한국수학사학회지 제22권 제2호(2009년 5월), 117 - 130

중학교 이차방정식 단원에서 朝鮮時代 數學史의 활용에 대한 연구

단국대학교 교육개발인증원 심상길
skshim22@dankook.ac.kr

본 연구는 중학교 이차방정식 단원에서 朝鮮時代 數學史를 효과적으로 활용하기 위해 먼저, 수학교육에서 수학사의 활용과 중학교 수학 교과서에서 다루고 있는 수학사의 유형 및 그 내용을 살펴보고, 조선시대의 수학자인 경선징(慶善徵), 홍정하(洪正夏), 이상혁(李尙赫) 등이 제시하는 이차방정식의 구성과 해법에 대해 조사하여 중학교 수학에서 활용할 수 있는 방법에 대해 알아보았다. 이와 같은 조선시대 수학사는 이차방정식에 대한 이해를 높이고 풀이에 대한 흥미와 동기를 유지시키기 위한 자료, 활용 단계에서 개념적 사고와 반성적 사고를 고취시키기 위한 자료로 활용할 수 있다.

주제어: 조선시대 수학자, 조선시대 수학사, 이차방정식의 구성과 해법.

0. 서론

수학 학습에 곤란을 겪는 학생들은 그 원인을 수학 자체의 난해성과 자신의 수학적 재능의 결여에 돌리려고 한다. 그러나 수학이 흥미 없고 가치 없는 교과라는 관념이 굳어 심리적인 장애를 일으키는 데다 수학적인 사고를 자신의 경험이나 상식과 동떨어진 것으로 잘못 파악하고 있으며, 수학을 공부하려는 의지와 체계적으로 사고하여 문제를 풀려는 태도가 결여된 데에도 그 큰 원인이 있을 것이다. 무엇보다도 학생들의 정신 자세가 수학 학습에 가장 중요한 요인으로 작용하는 듯하다. 따라서 먼저 학생들은 수학에 대한 여러 가지 역사적 이야기나 문제에 얽힌 수학자들의 고뇌 어린 문제의식에 대한 일화에 접함으로써 수학적 사고의 가치와 아름다움을 인식하고 훌륭한 사고가와 수학의 관계를 이해할 수 있는 기회를 갖도록 해야 할 것이다. 또한 집중적인 수학 학습과 수학을 응용한 실제적인 문제해결 경험을 통해 수학이 가져다주는 기쁨과 희열, 자신감을 맛보아야 한다([12]). 수학 학습에서의 수학사의 도입은 결과로써의 지식뿐만 아니라 과정으로써의 지식을 경험하게 하여 학생들에게 수학을 공

부하는 동기를 유발하고 더 나아가 문제해결의 실마리를 제공할 수 있다. 따라서 수학에 대한 역사적 사실과 수학자의 문제의식에 대한 일화와 함께 문제해결 과정과 수학의 발생 과정을 학생들에게 제공하는 것도 중요하다.

중학교 수학에서 문자의 도입과 함께 소개되는 방정식은 수학사에서 초기부터 취급되고, 그 후 대수학의 발전이 바로 방정식의 발전이라고 하여도 될 만큼 수학에서 가장 중요한 대상이 되었다. 7차 교육과정의 수학 교과서 방정식 단원에서 많은 수학사적 내용을 다루고 있는데, 수학 [9-가] 이차방정식 단원에서는 레베데후, 바스카라, 알콰리즈미, 디오판토스, 바빌로니아 문제, 타르탈리아와 프로리드 사이의 시합 등을 소개하고 있다. 또한, 중국의 구장산술과 산가지(또는 산목)라고 불리는 도구를 사용하여 방정식을 해결한 사례 등을 소개하고, 조선시대에 홍정하가 쓴 구일집, 세종대왕과 수학에 대한 이야기, 최석정의 구수략 등을 소개하고 있다. 이와 같이 교과서에 서양의 수학사뿐만 아니라 동양의 수학사를 함께 소개함으로써 학생들에게 수학이 동양에서도 연구된 학문이라는 긍지와 자신감을 심어줄 수 있고, 특히 우리나라의 수학사를 소개함으로써 수학이 자신과 동떨어져 있는 학문이 아니라 우리 주변에서 쉽게 경험할 수 있는 문제를 해결하는 과정으로 친밀감을 형성하게 해 준다.

그러나 이차방정식 단원에서 우리나라 수학사 즉, 조선의 수학사를 이용한 내용은 다른 동양의 수학사와 서양의 수학사를 활용한 것보다 양적인 면이나 질적인 면에서 매우 부족한 부분이 많다. 이는 조선시대의 수학사에 대한 연구와 학교수학에서 학생들에게 지도할 내용을 연결하는 기초적인 연구가 부족하기 때문이다. 따라서 조선시대의 수학사를 조사하여 학교수학에서 학생들에게 활용할 수 있는 교육자료 개발에 대한 연구가 필요하다.

본 연구에서는 수학교육에서 수학사의 활용과 중학교 수학 교과서 16종에서 다루고 있는 이차방정식에 대한 수학사의 유형 및 그 내용을 살펴보고, 조선시대 수학자들의 이차방정식의 구성과 해법에 대해 조사하여 중학교 수학에서 조선시대의 수학사를 올바르게 활용할 수 있는 교육자료 개발과 시사점을 찾으려고 한다.

1. 수학교육에서 수학사의 활용

수학의 지도에 수학사를 이용하는 것은 학생들이 수학을 재미있게 공부하고 수학이 특수한 사람의 소유물이 아니며, 평범한 사람도 살아가는 중에 수학적인 아이디어를 찾아낼 수 있고 이들을 조직하여 다시 실생활에 유용하게 활용할 수 있다는 확신을 갖도록 하기 위한 것이다. 그리고 수학을 자칫 이기적이고 차디찬 학문이라고 생각하는 학생들에게 인간적으로 살아간 수학자들의 생활상을 알게 함으로써 수학에 대한 친근감을 갖도록 할 수 있다. 수학은 책 속에 활자화된 무미건조하고 딱딱한 이야기만은 아니다. 수학의 장구한 역사는 수학의 존재 가치와 중요성을 대변한다. 수학사에

는 인간의 줄기찬 노력, 실패와 성공, 고통과 환희의 이야기가 있다. 수학사는 분명히 수학교육에 활용할 만한 충분한 가치가 있는 것이다([5]).

이러한 수학사를 수학교육에 이용하는 일반적인 이점은 첫째, 알고리즘적인 계산 수학을 반성하여 개념적 사고를 고취하는 데 이용할 수 있고, 둘째, 교육과정 구성에서 '자연스러운' 내용 배열의 준거가 되며, 학습-지도에서 수학적 아이디어의 발달 과정을 따름으로써 자연스럽게 그 이해를 도울 수 있고, 셋째, 수학의 역사적 발달 과정에 소급해 봄으로써 수학적 사고의 인간적인 모습을 접해 보게 하여, 학습 동기를 유발하고 수학 학습에 생기를 불어넣을 방안을 찾을 수 있고, 넷째, 현대 기술 문명의 발달에서의 수학의 중심적인 역할과 수학의 문화적인 역할, 특히 인간관과 세계관 형성에 미친 수학의 역할을 이해함으로써 수학에 대한 학생들의 인식을 바꿀 수 있다([12]).

수학의 실제와 수학을 하는 사람들의 사고 과정에 중심이 두어진 수학교육을 위해 수학사를 활용할 때, 수학사는 단순한 역사적 사건이나 일화의 소개에 그치지 말고 수학적 사고방법의 육성에 도움이 되도록 이용되어야 할 것이다. 그러한 이유에서 수학사를 독립된 교과서 단원으로 도입하기 보다는 기존의 교과과정에 보조적으로 사용하여 기존의 수학교육의 문제점을 개선하고 수학교육의 질과 효율성을 좀 더 높이는 방향이 더 나을 것이다. 이와 같은 배경에서 수학사를 수업에 도입하는 구체적인 몇 가지 방향을 살펴보면 다음과 같다([13]).

첫째, 수학에 대한 흥미를 고조시키기 위한 입장이다. 학생들이 배우는 학습 내용 중 특정한 수학자의 이름이 붙은 공식이나 기호가 나올 때, 그 수학자에 대한 소개나 일화, 그가 살았던 시대적 배경 등을 간단히 소개함으로써 학생들이 지금 배우고 있는 내용에 대해 어떤 근원과 경로를 갖고 있는가를 알게 해서 시간적, 공간적으로 단절된 수학을 배우는 듯한 인식을 해소시킬 수 있다. 이 외에도 수학적 기호나 용어에 관한 것, 수학의 형성사 또는 사상사에 관한 것 등을 그 내용으로 도입할 수 있다.

둘째, 수업 내용을 발전시키기 위한 입장이다. 교과서의 본문에는 거의 제시되어 있지 않지만 수학적 형성, 알고리즘 등과 관련된 과정이나 그 배경을 활용하여 개념적 사고를 고취시키고, 보다 발전적인 학습 지도를 전개하기 위한 입장이다.

셋째, 자유 탐구를 위한 입장이다. 교과서의 내용에만 의존하지 않고 자유로운 보다 진일보한 학습을 시키기 위한 입장으로 수학사로부터 여러 화제를 활용할 수 있다.

넷째, 수업에 활용하기 위한 입장이다. 교사가 어떤 내용의 교수-학습을 계획할 때 아동이 그 내용에 보다 흥미를 가지고 잘 이해할 수 있도록 하기 위해 수학사로부터 지식과 식견을 활용하는 입장이다. 수학사는 대역적인 학습과정인바, 이에 대한 교사의 지식은 학생들이 수학 학습에서 겪는 어려움을 이해하고 그에 대처하는 방안의 실마리를 제공해 줄 수 있다.

다섯째, 교재 구성을 위한 입장이다. 개인의 수학적 사고의 발달은 수학의 역사 자체를 따른다는 역사발생적 원리에 의한 교재 구성을 의미한다. 발생적 원리는 수학은

완성된 산품으로써가 아니라 역사적 발생 과정 곧, '수학화' 과정을 다시 밟게 함으로써 바르게 이해되거나 적용될 수 있다는 생각을 바탕으로 한다.

2. 중학교 이차방정식 단원에서 소개되는 수학사

제 7차 교육과정의 중학교 3학년 교과서 [수학 9-가] 이차방정식 단원에서 소개되는 수학사의 유형을 크게 두 가지로 나누면, 첫째, 수학자와 그들의 저서, 수학의 형성 과정과 수학자의 일화 및 에피소드 등 학생들에게 읽을거리로 소개되는 유형과 둘째, 수학자가 남긴 문제와 풀이, 그리고 수학자가 발견한 공식 등 학생들에게 문제해결을 위한 탐구과제로 소개되는 유형이 있다. 먼저, 학생들에게 읽을거리로 소개되는 유형은 수학에 대한 흥미를 고조시키기 위한 입장과 수업에 활용하기 위한 입장[(13)]에서 도입될 수 있고, 이를 통하여 이차방정식에 대한 이해를 높이고 흥미나 동기를 유발시키는데 도움을 줄 수 있다. 그 내용을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 수학자나 책을 소개하는 유형이다. 예를 들어, 알콰리즈미(780~850)는 페르시아계 수학자로서 아랍식 기수법을 뜻하는 알로리즘은 그의 이름에서 전용된 것이다. 대수학 저서인 복원과 대비의 계산에는 일차방정식과 이차방정식의 해석적 해법이 포함되어 있다. 또, 이차방정식의 기하학적 해법도 보여주고 있다([19]). 또, 동양 최고(最古)의 수학서인 구장산술(九章算術)은 진한 시대의 산술서를 계승하고 후한 시대가 되어서 비로소 본 모습을 갖추게 된 옛 산술서이다. 이 책을 집필한 사람은 알려져 있지 않지만 263년 삼국시대 위나라의 유휘(劉徽)가 뛰어난 주석을 붙여 펴낸 것으로 되어 있다([6]).

둘째, 수학의 형성 과정을 설명하는 유형이다. 예를 들어, 고대 바빌로니아와 인도 사람들이 이차방정식을 이용하여 여러 가지 문제를 푼 기록이 있다. 그러나 방정식의 일반적인 풀이 방법은 중세 유럽에서 널리 연구되었으며, 이탈리아의 타르탈리아(1500?~1557)와 카르다노(1501~1576)에 이어 노르웨이의 아벨(1802~1829)과 프랑스의 갈루아(1881~1832)에 이르러 방정식의 대수적 해법에 관한 연구가 완성되었다([20]).

셋째, 수학자의 일화나 에피소드를 소개하는 유형이다. 예를 들어, 16세기 전반에 이탈리아에서는 수학 문제 풀기 시합이 유명하였다. 이 중에서 가장 유명한 문제 풀기 시합은 타르탈리아(Tartaglia, N.; 1500?~1557)와 프로리드(Florido, A.) 사이의 시합이다. 그들은 각자가 30문제의 방정식을 출제한 후 서로 교환하였는데, 그 문제를 타르탈리아는 단 2시간만에 해결하였다. 당시까지 이차방정식을 푸는 공식은 바스카라(Bhaskara, A.; 1114~1185)에 의하여 완전하게 제시되어 있었지만 삼차방정식을 푸는 공식은 타르탈리아 외에는 아무도 알지 못하였다([3], [4]).

다음으로, 문제해결을 위한 탐구과제로 소개되는 유형은 수업 내용을 발전시키기 위한 입장과 자유 탐구를 위한 입장에서 도입[(13)]할 수 있고, 이들 통하여 이차방정식에 대한 개념적 사고와 문제해결에 대한 반성적 사고를 고취시킬 수 있다. 그 내용을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 수학자가 남긴 문제를 소개하는 유형이다. 예를 들어, 중국의 대표적인 수학서인 구장산술에는 다음과 같은 문제가 들어 있다([1], [6], [8], [16]).

정사각형 모양의 성벽으로 둘러싸인 마을이 있는데, 동서남북을 향해 있는 각 성벽의 중앙에 문이 설치되어 있다. 북문을 나와 20걸음이 되는 지점에 나무가 한 그루 서 있고, 남문을 나와 14걸음 되는 지점에서 방향을 바꾸어 서쪽으로 1775걸음을 가서야 비로소 이 나무가 보인다고 한다. 그렇다면 마을을 둘러싼 이 성벽의 길이는 얼마인가?

또한, 홍정하가 쓴 수학서인 구일집에는 1713년 중국의 사력(중국 천문대 관직)인 하국주가 홍정하에게 냈던 이차방정식에 관한 문제가 들어 있다([2]).

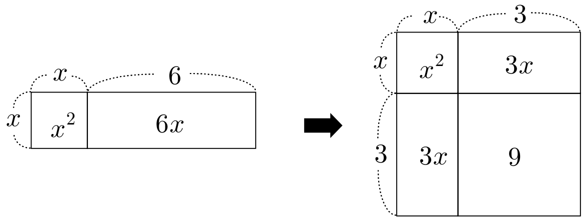
크고 작은 두 개의 정사각형이 있는데 두 정사각형의 넓이의 합은 486평방자이고 큰 정사각형의 한 변의 길이는 작은 정사각형의 한 변의 길이보다 6자만큼 길다. 두 정사각형의 각 변의 길이는 얼마인가?

둘째, 수학자가 남긴 문제와 풀이를 소개하는 유형이다. 예를 들어, 고대 바빌로니아 사람들의 이차방정식 문제와 이를 푼 내용을 소개하고 있다([10], [11]).

정사각형의 넓이에서 한 변의 길이를 뺀 값이 870일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. (풀이) 1의 반을 취하면 0.5이고, 이것을 제곱하면 0.25이다. 이것을 870에 더하면 870.25가 되는데, 이것은 29.5의 제곱과 같다. 이제 29.5에 0.5를 더하면 30이고, 이것이 정사각형의 한 변의 길이이다.

그들의 풀이는 $x^2-bx=c$와 같은 형태의 이차방정식의 해를 $x=\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+c}+\frac{b}{2}$로 구한 것과 같다([10]).

셋째, 수학자가 발견한 공식을 소개하는 유형이다. 예를 들어, 이차방정식의 해에 관하여 본격적으로 연구한 아라비아의 수학자 알콰리즈미는 이차방정식 $x^2+6x=16$을 $(x+3)^2=25$로 고쳐서 아래의 도형을 이용하여 풀었다. 또, 그는 이 풀이 방법으로 이차방정식의 근의 공식을 유도하였다([2]).



<그림 1> 알콰리즈미의 이차방정식의 풀이

3. 중학교 이차방정식 단원에서 조선시대 수학사의 활용

앞의 장에서 살펴본 바와 같이, 중학교 수학 교과서에서는 수학사를 다양하게 활용하고 있다. 그러나 우리나라의 수학사 즉, 조선시대 수학사는 다른 동양의 수학사와 서양의 수학사를 활용한 것보다 양적인 면이나 질적인 면에서 매우 부족한 부분이 많다. 따라서 조선시대의 수학사를 중학교 이차방정식 단원에서 효과적으로 활용하기 위해 조선시대 수학자인 경선징(慶善徵; 1616～?), 홍정하(洪正夏; 1684～?), 이상혁(李尙赫; 1810～?) 등이 집필한 저서에서 방정식의 표현과 풀이 방법을 조사하여 이를 수업에 사용할 수 있는 교수자료를 구성하는 방법을 제시하도록 하겠다.

(1) 이차방정식의 도입 단계

이차방정식의 도입 단계에서 중학교 수학교과서에서는 이차방정식의 역사([7], [9]), 알콰리즈미와 그의 저서([19]), 타르탈리아와 프로리드 사이의 시합([3], [4]), 중국의 대표적인 수학서인 구장산술([1], [16], [20]) 등에 대해 소개하고 있다. 이는 이차방정식의 도입 단계에서 수학사를 소개함으로써 이차방정식에 대한 이해를 높이고 흥미와 동기를 유발할 수 있고, 더 나아가 옛날의 수학자들이 어떤 문제를 해결했는지에 대해 호기심을 자극하여 수업에 대한 기대를 높일 수 있다. 이와 같은 맥락에서 조선시대의 수학사를 다음과 같이 활용할 수 있다.

첫째, 이차방정식의 역사를 소개([7], [9])하는 부분에서 조선시대의 이차방정식에 대해 다룰 수 있다.

조선시대 산학(算學)에서 현존하는 최초의 서적은 경선징의 묵사집산법(默思集算法)이고, 이 책에서 소개되는 이차방정식은 직사각형의 두 변의 합, 혹은 차가 주어지고 그 넓이가 주어진 경우, 동치인 한 개의 일차방정식과 이차방정식으로 이루어진 연립방정식, 직각삼각형의 세 변에 대한 조건을 가지고 얻어지는 이차방정식 등을 다루고 있다([22]). 또, 이상혁의 차근방몽구(借根方蒙求)에서 차근방은 서양의 산술로서 본명 아이열팔달(阿爾熱八達) Algebra를 번역한 말이다. 이 책의 면류(面類)에서 35개의 문제와 해로 구성되어 있고 이 중 23문제는 이차방정식으로, 양근과 음근이 각각 한 개인 11문제와 두 근 모두 양인 12문제로 구성되어 있다.([15]).

이와 같이 조선시대의 이차방정식을 소개함으로써 이차방정식이 단순히 다른 나라에서만 연구된 것이 아니라 우리나라에서 연구되었고, 다양한 형태의 이차방정식을 해결하려는 노력이 있었다는 사실을 학생들에게 제시할 수 있다. 또한, 옛날에 우리 조상들도 현재와 같은 형태의 문제를 해결하였다는 사실을 보여줌으로써 학생들에게 긍지와 자부심을 심어줄 수 있다.

둘째, 중국의 수학사([1], [16], [20])를 소개하는 부분에서 중국의 영향을 받은 조선시대의 이차방정식을 소개할 수 있다.

경선징의 묵사집산법은 중국의 산학계몽(算學啓蒙)의 영향을 받았으나 259문제로 이루어진 산학계몽보다 훨씬 더 많은 문제인 398문제가 실려 있어 저자의 주관에 따라 다수의 문제를 추가하고 재배열함으로써 모방을 넘어선 조선의 산학 입문서이다([18]). 또한 홍정하의 구일집(九一集)은 조선 산서 가운데 가장 많은 문제를 다루고 있다. 17세기의 경선징은 묵사집산법에서 고법을 이용하여 방정식의 풀이를 하는데 반해 홍정하는 구일집에서 천원술(天元術)을 이용하여 방정식을 구성하고, 증승개방법(增乘開方法)을 이용하여 방정식의 풀이를 하였다. 명대 이후 산학의 폐지, 상업 발달로 인한 주산의 보급과 서양수학의 전래로 천원술이 더 이상 큰 발전을 할 수 없었다. 그러나 조선 산학은 일찍이 들어온 산학계몽을 계속 사용하고 있었기 때문에 천원술의 명맥을 유지하고 있었고 오히려 중국보다 더욱 발전된 형태로 남아 있었다는 사실이 조선 산서인 홍정하의 구일집의 여러 문제들이 속에 들어있다([14]).

셋째, 수학자 타르탈리아와 프로리드 사이의 시합([3], [4])을 소개하는 부분에서 조선시대에 중국의 사신으로 온 하국주(何國柱)와 조선의 수학자 홍정하와 유수석(劉壽錫)의 대담을 소개할 수 있다.

홍정하의 구일집 제 9권 잡록에는 1713년(숙종 39년) 홍정하와 유수석이 역관으로 중국 사신을 따라 온 사력(司曆) 하국주를 찾아가 대담한 내용이 적혀있다. 이 대담 중 홍정하와 유수석은 수학적 토론에서 도리어 우위에 있었으며, 당시 중국에 들어온 서양의 새로운 수학에 대해 질문하고 또 배우고자 하는 강렬한 기대가 잘 드러나 있다([18], [22]).

이를 통하여 학생들이 배울 이차방정식이 단순히 중국의 영향을 받은 것이 아니라 우리나라에서도 독자적인 연구하여 발전시켰고, 조선시대의 수학자들의 우수성과 서양의 학문에 대해서도 적극적으로 받아드리려는 노력을 학생들에게 소개함으로써 수학 학습에 대한 흥미와 동기를 유발하여 수학 학습에 생기를 불어넣을 수 있다.

(2) 이차방정식의 활용 단계

이차방정식의 활용 단계에서 중학교 수학교과서에서는 인도의 수학자 레베데후가 쓴 방정식을 발명한 사람은 누구일까에 실린 문제([19]), 12세기 인도의 수학자 바스카라가 지은 리라바티에 실린 문제와 옛날 풀이([8]), 그리스의 수학자 디오판토스(246?~330?)의 저서 산술(Arithematica)에 실린 문제([4]), 알콰리즈미의 이차방정식의 풀이([2]), 고대 바빌로니아 사람들의 풀이 방법([10], [11]) 등을 소개하고 있다. 이는 이차방정식을 배우는 과정에서 옛날 수학자들이 해결했던 문제를 직접 해결해 봄으로써 수학 학습에 대한 호기심을 자극하여 지속적으로 동기를 유지할 수 있고, 특히 옛날 수학자의 풀이와 현재 풀이를 비교해 봄으로써 이차방정식의 다양한 접근 방법을 경험하여 반성적 사고를 유발할 수 있고, 더 나아가 문제해결의 실마리를 제공할 수 있다. 이와 같은 맥락에서 조선시대의 수학사를 다음과 같이 활용할 수 있다.

첫째, 동양과 서양의 여러 가지 문제를 소개하는 부분([2], [4], [8], [19])에서 조선시대에 해결했던 문제를 소개할 수 있다. 학생들에게 흥미와 동기를 유발하기 위해 수학사에 관련된 문제를 소개한다면 조선시대의 수학자들이 해결했던 문제를 소개하는 것도 좋은 방법이다.

이상혁의 차근방몽구에는 다음과 같은 문제가 있다([15]). 說如有錢四千七百六十文買果樹不知數但知樹之共數與每株之價相加得一百七十四 問樹數及價各幾何 돈이 4,760문이 있고 과일나무를 사려고 하는데, 나무의 그루 수는 알지 못한다고 한다. 다만 나무 전체의 그루 수와 한 그루의 값을 더하여 174를 얻는다는 것을 안다면, 나무의 그루 수와 값은 각각 얼마인가?

둘째, 중학교 수학 교과서에서 소개하는 이차방정식 풀이는 인수분해를 이용한 풀이, 제곱근을 이용한 풀이, 완전제곱식을 이용한 풀이, 근의 공식을 이용한 풀이가 있

다. 이외에 다양한 접근 방법을 소개하기 위해 바스카라의 역산법([8])과 고대 바빌로니아 사람들의 풀이 방법([10], [11])을 소개하고 있는데, 이와 함께 조선시대의 다양한 풀이를 소개할 수 있다. 이는 이차방정식의 풀이에 대한 더 많은 접근 방법을 경험할 수 있고, 동, 서양의 풀이 방법과 조선시대의 풀이 방법을 비교해 봄으로써 문제해결의 다양한 전략을 사용하는 방법에 대해 생각할 수 있게 되고, 더 나아가 반성적 사고를 유발하는데 도움을 줄 수 있다.

경선징의 묵사집산법 개방해은문(開方解隱門) 제 24문에서 다음과 같은 문제와 풀이를 소개하고 있다([14]).

今有直田 八畝五分五厘 只云長闊和九十二步 問長闊各幾何

지금 직사각형의 모양의 밭이 있는데, 넓이는 8.55무(2052보)이다. 다만, 길이와 너비의 합이 92보라고 한다. 길이와 너비를 각각 얼마인가? 이 문제에서 주어진 조건 $xy=2052$, $x+y=92$를 이용하여 완전제곱 형태 $(x+y)^2-4xy=(x-y)^2$으로 변형시켜 이 식의 제곱근인 $x-y=\sqrt{(x+y)^2-4xy}=\sqrt{8464-4\times 2052}=16$를 구하여

$$x=\frac{(x+y)+(x-y)}{2},\ y=\frac{(x+y)-(x-y)}{2}$$

를 사용한 고법(古法)으로 문제를 해결한 것이다. 따라서 길이는 54보이고 너비는 38보이다.

이러한 문제는 협력학습과 토론학습과 같은 조별 활동이나 수행평가에서 활용할 수 있다. 예를 들어, 이러한 풀이의 옳고 그름과 장단점을 탐구해보고, 다른 문제에서 이러한 풀이를 사용할 수 있는지에 대해 서로 토론하고, 더 나은 풀이를 찾는 활동을 통해 비판적 사고와 의사소통 능력을 키울 수 있다.

위의 경선징의 방법이외에도 홍정하의 이차방정식의 풀이를 소개할 수 있다.

홍정하가 쓴 구일집의 제 6권 개방각술문(開方各術門) 상권(上卷) 제 24문에서 이차방정식을 해결하는 과정은 다음과 같다([14], [18]).

今有直田積八百六十四步 只云 平不及長一十二步 問長平各若千

지금 넓이가 864보인 밭이 있다. 너비는 길이보다 12보 모자란다. 길이와 너비는 각각 얼마인가? 너비를 x, 길이를 y라고 하면, $xy=864$이고, $y=x+12$이므로 $x^2+12x-864=0$가 된다. 이 책에서 소개하는 풀이 방법을 현재의 방법으로 표현하면 다음과 같다.

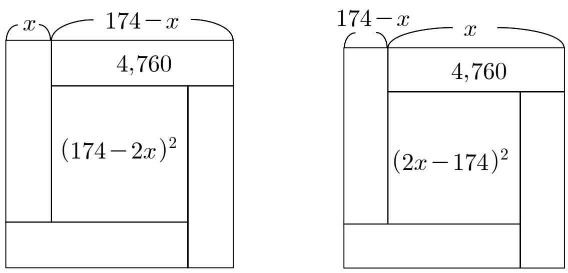
$$\begin{array}{ccc|l} 1 & 12 & -864 & 20 \\ & 20 & 640 & \\ \hline 1 & 32 & -224 & \\ & 20 & & \\ \hline 1 & 52 & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc|l} 1 & 5 & -224 & 4 \\ & 4 & 224 & \\ \hline 1 & 56 & 0 & \end{array}$$

따라서 너비는 24보이고 $y=x+12$에 너비를 대입하여 풀면, 길이는 36보이 된다.

홍정하의 풀이는 중국의 증승개방법과 달리 현재의 조립젯법과 완전히 일치하는 해법을 보인 것이다. 이는 홍정하 이전의 증승개방법보다 매우 발전된 풀이를 보인 것으로 동양수학에서 매우 중요한 업적이다. 이와 같이 우리 조상들이 현재와 유사한 발전적인 풀이를 발견하여 사용했다는 사실을 학생들에게 소개함으로써 조선시대 수학에 대한 자부심과 긍지를 느낄 수 있어 동기유발에 좋은 소재로 사용할 수 있다.

셋째, 중학교 수학 교과서에서는 도형의 넓이를 이용한 이차방정식의 풀이를 설명하기 위해 알콰리즈미의 이차방정식의 풀이([2])를 소개하고 있다. 이와 함께 이상혁의 차근방몽구에서 도형의 넓이를 이용한 풀이를 다룰 수 있다.

> 돈이 4,760문이 있고 과일나무를 사려고 하는데, 나무의 그루 수는 알지 못한다고 한다. 다만 나무 전체의 그루 수와 한 그루의 값을 더하여 174를 얻는다는 것을 안다면, 나무의 그루 수와 값은 각각 얼마인가?([15])
> <그림 2>의 왼쪽 그림에서 가장 큰 정사각형의 넓이를 두 가지로 나타낸 것은 서로 같으므로 다음과 같다.
> $$4{,}760\times4+(174-2x)^2=174^2$$
> $(174-2x)^2=11{,}236$에서 $(174-2x)^2=106^2$이고 $174-2x>0$이므로, $174-2x=106$, 즉 $x=34$이다. 또, <그림 2>의 오른쪽 그림에서 가장 큰 정사각형의 넓이를 두 가지로 나타낸 것은 서로 같으므로 다음과 같다.
> $$4{,}760\times4+(2x-174)^2=174^2$$
> $(2x-174)^2=11{,}236$에서 $(2x-174)^2=106^2$이고 $2x-174>0$이므로, $2x-174=106$, 즉 $x=140$이다. 따라서 나무의 수가 34일 때 한 그루의 값은 140문이고, 나무의 수가 140일 때 한 그루의 값은 34문이다.



<그림 2> 정사각형을 이용하여 이차방정식 풀이

알콰리즈미와 이상혁은 이차방정식을 사각형의 넓이를 이용하여 문제를 해결한 것으로, 알콰리즈미의 방법은 근의 공식을 유도하는 단서를 제공한다. 이러한 이차방정식의 다양한 접근 방법은 근의 공식을 이용하여 기계적인 기호조작으로 자동화되어 당연히 여기는 수학적 아이디어를 재음미하여 보다 의미 있는 수학적 사고활동이 가능하게 할 것이다. 따라서 학생들이 이러한 풀이에 대해 탐구한 후 근의 공식을 유도하고 사용한다면 근의 공식에 대한 필요성 및 유용성을 다시 한 번 생각할 수 있는

기회를 제공할 수 있다.

조선시대의 이차방정식의 풀이는 식을 세워 인수분해나 근의 공식으로 푸는 것보다 복잡해 보일지는 모르지만 주어진 조건을 이용해 일정한 규칙을 만들어 해결한 것으로, 문제에 대한 이해와 주어진 조건에 대한 활용에서 보다 높은 사고를 가능하게 한다. 따라서 조선시대 수학의 다양하고 발전적인 풀이를 학생들에게 경험하게 함으로써 더 높은 수준의 사고와 문제해결의 다양한 전략을 탐구하게 할 수 있다. 이와 같은 풀이는 학생들에게 개별적으로 또는 조별로 제공하여 풀이의 의미를 이해하고 일반화하여 다른 문제에 적용해 보는 탐구 활동이나 다른 방법으로 풀 수 있는지에 대해 토론하고 발표하는 조별 활동 및 토론 활동 등에 이용할 수 있다.

4. 결론 및 제언

본 연구는 중학교 수학에서 조선의 수학사를 효과적으로 활용하기 위해 수학교육에서 수학사의 활용과 중학교 수학 16종 교과서에서 활용되고 있는 수학사에 대한 유형과 내용을 살펴보고, 조선시대의 수학자 경선징, 홍정하, 이상혁 등이 집필한 저서에서 방정식의 표현 방법과 그 풀이 방법을 조사하여 중학교 수학에서 조선시대의 수학사를 활용할 수 있는 기초자료에 대해 알아보았다. 그 결과를 정리하면 다음과 같다.

첫째, 중학교 수학 교과서 이차방정식 단원에서는 서양의 수학사뿐만 아니라 동양의 수학사도 다양한 유형으로 소개되고 있다. 이는 동양에서도 일찍이 방정식에 대한 연구가 활발히 진행되었기 때문이다. 특히, 조선시대에는 이차방정식에 대해 많은 학자들이 동양과 서양의 문헌을 받아들여 연구하였고, 다양한 문제와 풀이를 소개하고 있다. 따라서 수학 학습에 조선의 수학사를 도입함으로써 동기유발과 반성적 사고를 고취시키는데 활용할 수 있다.

둘째, 이차방정식의 도입과 전개 단계에서 이차방정식의 형성 과정이나 근원 및 경로를 설명하기 위해 수학자나 책을 소개하는 유형 등 읽을거리로서 수학사를 도입하는 유형을 활용할 수 있다. 이는 수학에 대한 흥미를 고조시키기 위한 입장, 수업에 활용하기 위한 입장, 교재 구성을 위한 입장에서 접근할 수 있다. 따라서 조선시대 산학에서 현존하는 최초의 서적인 경선징의 묵사집산법, 홍정하의 구일집, 이상혁의 차근방몽구 등을 소개할 수 있다. 이를 통하여 학생들이 배울 이차방정식이 단순히 중국의 영향을 받은 것이 아니라 우리나라에서도 독자적인 연구가 진행되었고 서양의 학문에 대해서도 적극적으로 받아드리려는 노력을 학생들에게 소개함으로써 수학 학습에 대한 흥미와 동기를 유발하여 수학 학습에 생기를 불어넣을 수 있다. 또한, 옛날에 우리 조상들도 현재와 같은 형태의 문제를 해결하였다는 사실을 보여줌으로써 학생들에게 긍지와 자부심을 심어줄 수 있다.

셋째, 활용 단계에서는 수학적 형성, 알고리즘 등과 관련된 과정이나 그 배경을 활용하여 개념적 사고를 고취시키고, 보다 발전적인 학습 지도를 전개하기 위해 수학자가 남긴 문제와 풀이를 소개하는 유형 등 문제해결을 위한 탐구과제로 소개되는 유형을 활용할 수 있다. 이는 수업 내용을 발전시키기 위한 입장과 자유 탐구를 위한 입장에서 접근할 수 있다. 따라서 조선시대 산학에서 경선징, 홍정하, 이상혁의 이차방정식 풀이를 소개할 수 있고, 이를 통하여 학생들에게 이차방정식의 풀이에 대한 다양한 접근 방법을 경험하게 할 수 있다. 이는 학생들이 이차방정식의 해를 구할 때, 인수분해를 이용하거나 근의 공식을 이용하여 기계적인 기호조작을 통해 자동화되어 당연히 여기는 수학적 아이디어를 재음미하여 보다 의미 있는 수학적 사고활동이 가능하게 할 것이다.

이 연구의 결과를 통해 다음과 같은 점이 고려되어야 함을 제안한다.

첫째, 현재 16종의 수학 교과서를 분석한 결과, 수학사는 다양한 유형을 활용되고 있으나 모든 교과서에서 모든 유형이 다 있는 것이 아니라 교과서마다 활용되고 있는 유형은 다르고, 일부 교과서에서는 수학사의 이용에 대한 언급조차 없고, 교과서의 도입부분이나 끝 부분에 읽을거리로 간단하게 소개되는 정도이다. 따라서 다른 교과서에서 소개되는 수학사와 본 연구에서 제시한 조선의 수학사를 교육자료 개발에 참고하고, 교사는 조선의 수학사를 흥미위주의 이야기로 학생들에게 제공하는 것보다 옛날 풀이 등을 통해 탐구 활동, 조별 활동, 토론 활동 등 다양한 유형으로 활용하여 학생들의 문제해결 능력의 향상에 도움을 줄 수 있어야 한다.

둘째, 본 연구에서 제시한 내용을 활용할 때, 단계적으로 모든 내용을 소개할 수 있고, 학습 목표와 학생들의 특성을 고려하여 일부 내용을 적절하게 활용할 수 있다. 또, 본 연구에서 소개하는 내용은 조선의 수학사의 일부에 지나지 않는다. 따라서 더 많은 수학사에 대해 조사하고, 이러한 수학사를 학생들에게 직접 적용할 때 나타나는 학습 효과와 학생들의 반응에 대한 지속적인 연구가 필요하다.

참고 문헌

1. 강옥기 외, 중학교 수학 9-가, 서울: (주) 두산, 2003.
2. 강행고 외, 중학교 수학 9-가, 서울: (주) 중앙교육진흥연구소, 2003.
3. 고성운 외, 중학교 수학 9-가, 서울: (주)블랙박스, 2003.
4. 금종해 외, 중학교 수학 9-가, 서울: (주)고려출판, 2003.
5. 김창일, 윤영기, 역사발생적 원리에서의 수학사 활용에 대한 고찰, 단국대학교 교과교육연구소 교과교육연구 5(2001), 141-168.
6. 박규홍 외, 중학교 수학 9-가, 서울: 두레교육(주), 2003.
7. 박두일 외, 중학교 수학 9-가, 서울: (주)교학사, 2003.
8. 박윤범 외, 중학교 수학 9-가, 서울: 대한교과서(주), 2003.
9. 배종수 외, 중학교 수학 9-가, 서울: 한성교육연구소, 2003.
10. 신항균, 중학교 수학 9-가, 서울: 형설출판사, 2003.
11. 양승갑 외, 중학교 수학 9-가, 서울: (주)금성출판사, 2003.
12. 우정호, 학교수학의 교육적 기초, 서울대학교 출판부, 1998.
13. 유현주, 수학사와 수학교육, 대한수학교육학회지 학교수학 1(1999), No. 1, 245-259.
14. 윤혜순, 朝鮮算學과 中國算學에서 방정식의 구성과 해법, 단국대학교 대학원 박사학위 논문, 2009.
15. 이상혁, 차근방몽구(借根方蒙求), 호문룡, 이재실, 허민 역, 서울; 경문사, 2006.
16. 이영하 외, 중학교 수학 9-가, 경기도: (주)교문사, 2003.
17. 이준열 외, 중학교 수학 9-가, 서울: (주)도서출판 디딤돌, 2003.
18. 장혜원, 산학서로 보는 조선수학, 서울; 경문사, 2006.
19. 전평국 외, 중학교 수학 9-가, 서울: 교학연구사, 2003.
20. 조태근 외, 중학교 수학 9-가, 서울: (주)금성출판사, 2003.
21. 최용준, 중학교 수학 9-가, 서울: (주)천재교육, 2003.
22. 홍영희, 조선 시대 방정식론, 한국수학사학회지 17(2004), No. 4, 1-16.
23. 황석근 외, 중학교 수학 9-가, 서울: 한서출판사, 2003.

The Korean Journal for History of Mathematics Vol. 22 No. 2 (May. 2009), 117-130

A Study on Application of Mathematics History of Chosun Dynasty to a Quadratic Equation of Middle School

Accreditation Center for Educational Development, Dankook University Sang Kil Shim

This study shows how to use effectively construction and solution of the quadratic equation developed by mathematicians such as Gyung Sun-jing, Hong Jung-ha, Hong Dae-yong, Lee Sang-hyuk, and Nam Byung-gil through mathematics history of Chosun Dynasty. Mathematics history of Chosun Dynasty can be used in order to enhance comprehension and increase interest in an introduction to the quadratic equation. It also can be used to help motivate middle school students to solve the quadratic equation with much interest during the development phase, and develope conceptual thinking and reflective thinking in the practical phase.

Key words: Chosun mathematicians, mathematics history of Chosun Dynasty, construction and solution of quadratic equation.

2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

ZDM Subject Classification : U23

접수일 : 2009년 3월 30일 수정일 : 2009년 5월 4일 게재확정일 : 2009년 5월 18일