

# 결점나무 분석에서 실험적 방법을 이용한 불확실성 중요도 측도의 평가<sup>†</sup>

(Evaluation of Uncertainty Importance Measure  
by Experimental Method in Fault Tree Analysis)

조 재 균\*

(Jae-Gyeun Cho)

**요 약** 결점나무 분석에서 불확실성 중요도 측도는 basic event 확률 ( $q_i$ )의 불확실성이 top event 확률 ( $Q$ )의 불확실성에 얼마나 많이 기여하는지를 나타내는 측도로서, top event 확률의 불확실성을 감소시키기 위하여 어떤 basic event 확률의 불확실성을 감소시키는 것이 효과적인지를 밝히는데 사용된다.  $q_i$ 의 분산  $v_i$ 가 백분율 단위로 한 단위 변화될 때  $Q$ 의 분산  $V$ 의 변화량을 평가하는 측도가 불확실성 중요도 측도로서 많은 저자들에 의해 제안되었으며, 이 측도를 계산하기 위해서는  $V$ 와  $\partial V/\partial v_i$ 를 해석적인 방법이나 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 계산해야 한다. 그러나 대규모 결점나무에 대해서  $V$ 와  $\partial V/\partial v_i$ 를 해석적인 방법으로 계산하는 것은 매우 복잡하며, 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여  $V$ 와  $\partial V/\partial v_i$ 의 안정적인 추정치를 얻는 것은 매우 어렵다. 본 연구에서는 불확실성 중요도 측도를 실험적인 방법을 이용하여 평가하기 위한 방법을 제안한다. 제안된 방법은 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하는 방법에 비해 계산량이 매우 적으며, 불확실성 중요도의 안정적인 추정치를 제공한다.

**핵심주제어** : 결점나무 분석, 불확실성 중요도 측도

**Abstract** In a fault tree analysis, an uncertainty importance measure is often used to assess how much uncertainty of the top event probability ( $Q$ ) is attributable to the uncertainty of a basic event probability ( $q_i$ ), and thus, to identify those basic events whose uncertainties need to be reduced to effectively reduce the uncertainty of  $Q$ . For evaluating the measures suggested by many authors which assess a percentage change in the variance  $V$  of  $Q$  with respect to unit percentage change in the variance  $v_i$  of  $q_i$ ,  $V$  and  $\partial V/\partial v_i$  need to be estimated analytically or by Monte Carlo simulation. However, it is very complicated to analytically compute  $V$  and  $\partial V/\partial v_i$  for large-sized fault trees, and difficult to estimate them in a robust manner by Monte Carlo simulation. In this paper, we propose a method for experimentally evaluating the measure using a Taguchi orthogonal array. The proposed method is very computationally efficient compared to the method based on Monte Carlo simulation, and provides a stable uncertainty importance of each basic event.

**Key Words** : Fault Tree Analysis, Uncertainty Importance Measure

<sup>†</sup> 이 논문은 2007학년도 동의대학교 교내연구비에 의해 연구되었음  
(과제번호 2007AA082)

\* 동의대학교 e비즈니스학과 교수

## 1. 서론

결점나무(fault tree) 분석기법은 시스템의 고장분석을 위한 도구로 유용하게 이용된다. 결점나무 분석에서 시스템의 고장은 top event, 시스템의 고장을 야기시키는 사건 (예를 들면, 인적 오류, 하드웨어 및 소프트웨어 오류, 환경적 요인)은 basic event라 부른다. 그리고, top event 확률( $Q$ )은 2개 이상의 최소 절단집합(minimal cut set)들이 동시에 발생할 확률은 무시될 때 basic event 확률들( $q_i$ 's)의 함수로 다음과 같이 나타내어질 수 있다[1].

$$Q = \sum_{u=1}^k q_1^{\alpha_{1u}} q_2^{\alpha_{2u}} \dots q_n^{\alpha_{nu}} \quad (1)$$

단,  $k$ 는 절단집합들의 수를 나타낸다. 그리고  $i$  번째 basic event인  $q_i$ 가  $u$  번째 절단집합에 포함된다면  $\alpha_{iu} = 1$ 이고, 그렇지 않으면  $\alpha_{iu} = 0$ 이다.

결점나무 분석에서  $q_i$ 의 불확실성 중요도 측도(uncertainty importance measure)란  $Q$ 의 불확실성에  $q_i$ 의 불확실성이 얼마나 많이 기여하는지를 나타내는 측도로서,  $Q$ 의 불확실성을 감소시키기 위하여 어떤 basic event들의 불확실성을 감소시키는 것이 효과적인지를 밝히는데 사용된다.  $Q$ 와  $q_i$ 의 불확실성 측도로는 일반적으로 분산이 사용된다.

현재까지 다양한 불확실성 중요도 측도들이 제안되었으나, 식(2)에 있는 측도가 가장 빈번히 사용되고 있다[2,3,4,5]. 식(2)의 측도는  $q_i$ 의 분산  $v_i$ 가 백분율 단위로 한 단위 변화될 때  $Q$ 의 분산  $V$ 의 백분율 변화량을 평가하는 측도로서,  $v_i$ 가  $\alpha v_i$  ( $0 < \alpha < 1$ )로 감소될 때,  $V$ 는  $(1-\alpha)(\partial V/\partial v_i)v_i$ 가 된다[3].

$$UI_i = \frac{\partial V}{\partial v_i} \cdot \frac{v_i}{V} = E\left\{\left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)^2\right\} \cdot \frac{v_i}{V} \quad (2)$$

식(2)의 측도를 계산하기 위해서는  $\partial V/\partial v_i$ 와  $V$ 를 해석적인 방법이나 몬테칼로 시뮬레이션

(Monte Carlo simulation)을 사용하여 계산해야 한다. 그러나, 대규모 결점나무에 대해서  $V$ 의 해석적인 표현식은  $2^n - 1$  ( $n$ 은 basic event의 수)개의 항을 포함하기 때문에,  $V$ 와  $\partial V/\partial v_i$ 를 해석적인 방법으로 계산하는 것은 매우 복잡하다[3,6]. 반면에, 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여  $\partial V/\partial v_i$ 와  $V$ 를 추정하고자 할 때, 심하게 비대칭이거나 꼬리부분이 두텁고 긴 분포 (예를 들면, error factor가 10보다 큰 대수정규분포)를 갖는 basic event가 포함되면 샘플링되는 이상점(outlier)에 의하여 큰 영향을 받기 때문에  $\partial V/\partial v_i$ 와  $V$ 의 안정적인 추정치들을 얻는 것은 매우 어렵게 된다[7,8].

조재균과 정석찬[9]은 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여  $\partial V/\partial v_i$ 와  $V$ 를 추정하고자 할 때, 시뮬레이션 시행시마다  $\partial V/\partial v_i$ 와  $V$ 의 추정치가 크게 달라질 수 있음을 예증한다. 그리고 이러한 문제점을 극복하기 위하여, 대수정규분포를 따르는  $q_i$ 를 이산형 분포로 근사화한 후, 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 식(2)의  $\partial V/\partial v_i = E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$ 와  $V$ 를 추정함으로써 식(2)의 측도를 평가하는 방법을 제안하고 있다. 제안된 방법에 의하면 기존의 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여  $\partial V/\partial v_i$ 와  $V$ 를 추정할 때 발생하는 불안정성 문제점을 극복할 수 있다. 즉, 평가하고자 하는  $q_i$ 의 불확실성 중요도 측도의 안정적인 추정치를 얻을 수 있다. 또한, 제안된 방법에 의해 구해진 불확실성 중요도의 추정치는 해석적인 방법으로 얻어진 결과와 비교해볼 때 상당히 정확함을 알 수 있다. 그러나 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하기 때문에 일반적으로 많은 실험횟수를 필요로 하는 단점을 가진다.

본 논문에서는 식(2)에 있는 측도를 실험적인 방법을 이용하여 평가하기 위한 방법을 제안한다. 제안된 평가 방법은 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하는 조재균과 정석찬[9]에 비해 매우 적은 실험횟수를 요구한다. 2절에서는 3절에서 제안되는 평가 절차에 대한 이론적 근거를 제시하고, 3절에서는 식(2)에 있는 측도를 평가하기 위한 절차를 제안하고, 제안된 분석 방법을 예증

한다. 마지막으로 4절에서는 본 연구에 대한 결론 및 향후의 연구과제에 대해 논의한다.

## 2. 평가절차의 이론적 근거

본 절에서는 식(2)에 있는 불확실성 중요도 측도를 다구찌 직교표 실험[10]을 이용하여 평가하기 위한 절차의 이론적 근거를 설명한다. 2.2절의 수준수의 결정과 2.3절의 수준값의 결정에 관한 논의는 조재균과 정석찬[9]의 이산점의 수 결정과 이산점의 값 결정의 이론적 근거와 각각 동일하다.

직교표로 대별될 수 있으며, 각각  $L_N(2^s)$ 와  $L_N(3^s)$ 로 표기되어진다. 직교표는  $N$ 개의 행과  $s$ 개의 열로 구성되며, 각 열은 두수준 직교표의 경우에는 2개의 정수값 (예: 1과 2) 그리고 세수준 직교표의 경우에는 3개의 정수값 (예: 1, 2, 3)을 가진다. 예를 들어, <표 1>은  $L_{16}(2^{15})$ 를 보여준다. 인자가 반응변수에 선형적인 효과를 갖는다면 두수준 직교표가 그리고 곡선적인 효과를 갖는다면 세수준 직교표가 사용된다. 다구찌 직교표 실험에서 각 인자는 직교표의 어떤 열에 배치되며, 수준값(test level)이라 불리는 2개 또는 3개의 값을 취하게 된다. 그때, 직교표의 각 행은 실험조건(run이라 부름)을 나타내게

<표 1>  $L_{16}(2^{15})$

열 행	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1

### 2.1 다구찌 직교표 실험

다구찌 직교표 실험은 인자(factor)의 값을 다구찌 직교표[11]를 이용하여 체계적으로 변화시키면서 반응변수(response variable)에 대한 효과를 평가하기 위한 시험 방법이다. 다구찌 직교표는 두수준(two-level)과 세수준(three-level)

되며, 해당 실험조건에서 반응변수의 값이 측정되거나 계산되어진다.

본 연구에서의 basic event는 인자에 대응되며, top event  $Q$ 와  $\partial Q/\partial q_i$ 는 반응변수에 대응된다.

### 2.2 수준수의 결정

$q_i$ 의  $Q$ 에 대한 효과를 조사하기 위하여, 식(1)에 있는  $Q$ 의 표현식을 다변량 테일러 급수(multivariate Taylor series)를 사용하여  $q_i$ 의 평균에 관하여 전개하면 다음의 식(3)과 같다 [6].

$$\begin{aligned}
 Q &= f(\mu_1, \dots, \mu_n) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial Q}{\partial q_i} \right) (q_i - \mu_i) \\
 &+ \sum_{1 \leq i < j \leq n} \left( \frac{\partial^2 Q}{\partial q_i \partial q_j} \right) (q_i - \mu_i)(q_j - \mu_j) \\
 &+ \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} \left( \frac{\partial^3 Q}{\partial q_i \partial q_j \partial q_k} \right) (q_i - \mu_i)(q_j - \mu_j)(q_k - \mu_k) \\
 &+ \dots + \left( \frac{\partial^n Q}{\partial q_1 \partial q_2 \dots \partial q_n} \right) (q_1 - \mu_1)(q_2 - \mu_2) \dots (q_n - \mu_n)
 \end{aligned} \tag{3}$$

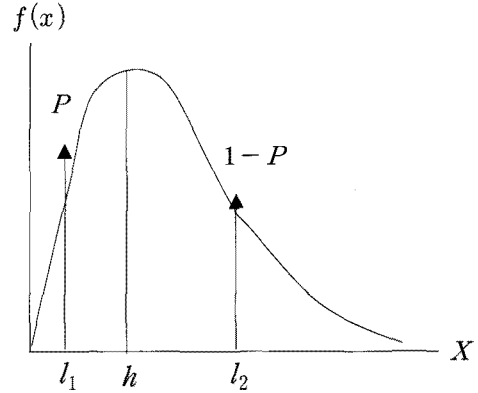
단,  $\mu_i$ 와  $f(\mu_1, \dots, \mu_n)$ 는 각각  $q_i$ 와  $Q$ 의 평균이고, 모든 편미분값들은  $q_i$ 의 평균값에서 계산되어진다. 위의 식(3)은  $q_i$ 들의 다중선형(multilinear) 형태로,  $q_i$ 의 2차 이상의 항은 포함하지 않고, 단지  $q_i$ 의 1차 항과 교차적(cross-product) 항들만을 포함한다. 따라서, 3차 이상의 교차적(또는 교호작용) 항들을 무시할 경우,  $q_i$ 는  $Q$ 와  $\partial Q / \partial q_i$ 에 선형적인 효과를 가지게 됨으로 두수준의 직교표를 사용하여 평가될 수 있다.

### 2.3 수준값의 결정

다구찌 두수준 직교표 실험에서는 인자  $i$ 의 평균과 분산이 각각  $\mu_i, \sigma_i^2$ 일 때 인자  $i$ 의 1수준값은  $\mu_i - \sigma_i$ , 2수준값은  $\mu_i + \sigma_i$ 로 결정되어진다. 이러한 수준값의 결정은 인자들이 근사적으로 대칭분포를 따른다는 가정에 근거를 두고 있다 [12,13,14].

그러나 인자들이 대수정규분포와 같이 비대칭분포를 따를 경우 각 인자의 수준값은 다음과 같이 결정될 수 있다 [15]. 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수, 평균, 분산을 각각  $f(x), \mu, \sigma^2$ , 그리고  $P = \Pr\{x \leq h\}$ 라 하자. <그림 1>에서와 같이,

질량(mass)  $P$ 가  $h$ 의 아래 부분에 있는 임의의 점  $l_1$ 에 집중되고, 질량  $1-P$ 가  $h$ 의 윗 부분에 있는 임의의 점  $l_2$ 에 집중된다고 가정하자.



<그림 1> 비대칭의 확률밀도함수

이때, 적률(moment)에 관한 다음의 식(4)가 만족되어야 한다.

$$\mu_k = P l_1^k + (1-P) l_2^k, \quad k = 1, \dots, n \tag{4}$$

단,  $\mu_k$ 는  $X$ 의 원점에 관한  $k$ 차 적률이다. 식(4)에서 1차와 2차 적률만을 맞추고자 하면

$$\begin{aligned}
 \mu &= P l_1 + (1-P) l_2 \\
 \sigma^2 + \mu^2 &= P l_1^2 + (1-P) l_2^2
 \end{aligned} \tag{5}$$

식(5)를 만족하는  $l_1$ 과  $l_2$ 는 다음의 식(6)과 같다.

$$l_1 = \mu - \sigma \sqrt{\frac{1-P}{P}}, \quad l_2 = \mu + \sigma \sqrt{\frac{P}{1-P}} \tag{6}$$

이때,  $\gamma$ 와  $\Phi(\cdot)$ 는 형상모수와 표준정규분포함수라 할 때,  $h = \mu$ 이면  $P = \Phi(\gamma/2)$ 와 같이 계산되어지며, 1수준  $l_1$ 과 2수준  $l_2$ 에 대응되는 가중치는 각각  $P$ 와  $1-P$ 이다. 위의 식(6)에서와 같이 계산된 수준값들과 대응되는 가중치들은 Seo and Kwak [14]에서 두 수준과 2차 적률까

지 만을 고려했을 때의 결과와 동일하다. 만약 확률변수  $X$ 가 대칭분포를 따를 경우에는 식(6)에서  $P = \Pr\{x \leq \mu\} = 1/2$ ,  $l_1 = \mu - \sigma$ ,  $l_2 = \mu + \sigma$ 가 되어 다구찌 직교표 실험에서의 수준값과 동일하게 된다.

### 3. 불확실성 중요도 평가절차 및 수치 예제

#### 3.1 평가 절차

3절에서의 논의를 바탕으로, 각 basic event 확률  $q_i$ 가 대수정규분포를 따른다는 가정하에서 1절의 식(2)에 있는 불확실성 중요도 측도를 평가하기 위한 절차는 다음과 같다.

단계 1.  $q_i$ 의 median과 error factor가 주어졌을 때, 위치모수(location parameter)  $\delta_i$ 와 형상모수(shape parameter)  $\gamma_i$ 를 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \delta_i &= \ln(\text{median of } q_i), \\ \gamma_i &= \ln(\text{error factor of } q_i)/1.645 \end{aligned}$$

그리고,  $q_i$ 의 평균  $\mu_i$ 와 분산  $\sigma_i^2$ 은 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \mu_i &= \exp(\delta_i + \gamma_i^2/2), \\ \sigma_i^2 &= \exp(2\delta_i + \gamma_i^2) \cdot \{\exp(\gamma_i^2) - 1\} \end{aligned}$$

단계 2. 2.3절에서 논의된 대로 각  $q_i$ 에 대해  $P_i = \Pr\{q_i \leq \mu_i\} = \Phi(\gamma_i/2)$ 를 계산한다.

단계 3. 각 basic event의 두 수준값을

$$\begin{aligned} \text{1수준값: } & \mu_i - \sigma_i \sqrt{(1-P_i)/P_i}, \\ \text{2수준값: } & \mu_i + \sigma_i \sqrt{P_i/(1-P_i)} \end{aligned}$$

로 결정한다. 이때, 1수준과 2수준에 대응되는

가중치는 각각  $P_i$ 와  $1-P_i$ 이다.

단계 4. basic event의 수를 고려하여 적절한 Taguchi 두수준 직교표를 선택한다.

단계 5. 각 basic event를 단계4에서 선택된 직교표의 열에 배치한다.

단계 6. 직교표의  $k(=1, \dots, N)$ 번째 행에서,  $\left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)_k$  값과  $Q_k$  값을 계산한다. 그리고  $\left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)_k$  값과  $Q_k$  값에 각각 대응되는 가중치  $W_{ik}$ 와  $W_k$ 를 다음과 같이 계산한다.  $q_i$ 의 수준  $l$ 에서의 가중치를  $w_{il}$ 라 할 때  $l=1$ 이면  $w_{il} = P_i$ ,  $l=2$ 이면  $w_{il} = 1 - P_i$ , 그리고  $D_i$ 를  $Q$ 에 관한  $q_i$ 의 편미분에 포함된 basic event들의 집합,  $n$ 을 모든 basic event들의 개수라 할 때,

$$W_{ik} = \prod_{i \in D_i} w_{il}, \quad W_k = \prod_{i=1}^n w_{il} \quad (7)$$

단계 7.  $(\partial Q / \partial q_i)^2$ 의 가중평균과  $Q$ 의 가중분산  $V$ 를 다음과 같이 계산한다.

$$E\left\{\left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)^2\right\} = \frac{1}{\sum_{k=1}^N W_{ik}} \sum_{k=1}^N W_{ik} \left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)_k^2, \quad i = 1, \dots, n$$

$$V = \frac{1}{\sum_{k=1}^N W_k} \sum_{k=1}^N W_k (Q_k - \bar{Q})^2,$$

$$\text{단, } \bar{Q} = \frac{1}{\sum_{k=1}^N W_k} \sum_{k=1}^N W_k Q_k$$

단계 8. 각 basic event의 불확실성 중요도 측도의 추정치를 다음과 같이 계산한다.

$$\widehat{UI}_i = E\left\{\left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)^2\right\} \cdot \frac{v_i}{V}, \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

### 3.2 수치 예제

#### Example 1

Apostolakis and Lee[1]에 있는 결점나무 예제에서  $Q$ 의 표현식은 다음과 같다.

$$Q = q_1 + q_2 q_4 + q_2 q_5 + q_2 q_9 + q_3 q_4 + q_3 q_5 + q_3 q_9 + q_8 q_4 + q_8 q_5 + q_8 q_9 + q_8 q_7 + q_9 q_6 \quad (9)$$

단,  $q_i$  ( $i = 1, \dots, 9$ )는 median 값이 각각 0.000017, 0.00036, 0.001, 0.001, 0.00036, 0.0061, 0.0061, 0.00097, 0.00097이고, error factor 값이 각각 10, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 10, 10인 대수정규분포를 따른다. 3.1절의 불확실성 중요도 추도 평가 절차는 다음과 같다.

단계 1.  $q_i$ 의 평균  $\mu_i$ 와 표준편차  $\sigma_i$ 는 <표 2>와 같다.

$q_i$	평균	표준편차
1	0.00004528	0.00011178
2	0.00044994	0.00033733
3	0.00124983	0.00093703
4	0.00124983	0.00093703
5	0.00044994	0.00033733
6	0.00870056	0.00884891
7	0.00870056	0.00884891
8	0.00258361	0.00637807
9	0.00258361	0.00637807

단계 2.  $P_1 = P_8 = P_9 = 0.7580$ ,  $P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 0.6308$ ,  $P_6 = P_7 = 0.6633$

단계 3.  $q_i$ 의 두 수준값은 <표 3>과 같다.

단계 4. basic event의 수가 9이므로, <표 1>과 같은 두수준 직교표  $L_{16}(2^{15})$ 를 선택한다.

단계 5. 9개의 basic event를  $L_{16}(2^{15})$ 의 15개의 열 중에서 1열부터 9열에 차례로 배치한다.

단계 6. 직교표의 1행에서  $q_2$ 의 경우를 예로 들어 설명하면 다음과 같다. 식(9)로부터  $\partial Q / \partial q_2 = q_4 + q_5 + q_9$ 이며,  $q_4$ 는 1수준값

<표 3> 수준값

$q_i$	수준값	
	1수준값	2수준값
1	0.00000000	0.00024311
2	0.00019187	0.00089087
3	0.00053297	0.00247465
4	0.00053297	0.00247465
5	0.00019187	0.00089087
6	0.00239597	0.02112061
7	0.00239597	0.02112061
8	0.00000000	0.01387159
9	0.00000000	0.01387159

(=0.00053297),  $q_5$ 는 1수준값 (=0.00019187),  $q_9$ 도 1수준값 (=0.00000000)을 가지므로,  $(\partial Q / \partial q_2)_1 = 0.00072483$ . 그리고, 모든  $q_i$  ( $i = 1, \dots, 9$ )가 1수준값을 가지므로  $Q_1 = 525,385 \times 10^{-12}$ .

$D_2 = \{4, 5, 9\}$ 이므로  $(\partial Q / \partial q_i)_1$  값에 대응되는 가중치  $W_{21} = w_{41} \times w_{51} \times w_{91} = P_4 \times P_5 \times P_9 = 0.3016$ .

그리고,  $Q_1$ 에 대응되는 가중치  $W_1 = \prod_{i=1}^9 w_{i1} = P_1 \times P_2 \times \dots \times P_9 = 0.0303$ .

단계 7.  $E\left\{\left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)^2\right\}$  값은 <표 4>에 보여지며,

$$V = 27,959 \times 10^{-12}$$

단계 8. 식(8)에 의하여 계산된 각 basic event의 불확실성 중요도 추도는 <표 4>에 보여진다.

제안된 방법에 의한 계산 결과의 정확성을 입증하기 위하여, Rushdi[6]에 있는 해석적인 방법에 의하여 불확실성 중요도를 계산한 결과가 <표 4>에 역시 보여진다. <표 4>로부터, 제안된 방법은 매우 작은 실험횟수를 가지고도 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

#### Example 2

Iman[16]에 있는 결점나무 예제의  $Q$  표현식은 다음과 같다.

$$Q = q_1 q_3 q_5 + q_1 q_3 q_6 + q_1 q_4 q_5 + q_1 q_4 q_6 \\ + q_2 q_3 q_4 + q_2 q_3 q_5 + q_2 q_4 q_5 \\ + q_2 q_5 q_6 + q_2 q_4 q_7 + q_2 q_6 q_7$$

이때,  $q_i$  ( $i = 1, \dots, 7$ )는 평균이 각각 2, 3, 0.001, 0.002, 0.004, 0.005, 0.003이고, error factor 값은 모두 2인 정규대수분포를 따른다. 3.1절의 평가 절차의 단계 2에서 모든  $P_i = 0.5835$  ( $i = 1, \dots, 7$ ), 단계 4에서 basic event의 수가 7 이므로 두수준 직교표  $L_8(2^7)$ 를 선택한다. 단계

7에서  $V = 17,234 \times 10^{-12}$ .

단계 8에서 계산된 불확실성 중요도는 <표 5>와 같다. <표 5>는 제안된 방법에 의해 구해진 결과가 해석적인 방법에 의해 구해진 결과와 비교해볼 때 매우 정확함을 보여준다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는  $q_i$ 의 분산  $v_i$ 가 백분을 단위로 한 단위 변화될 때  $Q$ 의 분산  $V$ 의 백분을 변화량을 평가하는 측도를 다구짜 직교표를 이용하

<표 4> 각 basic event의 불확실성 중요도

$q_i$	제안된 방법*		해석적 방법**		조재균과 정석찬[9]***	
	$E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$	$UI_i$	$E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$	$UI_i$	$E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$	$UI_i$
1	1.0	0.4469	1.0	0.3530	1.0	0.3804
2	$62 \times 10^{-6}$	0.0003	$60 \times 10^{-6}$	0.0002	$61 \times 10^{-6}$	0.0002
3	$62 \times 10^{-6}$	0.0019	$60 \times 10^{-6}$	0.0015	$61 \times 10^{-6}$	0.0016
4	$62 \times 10^{-6}$	0.0019	$60 \times 10^{-6}$	0.0015	$62 \times 10^{-6}$	0.0016
5	$62 \times 10^{-6}$	0.0003	$60 \times 10^{-6}$	0.0002	$62 \times 10^{-6}$	0.0002
6	$47 \times 10^{-6}$	0.1304	$47 \times 10^{-6}$	0.1047	$46 \times 10^{-6}$	0.1102
7	$47 \times 10^{-6}$	0.1304	$47 \times 10^{-6}$	0.1047	$47 \times 10^{-6}$	0.1114
8	$304 \times 10^{-6}$	0.4421	$289 \times 10^{-6}$	0.3316	$301 \times 10^{-6}$	0.3733
9	$304 \times 10^{-6}$	0.4421	$289 \times 10^{-6}$	0.3316	$307 \times 10^{-6}$	0.3796

\*  $\bar{Q} = 7,171 \times 10^{-8}$ ,  $V = 27,959 \times 10^{-12}$

\*\*  $\bar{Q} = 10,858 \times 10^{-8}$ ,  $V = 35,400 \times 10^{-12}$

\*\*\*  $\bar{Q} = 14,267 \times 10^{-8}$ ,  $V = 32,849 \times 10^{-12}$

<표 5> 각 basic event의 불확실성 중요도

$q_i$	제안된 방법*		해석적 방법**		조재균과 정석찬[9]***	
	$E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$	$UI_i$	$E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$	$UI_i$	$E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$	$UI_i$
1	$0 \times 10^{-6}$	0.0399	$0 \times 10^{-6}$	0.0428	$0 \times 10^{-6}$	0.0422
2	$0 \times 10^{-6}$	0.3714	$0 \times 10^{-6}$	0.3947	$0 \times 10^{-6}$	0.3915
3	$1,542 \times 10^{-6}$	0.0174	$1,539 \times 10^{-6}$	0.0186	$1,537 \times 10^{-6}$	0.0184
4	$2,047 \times 10^{-6}$	0.0923	$2,069 \times 10^{-6}$	0.0999	$2,071 \times 10^{-6}$	0.0993
5	$1,099 \times 10^{-6}$	0.1982	$1,098 \times 10^{-6}$	0.2121	$1,084 \times 10^{-6}$	0.2077
6	$862 \times 10^{-6}$	0.2428	$879 \times 10^{-6}$	0.2651	$880 \times 10^{-6}$	0.2637
7	$599 \times 10^{-6}$	0.0607	$587 \times 10^{-6}$	0.0638	$576 \times 10^{-6}$	0.0621

\*  $\bar{Q} = 21,354 \times 10^{-8}$ ,  $V = 17,234 \times 10^{-12}$

\*\*  $\bar{Q} = 21,900 \times 10^{-8}$ ,  $V = 16,094 \times 10^{-12}$

\*\*\*  $\bar{Q} = 21,832 \times 10^{-8}$ ,  $V = 16,216 \times 10^{-12}$

여 평가하기 위한 방법을 제안하였다. 제안된 평가 방법은 안정적이고 상당히 정확한 basic event의 불확실성 중요도 추정치를 제공한다. 또한, 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하는 방법에 비해 매우 작은 실험횟수를 요구한다. 즉, 직교표  $L_N(2^s)$ 는 basic event의 수가  $N-1$  이하일 때 이용될 수 있으며, 식(2)의 측도를 평가하기 위하여 단지  $N$ 의 실험횟수를 필요로 한다. 본 논문에서 다루어진 2개의 예제에 대해 제안된 방법은 실험횟수가 각각 16과 8인데 반하여 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하는 조재균과 정석찬[9] 방법은 각각 10,000회의 실험횟수를 사용한다.

Taguchi and Konishi(1987)에는  $N=4, 8, 12, 16, 32, 64$ 의 두수준 직교표들만이 제시되어 있지만, 더 큰 크기의 직교표는 Kacker *et al.*[17]에서 제안된 방법에 따라 쉽게 구성될 수 있다.

본 논문에서 제안된 방법은  $q_i$ 가 다른 비대칭 분포 (예: 와이블, 베타)를 따르는 경우에도 적용될 수 있다. 이때에는 4.1절에 있는 평가 절차의 단계 1과 단계 2에서  $q_i$ 의 평균과 분산, 그리고  $P_i$ 가 수정되어야 한다. 예를 들어, 와이블 분포일 경우,  $P_i = 1 - \exp\left[-\left(\Gamma(1 + 1/\beta_i)\right)^{\beta_i}\right]$  (단,  $\beta_i$ 는 형상모수이고  $\Gamma(\cdot)$ 는 감마함수)와 같이 계산된다.

본 논문에서 제안된 방법을 큰 규모의 결점나무에 적용하는 것이 추후의 연구과제이다. 대규모 결점나무를 작은 규모의 결점나무들로 분할하고, 작은 규모의 결점나무들에 대해 직교표를 사용하여 top event 확률의 분포를 추정한 후, 본 연구에서 제안된 방법을 이용하여 basic event의 불확실성 중요도를 추정하는 방법 등이 고려 가능하다.

## 참 고 문 헌

- [1] Apostolakis, G. and Lee, Y. T., "Methods for the estimation of confidence bounds for the top-event unavailability of fault trees," Nuclear Engineering and Design, vol 41, pp.411-419, 1977.
- [2] Bhattacharyya, A. K. and Ahmed, S., "Establishing data requirements for plant probabilistic risk assessment," Transactions of the American Nuclear Society, vol 43, pp.477-478, 1982.
- [3] Nakashima, K. and Yamato, K., "Variance-importance of system components," IEEE Trans. Reliability, vol R-31, pp.99-100, 1982.
- [4] Bier, V. M., "A measure of uncertainty importance for components in fault trees," Transactions of the 1983 Winter Meeting of the American Nuclear Society, vol 45, no 1, pp.384-385, 1983.
- [5] Pan, Z. J. and Tai, Y. C., "Variance importance of system components by Monte Carlo," IEEE Trans. Reliability, vol 37, pp.421-423, 1988.
- [6] Rushdi, A. M., "Uncertainty analysis of fault-tree outputs," IEEE Trans. Reliability, vol R-34, pp.458-462, 1985.
- [7] Iman, R. L. and Hora, S. C., "A robust measure of uncertainty importance for use in fault tree system analysis," Risk Analysis, vol 10, pp.401-406, 1990.
- [8] Cho, J. G. and Yum, B. J., "Development and evaluation of an uncertainty importance measure in fault tree analysis," Reliability Engineering and System Safety, vol 57, pp.143-157, 1997.
- [9] 조재균, 정석찬, "결점나무 분석에서 불확실성 중요도 측도의 평가," 정보시스템연구, 제 17권, 3호, pp.25-37, 2008.
- [10] Taguchi, G., Introduction to Quality Engineering, Tokyo: Asian Productivity Association, 1986.
- [11] Taguchi, G. and Konishi, S., Experimental Assignment Method Using Orthogonal Tables, Tokyo: JUSE press, 1959 (in Japanese). English Translation: Orthogonal Arrays and Linear Graphs, Michigan: American Suppliers Institute,



- 1987.
- [12] Kacker, R. N., "Off-line quality control, parameter design, and the Taguchi method," J. Quality Control, vol 17, pp.176-188, 1985.
- [13] Yu, J. C. and Ishii, K., "Design optimization for robustness using quadrature factorial models," Engineering Optimization, vol 30, pp.203-225, 1998.
- [14] Seo, H. S. and Kwak, B. M., "Efficient statistical tolerance analysis for general distributions using three-point information," International J. Production Research, vol 40, pp.931-944, 2002.
- [15] Choobineh, F. and Branting, D., "A simple approximation for semivariance," European J. Operational Research, vol 27, pp.364-370, 1986.
- [16] Iman, R. L., "A matrix-based approach to uncertainty and sensitivity analysis for fault trees," Risk Analysis, vol 7, pp.21-33, 1987.
- [17] Kacker, R. N., Lagergren, E. S. and Filliben, J. J., "Taguchi's fixed element arrays are fractional factorials," J. Quality Technology, vol 23, pp.107-116, 1991.



조 재 균 (Jae-Gyeun Cho)

- 연세대학교 응용통계학과 학사
- 한국과학기술원 산업공학과 석사
- 한국과학기술원 산업공학과 박사
- 한국전자통신연구원 선임연구원
- 현재 : 동의대학교 e비즈니스학과 교수
- 관심분야 : 프로젝트 관리, 인터넷비즈니스 모델 및 전략