004년 일리노이 주립대학 Post Doc. 2004년~2007년 삼성전자 무선사업부 책임연구원. 2007년~현재 경희대학교 전자정보대학 교수. 관심분야는 로봇제어, 다개체 지능제어.



#### 류 근 호

1994년 KAIST 기계공학과(공학사). 1996년 동 대학원(공학석사). 2001년 동 대학원(공학박사). 1998년~2003년 미래산업. 2003년~2005년 파인디앤씨. 2005년~현재 호서대학교 로봇공학과 교수. 관심분야는 모터 제어, 이동 로봇, 반도체/

디스플레이 장비 개발.