

3 × 3 라틴방격모형의 검정력 분석[†]

최영훈¹

한신대학교 정보통계학과

접수 2009년 1월 18일, 수정 2009년 3월 8일, 게재확정 2009년 3월 23일

요약

두 블럭인자와 하나의 주인자로 구성된 3 × 3 라틴방격모형의 특성으로 인하여 주효과를 검정하기 위한 순위변환 통계량의 검정력은 모집단의 분포유형에 상관없이 모수적 통계량의 검정력보다 전반적으로 월등히 높은 수준이다. 특히 세인자가 모두 고정인 경우, 하나의 블럭인자만이 랜덤인 경우, 두 블럭인자가 모두 랜덤인 경우의 순서로 주효과를 검정하기 위한 순위변환 통계량의 검정력이 모수적 통계량의 검정력에 비하여 상대적으로 높다. 또한 검정하고자 하는 주효과와 크기가 크되 동시에 동일크기의 하나의 블럭효과 및 또다른 블럭효과 크기는 상대적으로 작을수록 주효과를 검정하기 위한 순위변환 통계량의 검정력은 모수적 통계량의 검정력보다 상대적 우위성을 갖는다.

주요용어: 3 × 3 라틴방격모형, 검정력, 분산분석 순위통계량, 혼합효과.

1. 서론

순위자료에 모수적 검정기법을 적용하는 순위변환기법의 응용으로 Hora와 Conover (1984), Hora와 Iman (1988), Kepner와 Robinson (1988)는 랜덤화 블럭모형 및 이원배치법하에서 순위변환을 이용한 주효과 검정통계량은 카이제곱분포로 수렴하며, Fabian (1991), Thompson (1991), Akritas와 Arnold (1994, 2000)는 이원배치법하에서의 상호작용 개념 등의 복잡성으로 말미암아 상호작용효과를 검정하기 위한 이론적 전개의 문제점을 제시하면서 더 많은 정의 및 연구가 수행되어야 한다고 제안하고 있으며, Gorman과 Akritas (2001), Choi (1998, 2008)는 요인증가 및 지분모형에 따른 모수적 통계량과 순위변환 통계량의 접근성을 통한 제1종오류와 검정력 비교를 제시하고 있으며, Akritas 등 (1997), Akritas와 Papadatos (2004)는 비균형요인모형하에서의 순위통계량 및 등분산 가정을 위배하는 일원배치법하에서의 순위통계량을 분석연구하였다. 특히 최근까지의 주요 연구논문들은 요인계획법 이외의 경우에 이론적 전개의 복잡성으로 인한 한계 및 문제점 등을 제시하고 있으며, 추가적으로 다양한 모형으로의 순위변환 적용 및 시뮬레이션 연구 등을 확대하는 추세이다. 즉 순위변환 기법의 큰 장점은 순위로 대체한 자료를 바탕으로 기존의 모수적 검정을 적용하는 간편성 및 편리성이며 주로 실험계획 모형분석 연구에 지속적으로 이용되고 있다.

따라서 본 연구대상의 주된 관심사는 이제까지 기존의 Jang과 Kim (2002), Park과 Kim (2003)의 제한된 요인계획법 모형에서 벗어나 현실적으로 자주 이용될 수 있는 완전확률화블럭모형의 확대된 개념인 3 × 3 라틴방격모형의 순위변환에 따른 검정력 분석을 우선적으로 살펴봄으로써, 순위변환 응용 및 이론적 연구의 지속적 가능성을 검토하여 보고자 한다. 라틴방격모형은 관심대상인 주효과의 모든 처리수준들이 주어지진 두 블럭수준내에서 단지 한번씩만 할당되는 특이한 형태의 모형으로서 주효과 무위를

[†] 본 연구는 한신대학교 학술연구비 지원에 의한 것임.

¹ (447-791) 경기도 오산시 양산동 411, 한신대학교 정보통계학과, 교수. E-mail: choicyh@hs.ac.kr

검정하기 위한 통계량의 연구가 이루어지지 못한 실정이다. 특히 표본크기의 제한에 따른 제약성으로 인하여 검정통계량의 이론적 접근성 전개가 무의미하다고 판단되므로 3×3 라틴방격모형의 주효과 유무의 검정을 위하여 모수적 ANOVA F 통계량과 Conover와 Iman (1981)에 의해 일련의 관측된 원자료를 크기순으로 순위대체한 후 모수적 검정을 적용하는 과정으로 정의되는 순위 변환된 ANOVA FR 통계량 사이의 검정력을 정규, 지수, 이중지수, 균일분포 등의 다양한 모집단분포하에서의 자료를 이용한 시뮬레이션을 통하여 비교분석해 보고자 한다.

한편 라틴방격모형은 세개의 인자가 존재하지만 관심대상인 한 개의 주효과와 두개의 부수적인 블럭효과로 구성된 변이성으로 말미암아, 주효과 유무를 검정하기 위하여 세인자들이 모두 고정인 경우의 고정효과에 따른 검정력 분석뿐만 아니라 인자들이 랜덤인 경우를 가정한 혼합효과 및 랜덤효과 존재시에는 랜덤성으로 인하여 F 통계량 및 FR 통계량간의 검정력에 어떠한 영향력을 미치는지도 본 연구를 통하여 처음으로 구체적으로 살펴보고자 한다.

즉 3×3 라틴방격모형의 검정력 분석을 세분화하여 검토한 바, 첫째로 두 블럭인자 A, B 와 주인자 C 가 모두 고정인 경우의 주효과의 검정력을, 둘째로 하나의 블럭인자 B 만이 랜덤이며 또 다른 블럭인자 A 와 주인자 C 가 고정인 경우의 주효과의 검정력을, 셋째로 두 블럭인자 A, B 가 모두 랜덤이고 주인자 C 만이 고정인 경우의 주효과의 검정력을 중심으로 자세히 분석하고자 한다.

2. 연구내용 및 방법

따라서 연구대상인 3×3 라틴방격모형은

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \tau_k + \epsilon_{ijk}, \quad \text{단 } i, j, k = 1, 2, 3$$

으로 표현할 수 있다. 이때 μ 는 총평균을 나타내며 0으로 간주하도록 한다. α_i 는 블럭인자 A의 i 번째 수준의 블럭효과를 나타내며, β_j 는 블럭인자 B의 j 번째 수준의 블럭효과를, τ_k 는 주인자 C의 k 번째 수준의 주효과를 나타낸다. 오차항 ϵ_{ijk} 는 표준정규모집단 $N(0, 1)$, 지수모집단 $Exp(1)$, 이중지수모집단 $D(0, 1)$ 및 균일모집단 $U(0, 1)$ 으로부터 추출된 독립인 관측치를 나타낸다.

한편 주효과 검정을 위한 귀무가설 $H_0 : \tau_k = 0$, 단 $k = 1, 2, 3$ 에 대하여 F 와 FR 은 각각 모수적 ANOVA 검정통계량과 순위에 바탕을 둔 F 검정통계량으로 아래와 같이 정의한다.

표 2.1 주효과 검정을 위한 가설, 통계량 및 기각역

| | A, B, C: 고정 | A, C: 고정, B: 랜덤 | A, B: 랜덤, C: 고정 |
|--------|---|-----------------|-----------------|
| 통계량/가설 | $H_0 : \tau_k = 0$ | | |
| F | $3 \sum_{k=1}^3 (\bar{y}_{..k} - \bar{y}_{...})^2 / \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (y_{ijk} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{..k} + 2\bar{y}_{...})^2$ | | |
| FR | $3 \sum_{k=1}^3 (\bar{R}_{..k} - \bar{R}_{...})^2 / \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (R_{ijk} - \bar{R}_{i..} - \bar{R}_{.j.} - \bar{R}_{..k} + 2\bar{R}_{...})^2$ | | |
| 기각역 | F, FR > $F_{2,2,0.95} = 19.0$ | | |

이때 $\bar{y}_{i..} = \sum_{j=1}^3 y_{ijk}/3$, $\bar{y}_{.j.} = \sum_{i=1}^3 y_{ijk}/3$, $\bar{y}_{..k} = \sum_{i,j=1}^3 y_{ijk}/3$, $\bar{y}_{...} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 y_{ijk}/9$ 을 나타내며, 순위 $R_{ijk} = R(y_{ijk})$, $\bar{R}_{i..} = \sum_{j=1}^3 R_{ijk}/3$, $\bar{R}_{.j.} = \sum_{i=1}^3 R_{ijk}/3$, $\bar{R}_{..k} = \sum_{i,j=1}^3 R_{ijk}/3$, $\bar{R}_{...} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 R_{ijk}/9$ 을 의미한다.

시뮬레이션 과정은 정규, 지수, 이중지수, 균일분포를 따르는 변량을 생성시킨 후, 주어진 고정효과를 발생시키기 위하여 각각의 효과크기에 상응하는 상수를 가산하며, 주효과 검정을 위한 모수적 ANOVA F 통계량 및 순위변환된 ANOVA FR 통계량을 계산한다. 즉 α_i , β_j 의 블럭효과 및 τ_k 의 주효과는 $\alpha_1 = \alpha$, $\alpha_2 = 0.2\alpha$, $\alpha_3 = -1.2\alpha$, $\beta_1 = \beta$, $\beta_2 = 0.2\beta$, $\beta_3 = -1.2\beta$, $\tau_1 = \tau$, $\tau_2 = 0.2\tau$, $\tau_3 = -1.2\tau$ 의

관계식으로부터 유도할 수 있다. 또한 랜덤의 블럭효과를 발생시키기 위하여 기본적으로 오차항과 동일한 분포를 가정한다. 그리고 5% 유의수준하에서의 기각되는 비율을 각각 계산한다.

3장은 전반적으로 제1종 오류율은 Choi (2006)의 지분모형에서와 같이 거의 모든 상황에 걸쳐 통계량의 유형과 상관없이 명목상의 유의수준과 상당히 유사하므로 지면상의 제약으로 결과는 생략하기로 한다. 한편 중요성의 비중은 검정력에 있으므로, 다방면에 걸친 모수적 F 통계량과 순위변환 FR통계량의 검정력 비교분석 연구에 초점을 맞추고자 한다. 라틴방격모형의 결합된 블럭내에서 처리수준이 한번씩만 배치되는 특수성을 반영하여 검정력 분석에 이용할 효과의 크기 $c = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5$ 는 큰 폭의 증가를 고려하였다. 한편 이와같은 일련의 과정을 10000번이상 반복하였으며, 주어진 변량을 발생시키기 위하여 C++ 언어의 rand() 함수 등을 사용하였고, 결과물의 비교를 위하여 EXCEL 을 이용하였다.

3. 검정력 분석

본 절에서는 주인자 C의 주효과 τ_k 를 검정하기 위한 통계량 F 와 FR의 검정력을 다음과 같은 세가지 상황하에서 분석하고자 한다.

(3.1): A, B 및 C 인자가 모두 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력

(1) A의 블럭효과만을 가정한 경우 : $\alpha = 0.2c, 0.5c, 0.8c, 1.0c, 1.2c, \beta = 0, \tau = c$

(2) A 및 B의 블럭효과를 가정한 경우 : $\alpha = 0.4c, 0.8c, 1.0c, \beta = 0.1c, 0.2c, 0.4c, \tau = c$

(3.2): A, C 인자는 고정, B 인자는 랜덤인 경우로서 오차항과 동일한 분포를 가정한 경우의 주효과 τ_k 의 검정력: $\alpha = 0.2c, 0.5c, 0.8c, 1.0c, 1.2c, \beta \sim \epsilon \sim N(0, 1), Exp(1), D(0, 1), U(0, 1), \tau = c$

(3.3): A, B 인자는 랜덤, C 인자는 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력 : $\alpha, \beta \sim N(0, \sigma^2) \sigma^2 = 1/4, 1, 2, 4, Exp(\lambda), \lambda = 0.2, 0.5, 0.8, 1.0, D(0, \lambda), \lambda = 0.2, 0.5, 0.8, 1.0, U(0, b), b = 1, 2, 3, 4, 5, \tau = c$

3.1. A, B 및 C 인자가 모두 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력

첫번째로 A, B 및 C 인자가 모두 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력을 분석하고자 한다. 아래의 표 3.1은 세인자가 모두 고정인 (3.1)의 경우이며 [(0) 모든 경우의 F (1) $\alpha = 0.2c, \beta = 0, \tau = c$ (2) $\alpha = 0.5c, \beta = 0, \tau = c$ (3) $\alpha = 0.8c, \beta = 0, \tau = c$ (4) $\alpha = c, \beta = 0, \tau = c$ (5) $\alpha = 1.2c, \beta = 0, \tau = c$ (6) $\alpha = 0.4c, \beta = 0.1c, \tau = c$ (7) $\alpha = 0.8c, \beta = 0.2c, \tau = c$ (8) $\alpha = c, \beta = 0.2c, \tau = c$ (9) $\alpha = c, \beta = 0.4c, \tau = c$], 그림 3.1은 (4) $\alpha = c, \beta = 0, \tau = c$ 및 (8) $\alpha = c, \beta = 0.2c, \tau = c$ 의 경우로서 오차항이 정규분포, 지수분포, 이중지수분포 및 균일분포인 모집단으로부터 유의수준 0.05하에서의 주효과 τ_k 의 검정력을 종합적으로 요약한 도표 및 그림이다.

표 3.1 및 그림 3.1에서 알 수 있는 바와 같이 고정효과만이 존재하는 경우의 주인자 C에 따른 주효과 τ_k 의 F 및 FR 통계량의 검정력은 앞으로 제시할 혼합 및 랜덤의 블럭효과가 존재할 경우들의 주효과 τ_k 의 F 및 FR 통계량의 검정력에 비하여 가장 높은 수준이며, 동시에 모집단의 분포에 상관없이 주효과 τ_k 의 FR 통계량의 검정력은 F 통계량보다도 전체적으로 월등히 높은 수준임을 알 수 있다. 즉 지수 분포와 이중지수분포는 물론이고 정규분포와 균일분포에서도 주효과 τ_k 의 FR 통계량의 검정력은 F 통계량의 검정력보다 상대적으로 우위를 보이고 있다. 특히 효과의 크기 c 가 커질수록 F 및 FR 통계량의 검정력은 증가하되, 고려된 효과의 중간 크기 부분에서 FR 통계량의 검정력은 F 통계량의 검정력보다 큰

표 3.1 A, B, C 인자가 모두 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력. 단

- (0) 모든 경우의 F (5) $\alpha = 1.2c, \beta = 0, \tau = c$
- (1) $\alpha = 0.2c, \beta = 0, \tau = c$ (6) $\alpha = 0.4c, \beta = 0.1c, \tau = c$
- (2) $\alpha = 0.5c, \beta = 0, \tau = c$ (7) $\alpha = 0.8c, \beta = 0.2c, \tau = c$
- (3) $\alpha = 0.8c, \beta = 0, \tau = c$ (8) $\alpha = c, \beta = 0.2c, \tau = c$
- (4) $\alpha = c, \beta = 0, \tau = c$ (9) $\alpha = c, \beta = 0.4c, \tau = c$

| 분포 | c | F(0) | FR(1) | FR(2) | FR(3) | FR(4) | FR(5) | FR(6) | FR(7) | FR(8) | FR(9) |
|----------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 정규 | 0.5 | 0.077 | 0.077 | 0.074 | 0.074 | 0.072 | 0.069 | 0.078 | 0.076 | 0.073 | 0.073 |
| | 1.0 | 0.175 | 0.161 | 0.171 | 0.180 | 0.187 | 0.192 | 0.173 | 0.191 | 0.196 | 0.195 |
| | 1.5 | 0.312 | 0.289 | 0.303 | 0.348 | 0.382 | 0.385 | 0.308 | 0.359 | 0.386 | 0.366 |
| | 2.0 | 0.471 | 0.420 | 0.455 | 0.531 | 0.582 | 0.583 | 0.444 | 0.542 | 0.589 | 0.525 |
| | 2.5 | 0.618 | 0.534 | 0.596 | 0.685 | 0.743 | 0.728 | 0.581 | 0.691 | 0.752 | 0.653 |
| | 3.0 | 0.746 | 0.631 | 0.704 | 0.801 | 0.859 | 0.832 | 0.688 | 0.792 | 0.860 | 0.751 |
| 지수 | 4.0 | 0.908 | 0.773 | 0.850 | 0.930 | 0.963 | 0.933 | 0.825 | 0.906 | 0.960 | 0.869 |
| | 5.0 | 0.976 | 0.860 | 0.926 | 0.978 | 0.994 | 0.974 | 0.900 | 0.952 | 0.990 | 0.934 |
| | 0.5 | 0.077 | 0.107 | 0.110 | 0.108 | 0.103 | 0.104 | 0.105 | 0.106 | 0.106 | 0.101 |
| | 1.0 | 0.206 | 0.229 | 0.241 | 0.248 | 0.251 | 0.254 | 0.239 | 0.260 | 0.265 | 0.251 |
| | 1.5 | 0.369 | 0.369 | 0.389 | 0.410 | 0.428 | 0.434 | 0.383 | 0.430 | 0.447 | 0.434 |
| | 2.0 | 0.533 | 0.496 | 0.528 | 0.566 | 0.588 | 0.596 | 0.519 | 0.584 | 0.606 | 0.573 |
| 이중 지수 | 2.5 | 0.669 | 0.597 | 0.649 | 0.683 | 0.716 | 0.719 | 0.637 | 0.703 | 0.730 | 0.679 |
| | 3.0 | 0.776 | 0.680 | 0.741 | 0.780 | 0.810 | 0.807 | 0.726 | 0.790 | 0.819 | 0.760 |
| | 4.0 | 0.908 | 0.807 | 0.865 | 0.896 | 0.916 | 0.904 | 0.840 | 0.892 | 0.920 | 0.863 |
| | 5.0 | 0.963 | 0.881 | 0.926 | 0.949 | 0.960 | 0.949 | 0.911 | 0.946 | 0.963 | 0.921 |
| | 0.5 | 0.056 | 0.067 | 0.063 | 0.062 | 0.062 | 0.061 | 0.068 | 0.064 | 0.061 | 0.061 |
| | 1.0 | 0.118 | 0.131 | 0.130 | 0.128 | 0.130 | 0.130 | 0.131 | 0.134 | 0.133 | 0.134 |
| 균일 | 1.5 | 0.209 | 0.216 | 0.221 | 0.229 | 0.238 | 0.242 | 0.221 | 0.237 | 0.248 | 0.238 |
| | 2.0 | 0.324 | 0.310 | 0.317 | 0.344 | 0.371 | 0.385 | 0.325 | 0.360 | 0.380 | 0.362 |
| | 2.5 | 0.438 | 0.405 | 0.424 | 0.469 | 0.515 | 0.525 | 0.424 | 0.481 | 0.525 | 0.475 |
| | 3.0 | 0.545 | 0.487 | 0.525 | 0.590 | 0.637 | 0.642 | 0.514 | 0.590 | 0.640 | 0.578 |
| | 4.0 | 0.732 | 0.636 | 0.689 | 0.760 | 0.814 | 0.803 | 0.676 | 0.748 | 0.810 | 0.726 |
| | 5.0 | 0.850 | 0.739 | 0.805 | 0.865 | 0.906 | 0.890 | 0.783 | 0.846 | 0.901 | 0.818 |
| 균일 | 0.5 | 0.370 | 0.325 | 0.354 | 0.423 | 0.456 | 0.472 | 0.351 | 0.440 | 0.470 | 0.418 |
| | 1.0 | 0.842 | 0.686 | 0.778 | 0.883 | 0.941 | 0.899 | 0.753 | 0.887 | 0.952 | 0.812 |
| | 1.5 | 0.989 | 0.864 | 0.939 | 0.999 | 1.000 | 0.982 | 0.912 | 0.960 | 1.000 | 0.948 |
| | 2.0 | 1.000 | 0.947 | 0.986 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.957 | 0.992 | 1.000 | 0.999 |
| | 2.5 | 1.000 | 0.982 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.976 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| | 3.0 | 1.000 | 0.996 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.987 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| 균일 | 4.0 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.997 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| | 5.0 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |

격차의 우위를 보인다. 이와같은 결과는 일반적으로 통계량의 검정력을 약화시키는 상호작용들이 존재하지 않고 블럭인자와 주인자만으로 구성된 라틴방격모형의 특성으로부터 기인함을 유추할 수 있다.

그리고 하나의 블럭효과 α_i 만이 존재할 때 두 개의 블럭효과 α_i 와 β_j 가 동시에 존재하는 경우보다 F 통계량의 검정력은 동일하지만 FR 통계량의 검정력은 보다 빠르게 증가하는 경향을 보이며, 상대적으로 FR 통계량의 검정력이 F 통계량의 검정력보다 우수함을 발견할 수 있다. 또한 하나의 블럭효과 크기가 주효과 크기와 비슷하되 또다른 블럭효과 크기는 주효과 크기와 비교하여 상대적으로 작을수록 FR 통계량의 검정력이 뛰어남도 알 수 있다. 이는 검정하고자 하는 주효과 τ_k 의 크기가 크되 상대적으로 동일크기의 하나의 블럭효과만이 존재할수록 FR 통계량의 검정력은 상대적 우위성을 보인다는 사실로 요약할 수 있다.

3.2. A, C 인자는 고정, B 인자는 랜덤인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력

두번째로 A 와 C 인자는 고정이며 B 블럭인자는 랜덤인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력을 분석하고자 한다. 아래의 표 3.2는 하나의 인자 B 가 오차항과 동일한 분포를 갖는 랜덤인 (3.2)의 경우이며 [(0) 모든 경우의 F (1) $\alpha = 0.2c, \beta \simeq \epsilon \sim N(0, 1), \exp(1), D(0, 1), U(0, 1), \tau = c$ (2) $\alpha = 0.5c, \beta \simeq \epsilon, \tau = c$ (3) $\alpha = 0.8c, \beta \simeq \epsilon, \tau = c$ (4) $\alpha = c, \beta \simeq \epsilon, \tau = c$ (5) $\alpha = 1.2c, \beta \simeq \epsilon, \tau = c$], 그림 3.2는 (4) $\alpha = c, \beta \simeq$

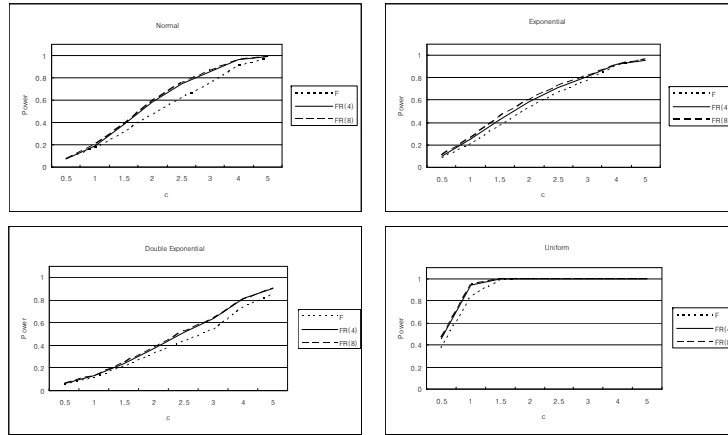


그림 3.1 주효과 τ_k 의 검정력, 단 (4) $\alpha = c, \beta = 0, \tau = c$, (8) $\alpha = c, \beta = 0.2c, \tau = c$

$\epsilon, \tau = c$ 및 (5) $\alpha = 1.2c, \beta \simeq \epsilon, \tau = c$ 의 경우로서 오차항이 정규분포, 지수분포, 이중지수분포 및 균일 분포인 모집단으로부터 유의수준 0.05하에서의 주효과 τ_k 의 검정력을 종합적으로 요약한 도표 및 그림이다.

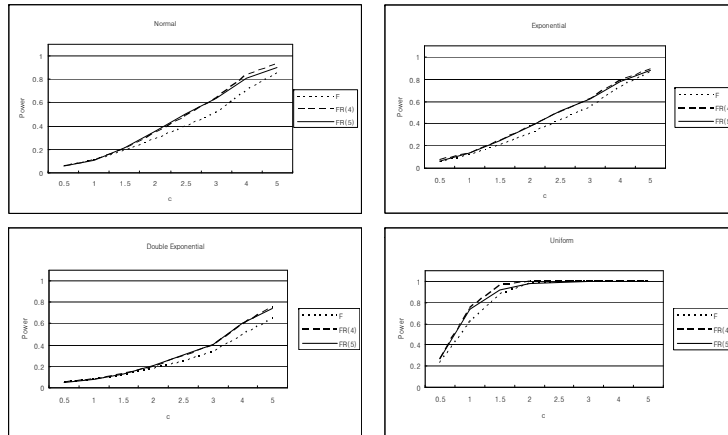


그림 3.2 주효과 τ_k 의 검정력, 단 (4) $\alpha = c, \beta \simeq \epsilon, \tau = c$ 및 (5) $\alpha = 1.2c, \beta \simeq \epsilon, \tau = c$

표 3.2 및 그림 3.2에서 알 수 있는 바와 같이 하나의 블럭인자만이 랜덤인 경우의 주효과 τ_k 의 F 및 FR 통계량의 검정력은 표 3.1 및 그림 3.1의 모든 인자가 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 F 및 FR 통계량의 검정력보다는 낮고 다음에 표 3.3 및 그림 3.3으로 제시할 두개의 블럭인자가 모두 랜덤인 경우의 주효과 τ_k 의 F 및 FR 통계량의 검정력보다는 높은 중간상태의 수준이다. 동시에 주목할 사실은 기존의 요

표 3.2 A 인자는 고정, B 인자는 랜덤, C 인자는 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력. 단

- (0) 모든 경우의 F
- (1) $\alpha = 0.2c, \beta \sim N(0, 1), Exp(1), D(0, 1), U(0, 1), \tau = c$
- (2) $\alpha = 0.5c, \beta \sim N(0, 1), Exp(1), D(0, 1), U(0, 1), \tau = c$
- (3) $\alpha = 0.8c, \beta \sim N(0, 1), Exp(1), D(0, 1), U(0, 1), \tau = c$
- (4) $\alpha = c, \beta \sim N(0, 1), Exp(1), D(0, 1), U(0, 1), \tau = c$
- (5) $\alpha = 1.2c, \beta \sim N(0, 1), Exp(1), D(0, 1), U(0, 1), \tau = c$

| 분포 | c | F(0) | FR(1) | FR(2) | FR(3) | FR(4) | FR(5) | |
|----------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 정규 | 0.5 | 0.055 | 0.055 | 0.054 | 0.055 | 0.057 | 0.055 | |
| | 1.0 | 0.105 | 0.107 | 0.105 | 0.108 | 0.105 | 0.107 | |
| | 1.5 | 0.190 | 0.181 | 0.180 | 0.194 | 0.203 | 0.215 | |
| | 2.0 | 0.289 | 0.270 | 0.279 | 0.315 | 0.338 | 0.352 | |
| | 2.5 | 0.399 | 0.362 | 0.386 | 0.446 | 0.491 | 0.502 | |
| | 3.0 | 0.509 | 0.446 | 0.488 | 0.574 | 0.633 | 0.633 | |
| | 4.0 | 0.705 | 0.599 | 0.665 | 0.771 | 0.832 | 0.808 | |
| | 5.0 | 0.852 | 0.712 | 0.789 | 0.890 | 0.934 | 0.901 | |
| | 지수 | 0.5 | 0.058 | 0.070 | 0.069 | 0.071 | 0.069 | 0.066 |
| | | 1.0 | 0.115 | 0.133 | 0.134 | 0.132 | 0.138 | 0.140 |
| 1.5 | | 0.207 | 0.214 | 0.224 | 0.237 | 0.244 | 0.245 | |
| 2.0 | | 0.316 | 0.312 | 0.336 | 0.357 | 0.375 | 0.379 | |
| 2.5 | | 0.435 | 0.406 | 0.434 | 0.469 | 0.507 | 0.511 | |
| 3.0 | | 0.551 | 0.489 | 0.532 | 0.578 | 0.620 | 0.624 | |
| 4.0 | | 0.736 | 0.632 | 0.689 | 0.750 | 0.788 | 0.783 | |
| 5.0 | | 0.859 | 0.743 | 0.802 | 0.863 | 0.889 | 0.878 | |
| 이중 지수 | | 0.5 | 0.048 | 0.047 | 0.046 | 0.047 | 0.049 | 0.049 |
| | | 1.0 | 0.077 | 0.082 | 0.083 | 0.082 | 0.080 | 0.079 |
| | 1.5 | 0.120 | 0.129 | 0.127 | 0.130 | 0.132 | 0.131 | |
| | 2.0 | 0.180 | 0.186 | 0.186 | 0.196 | 0.197 | 0.207 | |
| | 2.5 | 0.252 | 0.250 | 0.258 | 0.276 | 0.298 | 0.307 | |
| | 3.0 | 0.334 | 0.318 | 0.337 | 0.365 | 0.395 | 0.406 | |
| | 4.0 | 0.493 | 0.449 | 0.482 | 0.542 | 0.598 | 0.606 | |
| | 5.0 | 0.647 | 0.560 | 0.613 | 0.690 | 0.752 | 0.744 | |
| | 균일 | 0.5 | 0.231 | 0.208 | 0.222 | 0.244 | 0.266 | 0.275 |
| | | 1.0 | 0.613 | 0.525 | 0.579 | 0.678 | 0.748 | 0.738 |
| 1.5 | | 0.875 | 0.735 | 0.819 | 0.910 | 0.957 | 0.920 | |
| 2.0 | | 0.979 | 0.857 | 0.930 | 0.985 | 0.998 | 0.974 | |
| 2.5 | | 0.998 | 0.921 | 0.971 | 0.999 | 1.000 | 0.993 | |
| 3.0 | | 1.000 | 0.961 | 0.990 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | |
| 4.0 | | 1.000 | 0.992 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | |
| 5.0 | | 1.000 | 0.999 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | |

인모형에서의 결과와 달리 정규분포를 포함한 모든 모집단의 분포에 걸쳐 효과의 크기 c 가 커질수록 주효과 τ_k 의 FR 통계량의 검정력은 F 통계량보다도 전체적으로 월등히 높은 수준임을 알 수 있다. 또한 하나의 블럭인자만이 랜덤인 경우의 주효과 τ_k 의 F 및 FR 통계량의 검정력은 모든 인자가 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 F 및 FR 통계량의 검정력에 비하여 효과크기를 증가시킬수록 상대적 증가격차의 비교 우위를 보인다. 이와같은 사실은 하나의 블럭인자를 랜덤으로 가정한 변화로 말미암은 결과들이라 파악할 수 있다.

3.3. A, B 인자는 랜덤, C 인자는 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력

세번째로 A 와 B 블럭인자는 모두 랜덤이며 C 주인자는 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력을 분석하고자 한다. 아래의 표 3.3은 두 인자가 랜덤인 (3.3)의 경우이며 [(1)정규: $\alpha \sim N(0, 4), \beta \sim N(0, 1), \tau = c$ 지수: $\alpha \sim exp(0.2), \beta \sim exp(1), \tau = c$ 이중지수: $\alpha \sim D(0, 0.2), \beta \sim D(0, 1), \tau = c$ 균일: $\alpha \sim U(0, 5), \beta \sim U(0, 1), \tau = c$ (2) 정규: $\alpha \sim N(0, 4), \beta \sim N(0, 1/4), \tau = c$ 지수: $\alpha \sim exp(0.5), \beta \sim exp(1), \tau = c$ 이중지수: $\alpha \sim D(0, 0.5), \beta \sim D(0, 1), \tau = c$ 균일: $\alpha \sim U(0, 4), \beta \sim U(0, 1), \tau = c$ (3) 정규: $\alpha \sim N(0, 2), \beta \sim N(0, 2), \tau = c$ 지수: $\alpha \sim exp(0.8), \beta \sim exp(1), \tau = c$

이중지수: $\alpha \sim D(0, 0.8), \beta \sim D(0, 1), \tau = c$ 균일: $\alpha \sim U(0, 3), \beta \sim U(0, 1), \tau = c$ (4) 정규: $\alpha \sim N(0, 2), \beta \sim N(0, 1), \tau = c$ 지수: $\alpha \sim \exp(0.2), \beta \sim \exp(0.8), \tau = c$ 이중지수: $\alpha \sim D(0, 0.2), \beta \sim D(0, 0.8), \tau = c$ 균일: $\alpha \sim U(0, 2), \beta \sim U(0, 1), \tau = c$, 그림 3.3은 (1) 정규: $\alpha \sim N(0, 4), \beta \sim N(0, 1), \tau = c$ 지수: $\alpha \sim \exp(0.2), \beta \sim \exp(1), \tau = c$ 이중지수: $\alpha \sim D(0, 0.2), \beta \sim D(0, 1), \tau = c$ 균일: $\alpha \sim U(0, 5), \beta \sim U(0, 1), \tau = c$ 의 경우로서 오차항이 정규분포, 지수분포, 이중지수분포 및 균일분포인 모집단으로부터 유의수준 0.05하에서의 주효과 τ_k 의 검정력을 종합적으로 요약한 도표 및 그림이다.

표 3.3 (A, B 인자는 랜덤, C 인자는 고정인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력, 단

- (1)정규: $\alpha \sim N(0, 4), \beta \sim N(0, 1), \tau = c$ (3)정규: $\alpha \sim N(0, 2), \beta \sim N(0, 2), \tau = c$
- 지수: $\alpha \sim \exp(0.2), \beta \sim \exp(1), \tau = c$ 지수: $\alpha \sim \exp(0.8), \beta \sim \exp(1), \tau = c$
- 이중지수: $\alpha \sim D(0, 0.2), \beta \sim D(0, 1), \tau = c$ 이중지수: $\alpha \sim D(0, 0.8), \beta \sim D(0, 1), \tau = c$
- 균일: $\alpha \sim U(0, 5), \beta \sim U(0, 1), \tau = c$ 균일: $\alpha \sim U(0, 3), \beta \sim U(0, 1), \tau = c$
- (2)정규: $\alpha \sim N(0, 4), \beta \sim N(0, 1/4), \tau = c$ (4)정규: $\alpha \sim N(0, 2), \beta \sim N(0, 1), \tau = c$
- 지수: $\alpha \sim \exp(0.5), \beta \sim \exp(1), \tau = c$ 지수: $\alpha \sim \exp(0.2), \beta \sim \exp(0.8), \tau = c$
- 이중지수: $\alpha \sim D(0, 0.5), \beta \sim D(0, 1), \tau = c$ 이중지수: $\alpha \sim D(0, 0.2), \beta \sim D(0, 0.8), \tau = c$
- 균일: $\alpha \sim U(0, 4), \beta \sim U(0, 1), \tau = c$ 균일: $\alpha \sim U(0, 2), \beta \sim U(0, 1), \tau = c$

| 분포 | c | (1) | | (2) | | (3) | | (4) | |
|------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | F | FR | F | FR | F | FR | F | FR |
| 정규 | 0.5 | 0.046 | 0.045 | 0.047 | 0.045 | 0.049 | 0.048 | 0.049 | 0.049 |
| | 1.0 | 0.062 | 0.061 | 0.067 | 0.069 | 0.070 | 0.070 | 0.076 | 0.075 |
| | 1.5 | 0.089 | 0.090 | 0.096 | 0.098 | 0.101 | 0.102 | 0.119 | 0.118 |
| | 2.0 | 0.130 | 0.126 | 0.141 | 0.141 | 0.146 | 0.148 | 0.174 | 0.167 |
| | 2.5 | 0.179 | 0.167 | 0.195 | 0.185 | 0.204 | 0.195 | 0.240 | 0.220 |
| | 3.0 | 0.233 | 0.215 | 0.258 | 0.235 | 0.266 | 0.248 | 0.315 | 0.281 |
| | 4.0 | 0.354 | 0.313 | 0.385 | 0.346 | 0.403 | 0.358 | 0.465 | 0.407 |
| 지수 | 0.5 | 0.478 | 0.415 | 0.525 | 0.446 | 0.544 | 0.458 | 0.619 | 0.502 |
| | 1.0 | 0.031 | 0.042 | 0.045 | 0.053 | 0.047 | 0.056 | 0.032 | 0.043 |
| | 1.5 | 0.036 | 0.050 | 0.067 | 0.077 | 0.080 | 0.092 | 0.037 | 0.049 |
| | 2.0 | 0.045 | 0.066 | 0.098 | 0.111 | 0.133 | 0.139 | 0.047 | 0.064 |
| | 2.5 | 0.056 | 0.077 | 0.142 | 0.150 | 0.203 | 0.200 | 0.058 | 0.077 |
| | 3.0 | 0.073 | 0.093 | 0.198 | 0.198 | 0.284 | 0.270 | 0.073 | 0.092 |
| | 4.0 | 0.092 | 0.113 | 0.257 | 0.247 | 0.369 | 0.327 | 0.093 | 0.109 |
| 이중지수 | 0.5 | 0.137 | 0.156 | 0.388 | 0.345 | 0.532 | 0.442 | 0.137 | 0.154 |
| | 1.0 | 0.192 | 0.203 | 0.518 | 0.429 | 0.680 | 0.523 | 0.191 | 0.198 |
| | 1.5 | 0.033 | 0.044 | 0.039 | 0.044 | 0.044 | 0.048 | 0.035 | 0.042 |
| | 2.0 | 0.036 | 0.044 | 0.046 | 0.055 | 0.060 | 0.066 | 0.036 | 0.044 |
| | 2.5 | 0.039 | 0.047 | 0.062 | 0.068 | 0.085 | 0.093 | 0.041 | 0.047 |
| | 3.0 | 0.044 | 0.052 | 0.084 | 0.091 | 0.120 | 0.122 | 0.046 | 0.052 |
| | 4.0 | 0.050 | 0.060 | 0.110 | 0.120 | 0.160 | 0.161 | 0.052 | 0.059 |
| 균일 | 0.5 | 0.058 | 0.069 | 0.144 | 0.150 | 0.208 | 0.203 | 0.059 | 0.070 |
| | 1.0 | 0.079 | 0.091 | 0.223 | 0.213 | 0.318 | 0.298 | 0.079 | 0.091 |
| | 1.5 | 0.105 | 0.119 | 0.314 | 0.286 | 0.446 | 0.388 | 0.106 | 0.119 |
| | 2.0 | 0.058 | 0.057 | 0.066 | 0.064 | 0.080 | 0.075 | 0.109 | 0.100 |
| | 2.5 | 0.100 | 0.094 | 0.126 | 0.115 | 0.181 | 0.166 | 0.284 | 0.258 |
| | 3.0 | 0.168 | 0.154 | 0.229 | 0.206 | 0.330 | 0.291 | 0.501 | 0.423 |
| | 4.0 | 0.257 | 0.228 | 0.351 | 0.302 | 0.486 | 0.419 | 0.707 | 0.541 |
| 이중지수 | 0.5 | 0.357 | 0.310 | 0.471 | 0.404 | 0.648 | 0.515 | 0.852 | 0.602 |
| | 1.0 | 0.461 | 0.397 | 0.598 | 0.490 | 0.776 | 0.576 | 0.938 | 0.628 |
| | 1.5 | 0.663 | 0.518 | 0.802 | 0.587 | 0.931 | 0.634 | 0.993 | 0.638 |
| | 2.0 | 0.814 | 0.592 | 0.923 | 0.634 | 0.987 | 0.643 | 1.000 | 0.638 |
| | 2.5 | | | | | | | | |
| | 3.0 | | | | | | | | |
| | 4.0 | | | | | | | | |

표 3.3 및 그림 3.3에서 알 수 있는 바와 같이 두개의 블럭인자가 모두 랜덤인 경우의 주효과 τ_k 의 F 및 FR 통계량의 검정력은 표 3.1 및 그림 3.1의 모든 인자가 고정인 경우와 표 3.2 및 그림 3.2의 한개의 블럭인자만이 랜덤인 경우의 주효과 τ_k 의 F 및 FR 통계량의 검정력보다 현저하게 낮은 수준이다. 특히 끝이 길게 늘어진 지수분포 및 이중지수분포하에서는 FR 통계량의 검정력이 F 통계량의 검정력보다 다소 높고, 정규분포 및 균일분포하에서는 FR 통계량의 검정력이 F 통계량의 검정력보다 다소 낮지만(그

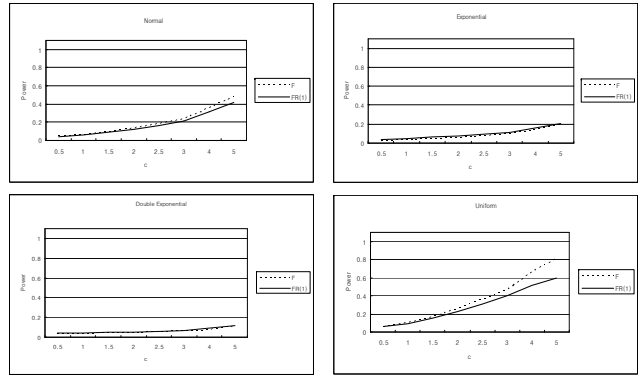


그림 3.3 주효과 τ_k 의 검정력, 단 (1) 정규: $\alpha \sim N(0, 4), \beta \sim N(0, 1), \tau = c$ 지수: $\alpha \sim \exp(0.2), \beta \sim \exp(1), \tau = c$
 이중지수: $\alpha \sim D(0, 0.2), \beta \sim D(0, 1), \tau = c$ 균일: $\alpha \sim U(0, 5), \beta \sim U(0, 1), \tau = c$

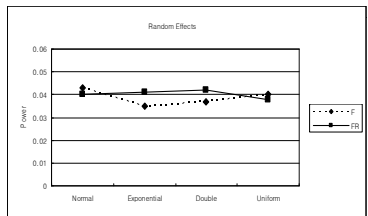
러나 정규분포하에서도 효과크기가 작을 경우에는 FR 통계량의 검정력이 다소 높다) 그 차이는 미미한 정도로서 대체적으로 두 통계량의 검정력간에는 차이가 없다고 간주할 수 있다. 즉 라틴방격모형에서 두개의 블럭인자를 모두 랜덤으로 가정할 때 주효과 τ_k 의 F 및 FR 통계량의 검정력은 상대적으로 낮아지며 두 통계량간의 검정력을 구별하기가 힘들 정도로 동일해 지는 경향을 보인다.

참고로 A, B 및 C 인자가 모두 랜덤인 경우로서 오차항과 동일한 분포를 가정한 경우의 [$\alpha, \beta, \tau \sim N(0, 1), \exp(1), D(0, 1), U(0, 1)$] 주효과 τ_k 의 검정력은 아래의 표 3.4에서와 같이 모든 분포에서 명목상의 유의수준과 비슷해짐을 알 수 있다.

표 3.4 A, B, C 인자가 모두 랜덤인 경우의 주효과 τ_k 의 검정력,

단 $\alpha, \beta, \tau \sim N(0, 1), Exp(1), D(0, 1), U(0, 1)$

| 분포 | 통계량 | 검정력 |
|------|-----|-------|
| 정규 | F | 0.043 |
| | FR | 0.040 |
| 지수 | F | 0.035 |
| | FR | 0.041 |
| 이중지수 | F | 0.037 |
| | FR | 0.042 |
| 균일 | F | 0.040 |
| | FR | 0.038 |



4. 결론

3×3 라틴방격모형에서 주효과 τ_k 를 검정하기 위한 FR 통계량의 검정력은 요인모형에서 주로 끝이 길게 늘어진 지수분포 및 이중지수분포하에서 우위성을 갖는 결과와 달리 모집단의 분포유형에 상관없이 효과의 크기가 커질수록 F 통계량의 검정력보다 전반적으로 월등히 높은 수준이다. 이는 두 블럭인자와 하나의 주인자로 구성된 라틴방격모형의 특성으로 말미암은 결과임을 유추할 수 있으며, 세인자가 모두 고정인 경우, 하나의 블럭인자만이 랜덤인 경우, 두 블럭인자가 모두 랜덤인 경우의 순서로 주효

과 τ_k 를 검정하기 위한 순위변환 통계량의 검정력이 모수적 통계량의 검정력에 비하여 상대적으로 높다. 또한 검정하고자 하는 주효과 τ_k 의 크기가 크되 동시에 동일크기의 하나의 블럭효과 및 또다른 블럭효과 크기는 상대적으로 작을수록 주효과 τ_k 를 검정하기 위한 FR 통계량의 검정력은 F 통계량의 검정력보다 상대적 우위성을 갖는다.

참고문헌

- Akritis, M. G. and Arnold, S. F. (1994). Fully nonparametric hypotheses for factorial designs. *Journal of the American Statistical Association*, **89**, 336-343.
- Akritis, M. G. and Arnold, S. F. (2000). Asymptotics for analysis of variance when the number of levels is large. *Journal of the American Statistical Association*, **95**, 212-226.
- Akritis, M. G., Arnold, S. F. and Brunner, E. (1997). Nonparametric hypotheses and rank statistics for unbalanced factorial designs. *Journal of the American Statistical Association*, **92**, 258-265.
- Akritis, M. G. and Papadatos, N. (2004). Heteroscedastic one way ANOVA and lack of fit tests. *Journal of the American Statistical Association*, **99**, 368-382.
- Choi, Y. H. (1998). A study of the power of the rank transform test in a 2(3) factorial experiment. *Communications in Statistics*, **27**, 251-266.
- Choi, Y. H. (2006). Rank transformation technique in a two-stage two-level balanced nested design. *The Korean Journal of Applied Statistics*, **19**, 111-120.
- Choi, Y. H. (2008). Power comparison in a balanced factorial design with a nested factor. *Journal of Korean Data & Information Science Society*, **19**, 1059-1071.
- Conover, W. J. and Iman, R. L. (1981). Rank transformations as a bridge between parametric and nonparametric statistics. *The American Statistician*, **35**, 124-128.
- Fabian, V. (1991). On the problem of interactions in the analysis of variance. *Journal of the American Statistical Association*, **86**, 362-374.
- Gorman, J. O. and Akritis, M. G. (2001). Nonparametric models and methods for designs with dependent censored data. *Biometrics*, **57**, 88-95.
- Hora, S. C. and Conover, W. J. (1984). The F statistic in the two-way layout with rank score transformed data. *Journal of the American Statistical Association*, **79**, 668-673.
- Hora, S. C. and Iman, R. L. (1988). Asymptotic relative efficiencies of the rank transformation procedure in randomized complete block design. *Journal of the American Statistical Association*, **83**, 462-470.
- Jang, I. B. and Kim, B. W. (2002). Reference priors in a two way mixed effects analysis of variance model. *Journal of Korean Data & Information Science Society*, **13**, 317-328.
- Kepner, J. L. and Robinson, D. H. (1988). Nonparametric methods for detecting treatment effects in repeated-measures designs. *Journal of the American Statistical Association*, **83**, 456-461.
- Park, D. K. and Kim, H. S. (2003). A new approach for selecting fractional factorial designs. *Journal of Korean Data & Information Science Society*, **14**, 707-714.
- Thompson, G. L. (1991). A note on the rank transform for interactions. *Biometrika*, **78**, 697-701.

Power analysis for 3×3 Latin square design[†]

Young Hun Choi¹

Department of Information and Statistics, Hanshin University

Received 18 January 2009, revised 8 March 2009, accepted 23 March 2009

Abstract

Due to the characteristics of 3×3 Latin square design which is composed of two block effects and one main effect, powers of rank transformed statistic for testing the main effect are very superior to powers of parametric statistic without regard to the type of population distributions. By order of when all three effects are fixed, when only one block effect is random, when two block effects are random, the rank transformed statistic for testing the main effect shows relatively high powers as compared with the parametric statistic. Further when the size of main effect is big with one equivalent size of block effect and the other small size of block effect, powers of rank transformed statistic for testing the main effect demonstrate excellent advantage to powers of parametric statistic.

Keywords: 3×3 Latin square design, ANOVA FR statistic, mixed effect, power.

[†] This research was supported by Hanshin University Research Grant.

¹ Professor, Department of Information and Statistics, Hanshin University, Osan 447-791, Korea.
E-mail: choicyh@hs.ac.kr