# 결합 조정에 기반한 연속 항공삼각측량 알고리즘 A Sequential AT Algorithm based on Combined Adjustment

# 최경아<sup>1)</sup> · 이임평<sup>2)</sup> Choi, Kyoungah · Lee, Impyeong

#### Abstract

Real-time image georeferencing technologies are required to generate spatial information promptly from the image sequences acquired by a multi-sensor system. We thus derive a sequential adjustment algorithm based on the combined adjustment model. By adopting the sequential adjustment model, we develop a sequential AT(Aerial Triangulation) algorithm to georeference image sequences in real-time. The proposed algorithm enables to perform AT rapidly with the minimum computation at the current stage by using the results computed at the previous stage whenever a new image is added. Experiments with simulated data were conducted to verify the effectiveness of the proposed algorithm. The results of the experiments show that the georeferencing of each image took very short time and its accuracy was determined within  $\pm$  4cm on the ground control points comparing to the results of the existing simultaneous AT.

Keywords : Georeferencing, Sequential Aerial Triangulation, Real-time, Combined Adjustment

#### 초 록

멀티센서시스템으로부터 획득된 영상으로부터 공간정보를 신속하게 생성하기 위하여 영상의 실시간 절 대좌표화가 요구된다. 이에 본 연구에서는 결합 조정(combined adjustment) 모델에 기반하여 연속(sequential) 조정 알고리즘을 유도하고 이를 항공삼각측량(Aerial Triangulation : AT)에 적용하여 시스템으로부터 획득되 는 영상을 실시간으로 절대좌표화하기 위한 연속 AT 알고리즘을 제안한다. 제안된 방법을 통해 새로운 영상 이 획득될 때마다 이전 단계의 AT 수행 결과를 최대한 활용하고 최소한의 추가적인 연산을 통해 AT를 신속 하게 다시 수행할 수 있다. 시뮬레이션 데이터를 이용하여 검증한 결과 영상 1장이 추가될 때마다 매우 짧은 연산 시간을 통해, 기존의 일괄(simultaneous) AT 결과와 비교하여 지상좌표값을 기준으로 ±4cm 이내의 정 확도를 확보할 수 있었다.

핵심어 : 절대좌표화, 연속항공삼각측량, 실시간, 결합조정

# 1. 서 론

재난/재해가 증가함에 따라 재난/재해의 예방 및 복구 에 대한 관심이 고조되고 있다. 상습발생지에서 위험인 자의 현장조사를 통해 위험예측 및 예방이 이루어져야 하며 피해가 발생하는 즉시 정확한 피해지역의 위치 및 규모 파악을 통해 조속한 복구가 이루어져야 한다. 그러 나 현실적으로는 현장접근성이 떨어지고 짧은 시간 내 현장조사에 의한 정확한 피해 위치, 규모 등을 파악하는 데는 한계가 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 재난 /재해 발생 직후 디지털항공영상 촬영 또는 항공 LiDAR(Light Detection And Ranging) 데이터 취득 등을 통해 피해상황이 기록된 정보를 확보하려는 노력이 이 루어지고 있다(이창우, 2009).

원격지에 있는 로봇에 장착된 카메라로부터 획득된 영상을 단말기를 통해 확인할 수 있도록 하는 원격지 영

<sup>1)</sup> 정회원·서울시립대학교 대학원 공간정보공학과 박사과정(E-mail: shale@uos.ac.kr)

<sup>2)</sup> 교신저자·정회원·서울시립대학교 도시과학대학 공간정보공학과 부교수(E-mail: iplee@uos.ac.kr)

상전송 이동 로봇이 개발 중에 있다. 이와 같은 로봇은 사람이 직접 접근하여 감시·정찰하기 위험한 군사, 범 죄지역이나 상시 모니터링이 요구되는 국경지역으로 투 입되어 인명피해를 최소화하며 효율적인 임무 수행이 가능하다. 이와 유사하게 멀티 센서가 탑재된 무인헬기 (Unmanned Aerial Vehicle : UAV)나 무인자동차 (Unmanned Ground Vehicle : UGV) 시스템이 개발 중에 있어 원격지의 공간 데이터 취득이 용이해지고 있다 (Choi et al., 2009; Choi et al., 2008).

디지털항공영상 또는 항공 LiDAR 데이터로부터 재난 /재해 지역의 의미 있는 공간 정보를 추출하기 위해서는 센서 데이터의 절대좌표화(georeferencing)가 필요하며 신속한 대응체계를 구축하기 위해서는 실시간 처리가 요구된다. 또한 개발 초기 단계에 있는 원격지 영상전송 로봇, 무인헬기 및 무인자동차에 기반한 멀티 센서 시스 템의 성공적인 임무 수행을 위해서 실시간 위치/자세 결 정 기술은 핵심기술이다.

AT는 영상의 외부표정요소를 정밀하게 결정하여 영 상을 절대좌표화하기 위한 중요한 수단이다. AT 수행을 위해 수많은 지상기준점 측량이 요구되었던 것이 GPS 개발로 인해 감소될 수 있었다. GPS AT를 이용하여 카 메라 노출중심의 정밀한 위치좌표를 결정하기 위한 정 확도 검증에 관한 연구가 있었다(임삼성 외, 1998), 1990 년대에는 항공기에 GPS/INS 시스템이 카메라와 함께 탑 재되어 촬영과 동시에 영상의 외부표정요소를 결정할 수 있게 되었다. GPS/INS AT를 적용하여 영상을 직접 절대좌표화(direct georeferencing)하는 연구(송연경 외, 2005)와 전통적인 AT와 GPS/INS AT의 정확도를 비교하 여 수치정사영상 제작과 도화 등 다양한 분야에 GPS/INS AT를 활용하기 위한 연구(박운용 외, 2004; 나 종기 외, 2004; 조규전 외, 2002)가 있었다. 그 밖에 기존 절대좌표화된 영상을 이용한 새로운 영상의 절대좌표화 (Yuan et al., 2004), LiDAR 데이터로부터 선형객체 또는 면객체를 추출하여 영상 절대좌표화에 활용(Habib et al., 2005). 무기준점 AT를 이용한 영상의 절대좌표화(최경 아 외, 2009)에 관한 연구 등이 이루어졌다. 이와 같은 절대좌표화 기술은 고속 또는 실시간으로 수행되지 못 하기 때문에 실시간 모니터링 시스템이나 로봇 비전에 적용하는데 한계가 있다.

영상이 획득될 때마다 실시간으로 영상을 절대좌표화 하기 위해서는 영상을 획득하는데 소요되는 시간보다 짧은 시간동안 처리되어야 한다. 일반적으로 센싱 또는

비젼 시스템에서 획득되는 영상의 수는 시간이 지남에 따라 증가하기 때문에 기존의 일괄 처리 방식으로는 소 요되는 시간이 기하급수적으로 증가한다. 이와 같은 이 유로 새로운 영상이 추가되더라도 일정한 처리 속도를 유지할 수 있는 연속 알고리즘이 요구된다. 다양한 연속 알고리즘이 존재하지만 사진측량 분야에 적용 가능한 것으로는 정규 행렬(normal matrix)의 역행렬을 갱신하는 칼만(Kalman) 필터 형태의 업데이트 알고리즘, Gauss/Cholesky decompositions에 기반하여 축소된 정규 행렬(reduced normal matrix)의 상삼각 행렬(upper triangle) 을 갱신하는 TFU(Triangular Factor Update) 알고리즘, orthogonal decomposition에 기반하여 축소된 정규행렬의 상삼각 행렬을 갱신하는 Givens Transformations에 기반 한 알고리즘이 있다(Gruen, 1885). 칼만 필터를 사용하여 연속영상(image sequence)으로부터 깊이 정보(depth map) 을 추정하는 연구가 있었으나 미지수는 깊이. 하나에 국 한되었다(Matthies et al., 1989), 미지수의 개수가 변화하 는 on-line AT에 칼만 업데이트 모델을 적용할 경우 TFU 알고리즘과 비교하여 연산시간과 저장공간에 있어 비효율적이며 소프트웨어로 구현하는 것까지 고려한다 면 Givens Transformations 방식이 가장 우월하다(Gruen, 1982; Wyatt, 1982). Givens Transformations에 기반하여 연 속 AT를 수행한 연구(Gruen, 1995)와 모바일 로봇에 탑 재된 쌍안 카메라의 자세정보를 연속적으로 추정한 연 구(Kersten et al., 1994)가 있었으며 연속 AT를 통하여 센 서의 비젼 계측(metrology)의 on-line 품질 관리(quality control)를 수행한 연구(Edmundson, 1998)가 있었다.

기존의 Givens Transformations에 기반한 연속 AT는 영 상과 영상점이 추가될 때마다 정규직교(orthonormal) 열 벡터로 구성된 정규행렬과 미지수 벡터를 갱신하면서 미지수를 추정하기 때문에 추정치의 정밀도를 계산하기 위한 분산공분산행렬(variance-covariance matrix)을 실시 간으로 제공하기 어렵다. 또한 검증을 위한 실험 결과 기존 일괄 AT로 성취될 수 없는 빠른 연산 속도이지만 여전히 실시간 절대좌표화가 요구되는 분야에 적용하기 에는 많은 시간이 소요되었다.

본 연구에서는 실시간으로 정규행렬의 역행렬을 갱신 함과 동시에 분산공분산행렬을 도출할 수 있도록 결합 조정(combined adjustment)에 기반한 연속 AT 알고리즘을 제안하였다. 이를 시뮬레이션 데이터에 적용하여 확보 되는 정확도를 확인하고 연산속도에 대한 성능을 검증 하고자 한다.

# 2. 연속 항공삼각측량 알고리즘

결합 조정 모델은 새로운 미지수와 관측값이 추가적 으로 획득될 때마다 새로운 미지수를 추정하고 기존에 추정된 미지수를 갱신해야하는 연속 추정문제를 해결하 기 위해 사용된다. 연속 AT는 영상이 획득될 때마다 새 롭게 추가되는 영상의 외부표정요소(EOP; Exterior Orientation Parameters)와 지상점 좌표를 추정함과 동시에 기존 영상의 외부표정요소와 지상점 좌표를 갱신해야한 다. 따라서 본 연구에서는 연속 AT 수행을 위해 결합 조 정 모델을 채택하였다.

2.1 결합 조정 (Combined Adjustment)

기존의 일괄 AT는 획득된 영상의 외부표정요소와 지 상점 좌표를 일괄적으로 추정한다. 시간이 지남에 따라 획득되는 영상의 수가 증가하는 시스템의 경우 영상이 추가될 때마다 기존 미지수벡터에 새로운 영상의 외부 표정요소 6개와 새로운 영상점에 상응하는 n개의 지상 점 좌표 n×3개의 미지수가 추가되고 영상점 좌표의 관 측값이 증가한다. 영상이 획득될 때마다 기존 일괄 AT 를 적용하여 영상을 절대좌표화하는 것은 매번 기존 미 지수와 새로운 미지수를 동시에 추정하는 것으로 일종 의 대조정(grand adjustment)이다. 대조정에 기반하여 AT 를 수행할 경우 연산시간 및 저장공간 측면에서 매우 비 효율적이고 실시간 절대좌표화가 불가능하다. 실시간 절대좌표화를 위해서는 기존 연산에 소정의 새로운 연 산만을 수행하여 갱신하는 업데이트 방법론이 요구된 다. 이와 같은 업데이트 방법론을 통하여 미지수를 수시 갱신하는 조정계산을 연속 조정라고 한다.

가장 효율적인 연속 조정이 되기 위해서는 추가되는 미지수와 관측값에 대한 연산만을 수행하여 앞서 추정 된 미지수를 갱신하고 새로운 미지수를 추정하는 것이 이상적이다. 관측값은 앞서 추정된 미지수만 관계된 것 ( $y_1$ ), 기추정된 미지수와 새로운 미지수 모두와 관계된 것( $y_2$ ), 새로운 미지수만 관계된 것( $y_3$ )으로 나눌 수 있 고 관측값과 미지수가 추가될수록  $y_1$ 가 많고  $y_2$ ,  $y_3$ 에 해당하는 것은 상대적으로 적다. 결합 조정 모델은  $y_2$ ,  $y_3$ 가 연관된 관측방정식에 대한 정규행렬식의 역행렬만 추가적으로 연산하고 이를 활용하여 모든 미지수를 추 정할 수 있게 한다. 2.1.1 초기 단계

연속 조정은 기존의 관측값과 미지수가 존재하는 초 기단계와 새로운 관측값과 미지수가 추가되는 결합단계 로 나눌 수 있다. 기존의 관측값을 이용해 현재까지의 미지수를 추정하기 위한 초기 단계의 관측방정식은 Gauss-Markov 모델에 따라 식(1)과 같이 표현할 수 있다.  $y_1$ 은 관측값벡터,  $\xi_1$ 는 미지수벡터,  $A_{11}$ 은 설계행렬 (Design Matrix),  $e_1$ 은 오차벡터이다. 식(2)은 오차벡터의 기댓값과 분산을 정의하며  $\sigma_0^2$ 는 분산성분을 의미하고  $P_1$ 는 가중 행렬을 의미한다.

$$y_1 = A_{11}\xi_1 + e_1 \tag{1}$$

$$e_1 \sim (0, \sigma_0^2 P_1^{-1})$$
 (2)

식(1)에 최소제곱법을 적용하여 식(3)과 같은 정규행 렬식(Normal Equations)을 유도한다. 이때  $N_{11}$ 와  $c_1$ 은 각각  $A_{11}^T P_1 A_{11}$ 와  $A_{11}^T P_1 y_1$ 을 의미하며,  $\hat{\xi_1} \in$ 추정 된 미지수벡터이다. 최종적으로 미지수  $\hat{\xi_1}$ 와 미지수의 분산  $D\{\hat{\xi_1}\} \in \triangleleft(4)$ 과 같이 계산된다.

$$N_{11}\hat{\xi}_1 = c_1 \tag{3}$$

$$\hat{\xi_1} = N_{11}^{-1} c_1 \quad with \quad D\{\hat{\xi_1}\} = \sigma_0^2 N_{11}^{-1} \tag{4}$$

#### 2.1.2 일괄 결합 단계

초기단계에 새로운 관측값과 미지수가 추가되면 결합 단계로 이어진다. 결합단계는 결합하는 방법에 따라 일 괄 결합단계와 연속 결합단계로 구분되어질 수 있다. 새 로운 관측값과 미지수가 초기단계의 결과와 일괄적으로 결합하는 방식인 일괄 결합단계의 관측방정식은 결합 조정 모델에 따라 식(5)과 같이 표현된다.  $y_2$ 은 기존 미 지수와 새로운 미지수 모두와 관계된 관측값벡터,  $y_3$ 은 새로운 미지수만 관계된 관측값벡터,  $\xi_2$ 는 새로운 미지 수벡터,  $A_{21}$ ,  $A_{22}$ ,  $A_{32}$ 는 설계행렬,  $e_2$ ,  $e_3$ 은 각각 관 측값벡터  $y_2$ ,  $y_3$ 과 관계된 오차벡터이다. 오차벡터  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ 은 서로 독립적이고 각각의 기댓값과 분산은 식 (6)에서 정의된다.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \\ 0 & A_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$
(5)

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0, \sigma_0^2 \begin{bmatrix} P_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & P_2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & P_3^{-1} \end{bmatrix}$$
 (6)

식(5)에 최소제곱법을 적용하여 유도된 정규행렬식은 식(7)의 치환을 통해 식(8)과 같이 표현된다. 초기 단계 에서 계산된  $N_{11}$ 을 활용하여  $\hat{\xi}_1$ ,  $\hat{\xi}_2$ 을 식(9)과 같이 추정 한다.  $\hat{\xi}_1$ ,  $\hat{\xi}_2$ 의 분산은 식(10)과 같이 정의된다. 식(9)에 서 확인할 수 있듯이 기존 미지수의 개수를  $n_1$ , 새로운 미지수의 개수를  $n_2$ 라고 한다면 일괄 결합단계를 적용 하여 미지수를 추정할 경우  $(n_1+n_2) \times (n_1+n_2)$  차원 정규행렬의 역행렬을 연산해야만 한다. 이는 새로운 미 지수가 계속 추가되는 연속 추정문제에서 매우 비효율 적이고 실시간 연산을 불가능하게 하는 요인이다.

$$M_{11} = A_{21}^{T} P_2 A_{21}$$

$$M_{12} = A_{21}^{T} P_2 A_{22}$$

$$M_{22} = A_{22}^{T} P_2 A_{22}$$

$$L_{22} = A_{32}^{T} P_3 A_{32}$$

$$d_1 = A_{21}^{T} P_2 y_2$$

$$d_2 = A_{32}^{T} P_2 y_2$$

$$b_2 = A_{32}^{T} P_3 y_3$$
(7)

$$\begin{bmatrix} N_{11} + M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} + L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\xi}_1 \\ \hat{\xi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 + d_1 \\ d_2 + b_2 \end{bmatrix}$$
(8)

$$\begin{bmatrix} \hat{\xi}_1\\ \hat{\xi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} + M_{11} & M_{12}\\ M_{12}^T & M_{22} + L_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_1 + d_1\\ d_2 + b_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$D\left\{\begin{bmatrix}\hat{\xi_1}\\\hat{\xi_2}\end{bmatrix}\right\} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} N_{11} + M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} + L_{22} \end{bmatrix}^{-1}$$
(10)

#### 2.1.3 연속 결합 단계

연속 결합단계를 적용하면 이전 단계의 연산 결과를 최대한 활용하여 최소한의 연산으로 기추정된 미지수를 갱신하고 새로운 미지수를 추정할 수 있다. 조정계산 과 정에서 가장 많은 연산 시간이 요구되는 부분은 정규행 렬의 역행렬 연산이다. 실시간 활용에 적용하기 위해서 최대한 연산 시간을 단축시키려는 노력이 필요하다. 연 산 속도를 향상시키기 위해 식(9)의 정규행렬의 역행렬 은 식(11)과 같이 축소정규행렬식(reduced normal matrix  $:N_r$ )를 구성하고 식(12)의 원리를 적용하여 효율적으로 계산한다. 정규행렬의 역행렬을 구하는 과정에서 역행 렬 연산이 수행되는 부분은  $N_r$ 과  $(M_{22} + L_{22})$ 이다.  $N_r$ 는 식(13)과 같이 표현된다.  $N_r^{-1}$ 은 이전 단계에서 계산 된  $N_{11}^{-1}$ 을 이용하여 식(14)의 원리에 의해 식(15)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} N_{11} + M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} + L_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} N_r^{-1} & W_2 \\ W_2^T & W_3 \end{bmatrix}$$
where  $W_1 = M_{12} (M_{22} + L_{22})^{-1}$ 
 $N_r^{-1} = (N_{11} + M_{11} - W_1 M_{12}^T)^{-1}$ 
 $W_2 = -N_r^{-1} W_1$ 
 $W_3 = (M_{22} + L_{22})^{-1} + W_1^T N_r^{-1} W_1$ 
(11)

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} R^{-1} & -R^{-1}BD^{-1} \\ -D^{-1}CR^{-1}D^{-1} + D^{-1}CR^{-1}BD^{-1} \end{bmatrix}$$
  
with  $R \equiv A - BD^{-1}C$  (12)

$$N_{r} = N_{11} - A_{21}^{T} \overline{P_{2}} A_{21}$$
with  $\overline{P_{2}} = P_{2} - P_{2} A_{22} (M_{22} + L_{22})^{-1} A_{22}^{T} P_{2}$ 
(13)
$$(A - BD^{-1}C)^{-1} = A^{-1} + A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1}$$
(14)
$$N_{r}^{-1} = N_{11}^{-1} - N_{11}^{-1}A_{21}^{T} [I + \overline{P_{2}}A_{21}N_{11}^{-1}A_{21}^{T}]^{-1} \overline{P_{2}}A_{21}N_{11}^{-1}$$
(15)

축소정규행렬식의 효율적인 역행렬 연산을 적용하여  $\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2$ 은 식(16)과 같이 추정된다. 기추정된 미지수의 갱 신은 식(17), 새로운 미지수의 추정은 식(18)과 같다. 식 (17)을 통해 이전 단계에서 추정된 미지수는 업데이트 항을 가산하여 갱신됨을 확인할 수 있고 이때 역행렬 연산은  $[I + \overline{P_2}A_{21}N_{11}^{-1}A_{21}^{-T}]^{-1}$ 에만 존재함을 알 수 있다. 식 (18)을 통해 새로운 미지수를 추정하기 위해 요구되는 역행렬 연산은 단지  $(M_{22} + L_{22})^{-1}$ 뿐임을 알 수 있다. 연속 결합 단계에서 새롭게 추가된 미지수 중 이전 단계의 관측방정식과 관계된 것의 개수를  $n_{12}$ , 기존 미지수 중 새로운 관측방정식과 관계된 것의 개수를  $n_{12} \times n_{12}$  이고 한다 면  $[I + \overline{P_2}A_{21}N_{11}^{-1}A_{21}^{-T}]$ 의 차 원 은  $n_{12} \times n_{12}$  이 고  $(M_{22} + L_{22})$ 의 차원은  $(n_{12} + n_{21})$ 이다. 따라 서 기추정된 미지수를 갱신하고 새로운 미지수를 추정 하기 위해  $n_{12} \times n_{12}$  차원 행렬과  $(n_{12} + n_{21}) \times (n_{12} + n_{21})$ 

차원 행렬의 역행렬만 연산하면 되므로 일괄 결합단계 와 비교하여 매우 효율적임을 확인할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \hat{\xi}_1\\ \hat{\xi}_2\\ \hat{\xi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_r^{-1} \ W_2\\ W_2^T \ W_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 + d_1\\ d_2 + b_2 \end{bmatrix}$$
(16)

$$\hat{\hat{\xi}}_{1} = \hat{\xi}_{1} + N_{11}^{-1} A_{21}^{T} [I + \overline{P_{2}} A_{21} N_{11}^{-1} A_{21}^{T}]^{-1} \{ \overline{P_{2}} (y_{2} - A_{21} \hat{\xi}_{1}) + \overline{P_{23}} y_{3} \}$$
(17)

$$\hat{\xi}_{2} = (M_{22} + L_{22})^{-1} \left\{ A_{22}^{T} P_{2} (y_{2} - A_{21} \hat{\xi}_{1}) + A_{32}^{T} P_{3} y_{3} \right\}$$
(18)

### 2.2 연속 AT 알고리즘

본 연구에서 제안하는 연속 AT 알고리즘은 2.1절을 통 해 유도 기술된 결합 조정 과정을 적용한다. 연속 AT는 실시간 영상 절대좌표화를 위한 수단으로 활용될 수 있 다. 실시간 처리를 목적으로 하기 때문에 지상기준점 없 이 GPS/INS 시스템으로부터 제공되는 초기 외부표정요 소를 제약조건으로 이용하여 연속 AT가 수행됨을 가정 한다. 또한 강인한(robust) 영상 매칭 알고리즘으로 연속 된 영상 간의 충분한 개수의 공액점(tie point)을 획득할 수 있음을 가정한다. 두 가지 가정 하에 영상이 추가적 으로 획득될 때마다 이전 단계의 AT 수행결과를 최대한 활용하여 현재 단계에서 최소한의 연산으로 AT를 신속 하게 수행하는 것에 초점을 맞추었다.

#### 2.2.1 연속 AT 초기 단계

획득된 영상의 개수가 적은 초기단계는 기존의 Bundle Block Adjustment(McGlone, 2004)에 기반한 무기준점 일 괄 AT(최경아 외, 2009) 수행과정과 동일하다. 지상기준 점을 사용하지 않기 때문에 발생하는 7개의 계수부족 (rank deficiency)을 제거하기 위해 GPS/INS로부터 제공된 초기 외부표정요소를 제약조건으로 사용한다. 연속 조 정의 초기 단계를 연속 AT에 적용한 결과는 식(19)과 같 다.  $y_{11}$ 은 공액점들에 대한 관측값벡터,  $\xi_{e1}$ ,  $\xi_{p1}$ 은 외 부표정요소와 지상점 좌표에 대한 미지수벡터, A<sub>e11</sub>, A<sub>p11</sub>은 공선조건식을 미지수벡터에 대해 편미분한 설 계행렬, Z1은 GPS/INS로부터 제공된 외부표정요소에 대 한 관측값벡터, K1은 제약조건과 관계된 설계행렬이 다.  $e_{y11}$ ,  $e_{z1}$ 은 관측값벡터와 관계된 오차벡터로 그 기 댓값과 분산은 식(20)과 같이 정의된다. 식(19)의 각각의 행렬식은 식(1)에 대응시킬 수 있고 이로부터 상기 동일 한 방법으로 식(21)과 같이 정규행렬식을 유도하고 최소 제곱법을 적용하여  $\xi_{e1}$ ,  $\xi_{p1}$ 을 식(22), 식(23)과 같이 계 산한다. 식(22)과 식(23)에서 역행렬 연산이 수행되는 행 렬은  $N_{r1}$ 과  $N_{p11}$ 이다.  $N_{r1}^{-1}$ 과  $N_{p11}^{-1}$ 은 각각 band-matrix, 대각 블록 행렬(block diagonal matrix)로 효율적으로 계산 될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{e11} & A_{p11} \\ K_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{e1} \\ \xi_{p1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{y11} \\ e_{z1} \end{bmatrix}$$
(19)

$$\begin{bmatrix} e_{y11} \\ e_{z1} \end{bmatrix} \sim \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \sigma_0^2 \begin{bmatrix} P_{y11}^{-1} & 0 \\ 0 & P_{z1}^{-1} \end{bmatrix}$$
(20)

$$\begin{bmatrix} N_{e11} + N_{z1} & N_{ep11} \\ N_{ep11}^T & N_{p11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\xi_{e1}} \\ \widehat{\xi_{p1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{e11} + c_{z1} \\ c_{p11} \end{bmatrix}$$
(21)

$$\hat{\xi}_{e1} = N_{r1}^{-1} (c_{e11} + c_{z1}) - N_{r1}^{-1} N_{ep11} N_{p11}^{-1} c_{p11}$$
(22)

$$\hat{\xi}_{p1} = N_{p11}^{-1} (c_{p11} - N_{ep11}^T \hat{\xi}_{e1})$$
(23)

#### 2.2.2 연속 AT 결합 단계

초기단계에서 영상이 추가적으로 획득되면 식(24)의 관측방정식을 갖는 결합 단계(combined stage)로 진행된 다. 결합 단계에서 새롭게 추정되어야 할 미지수는 추가 된 영상의 외부표정요소(ξ<sub>e2</sub>)와 새롭게 정의되는 지상 점 좌표 $(\xi_{p2})$ 이다. 이와 함께 추가되는 관측값은 기존 미지수와 새로운 미지수 모두와 관계된 관측값. 새로운 미지수와만 관계된 관측값( 922)의 두 가지로 분류할 수 있다. 기존 미지수와 새로운 미지수 모두와 관계된 관측 값은 다시 새로운 지상점에 상응하는 기존 영상 상의 영 상점 좌표 $(y_{12})$ 와 기존 지상점에 상응하는 새로운 영상 상의 영상점 좌표 $(y_{21})$ 로 나눌 수 있다.  $A_{e12}$ ,  $A_{p12}$ 는 공선조건식을 각각  $\xi_{e1}$ ,  $\xi_{p2}$ 에 대하여,  $A_{e21}$ ,  $A_{p21}$ 는 공선조건식을 각각  $\xi_{e2}$ ,  $\xi_{p1}$ 에 대하여,  $A_{e22}$ ,  $A_{p22}$ 는 공선조건식을 각각  $\xi_{e2}$ ,  $\xi_{p2}$ 에 대하여 편미분하여 유도 된 설계행렬이다. 22은 GPS/INS로부터 제공된 새로운 영상의 외부표정요소를 나타내는 관측값벡터이다. e는 관측값과 관계된 오차벡터로 아래첨자를 이용하여 관계 된 관측값을 표현하였다. 오차벡터의 기댓값과 분산은 식(25)에서 정의되며  $P_{z1}^-$ ,  $P_{z2}^{-1}$ 는 GPS/INS의 정밀도를 반 영하는  $e_{z1}$ ,  $e_{z2}$ 의 여인수행렬(cofactor matrix)이다.

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ z_1 \\ y_{12} \\ y_{21} \\ y_{22} \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{e11} A_{p11} & 0 & 0 \\ K_1 & 0 & 0 & 0 \\ A_{e12} & 0 & 0 & A_{p12} \\ 0 & A_{p21} A_{e21} & 0 \\ 0 & 0 & A_{e22} A_{p22} \\ 0 & 0 & K_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{e1} \\ \xi_{p1} \\ \xi_{e2} \\ \xi_{p2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{y11} \\ e_{y12} \\ e_{y21} \\ e_{y22} \\ e_{z2} \end{bmatrix}$$
(24)

$$\begin{bmatrix} e_{y11} \\ e_{z1} \\ e_{y12} \\ e_{y21} \\ e_{y22} \\ e_{z2} \end{bmatrix} \sim \begin{pmatrix} P_{y11}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{z1}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{y12}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{y21}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{y22}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{z2}^{-1} \end{bmatrix}$$
(25)

식(24)는 식(26)의 치환을 통하여 식(5)과 같은 정규행 렬식으로 표현될 수 있다. 식(5)부터 결합 조정 모델의 유도과정을 적용하여 식(17), 식(18)과 같이 미지수를 추 정할 수 있다.

$$y_{1} = \begin{bmatrix} y_{11} \\ z_{1} \end{bmatrix}, y_{2} = \begin{bmatrix} y_{12} \\ y_{21} \end{bmatrix}, y_{3} = \begin{bmatrix} y_{22} \\ z_{2} \end{bmatrix},$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} A_{e11} & A_{p11} \\ K_{1} & 0 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} A_{e12} & 0 \\ 0 & A_{p21} \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & A_{p12} \\ A_{e21} & 0 \end{bmatrix}, A_{32} = \begin{bmatrix} A_{e22} & A_{p22} \\ K_{2} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\xi_{1} = \begin{bmatrix} \xi_{e1} \\ \xi_{p1} \end{bmatrix}, \xi_{2} = \begin{bmatrix} \xi_{e2} \\ \xi_{p2} \end{bmatrix},$$

$$e_{1} = \begin{bmatrix} e_{y11} \\ e_{z1} \end{bmatrix}, e_{2} = \begin{bmatrix} e_{y12} \\ e_{y21} \end{bmatrix}, e_{3} = \begin{bmatrix} e_{y22} \\ e_{z2} \end{bmatrix}$$

$$P_{1} = \begin{bmatrix} P_{y11} & 0 \\ 0 & P_{z1} \end{bmatrix}, P_{2} = \begin{bmatrix} P_{y12} & 0 \\ 0 & P_{y21} \end{bmatrix}, P_{3} = \begin{bmatrix} P_{y22} & 0 \\ 0 & P_{z2} \end{bmatrix}$$
(26)

정규행렬의 역행렬 연산에 많은 시간이 소요되기 때 문에 실시간 처리를 위하여 정규행렬의 주요부분인 축 소정규행렬( $N_r$ )의 역행렬을 효율적으로 계산해야한다. 이전 단계에서 이미 계산된 정규행렬의 역행렬( $N_{11}^{-1}$ )을 이용하면 식(14)과 같이  $[I + \overline{P_2}A_{21}N_{11}^{-1}A_{21}^{-1}]^{-1}$ 와  $\overline{P_2}$ 을 구성하는 ( $M_{22} + L_{22}$ )<sup>-1</sup>만 새롭게 계산하여  $N_r^{-1}$ 을 계산 할 수 있다. 그러나 이전 단계의 계산을 고려하지 않는 다면 식(27)과 같이 큰 차원의 행렬에 대하여 역행렬연 산을 수행해야 한다. ( $M_{22} + L_{22}$ )<sup>-1</sup>은 식(28)과 같고 이 를 연산할 때 식(12)의 원리를 이용한다. ( $M_{22} + L_{22}$ )<sup>-1</sup> 의 각 행렬요소는 식(29)과 같이 계산된다.  $N_{p12} + N_{p22}$  는 항상 3×3 대각블록행렬로써 (*M*<sub>22</sub> + *L*<sub>22</sub>)<sup>-1</sup>의 효율적 연산을 가능하게 한다.

$$N_{r}^{-1} = \left[ \left( A_{11}^{T} P_{1} A_{11} + A_{21}^{T} P_{2} A_{21} \right) - A_{21}^{T} P_{2} A_{22} \left[ A_{22}^{T} P_{2} A_{22} + A_{32}^{T} P_{3} A_{32} \right]^{-1} A_{22}^{T} P_{2} A_{21} \right]^{-1}$$

$$(27)$$

$$(M_{22} + L_{22})^{-1} = \begin{bmatrix} N_{e21} + N_{e22} + N_{z2} & N_{ep22} \\ N_{ep22}^T & N_{p12} + N_{p22} \end{bmatrix}^{-1} \equiv \begin{bmatrix} N_{r2}^{-1} & V_2 \\ V_2^T & V_3 \end{bmatrix}$$
(28)

$$N_{r2}^{-1} \equiv (N_{e21} + N_{e22} + N_{z2} - V_1 N_{ep22}^T)^{-1}$$

$$V_2 \equiv -N_{r2}^{-1} V_1$$

$$V_3 \equiv (N_{p12} + N_{p22})^{-1} + V_1^T N_{r2}^{-1} V_1$$
with  $V_1 \equiv N_{ep22} (N_{p12} + N_{p22})^{-1}$ 
(29)

# 3. 시뮬레이션 데이터에 적용 및 결과 분석

기존 일괄 AT와 비교하여 제안된 연속 AT의 연산속도 및 정확도를 확인하기 위하여 시뮬레이션 데이터를 사용하 여 영상 절대좌표화를 수행하였고 그 결과는 다음과 같다.

### 3.1 사용 데이터 제원

연속 AT가 요구되는 UAV 기반의 실시간 공중모니터 링 시스템을 설계하고 선정된 플랫폼과 센서의 제원에 기초하여 외부표정요소, 영상점 및 지상점 좌표의 참값 과 측정오차가 포함된 관측값을 생성하였다. 실험에 사 용될 데이터 시뮬레이션의 순서는 그림 1과 같고 주요 변수들은 표 1에서 요약하고 있다.



그림 1. 시뮬레이션 순서도

Parameters	Values	Unit
focal length	17	mm
pixel size	3.45 x 3.45	um
detector dimensions	2456 x 2058	pixels
nominal height	200	m
nominal ground res.	41	mm
image footprint	100 (along track) 84 (across track)	m
frame rate	2	/sec
platform speed	36	km/h
	10	m/s
distance bwn image	5	m
overlap ratio	95	%
no. strips	1	
no. images per strip	384	
no. ground points	304	
no. image points	5812	
image measurement error	3.45	μm
GPS error (EO pos)	0.3	m
INS error (EO att)	0.1	deg
	1.7	mrad

표 1. 시뮬레이션 데이터 생성을 위한 주요 변수

지표면으로부터 200m의 상공에서 36km/h의 속력으 로 비행하는 UAV에 탑재된 카메라로부터 초당 2 프레 임의 영상이 획득된다는 시나리오에 의해 95%의 중복도 를 갖는 영상이 384장 생성되었다. 영상점과 지상점의 측정오차는 각각 한 픽셀 사이즈(3.45µm), 5cm의 표준편 차를 갖도록 임의 생성되어 참값에 가산되었다. 외부표 정요소의 위치측정오차와 자세측정오차는 GPS/INS 센 서의 정확도를 고려하여 각각 ±0.3m, ±0.1deg의 표준 편차를 갖도록 임의 생성되어 참값에 가산되었다. 총 생 성된 영상점은 5,812개, 지상점은 304개이다.

### 3.2 연속 AT 적용 및 결과 분석

시뮬레이션 데이터 중 측정값에 대하여 제안된 알고 리즘의 연속 AT를 수행하여 외부표정요소(위치/자세)와 지상점 좌표를 실시간으로 보정하였다. 제안된 알고리



그림 2. 적용 결과 분석 과정







그림 4. 추정된 위치정보(EOP)의 RMSE (확대)







그림 6. 추정된 자세정보(EOP)의 RMSE (확대)

즘의 정확도 및 연산효율성을 증명하기 위하여 기존의 일괄 AT도 함께 구현 및 적용하여 그 결과를 비교하였 다. 각각의 AT소프트웨어는 Matlab script를 이용하여 구 현하였다. 적용 결과의 분석 과정은 그림 2와 같다.

AT 수행을 통해 조정된 영상의 외부표정요소와 공액 점에 상응하는 지상점 좌표의 RMSE를 계산한다. 그림 3, 그림 5, 그림 7은 외부표정요소의 위치정보와 자세정 보, 지상점 좌표의 RMSE를 나타내는 그래프이다. 녹색 선은 GPS/INS 정보를 이용하여 계산된 초기외부표정요 소와 이로부터 계산된 지상점 좌표에 대한 RMSE를 나 타낸다. 붉은선과 청색선은 각각 연속 AT와 일괄 AT에 의해 추정된 외부표정요소와 지상점 좌표에 대한 RMSE 를 나타낸다. 이로부터 AT 수행으로 인해 외부표정요소 와 지상점 좌표의 RMSE가 상당히 개선됨을 확인할 수 있고 연속 AT와 일괄 AT의 RMSE 개선 정도가 유사함 을 확인할 수 있다. 이는 일부 영상 범위를 확대한 그림 4, 그림 6, 그림 8을 통해 명확히 알 수 있다.

그림 9, 그림 10은 연속 AT와 일괄 AT 각각에 의해 추







그림 8. 추정된 지상점 좌표의 RMSE (확대)

정된 외부표정요소의 차에 대한 표준편차를 나타내는 그래프이다. 영상이 추가될수록 추정된 외부표정요소 간의 차에 대한 표준편차가 감소하였다. 외부표정요소 중 위치정보 X좌표는 ±3cm, Y좌표는 ±2cm, Z좌표는 ±0.5cm 이내의 정확도를 나타내었고 자세정보 ω는 ± 0.005°,  $\varphi$ 는 ±0.008°,  $\kappa$ 는 ±0.001° 미만의 정확도를 나타 내었다. 특히, 그림 11을 통해 지상점 좌표의 경우 영상 이 추가될수록 추정된 좌표 차에 대한 표준편차가 감소 하여 ±4cm 이내의 정확도가 확보됨을 확인할 수 있다.

그림 12는 일괄 AT와 연속 AT의 연산속도를 보여준 다. 기존 일괄 AT의 경우 영상의 개수가 증가함에 따라 영상 개수의 제곱에 비례하듯이 연산시간이 기하급수적 으로 증가하고 있다. 일괄 AT의 연산시간 그래프에서 빈번하게 피크(peak)가 관측된다. 이는 관측값과 미지수 의 비선형 관계로 인해 초기값을 입력으로 반복연산을 통해 수렴하는 최적해를 구하는 중에 이전 단계와 비교 하여 반복연산의 회수가 달라질 수 있기 때문에 발생하 는 현상이다. 따라서 전반적인 연산시간의 경향을 살펴



그림 9. 추정된 위치정보(EOP) 차이의 표준편차



그림 10. 추정된 자세정보(EOP) 차이의 표준편차

볼 때는 고려하지 않아도 된다. 일괄 AT는 영상의 개수 가 증가함에 따라 정규행렬의 차원이 커지고 이로 인해 역행렬 연산에 많은 시간이 소요된다. 따라서 기존의 일 괄 AT는 높은 정확도의 결과를 도출하지만 실시간 영상 절대좌표화가 요구되는 분야에 적용하기 어렵다.

반면 연속 AT는 정규행렬의 역행렬을 계산하기 위해 이전 단계의 연산 결과를 최대한 활용하기 때문에 영상 개수가 증가하더라도 거의 일정한 연산시간이 소요됨을 확인할 수 있다. 매우 미약한 연산시간 증가 경향은 영 상의 개수가 증가함에 따라 갱신되어야하는 미지수벡터 도 거의 선형적으로 증가하기 때문이다. 그러나 새로운 영상이 추가될 때마다 절대좌표화를 위해 매우 짧은 시 간이 소요되기 때문에 실시간 절대좌표화가 요구되는 다양한 분야에 적용가능하다.

# 4. 결 론

UAV 기반의 실시간 공중모니터링 시스템으로부터 획



그림 11. 추정된 지상점 좌표 차이의 표준편차



그림 12. 연산시간 비교

득되는 영상을 실시간으로 절대좌표화하기 위한 연속 AT 알고리즘을 제안하였다. 결합 조정 모델에 기초하여 연속 결합단계를 유도하고 이를 연속 AT에 활용하였다. 새로운 영상이 획득될 때 마다 이전 단계의 AT 수행 결 과를 최대한 이용하여 최소한의 추가적 연산만으로 연 속 AT 수행을 가능하게 하였다. 시뮬레이션 데이터를 사용하여 제한된 연속 AT 알고리즘의 정확도 및 연산효 율성을 검증하였다. 그 결과 제안된 연속 AT알고리즘을 통해 영상 1장이 추가적으로 획득될 때마다 상당히 짧은 연산시간으로 기존 일괄 AT 알고리즘의 결과와 비교하 여 지상점 좌표 기준으로 ±4cm 이내의 정확도를 확보 할 수 있었다. 그러나 미지수 벡터의 선형적인 증가로 인해 매우 미약하지만 연산시간이 증가하는 경향을 보 였다. 이는 향후에 영상 간의 상관관계를 고려하여 현재 영상과 상관관계가 높은 미지수만 갱신하여 일정한 연 산시간을 유지할 수 있을 것이다. 센싱 또는 비젼 시스 템에 실시간 AT 알고리즘을 적용하면 의미있는 공간정 보를 신속하게 도출할 수 있을 것으로 기대한다. 또한.

중저가 위치 및 자세 센서를 탑재한 시스템의 영상 기반 네비게이션을 가능하게 할 것이며 레이저 스캐너가 동 시에 탑재된 시스템의 실시간 LiDAR 데이터 절대좌표 화 연구에 응용될 수 있을 것으로 판단한다.

# 감사의 글

본 연구는 국토해양부 첨단도시기술개발사업의 지능형 국토정보기술혁신사업과제(07국토정보C03) 중"실시간 공 중 자료획득시스템 개발"과제의 일환으로 수행되었습니다.

# 참고문헌

- 나종기, 박운용, 문두열, 김진수 (2004), Direct Georeferencing을 이용한 도화 정확도 분석, 한국측량 학회 학술대회논문집, 한국측량학회, pp. 263-268.
- 박운용, 박홍기, 위광재, 송연경 (2004), 외부표정요소 직접결정에 의한 수치정사영상 생성, 한국GIS학회지, 한국GIS학회, 제 13권 제 1호, pp. 55-63.
- 송연경, 박운용, 박홍기 (2005), Direct Georeferencing에 의한 CCD 영상의 적용기법, 한국측량학회지, 한국측 량학회, 제 23권, 제 1호, pp. 77-88.
- 임삼성, 김충평, 노현호 (1998), GPS 항공삼각측량의 정 확도 분석, 한국측량학회지, 한국측량학회, 제 16권, 제2호, pp. 195-202.
- 이창우, 우충식 (2009), 항공사진 및 LiDAR 자료와 GIS 기법을 이용한 산지토사재해조사, 산림조합중앙회, http://www.sanrimji.com/contents.jsp?webzine\_id=1152& item\_id=23680&year=2009&month=07.
- 조규전, 이재원, 유재엽 (2002), Direct Georeferencing의 응용 연구, 한국측량학회 학술대회논문집, 한국측량 학회, pp. 111-116.
- 최경아, 이임평 (2009), UAV 기반 저가 멀티센서시스템 을 위한 무기준점 AT를 이용한 영상의 Georeferencing, 한국측량학회지, 한국측량학회, 제 27권, 제 2호, pp. 249-260.
- Choi, K., Lee, I., Hong, J., Oh, T. and Shin, S. W. (2009), Developing an UAV based Rapid Mapping System for Emergency Response, SPIE Defense, Security, and Sensing, Orlando, FL, USA.
- Choi, K., Lee, I., Shin, S. W., and Ahn, K. (2008). A Project Overview for the Development of a Light and Flexible

Rapid Mapping System for Emergency Response, International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, ISPRS, Beijing, China, Vol. 37-B5, pp. 915-920.

- Chris McGlone (2004), *Maual of Photogrammetry*, 5th Edition, ASPRS, Bethesda, Maryland, USA, pp. 847-870.
- Edmundson, K. and Fraser, C.S. (1998), A Practical Evaluation of Sequential Estimation for Vision Metrology, *Photogrammetry & Remote Sensing*, ISPRS, Vol. 53, No. 5, pp. 272-285.
- Gruen, A. (1982), An Optimum Algorithm for On-Line Griangulation, *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 24-3, Helsinki, Finland.
- Gruen, A. (1985), Algorithmic Aspects in On-Line Triangulation, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, ASPRS, Vol. 51, No. 4, pp. 419-436.
- Gruen, A. and Kersten, T.P. (1995), Sequential Estimation in Robot Vision, *Photogrammtric Engineering & Remote Sensing*, ASPRS, Vol. 61, No. 1, pp. 75-82.
- Habib, A., Ghanma, M. and Mitishita, E. (2005), Photogarammetric Georeferencing Using LIDAR Linear and Areal Features, *Korean Journal of Geomatics*, KSGPC, v.5, no.1, pp. 7-19.
- Matthies, L.M., Szeliski, R. and Kanade, T. (1989), Kalman Filter-based Algorithms for Estimating Depth from Image Sequences, *International Journal of Computer Vision*, Vol. 3, No. 3, pp. 209-238.
- Kersten, T.P. and Baltsavias, E.P. (1994), Sequential Estimation of Sensor Orientation for Stereo Images Sequences, *International Archives of the Photogrammetry*, *Remote Sensing*, ISPRS, Vol. 30, Part 5, pp. 206-213.
- Wyatt, A.H. (1982), On-Line Triangulation An Algorithmic Approach, Master Thesis, Department of Geodetic Sciences and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio.
- Yuan, X., Xie, C. and Wang, S. (2004), Image Orientation by Combined Bundle Adjustment with Fixed Imageries, *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, ISPRS, Istanbul, Turkey.

<sup>(</sup>접수일 2009. 10. 23, 심사일 2009. 11. 02, 심사완료일 2009. 11. 13)