

朝鮮 算學의 흐름

수원대학교 수학과 **고영미**
ymkoh@suwon.ac.kr

수원대학교 수학과 **이상욱**
swree@suwon.ac.kr

수학사를 보는 눈을 뜨게 해주신 홍성사 교수님과 홍영희 교수님께
본 논문을 존경과 감사의 마음을 담아 바칩니다.

본 논문은 먼저 수학사 연구의 필요성을 살펴본다. 저자들을 포함한 수학사 연구를 새로이 시작하는 사람들에게 필요한 종자지식의 확보를 위하여 홍성사 교수님과 홍영희 교수님의 조선수학사의 연구결과를 정리하여 조선 산학의 발전과정을 살펴본다. 본 논문이 한국수학사의 연구를 시작하는 연구자들에게 종자지식으로 사용되어 훌륭한 수학사 연구를 촉발할 수 있기를 희망한다.

주제어 : 한국수학(Korean mathematics), 조선수학(Chosun mathematics)

1. 서론

역사는 존재의 증명이다. 무엇인가의 역사가 존재함은 그 무엇의 뿌리(근원)가 있음을 의미하며 그 무엇의 면면히 이어온 삶의 존재를 의미한다.

우리나라는 민족을 포함하여 문명과 문화를 대표하는 많은 분야에서 단절된 역사를 가지고 있다. 단절과 우여곡절이 많은 우리의 역사는 우리 민족의 쉽지 않았던 삶의 여정을 말해준다. 우리나라는 유구한 역사와 전통을 자랑하면서도 구체적인 역사적 사료를 잘 보존하지 못하여 그에 합당한 평가를 받지 못하고 있다.

실제로 우리 민족은 기원전 30세기에서 기원전 24세기에 이르는 기간에 동아시아 최초의 국가인 고조선을 건국하였고¹⁾ 우리 민족의 문명과 문화를 나타내는 세계유산으로 창덕궁, 수원화성, 석굴암, 불국사, 해인사 팔만대장경판 등²⁾과 무형문화재 및 기

1) 조선일보, 2009. 5. 29. '고조선 연구' 창간호 나와. 2008년 봄 고조선학회가 발족하여, 2009년 5월 학술지 '고조선연구' 창간호를 펴냈다. 김기철 기자.

2) http://www.unesco.or.kr/whc/heritage5_6.html 유네스코한국위원회 세계유산

록유산이 유네스코에 등록되어 있는 우수한 문명을 만들어낸 우수한 민족이다. 참고로, 유네스코에 등록된 우리나라의 인류구전 및 무형문화재³⁾로는 종묘제례 및 종묘제례악, 판소리, 강릉 단오제가 있고, 세계기록유산⁴⁾으로는 훈민정음, 조선왕조실록, 직지심체요절⁵⁾, 승정원일기, 고려대장경판과 제경판, 조선왕조 의궤, 동의보감이 있다. 여기서 직지의 역사가 우리에게 역사의 의미를 가르친다.

직지는 1377년에 청주 흥덕사에서 세계 최초로 금속활자를 사용하여 간행된 책으로서 그의 정확한 이름은 ‘백운화상초록불조직지심체요절(白雲和尚抄錄佛祖直指心體要節)’이다. 직지는 현재 프랑스 국립도서관 동양문헌실에 소장되어 있으며, 프랑스로 유입된 경로는 정확하게 규명되어 있지 않다. 하지만 직지가 1972년 파리 국제도서전에 전시되어 세계 최고(最古)의 금속활자본으로 공인되면서 세계인쇄술의 역사를 바꾸어 놓았다⁶⁾. 직지가 인쇄술의 역사를 바꾸면서 우리 민족이 인쇄술 역사의 주인공으로 자리를 차지하게 된 것이다.

이와 같이 역사는 삶의 의미를 바꾼다. 우리 민족의 역사가 곧 우리 민족의 삶을 증명한다. 그렇기에 우리는 삶의 존재 증명으로서 우리의 역사를 연구할 필요가 있다. 여기서 과학문명의 기초가 되는 수학 문명으로 눈을 돌려보자. 우수한 문명과 문화를 향유한 우리 민족의 수학 문명의 존재를 확인하기 위해서는 우리 수학사의 연구가 필요하다.

한국수학사는 조선수학사가 많은 비중을 점한다. 조선수학사를 알기 위해서는 조선과 중국의 수학사 사료의 조사가 반드시 필요하다. 참고로, 홍성사([5])는 “한국수학사에 관한 방대한 사료--조선의 산학과 이에 대응하는 중국 산학--에 대한 연구가 충분히 이루어지지 않은 채 한국 수학사를 정리하는 일은 연구를 진행하고 있는 학자들에 대한 결례이고, 수학사를 연구하는 사람으로서도 적절한 일이 아니다.”라고 말한다.

그러나 수학사의 연구를 새로 시작하는 연구자가 백지 상태에서 사료부터 조사하며 연구를 시작하기에는 어려움이 따를 수도 있다. 실제로, 조선수학사에 관한 그간의 연구 결과는 한국수학사학회지를 통해 발표된 논문들을 통해서 찾아볼 수 있는데, 그들 논문에서 사용되고 있는 한자들과 현재와 다른 수학 용어와 표현법 등에 익숙하지 않은 초보자들에게는 논문을 읽는 일이 적지 않은 부담으로 느껴진다. 이때 이야기처럼 조선수학사 전반에 대한 흐름을 알게 된다면, 조선수학사의 연구를 훨씬 수월하게 효율적으로 시작할 수 있을 것이다.

우리는 이와 같은 이유로 조선수학의 흐름을 개괄적으로 정리하여 보고자 한다. 조

3) http://www.unesco.or.kr/intangible_heritage/korreg_list.html

4) <http://www.unesco.or.kr/mow/menu7.html>

5) http://www.jikjiworld.net/new_main/index.jsp, <http://digitaljikji.net/>

6) 현재 80세인 재불학자 박병선 박사의 각고의 노력으로 직지가 최초의 금속활자로 인쇄된 서적임이 밝혀짐. 그는 ‘조선왕조 의궤’도 발간, 이상의 공로로 1999년 은관훈장, 2009년 1월 5일 국민훈장 동백장 수여.

선수학사의 연구는 주로 한국수학사학회지에 발표된 홍성사 교수님과 홍영희 교수님의 연구결과([1, 4-19])가 주류이기에, 저자들은 우선 이 논문들을 정리하여 조선수학사를 한 눈에 조망해볼 수 있도록 조선수학사의 흐름을 살펴보고자 하며 이후의 한국수학사의 연구를 위한 종자지식으로 삼고자 한다. 이러한 결과가 수학사의 연구를 시작하고자 하는 다른 연구자에게도 유용하게 쓰여지기를 희망한다.

2. 한국수학의 흐름

한국수학과 관련된 사료, 특히 산서는 1700년경이 되어서야 비로소 나타나기 시작한다. 그러기에 김용운([2])은 사료가 많지 않은 한국수학사를 들여다보기 위해서는 당시의 사회 상황으로부터 수학의 존재를 추정하고 고증을 더하는 연구의 필요성을 주장한다.

삼국시대의 수학은 일식을 예측하고 기록하는 등의 천문 활동과 율령정치에 관련된 실용적 요구에 의한 국영과학으로 시작된 것으로 보인다. 김부식의 삼국사기에 나타나는 일식에 관한 기록은 삼국시대에 체계적, 실용적 지식으로서의 수학이 존재하였음을 의미한다. 또한 당시의 수학은 율령정치와 관련된 과세부여, 농지측량, 인구와 가축 수 등을 포함한 회계 관리에 이용되었을 것으로 여겨진다. 삼국시대에 사용했던 산학 기술의 주공급원은 九章算術(구장산술)이었다.

통일신라는 당나라와 유사한 산학제도를 갖추고 있었으나 말기에 사라졌다. 삼국시대와 통일신라시대의 수학은 천문학과 건축 분야에 걸친 응용수학이었다. 이는 첨성대, 불국사, 석굴암 등의 신라의 유적으로 추정해 볼 수 있다.

고려 문종대(1047-1082)에 기술학부인 율학, 서학, 산학이 국자감에 편성되었고, 인종대(1123-1146)에 이르러 국자학, 대학, 사문학, 율학, 서학, 산학의 京師六府制(경사육부제)를 갖춘 교육체도가 확립되었다. 기술학부의 입학자격은 8품 이하의 자제나 서인 출신으로 정하고 있다. 산학의 과거시험인 명산과가 실시되었는데 시험 과목 중 하나가 九章算術이었다. 초기에는 학문적인 성격을 인정받았던 산학이 중기 이후에 雜科十學(잡과십학)의 하나로 옮겨졌는데 이는 산학이 실천적인 기술로 격하되었음을 의미한다.

조선 초기에는 고려의 제도를 거의 그대로 이어 받아 태종 6년(1406)에 산학을 포함한 잡과십학의 교육체제를 만들었다. 세조대(1455-1468)에 산학이 교육제도에서 제외되었다가 성종대(1469-1494)에 산학을 포함한 8학으로 교육체도가 바뀌게 된다. 고려 말기(13-14C)에 중국으로부터 들어온 楊輝算法(양휘산법), 算學啓蒙(산학계몽), 詳明算法(상명산법)이 조선수학 발전의 기반이 되었다.

세종실록에 의하면 천문학과 역법이 중요시되던 15C에 산학의 중요성과 필요성을 세종이 직접 여러 차례 언급하였다. 그러나 17C 이전의 조선 산학에 대한 구체적인

사료가 남아있지 않아, 현재로서는 사료가 남겨져 있는 1700년경 이후의 조선 산학의 내용만 알 수 있을 뿐이다([5, 8]).

삼국시대 이후로 조선시대까지의 한국은 매 시기마다 산학제도나 산서 등에 있어서 중국의 영향을 많이 받았지만 중국의 것을 그대로 수용하는 입장이 아니라 한국의 실정이나 요구에 맞게 변형시켜 사용했던 것으로 보인다. 특히, 조선시대의 산서들을 살펴보면 중국의 산서들을 간략히 정리해 놓은 것도 있는 반면, 당시의 중국 산학의 내용보다 더 수준 높은 내용을 포함하고 있던 산서들도 있음을 확인할 수 있다. 17C 이후의 조선수학사를 조선의 산학가, 산학 용어, 산서의 순서로 살펴보기로 한다.

2.1 조선 산학가

조선 산학([1, 4~19])에서 중요하게 다루어지는 조선 산학가는 13명 정도이다. 그들이 활동했던 시기와 그들이 출판한 산서는 다음과 같다.

이름	연대	신분	대표 업적(산학서)
慶善徵 (경선징)	1616-?	중인	목사집산법
朴縵 (박을)	1621-?	군수	산학원본
崔錫鼎 (최석정)	1645-1715	영의정	구수략
洪正夏 (홍정하)	1684-?	중인	구일집
趙泰耇 (조태구)	1660-1723	영의정	주서관견
黃胤錫 (황윤석)	1729-1791	유학자	산학입문, 산학본원
洪大容 (홍대용)	1731-1783	유학자	주해수용
裴相設 (배상설)	1759-1789	유학자	서계쇄록
洪吉周 (홍길주)	1786-1841	양반	기하신설, 호각연례
李尙嫻 (이상현)	1810-?	중인	차근방몽구, 산술관견, 사원옥감, 익산
南秉哲 (남병철)	1817-1863	판서	해경세초해
南秉吉 (남병길)	1820-1869	판서	구장술해, 유씨구고술요도해, 집고연단, 옥감세초상해, 측량도해, 무이해, 산학정의
趙義純 (조희순)	? - ?	절도사	산학습유

조선 산학가 중에는 영의정까지 지낸 양반으로 최석정과 조태구가 있고, 산학을 연구한 유학자로 황윤석, 홍대용, 배상설, 그리고 판서까지 지낸 산학가로 남병철, 남병길 형제가 있다. 또한, 취재(取才)⁷⁾에 합격한 주학입격안(籌學入格案)에 기록된 중인

산학가 중 산서를 남긴 산학가는 경선징, 홍정하, 이상혁 뿐으로 이들은 각각 여러 대에 걸쳐 많은 산학가를 배출한 집안의 후손들이다([7], [8]).

조선의 산학가로 특별히 눈여겨볼 세 사람이 있다. 홍정하는 18C에 조선에서 가장 훌륭한 업적을 이룬 산학가로 직각삼각형에 관련된 문제의 해결과 방정식의 풀이에서 당시의 중국보다 더 발전된 내용을 다루었다. 이상혁은 운과 시험을 합격한 후에 주학 시험에 합격하였고 주학 시험에 합격한 산원들이 속한 호조(戶曹)가 아닌 관상감(觀象監)⁸⁾의 관리였다. 그는 중국을 거쳐 들어온 서양의 수학과 천문에 관한 자료를 사용할 수 있었던 천문학자⁹⁾를 겸한 수학자였다. 이상혁은 수학을 철저하게 구조적으로 연구하여 창의적 결과를 창출하였고, 그러하기에 조선 산학의 수학화가 그를 통하여 이루어졌다고 평가받고 있다. 또한 남병길은 이상혁과의 공동 연구를 통하여 산서를 가장 많이 출판하였다([9], [10]).

2.2 산학 용어

수학사의 연구를 시작하기 위해서는 한국수학사, 특히 조선 산학의 연구에 사용되는 약간의 전문 용어의 습득이 필요하다. 이에 수학사에서 자주 사용되는 전문 용어를 간단히 표로 정리하고, 세부적인 내용은 추가로 설명하기로 한다.

용어	설명
句股術(구고술)	피타고라스 정리, 직각삼각형과 관련된 문제의 해법
天元術(천원술)	부정원을 天元으로 하여 계수만을 산대를 이용하여 나타냄으로써 유리식을 표현하고 연산을 행하는 방법
借根方(차근방)	根으로 불리는 부정원을 이용한 다항식의 표현 및 연산 방법
四元術(사원술)	네 개의 부정원을 갖는 다항식을 표현하고 연산하는 방법
盈不足(영부족), 盈朒(영낙)	계수의 값을 모르는 일차방정식의 풀이법
增乘開方法(증승개방법)	조립제법을 이용하여 다항방정식의 근사해를 구하는 방법
開放術(개방술)	이차 이상의 방정식의 해법
方程術(방정술)	일차연립방정식의 행렬 표현 및 행렬의 열연산 방법
正負術(정부술)	음수가 포함된 연산의 계산법

7) 산학에 관련된 관리가 되기 위해 치루는 시험으로, 상명산법, 산학계몽, 양휘산법이 취재과목이다. 취재에 합격한 사람은 모두 증인으로서 호조에 속한다([6]).

8) 曆算을 취급하는 관청.

9) 이상혁은 천문학 책 揆日考(규일고, 1850)를 저술하였다.

堆垛術(퇴타술)	유한급수 이론
分積法(분적법)	유한급수의 합을 분할을 통해 계산하는 퇴타술의 방법
大衍總數術(대연총수술)	법(mod)들이 서로소가 아닌 경우를 포함한 연립합동식의 해법
衰分(쇠분)	계급에 따른 비례배분

句股術(구고술)은 피타고라스 정리를 뜻한다. 넓은 의미로 직각삼각형의 세 변과 이들의 합, 차 등을 조건으로 주고 나머지 변이나 내접하는 원의 지름과 사각형의 변을 구하는 문제 풀이법으로 九章算術과 周髀算經(주비산경)에서 비롯되었다. 宋대에 도입된 天元術(천원술)을 이용하여 구고술의 대수화가 이루어졌다. 구고술에는 방정식 이론과 기하 이론이 함께 들어있고 광범위한 응용이 가능해서 동양 산학에서 중요한 위치를 차지한다([13]).

주어진 서술형 문제의 조건을 만족시키는 방정식을 구성하는 과정에서 나타나는 다항식 또는 유리식을 표현하고 연산을 행하는 방법으로 天元術(천원술)과 借根方(차근방)이 있다. 천원술은 특정한 형태의 유리식 $\sum_{i=0}^m a_i x^i + \sum_{j=1}^n b_j x^{-j}$ 을 표현하고 이의 연산을 행하는 방법으로서, 부정원(indeterminate)을 天元으로 놓고 산대를 이용하여 계수들을 차례대로 나타낸다. 차근방은 다항식을 표현하고 다항식의 연산을 행하는 數理精蘊(수리정운, 1723)에 들어있는 방법으로 根이라 불리는 부정원을 이용한다. 예를 들어, ‘一立方 少三平方 多二根 與一萬二千四百四十尺等’은 $x^3 - 3x^2 + 2x = 12440$ 을 나타내는데, 여기서, 少는 음, 多는 양의 부호를 나타낸다. 또 一(덧셈), 二(뺀셈), = (등호)의 기호를 사용하기도 했는데, 이 경우 위 식은 ‘一立方 一三平方 一 二根 = 一萬二千四百四十’ 으로 표현된다. 차근방은 천원술과 달리 다항식의 나눗셈 연산도 포함한다([7], [16], [19]). 四元術(사원술)은 중국의 朱世傑(주세걸)이 이원술과 삼원술을 확장하여 四元玉鑑(사원옥감, 1303)에서 도입한 방법으로서 天元, 地元, 人元, 物元으로 불리는 네 개의 부정원을 갖는 다항식을 표현하고 연산을 행하는 방법이다. 이를 이용하여 4원연립방정식의 구성이 가능하게 되었다([9]).

盈不足術(영부족술)은 계수 a, b 가 주어지지 않은 방정식 $ax = b$ 의 해를 구하는 방법으로, x 가 x_1, x_2 일 때 $ax_1 = b + y_1, ax_2 = b + y_2$ 로 주어지는 조건으로부터 a 와 b 를 구한 후, 해 x 를 구한다. 이때 y_i 값이 양수 또는 음수인 각 경우를 盈(넘침) 또는 不足(혹은 臆)이라고 말한다([11]).

正負相當(정부상당)이란 양의 근을 갖는 방정식에서 양수 계수의 항들의 합과 음수 계수의 항들의 합이 서로 같음을 의미하는 말이다. 예를 들면, 방정식 $2x^3 - x^2 + 5x - 45 = 0$ 과 $2x^3 + 5x = x^2 + 45$ 가 동치임을 말한다.

法은 전통적인 중국 산학에서 문제 풀이 방법을 뜻하고, 義는 정의와 논증을 의미한다. 그러나 法이 처음에는 術의 뜻으로 더 많이 사용되었고, 또 나눗셈에서 나누는

수를 의미하는 용어로도 많이 쓰였다. 이때 나누어지는 수는 實이라고 한다.

4C경 중국에서 출판된 孫子算經(손자산경)의 제 26문의 연립합동식 문제를 物不知其數(물부지기수)라고 부르는데, 이는 후에 Chinese Remainder Theorem으로 알려졌다. 大衍總數術(대연총수술)은 중국의 秦九韶(진구소)가 저술한 數書九章(수서구장, 1247)에 들어있는 연립합동식의 해법을 뜻하는 것으로 문제에서 사용된 법(mod)들이 서로 소가 아닌 경우를 다룬다는 것이 孫子算經의 物不知其數와 다른 점이다. 百鷄問(백계문)은 5C경 중국에서 출판된 張丘建算經(장구건산경) 하권의 마지막 문제를 이르는 말이다. 이 문제는 세 개의 미지수와 두 개의 일차방정식으로 이루어진 연립방정식을 다루는데, 이 식이 세계 최초의 일차 부정방정식이다([3], [18]).

2.3 조선 산서

조선 산학([1, 4-19])에서 가장 많이 다루어지는 산서는 대략 23권이며, 그들의 출판연대가 모두 알려져 있지는 않다. 산서를 저자에 따라 분류하여 각 산서의 특징과 중요성을 간단히 설명하고 이를 표로 정리한다.

경선정은 중국의 산서 算學啓蒙, 楊輝算法, 詳明算法을 연구하여 天, 地, 人 세 권으로 默思集算法을 저술하였다. 목사집산법은 셈법부터 퇴타술과 방정식까지 다루고 있으나 구고술과 방정식 문제가 算學啓蒙의 수준에 훨씬 미치지 못한 초보적 단계만 취급하고 천원술과 증승개방법은 나타나지 않는다([13]).

박율의 算學原本은 17C에 조선 산학가가 저술한 것으로 출판연대가 확인된 유일한 산서로서, 최초로 算學啓蒙 수준의 천원술을 사용한 산서이다. 산학원본의 상권은 楊輝算法의 제곱근을 구하는데 사용되는 일차보간법과 이를 통하여 구한 근삿값에서 참값을 구하는 문제를 구고술을 통하여 정리한 것이고, 중권은 원의 지름과 둘레와 넓이, 구의 부피들 사이의 관계식을 통한 분수 계산과 제곱근, 세제곱근, 네제곱근의 계산을 다룬 것이다. 하권은 천원술을 이용하여 다항방정식을 구성하고 증승개방법을 이용하여 이를 해결하는 문제 등을 다루고 있다. 중국의 산학을 그대로 받아들이지 않고 구조를 이해하여 독창적으로 새로운 방법을 구성하여 문제를 해결하는 등, 그는 17C의 수학 수준에 비하여 뛰어난 업적을 이루었다([1], [5]).

최석정의 九數略은 乾, 坤의 두 권으로 이루어져있다. 서양수학을 최초로 인용한 산서로 기하에 관한 명제를 증명 없이 인용하였다. 서양수학을 다룬 중국 서적인 同文算指(동문산지, 1613)의 등차급수와 등비급수의 합을 소개하였다([4], [19]). 배상설의 書計瑣錄은 同文算指와 구수략을 재정리한 산서이다([4]).

홍정하의 九一集은 산학 전반에 걸쳐 정리한 산서로서 天, 地, 人 세 권으로 이루어졌다. 구일집은 최초로 10차 방정식을 취급한 산서이며, 算學啓蒙에 실린 것보다 훨씬 많은 방정식에 관련된 문제를 천원술과 증승개방법을 이용하여 해결한 산서이다. 당시의 중국에서는 잊혀졌던 천원술을 활용하여 구고술을 완벽하게 대수화함으로써, 조선이 구고술과 방정식론에서 동양에서 가장 발전된 결과를 가질 수 있었다([5], [8], [13]).

조태구의 籌書管見은 197쪽으로 이루어진 필사본으로 구장산술의 문제를 18세기 초까지 발전된 내용을 포함하여 정리한 것이다. 조태구는 산법에 대한 일반 이론으로 최석정의 구수략을 인용하였으나, 퇴타술에 있어서 그는 최석정과는 달리 등차수열의 합을 기하적으로 구했다. 주서관견에서 Heron의 공식이 나타나고 서양 수학의 용어가 사용되는 등, 조태구는 서양수학을 많이 연구하였다. 특히, 주서관견은 주어진 명제에 왜 성립하는지를 묻고 이에 대한 증명을 제시하는 형태를 따르는 최초의 조선 산서이다([4], [5], [13], [19]).

황윤석은 백과사전에 해당하는 23권으로 구성된 理藪新編(이수신편)을 저술하였는데, 그 중 제 21, 22권이 算學入門이고, 제 23권이 算學本源이다. 산학입문에서 算學啓蒙의 方程正負問을 그대로 인용하였고, 그의 퇴타술은 서양수학 同文算指의 영향을 받았다. 산학본원은 박율의 산학원본을 거의 그대로 인용하면서 약간의 내용을 추가한 책이다. 특히, 박율의 산학원본에서는 원주율로 古率(3), 徽率(157/50), 密率(22/7)이 사용되는데 반하여, 황윤석은 산학본원에서 박율의 산학원본보다 늦게 출판된 數理精蘊에서 사용된 祖冲之(조충지)의 원주율(3.14159265, 355/113)과 위의 密率을 사용하여 원과 구의 문제를 해결하였다([1], [19]).

가장 진취적인 실학사상가 중 한 명인 홍대용은 그의 저서 籌解需用에서 算學啓蒙의 방정식을 전통적인 증승개방법을 이용하여 풀었다. 주해수용은 삼각함수를 다룬 최초의 조선 산서로서 삼각법을 자세히 기술하여 측량에 활용할 수 있게 한 산서이지만, 義를 다루지 못하고 法만을 다루어 논증기하를 다루지 못하였다([5], [13]).

홍길주의 幾何新說은 雙推臆算(쌍추억산), 開方蒙求(개방몽구), 雜碎隨鈔(잡쇄수초)로 이루어져 있다. 쌍추억산은 數理精蘊 하편의 9권 疊借互徵(첩차호징)을 연구하고 그 이름을 바꾸어 쓴 책으로 일차방정식과 구고술의 문제를 다루고 있다. 개방몽구에서는 급수의 합에 관한 등식, 잡쇄수초에서는 조선과 중국에서 그 유래를 찾을 수 없는 일차연립합동식과 구고술과 황금비를 다루고 있다. 홍길주는 원의 문제와 구고술의 관계를 정립한 결과를 조선에서 가장 일찍 언급한 학자로 측량에 관한 문제에 닮은 삼각형의 비례식의 성질을 이용하고, 합동식의 문제를 해결하는 과정에서 정수환

의 상환(factor ring)을 이용하였다. 그는 서양수학의 영향을 받은 중국 산서만 연구한 것으로 추정된다([11], [14]).

이상혁의 借根方蒙求是 數理精蘊의 借根方比例(차근방비례) 부분을 연구한 후 數理精蘊의 여러 종류의 문제를 차근방을 이용하여 구성된 방정식을 다루었다([12]).

이상혁의 算術管見은 數理精蘊과 穆尼閣(목니각, J. N. Smogolenski, 1611-1656)의 天步眞原(천보진원, 1652)을 해설하고, 梅穀成(매각성)의 赤水遺珍(적수유진, 1761)에 들어 있는 杜德美(두덕미, P. Jartoux, 1668-1720)의 삼각함수의 급수 표현을 다룬 책이다. 이 책에서 그는 차근방 대신 천원술을 사용하였고, 그가 사용한 기하 문제의 풀이는 현재 사용되는 논증기하의 방법에 해당한다([4], [7], [14]).

이상혁의 翼算은 상편 正負論과 하편 堆垛術로 이루어진 책이다. 정의와 정리를 먼저 제시하고 그에 대한 해설과 예를 통한 부연설명을 하는 형태로 쓰여진 최초의 책으로서 익산을 시점으로 조선 산학의 수학화가 이루어졌다고 볼 수 있다. 易之瀚(역지한)이 羅士琳(나사림)의 四元玉鑑細草(사원옥감세초, 1835)의 부록에서 正負相當을 설명하였는데, 이상혁은 이 개념을 발전시켜 방정식의 체계를 정리하여 정부론을 저술하였다. 그의 퇴타술은 조선 산학에서 체계를 갖춘 독창적 이론으로서, 그는 급수를 먼저 정의하고 합을 구하고 그가 도입한 새로운 개념인 분적법을 이용하여 截積(절적)¹⁰⁾을 구하였다. 朱世傑의 四元玉鑑의 결과를 완전히 정리하여 동양 수학에서 취급한 모든 급수에 대한 구조를 완전히 밝혀내었다([3], [4], [7], [14]).

이상혁이 저술한 것으로 추정되는 四元玉鑑은 羅士琳의 四元玉鑑細艸를 연구한 책으로서 124쪽으로 이루어진 필사본이다. 이는 朱世傑의 퇴타술을 철저히 연구하고, 음의 해를 포함한 다항방정식의 모든 해를 다룬 최초의 조선 산서이다([9]).

관상감에서 일하였던 남병길은 천문학 서적과 九章算術로부터 송, 원대에 이르는 동안의 중요 산서들을 모두 연구할 수 있었다. 그의 저서 九章術解는 九章算術의 원본을 연구하여 해설한 조선의 유일한 산서인데, 인수분해가 나타난다([10], [14]).

남병길의 劉氏句股術要圖解는 구고술에 관한 223개의 문제를 다루고 있는 劉氏句股術의 도해로서 다항식의 연산을 사각형의 넓이로 나타내었다([14]).

남병길의 輯古演段은 數理精蘊의 借根方比例와 九章算術의 입체의 부피에 관한 이론을 완전히 이해한 뒤 王孝通(왕효통)의 輯古算經(집고산경, 7C)에서 다루고 있는 3차 이상의 방정식을 구성하는 문제를 정리하고 해설한 책으로 서양수학의 이론을 동양수학의 문제에 적용시켜 조선수학에 새로운 전기를 마련하였다([10]).

남병길의 玉鑑細艸詳解는 羅士琳의 四元玉鑑細艸를 연구한 책으로 구고술을 많이 다루고 고차다원연립방정식에서 천원술부터 사원술까지 완벽하게 다룬다. 증승개방법을 이용한 풀이 과정을 산대를 사용하여 보여주는 유일한 산서이다([9]).

10) 截은 끊는다는 뜻으로 절적은 $\sum_{k=m}^n a_k$ 를 말한다.

남병길의 測量圖解는 구고술의 일반화인 측량문제를 도해를 통하여 해설한 산서로서 劉徽(유휘)의 海島算經(해도산경)과 秦九韶의 數書九章의 문제들을 연구한 과정을 설명한 도해가 들어 있다([10], [14]).

無異解는 중국인 李冶(이야)의 測圓海鏡(측원해경, 1248)과 益古演段(익고연단, 1259)의 문제에 대한 李銳(이예)의 견해를 반박하며, 남병길이 천원술 대신 차근방을 이용하여 문제를 풀어 등식에 대한 이론을 정립한 책이다([10]).

算學正義는 남병길과 이상혁의 공저로 그들이 연구한 내용을 총망라한 책이다. 상편은 수의 연산과 다항방정식, 기하문제, 급수를 다루고, 중편은 일차방정식과 일차연립방정식을 다루며, 하편은 천원술과 고차연립방정식, 합동식을 다룬다. 秦九韶의 數書九章의 大衍總數術을 연구한 결과를 산학정의의 하편 大衍에 기술함으로써 대연술을 조선 최초로 이용하고, 朱世傑의 四元玉鑑의 사원술을 소개하였다. 산학정의는 문제 중심의 산학서가 아니고, 주제에 대한 정의나 정리가 먼저 나오고 이의 응용으로 문제를 푸는 형태로 쓰여진 책으로 數理精蘊을 연구한 후 서양 수학과 동양 수학을 접목시킨 책이다. 산학정의는 홍정하의 구일집, 이상혁의 익산과 함께 조선 산학에서 가장 훌륭한 업적으로 손꼽힌다([4], [7], [17], [18], [19]).

조희순은 武人 출신으로 산서를 남긴 유일한 조선 산학자로서 그의 저서 算學拾遺는 73쪽으로 이루어진 필사본으로, 구고술, 사원술, 구면삼각법 등에서 구조적 접근과 창의적 결과가 가장 뛰어난 내용을 포함한 책이다. 그는 이미 알려진 이론으로부터 새로운 이론을 만들어 증명하고 응용도 얻어내었다([5], [8], [14]).

산서	저자	출판연도	특이 사항
默思集算法(묵사집산법)	경선징	? (17C)	당시의 산학 전반을 다루나 구고술과 방정식론을 제대로 취급하지 못함
算學原本(산학원본)	박율	1700	천원술을 사용하여 방정식을 구성한 현존하는 최초의 산서
九數略(구수략)	최석정	? (18C)	서양 수학을 최초로 인용함
九一集(구일집)	홍정하	? (18C)	구고술과 방정식론이 중국보다 매우 발전됨
籌書管見(주서관견)	조태구	1718	명제의 증명이 최초로 나타남
算學入門(산학입문)	황윤석	? (18C)	상명산법, 양회산법, 산학계몽 등을 고루 인용한 산서
算學本源(산학본원)	황윤석	? (18C)	박율의 산학원본에 약간의 내용을 추가
籌解需用(주해수용)	홍대용	? (18C)	삼각함수가 최초로 다루어짐
書計瑣錄(서계쇄록)	배상설	1786	최석정의 구수략을 정리함
幾何新說(기하신설)	홍길주	? (19C)	넓은 삼각형의 성질의 이용과 상환의 도입
借根方蒙求(차근방몽구)	이상혁	1854	수리정운에서 택한 문제들에 대하여 차근방

			을 이용하여 방정식을 구성
算術管見 (산술관견)	이상혁	1855	삼각함수의 근삿값을 구하고, 논증이 포함된 기하를 다룸
四元玉鑑 (사원옥감)	이상혁	? (19C)	음의 근을 포함한 다항방정식의 모든 근을 최초로 다룸
翼算 (익산)	이상혁	1868	정의와 정리의 제시를 통한 산학의 수학화
海鏡細草解 (해경세초해)	남병철	1861	측원해경의 해설서
九章術解 (구장술해)	남병길	? (19C)	구장산술에 관한 유일한 조선 산서
劉氏句股術要圖解 (유씨구고술요도해)	남병길	? (19C)	구고술에 관한 문제를 도해를 통하여 설명
輯古演段 (집고연단)	남병길	1854-1855(?)	집고산경의 문제를 차근방을 이용하여 완벽하게 방정식을 구성
玉鑑細艸詳解 (옥감세초상해)	남병길	1855(?)	증승개방법을 이용한 풀이 과정을 산대를 사용하여 보여주는 유일한 산서
無異解 (무이해)	남병길	1855	李銳가 천원술을 제대로 이해하지 못한 것을 지적
測量圖解 (측량도해)	남병길	1858	직각삼각형에 관한 문제에 도해를 붙여 해설
算學正義 (산학정의)	남병길 이상혁	1867	수리정온의 형태를 유지하면서 송, 원대의 산학을 연구, 조선 산학을 체계적으로 정리
算學拾遺 (산학습유)	조희순	1869	이원술, 삼원술, 사원술에 대한 문제를 구성하고, 구고술, 구면삼각법을 포함

2.4 조선 산학의 흐름

조선 산학은 기본적으로 중국 산학의 영향을 받으면서 발전하였다. 그러나 중국 산학을 그대로 답습하기보다는 자체적인 연구를 통하여 조선 산학 자체의 발전을 이룩하기도 하였으며 때로는 홍정하의 구일집에서 볼 수 있듯이 조선 산학의 수준이 중국 산학을 능가하기도 하였다.

조선 산학은 시대에 따라 중요성이 강조되기도 하였으나, 유학이 중시되던 조선에서의 산학 연구는 그다지 활성화되지 않았다. 조선시대에는 계산 업무를 담당할 관원을 뽑기 위한 취제가 있었으며, 취제에 입격한 중인 산원들은 호조에 배속되어 계산과 관련된 업무를 담당하였고, 일부 산원들은 교수의 직책으로 산원들의 교육을 위한 산술 교육도 담당하였다. 중인은 조선시대에 생겨난 특수 계층으로, 한 집안에서 수대에 걸쳐 여러 명의 산원들을 배출하는 경우도 많았다. 조선 전체에 걸쳐 취제에 합격한 중인 산원의 수는 시간이 흐름에 따라 대체적으로 늘어났으나, 각 시기마다 사회적 요구에 따라 대폭 증감되었다. 조선시대에 산학이 그다지 중시되지는 않았지만 유예의 하나로 일부 양반들과 유학자 그리고 중인들에 의하여 산학 연구의 명맥이 유지

되었다.

임진왜란을 거치며 조선이 소유하고 있던 산학서들을 비롯하여 조선 산학에 관한 사료들이 모두 사라져서 산학 연구의 공백기를 가졌었다. 예를 들면 역법의 계산에 필요한 천원술을 다루는 算學啓蒙도 임진왜란 때에 사라졌다가 1660년 金始振(김시진, 1618-1667)에 의하여 조선에서 다시 출간된다. 이렇듯이 시대에 따라 산학의 중요성에 대한 인식과 그에 따른 연구가 때로는 활발하고 때로는 침체되기도 하였다. 그럼에도 불구하고 조선 산학은 중인과 양반, 그리고 유학자들에 의하여 자율적인 학문으로서 연구가 면면히 이루어져 발전을 이룩하여 19세기 후반에 이르러 이상혁과 남병길에 이르러서는 조선 산학이 나름대로의 구조적 체계를 갖는 수학으로 발전하였다.

九章算術은 고대 중국(先秦(?-221 B.C.), 西漢(206 B.C.- 8 A.D.))에서 출판된 것으로, 이후 중국을 비롯한 동양 수학의 발전에 가장 중요한 영향을 끼친 수학책이다([5]). 九章算術 이래로 조선 산학을 포함한 동양 산학에서 중요하게 다루어졌던 주제는 유형별로 대체적인 분류가 가능하다. 산대를 이용한 유리수의 셈법, 비례배분, 도형의 넓이와 체적, 직각삼각형과 관련된 문제와 이를 활용한 측량 문제, 영부족술, 행렬을 이용한 일차연립방정식의 해법, 유한급수, 부정방정식과 합동식, n 제곱근을 구하는 방법을 포함한 고차방정식의 구성과 해법 등이 그것이다([5]).

조선 산학가들에게도 이들이 가장 중요한 연구 대상이었고, 그 중에도 가장 많이 다루어졌던 주제는 다항식의 표현과 방정식의 해법이었다([16]). 현존하는(출판년도가 확인된) 조선의 산서 중에서 가장 일찍 쓰여진 산서가 1700년에 출판된 박율의 算學原本이다. 이 책에서 박율은 조선 산학에 가장 영향을 많이 끼친 중국의 산서인 朱世傑의 算學啓蒙에서 소개한 천원술을 이용하여 다항식의 표현과 연산의 시행 및 방정식의 해를 구하기 위한 방법으로 증증개방법을 사용한다. 박율의 산학원본은 중국의 楊輝算法과 算學啓蒙을 그대로 수용하지 않고 수학에 대한 이해를 바탕으로 그들의 결과를 확장하거나 더욱 쉬운 풀이법을 제시하는 등의 독창성을 보여주었다.

산학원본이 출판된 이후에 홍정하는 九一集에서 천원술을 활용하여 구고술을 한층 발전시키고 10차 이상의 방정식을 다루는 등, 천원술이 잊혀진 중국보다 매우 발전된 결과를 보여주었다.

18C의 조선에서는 同文算指와 數理精蘊과 같은 서양수학의 영향을 받은 중국 산서에 대한 연구가 활발히 이루어졌다. 서양수학을 최초로 인용한 산서로 양반 최석정의 九數略이 있고, 성리학자인 배상설이 구수략을 정리하여 書計稍錄을 저술하였다. 양반 조태구는 九章算術의 문제들에 18C까지의 발전된 내용을 담아 정리하여 籌書管見을 저술하였는데, 이 책에서 최초로 명제에 대한 증명이 나타난다. 대표적인 실학사상가인 홍대용은 籌解需用에서 최초로 삼각함수를 다루어 측량에 활용할 수 있게 하였다. 홍길주는 幾何新說에서 구고술 문제로 작도 문제를 많이 다루고, 합동식의 문제

에 정수환의 상환(factor ring)의 성질을 이용하고, 황금비를 다루는 등, 서양수학만을 연구한 것으로 추정된다.

19C 중반부터 연립합동식의 완전한 해법을 다룬 秦九韶의 數書九章, 구고술의 완벽한 대수화를 가능하게 한 사원술과 퇴타술을 가장 많이 다룬 朱世傑의 四元玉鑑, 이외에도 李治의 測圓海鏡 등을 비롯하여 중국수학사의 황금기인 송, 원대의 여러 산서들과 梅穀成(매각성)이 그의 할아버지인 梅文鼎(매문정)의 업적을 정리한 梅氏叢書輯要(매씨총서집요, 1759)와 羅士琳의 四元玉鑑細艸 등이 조선에 유입되었다. 이상혁, 남병길, 조희순 등은 유입된 중국 산서를 연구하여 조선의 독자적인 훌륭한 업적을 이루었다. 이상혁과 남병길은 역법과 함께 들어온 서양 수학도 함께 연구하여 義를 기반으로 한 동양 수학의 문제를 현대 수학의 방법으로 접근하게 된다([5], [7], [15], [19]).

조선 최고의 산학자로 일컬어지는 이상혁과 남병길은 數理精蘊의 영향을 받아 다항방정식을 차근방을 이용하여 표현한 책인 借根方蒙求와 輯古演段을 비슷한 시기에 각각 저술하였다. 이어서 곧바로 남병길이 無異解를 저술하였고, 그 후에 출판된 산서에서 이상혁과 남병길은 차근방 대신 천원술을 이용하여 방정식을 다루었다. 이상혁을 최고의 산학자로 불리게 하는 가장 중요한 산서가 바로 翼算과 남병길과 함께 저술한 算學正義이다. 익산과 산학정의에서 이상혁과 남병길은 이전까지의 대부분의 조선 산서와 같이 문제풀이를 중심으로 두지 않고 정의와 정리를 먼저 설명하고 응용을 덧붙이는 등 수학적 이론을 중시하여, 산학이 드디어 수학으로 정립되는 중요 역할을 담당하였다. 또한, 익산의 퇴타술은 이상혁의 독창성을 매우 잘 드러내고 있고 이상혁과 남병길의 연구 내용을 총망라한 산학정의는 조선의 뛰어난 산학서로 인정된다.

알려진 산서로서 출판연대가 가장 늦은 산서가 조희순의 算學拾遺(1869)이다. 그는 알려진 이론으로부터 새로운 이론을 만들어 증명하고 응용도 얻어내었다. 현재까지 발견된 조선의 산서로는 산학습유가 마지막 산서이다.

3. 결론

본 논문에서 우리는 한국수학사를 읽기 위하여 주로 조선 산학의 역사적 흐름을 살펴보았다. 조선 산학은 중국 산학을 받아 들여 그것을 기반으로 더욱 발전시키거나 독자적인 산법 등을 개발하며 자체적인 산학을 발전시켰다. 특히, 홍정하의 업적과 함께 이상혁과 남병길의 공동 연구에 의한 조선 산학의 발전은 눈여겨볼 만하다. 하지만 사료에 의한 조선 산학의 생명은 그 이후를 찾아볼 수 없다.

우리나라는 많은 분야에 걸쳐 역사의 단절을 지니고 있다. 수학교 예외는 아니어서

단절의 역사를 지니고 있다. 그러한 역사의 단절이 발생된 연유를 밝히는 일도 중요한 연구과제일 것이다. 수학사 연구는 역사를 잇는 교량으로서 꼭 필요한 일이다.

대량 복사나 출판이 불가능했던 과거의 서적들은 사람들의 직접 필사에 의존하여 제작되었을 것이다. 특히 산학과 같은 전문지식을 담은 서적은 그 분야와 내용을 이해하는 사람의 필사에 의하여 제작되었을 가능성이 크다. 이때 전문적 내용을 이해하는 사람에게는 내용의 보다 나은 해설과 내용의 추가 및 삭제가 매우 자연스러운 일이었을 것이다.

조선 산서는 중국의 산서를 기초로 삼았으나 그 내용에 있어 독창적 내용을 담고 있다. 민족의 문명과 문화, 그리고 그 안에 담긴 민족의 역량과 독창성을 찾아내고 우리 민족의 삶을 규명하기 위해서라도 우리에게는 산학 사료의 연구와 사료가 남아 있지 않은 수학 관련 역사에 관한 연구가 필요할 것으로 사료된다.

감사의 글. 본 논문은 올해 정년퇴임을 하신 홍성사 교수님과 홍영희 교수님의 열정 어린 조선 산학 연구에 대한 감사를 표하기 위하여, 새로운 연구 결과를 제시하기 보다는 두 분의 연구 결과를 개괄적으로 정리하는데 목표를 둔 헌정 논문입니다. 홍성사 교수님께서서는 본 논문의 개선을 위하여 개인적으로 많은 가르침과 도움을 주셨습니다. 이 자리를 빌어 교수님께 마음 깊이 감사를 드립니다. 또한 날카로운 지적과 충고를 해주신 심사자 분들께도 심심한 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. 김영욱, 홍성사, 홍영희, 박율의 산학원본, 한국수학사학회지 18(4), 2005.11, 1-16.
2. 김용운, 김용국, 한국 수학사, (주)살림출판사, 2009.
3. 홍성사, 개별 의견 교류.
4. 홍성사, 조선 산학의 퇴타술, 한국수학사학회지 19(2), 2006.05, 1-24.
5. 홍성사, 조선 산학 관건, 대한수학회소식 117(1), 2008.01, 5-9.
6. 홍성사, 홍영희, 유희와 구장산술, 한국수학사학회지 11(1), 1998, 27-35.
7. 홍성사, 홍영희, 조선 산학자 이상혁의 방정식론, 한국수학사학회지 17(1), 2004, 1-14.
8. 홍성사, 홍영희, 조선의 산학훈도와 산학교수, 한국수학사학회지 19(3), 2006.08, 1-20.
9. 홍성사, 홍영희, 조선 산학과 사원옥감, 한국수학사학회지 20(1), 2007.02, 1-16.
10. 홍성사, 홍영희, 남병길의 방정식론, 한국수학사학회지 20(2), 2007.05, 1-18.
11. 홍성사, 홍영희, 홍길주의 대수학, 한국수학사학회지 21(4), 2008.11, 1-10.
12. 홍성사, 홍영희, 이상혁의 차근방몽구와 수리정온, 한국수학사학회지 21(4), 2008.11, 11-18.
13. 홍성사, 홍영희, 김창일, 18세기 조선의 구고술, 한국수학사학회지 20(4), 2007.11, 1-22.
14. 홍성사, 홍영희, 김창일, 19세기 조선의 구고술, 한국수학사학회지 21(2), 2008.05, 1-18.
15. 홍성사, 홍영희, 장혜원, 번적과 익적의 역사, 한국수학사학회지 18(3), 2005, 39-54.
16. 홍영희, 다항식의 대수적 표현, 한국수학사학회지 16(4), 2003, 15-32.
17. 홍영희, 조선시대의 방정식론, 한국수학사학회지 17(4), 2004, 1-16.
18. 홍영희, 부정방정식의 역사, 한국수학사학회지 18(3), 2005.08, 1-24.
19. 홍영희, 조선 산학과 수리정온, 한국수학사학회지 19(2), 2006.05, 24-46.

History of mathematics in Chosun dynasty

The University of Suwon Youngmee Koh

The University of Suwon Sangwook Ree

Dedicated to Professors Hong, Sung Sa and Hong, Young Hee with deep respect and gratitude on behalf of their guidance and academic advices

We first of all emphasize the importance of the research on the history of Korean mathematics. We next make a survey of the brief history of Chosun mathematics as a seed knowledge for further research on Korean mathematics. We hope that our survey will serve researchers as a seed knowledge of their research.

Key Words : Korean mathematics, Chosun mathematics

2000 Mathematics Subject Classification : 01A05, 01A50, 01A55

접수일 : 2009년 7월 2일 수정일 : 2009년 8월 19일 게재확정일 : 2009년 8월 20일

부록

연도	조선 산학자 (신분)	산서 (출판연도)	방정식 풀이를 위한 산법	영향을 미친 대표적 중국 산서	산서의 특징
1616 - ?	경선정 (중인)	묵사집산법 默思集算法 (?)		산학계몽 양휘산법 상명산법	현존하는 최초의 조선 산서로서 산학전반을 다루나 구고술과 방정식은 초보적인 내용만 다룸
1621 - ?	박율 (군수)	산학원본 算學原本 (1700)	천원술 증승개방법	양휘산법 산학계몽	17C에 조선 산학자가 저술한 것으로 출판연대가 확인된 유일한 산서 최초로 산학계몽 수준의 천원술 사용
1645 - 1725	최석정 (영의정)	구수략 九數略(?)		동문산지 산법통중	서양수학을 최초로 인용 등차급수와 등비급수의 합 소개
1684 - ?	홍정하 (중인)	구일집 九一集(?)	천원술 증승개방법	상명산법 산학계몽 양휘산법	산학 전반에 걸쳐 정리 구고술과 방정식론은 당시 중국에 비하여 매우 앞선 내용 천원술을 활용한 구고술의 대수화 방정식 문제를 가장 많이 다룸
1660 - 1723	조태구 (영의정)	주서관견 籌書管見 (1718)		구장산술 양휘산법 동문산지 산법통중	구장산술의 문제를 18C초까지 발전된 이론으로 정리 명제의 증명을 제시한 최초의 조선 산서
1729 - 1791	황운석 (유학자)	산학입문 算學入門	천원술	산학계몽 양휘산법 상명산법 동문산지	理數新編의 21, 22권
		산학본원 算學本源		산학계몽	理數新編의 23권 박율의 산학원본을 거의 그대로 인용하고 약간의 내용을 첨가한 책
1731 - 1783	홍대용 (유학자)	주해수용 籌解需用	증승개방법	산학계몽 수리정온 산법통중 양휘산법	삼각함수를 최초로 다룬 산서
1759 - 1789	배상설 (유학자)	서계쇄록 書計瑣錄 (1786)		동문산지	동문산지와 최석정의 구수략을 재정리
1786 - 1841	홍길주 (양반)	기하신설 幾何新說		역상고성 수리정온	서양수학의 영향을 받은 중국 산서만 연구한 것으로 추정됨 원의 문제와 구고술의 관계를 정립
1810 - ?	이상혁 (중인)	차근방몽구 借根方蒙求 (1854)	차근방 증승개방법	수리정온	서양수학의 연구 수리정온의 문제들에 차근방 적용
		산술관견 算術管見 (1855)	천원술	수리정온, 적수유진, 천보진원의 해설서	삼각함수의 근삿값을 구함 논증기하가 포함됨

		사원옥감 四元玉鑑		사원옥감세 초	나사림의 사원옥감세초와 이의 부록으로 들어 있는 역지한의 결과를 연구한 책 다항방정식의 해를 완전히 다룬 최초의 조선 산서 다양한 급수를 다룸
		익산 翼算 (1868)	천원술 증승개방법	측원해경 익고연단 산학계몽 사원옥감 방정론(매문 정)수리정은 수서구장 적수유진	조선 산학에서 최초로 개념화가 시도되어 산학의 수학화가 이루어짐 엄격한 정의와 개념 도입 상편 정부론에서 정부상당 개념을 이용하여 방정식 이론을 완벽하게 정리 하편 퇴타술에서 독창적 방법 소개 천원술과 차근방 비교
1817 - 1869	남병철 (판서)	해경세초해 海鏡細草解 (1861)	천원술	측원해경세 초	측원해경세초의 해설
1820 - 1869	남병길 (판서)	구장술해 九章術解(?)		구장산술 수리정은	구장산술의 원본을 연구한 최초의 조선의 산서
		유씨구고술요 도해劉氏句股 術要圖解(?)		수리정은	구장산술, 해도산경의 구고술에 관련된 부분을 그림과 함께 설명
		집고연단 輯古演段 (1854-1855?)	차근방법	수리정은 구장산술 집고산경 적수유진	왕효통의 집고산경의 3차 이상의 방정식 구성에 관한 문제를 차근방을 이용하여 해설한 책 서양수학의 이론을 동양수학에 접목
		옥감세초상해 玉鑑細草詳解 (1855?)	천원술 사원술	사원옥감세 초	나사림의 사원옥감세초를 연구한 책
		측량도해 測量圖解 (1858)		수리정은 해도산경 수서구장	유휘의 해도산경과 진구소의 수서구장의 문제를 함께 연구한 과정을 도해를 포함하여 저술
		무이해 無異解 (1855)	천원술과 차근방술 비교	측원해경 익고연단	측원해경과 익고연단에 대한 李銳의 견해의 잘못된 점을 지적한 책
		산학정의 算學正義 (1867)	천원술 사원술	수리정은 사원옥감 산학계몽	이상혁과의 공저로 그들의 연구내용을 총망라 정의나 정리가 먼저 제시된 후 예제를 설명하는 체제 서양 수학과 동양 수학을 접목
	조희순 (절도사)	산학습유 算學拾遺 (1869)	천원술	수리정은 역상고성	조희순은 武人 출신의 유일한 산학자 가장 독창적인 내용을 포함함 알려진 이론으로부터 새로운 이론을 만들어 증명하고 응용을 얻어낸다.