한국수학사학회지 제22권 제2호(2009년 5월), 81 - 98

중학교 2학년 확률 내용에 대한 고찰

한국교육과정평가원 **변희현**
bhhmath@kice.re.kr

확률은 현실 문제나 과학적인 문제의 해결을 위한 중요한 사고도구로 현대 사회에서 매우 중요한 역할을 하고 있다. 그런데 선행연구에서 확률은 학생들이 이해하는데 많은 어려움을 나타내며 현실과 단절된 계산 체제로 지도되는 문제를 많이 지적한다. 이에 이 글에서는 중학교에서 확률을 처음 다루는 2학년 교과서에서 확률의 계산 중 두 사건이 동시에 일어날 확률 계산을 지도하는 방식과 현실에 기반하여 실생활이나 과학적인 문제 해결의 도구로 확률이 사용되는 방식을 면밀히 살펴보려고 한다. 이로부터 현재 우리나라 교과서의 확률 지도방식의 특징과 논의점을 끌어내고자 한다.

주제어: 확률, 확률 계산, 문제 해결

Ⅰ. 서론

확률의 개념은 카르다노(Cardano, G. 1501-1576)나 갈릴레이(Galilei, 1564-1642)의 연구에서도 그 단서를 볼 수 있으나, 확률의 역사를 다룬 거의 대부분의 책들은 17세기 중엽에 파스칼(Pascal, B. 1623-1662)과 페르마(Fermat, P. 1601-1665)의 서신왕래에서 다룬 도박에 관한 상금의 분배문제를 확률 이론의 시초로 다루고 있다([15, p.1]). 이후 베르누이(Bernouille, J. 1667-1748)와 드 므와브르(De Moivre, A. 1667-1754)등을 비롯한 많은 수학자들에 의하여 연구되어 오다가, 19세기 초 라플라스(Laplace, P. S. 1749-1827)에 이르러 확률에 관한 논의를 체계적으로 정리하였다. 라플라스는 확률을 전체 경우의 수와 부분의 경우의 수의 비로 정의하였는데, 이는 다양한 수학적 논의를 가능하게 하고 여러 분야에 적용할 수 있는 강력하고 유용한 정의였으나 많은 패러독스를 불러일으키기도 하였다. 이후 확률을 공리화하려는 일련의 시도가 이루어졌으나 현재까지도 확률의 의미를 어떻게 규정해야 하는가의 문제는 해결되지 못한 상태이다([19, p.10-11]).
즉, 확률 개념을 역사-발생적 배경 속에서 이해한다면 수학의 다른 영역과 비교할 때 그 역사가 매우 짧고 어느 분야보다도 패러독스와 오류가 많음을 확인할 수 있다([19,

p.9]). 이는 확률 개념의 복잡성 등을 반증하는 것이며 나아가 학생들이 이해하는데 어려움을 내포하는 것으로 볼 수 있다. 이경화(1996)는 확률 개념은 애매성을 가지고 있는데, 이는 주관적인 특성을 가지는 신념을 객관적인 지식 형태인 수로 표현하게 되면서 비롯된 것으로 보았다. 즉, 신념은 추상적이고 주관적인 데 마치 객관적으로 다룰 수 있는 것처럼 수량화되었기 때문에 개념에 애매성이 내포된 것으로 파악하였다([18]).

그러나, 어떤 사건이 일어날 가능성을 측정하는 수학적 수단인 확률은 현실 문제나 과학적인 문제의 해결을 위한 중요한 사고 도구이며 의사소통을 위한 강력한 수단으로, 현재 일기 예보나 운동 경기, 복권 추첨 또는 자동 도박기와 같은 일상적인 상황과 결부되어 오늘날 대중 문화 가운데 확고하게 자리잡고 있다. 그리고, 확률 개념은 보험 사업이나 품질 관리 또는 경험 과학 등에서 광범하게 이용되는 통계적 방법의 바탕을 이루고 있어 현대 사회에서 매우 중요한 역할을 하고 있다. 이러한 사실 때문에 전세계적으로 수학 교육과정에서 확률의 중요성이 강조되어 왔다([17, p.421]). 그런데, 선행연구에서는 확률교육이 현실과 단절된 계산 체제로 지도되는 것의 문제를 지적한 것이 있다([23], [24]).

이에 본 논문에서는 우리나라 교육과정에서 중학교 2학년의 '확률과 통계' 영역에서 다루어지는 내용과 관련하여 크게 두 가지에 주목하고자 한다. 하나는 확률 계산의 지도 방식이다. 중학교 2학년에서는 두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 또는 B가 일어날 확률과 사건 A 와 B가 동시에 일어날 확률 계산을 다루고 있는데, 이 글에서는 특별히 후자의 확률 계산을 교과서에서 어떻게 지도하고 있는지 살펴보려고 한다. 다른 하나는 확률이 현실에 기반하여 실생활이나 과학적인 문제 해결의 도구로 어떻게 사용되고 있는지를 살펴보려고 한다. 이를 위해 현재 중학교 2학년 학생들이 사용하는 교과서 즉 7차 교육과정에 따른 8-나 단계의 교과서를 분석하려고 한다.

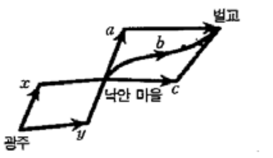
Ⅱ. 사건 A 와 B가 동시에 일어날 확률 계산의 지도 방식

7차 교육과정에서 확률은 6-나 단계에서 처음 도입되며, '모든 경우의 수에 대한 어떤 사건이 일어날 경우의 수의 비율'로 약속한다. 이는 사건의 '동등한 가능성'을 가정하는 경우의 수를 바탕으로 확률의 의미를 알게 하는 것으로 수학적 확률에 기초한다[1]. 8-나 단계에서는 경우의 수 또는 상대도수를 이용한 확률을 다루면서 큰 수의

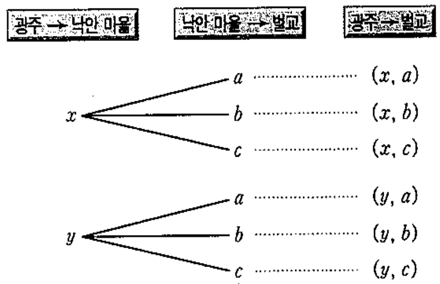
1) 6-나 단계에서 확률을 도입하기 위한 활동으로는 동전을 던져보아 던진 횟수에 대한 그림면이 나온 경우의 수의 비율을 알아보게 한다. 바로 다음의 활동은 주사위를 던져 3의 눈이 나올 경우의 수의 비율을 알아보게 하는데, 이는 앞의 활동과 같이 주사위를 직접 던져보아 던진 횟수에 대하여 3의 눈이 나온 경우의 수의 비율을 생각하게 하는 것이 아니고, 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수가 6가지이고 3의 눈이 나오는 경우의 수가 1가지임을 기초로 구하는 비율이 $\frac{1}{6}$ 임을 밝힌다([4,

법칙을 직관적으로 지도하지만, 여전히 확률 개념은 경우의 수에 기초한 수학적 확률이 지배적이다. 이러한 맥락에서 합사건과 곱사건[2)]의 확률 계산 역시 합사건과 곱사건의 경우의 수를 바탕으로 다룬다.
먼저 곱사건의 경우의 수는 모든 교과서가 다음과 같이 수형도 또는 순서쌍을 이용해 구하도록 한다.

경민이는 여름방학 때 벌교에 있는 시골 할아버지 댁에 가기로 하고 가족과 함께 광주까지 갔더니 오른쪽 그림과 같은 도로 표지판이 있었다. 경민이네 가족은 전통 민속 마을인 낙안 마을을 거쳐서 벌교까지 가기로 했다.



광주에서 벌교까지 가는 길은 다음과 같이 나타낼 수 있다.



따라서 광주에서 낙안 마을을 거쳐서 벌교까지 가는 길의 수는 $2 \times 3 = 6$ (가지)이다.

([1, p.13])

그리고 이 내용을 정리하여 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 다음과 같이 공식화한다.

> 사건 A가 m 가지의 경우로 일어나고 그 각각에 대하여 사건 B가 n 가지의 경우로 일어날 때, 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는
> $$m \times n$$

([1, p.14])

---

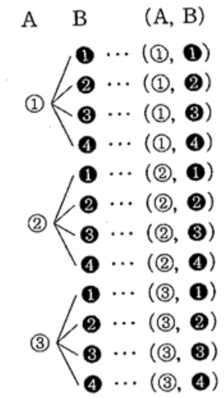
p.99-100]). 이는 확률개념의 처음 도입부터 통계적 확률과 수학적 확률과의 관련성을 직관적으로 다루어주려는 적극적인 조치로 판단된다. 그러나, 확률의 정의는 전체 경우의 수에 대한 부분 경우의 수의 비로 수학적 확률에 기초함을 알 수 있다.

2) 교육과정에 따르면 8-나 단계에서는 합사건과 곱사건의 용어를 사용하지 않으나, 이 글에서는 편의상 사건 A 또는 B가 일어날 경우와 사건 A와 B가 동시에 일어날 경우를 각각 합사건과 곱사건으로 혼용하여 지칭하기로 한다.

이어서 곱사건의 확률 계산은 다음과 같이 경우의 수를 바탕으로 아래와 유사한 대표적인 예를 도입부에 탐구 활동 등으로 제시한 후 바로 일반적인 규칙을 설명한다.

A 주머니에는 흰 공 3개, 붉은 공 4개, B 주머니에는 흰 공 2개, 붉은 공 4개가 들어 있다. A와 B 주머니에서 각각 공을 한 개씩 꺼낼 때, A에서는 흰 공, B에서는 붉은 공이 나올 확률을 구하고자 한다. 전체 경우의 수는

$$7\times 6=42 \quad \text{(가지)}$$



이고, A 주머니에서 흰 공, B 주머니에서 붉은 공이 나오는 경우는

$$3\times 4=12 \quad \text{(가지)}$$

임을 안다. 이는 앞서 다룬 곱사건의 경우의 수로부터 구할 수 있는 것으로 오른쪽과 같은 수형도와 연결하여 설명하기도 한다.

따라서, A에서는 흰 공이 나오고 B에서는 붉은 공이 나올 확률은 정의에 따라

$$\frac{3\times 4}{7\times 6}=\frac{12}{42}=\frac{2}{7}$$

이고, 한편 $\frac{3\times 4}{7\times 6}=\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}$ 임을 밝힌다. 이로부터 A 주머니에서 흰 공이 나오고 B 주머니에서 붉은 공이 나올 확률은 각각의 확률의 곱과 같음을 이해하게 한다. 그리고 다음의 사실을 일반화하고 있다.

사건 A, B 가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A 가 일어날 확률을 p, 사건 B 가 일어날 확률을 q 라고 하면, (사건 A 와 B 가 동시에 일어날 확률) = $p\times q$

([13, p.29-30])

그런데 고등학교 수학Ⅰ에서는 두 사건 A 와 B 가 동시에 일어날 확률은 조건부확률을 사용하여 다음과 같이 나타낸다.

$P(A)>0$, $P(B)>0$ 일 때,

$$\begin{aligned} P(A\cap B) &= P(A)P(B\mid A) \\ &= P(B)P(A\mid B) \end{aligned}$$

([12, p.259])

조건부 확률의 수학적 정의는 다음과 같다.

E_1, E_2 를 주어진 확률 공간에서의 사건이라 하고, 사건 $P(E_2)>0$ 이라 하자.
사건 E_2 가 일어났다는 조건에서 E_1 이 일어날 확률을 E_2 에 대한 E_1 의 조건부확률이라 하며,
$P(E_1 | E_2)$ 로 표시하고 $P(E_1 | E_2)=\frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$ 로 정의한다.

([8, p.51])

즉, $P(E_1 | E_2)$ 는 사건 E_2 가 일어났다는 가정 하에 사건 E_1 이 일어날 확률을 의미하는 것으로, 이미 일어난 사건 E_2 를 새로운 표본공간으로 하여 확률을 정의하는 것이다. 일반적으로 현실속의 대부분의 사건은 서로 영향을 주고 받으며 사건이 일어날 확률도 조건에 따라 크게 달라질 수 밖에 없다. 따라서 조건부 확률이란 보다 현실적이며 유용한 확률을 계산하는데 중요한 의미를 갖는다.

그러므로, 고등학교 수학Ⅰ에서 두 사건 A, B 에 대한 곱사건의 확률을 $P(A \cap B) = P(A)P(B | A) = P(B)P(A | B)$ 으로 정리한 것은 각 사건의 출현 여부가 다른 사건이 일어날 가능성에 영향을 준다는 일반적인 상황을 상정한 것으로 볼 수 있고, 8-나 단계에서 곱사건의 확률을 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 으로 정리한 것은 두 식을 비교해 볼 때 $P(B | A) = P(B)$ 또는 $P(A | B) = P(A)$ 를 만족하는 경우로 제한한 것이다. $P(B | A) = P(B)$ 는 사건 B 가 일어나는 것은 사건 A 가 일어나거나 일어나지 않는 것에 대하여 전혀 영향을 받지 않는다는 뜻이고 수학적으로는 서로 '독립'인 사건을 의미한다([12, p.260-261]).

그러므로 8-나 단계에서 다루는 곱사건의 확률에서 "서로 영향을 끼치지 않는 두 사건 A, B 에 대하여" 라는 단서는 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 이 성립하기 위한 매우 중요한 조건이면서 동시에 곱사건의 확률에서 다루는 사건의 범위를 한정하는 중요한 단서이기도 하다. 그러나, 대부분의 교과서는 앞서 살펴본 바와 같이 도입부분에서 대표적인 예를 들어 곱사건의 확률을 구하는 활동을 한 후 일반적인 규칙을 설명하고 나서는 다음과 같이 이 규칙을 적용한 확률 계산에 집중한다.

예제) 한 개의 동전을 두 번 던질 때, 두 번 모두 뒷면이 나올 확률을 구하여라.
풀이: 동전을 한 번 던져서 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로 두 번 모두 뒷면일 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 이다.

([2, p.28])

예제) 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, A 주사위는 홀수의 눈이, B 주사위는 3 이상의 눈이 나올 확률을 구하여라.

풀이: 홀수의 눈은 1,3,5 이므로 A 주사위에서 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ 이다.

또, 3이상의 눈은 3, 4, 5, 6 이므로 B 주사위에서 3이상의 눈이 나올 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ 이다.

이들 두 사건은 서로 영향을 주지 않으므로 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

([5, p.31])

위의 풀이를 살펴보면 구하는 확률은 두 사건의 확률을 각각 구한 후 이를 곱하는 것으로 얻을 수 있음을 나타낸다. 이 때, 첫 번째 풀이는 두 사건이 서로 영향을 주지 않는다는 사실에 주목하지 않으며, 두 번째 풀이는 두 사건이 서로 영향을 주지 않는다는 사실은 언급하나 그 이유는 설명하지 않는다.

이러한 점에 비추어 볼 때 교과서에서 적극적으로 다루지 않는 '서로 영향을 끼치지 않는 두 사건'이라는 단서를 학생들이 의미있게 파악하기는 어려우므로 두 사건이 동시에 일어날 경우의 확률을 구할 때에는 단서에 유의함이 없이 무조건 곱하는 반응을 보일 것으로 판단된다. 이는 교과서에 수록된 다음과 같은 문제를 통해 더욱 공고해질 수 있다.

예제) 주머니 속에 5개의 제비가 들어 있고 이 중 당첨 제비가 2개 들어 있다. 이 주머니에서 차례로 한 개씩 두 번 뽑을 때, 두 번 모두 당첨될 확률을 구하여라.

풀이 : 처음에 당첨될 확률은 $\frac{2}{5}$

두 번째에 당첨될 확률은 $\frac{1}{4}$

이들은 같이 일어날 수 있으므로 구하는 확률은

$$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$$

([13, p.31])

이 예제에서 처음에 당첨되는 사건(A)은 두 번째 당첨되는 사건(B)에 영향을 준다. 그리고, 풀이에서 $\frac{1}{4}$ 로 나타낸 두 번째에 당첨될 확률은 수학적으로 $P(B)$ 가 아니고[3], 처음에 당첨되는 사건이 일어났다고 가정한 후 두 번째에도 당첨될 사건이 일어날 확률로 조건부확률 $P(B|A)$ 이다. 위 예제는 8-나 단계에서 다루는 '서로 영향을

끼치지 않는 두 사건 A, B에 대하여 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ '를 적용하여 해결할 수 없다. 이는 현재 교과서에서 '두 사건이 서로 영향을 끼치지 않을 때'라는 단서를 적극적으로 다루지 않은 채 곱셈을 이용한 확률 계산에 중점을 두어 나타난 결과로 생각된다. 본 연구에서는 위와 같이 예제에서 서로 종속인 두 사건의 곱사건 확률을 곱셈을 이용하여 구하도록 하는 교과서를 조사하였다. 7차 교육과정에 따른 8-나 교과서 중 14종을 조사하였는데, 2종이 비복원추출에 의한 조건부확률을 다루고 있었다[4].

물론, 8-나 단계에서는 위의 예제에서 구하는 확률을 전체 경우의 수에 대한 그 사건이 일어날 경우의 수의 비를 이용하여 다음과 같이 해결할 수 있다.

주머니 속에 든 제비 5개 중
당첨제비 2개는 O1, O2로 나타내고, 나머지는 X1, X2, X3으로 나타내자.
주머니에서 차례로 한 개씩 두 개의 제비를 뽑을 때, 나오는 모든 경우의 수는 다음 표와 같이 5×4=20(가지)이다.

첫째 / 둘째	O1	O2	X1	X2	X3
O1		(O2, O1)	(X1, O1)	(X2, O1)	(X3, O1)
O2	(O1, O2)		(X1, O2)	(X2, O2)	(X3, O2)
X1	(O1, X1)	(O2, X1)		(X2, X1)	(X3, X1)
X2	(O1, X2)	(O2, X2)	(X1, X2)		(X3, X2)
X3	(O1, X3)	(O2, X3)	(X1, X3)	(X2, X3)	

이 때, 모두 당첨 제비일 경우는 (O1, O2), (O2, O1) 의 2가지이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ 이다.

즉, 서로 종속인 두 사건이 동시에 일어날 확률도 8-나 단계의 범위에서는 위와 같

3) $P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|A^C)P(A^C) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

4) 이외에도 심화문제나 연습문제에서 서로 종속인 두 사건의 곱사건 확률을 계산하도록 한 교과서도 있었으나 이는 제외하였다.

이 수형도나 순서쌍을 사용하여 확률의 정의에 따라 생각할 수 있다. 그러나 교과서에서는 위의 예제를 '독립인 두 사건 A, B에 대하여 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$'임을 다루는 부분에서 제시하며 각 사건의 확률을 곱하여 해결하고 있다. 이 때 두 사건이 서로 독립이 아니라는 사실에는 특별한 관심을 기울이지 않는다.

이상의 논의를 종합하면 8-나 단계에서 다루는 곱사건의 확률 계산은 두 사건이 서로 독립인 경우로 그 범위가 제한되나, 학생들은 독립의 개념을 직관적으로나마 이해하기도 어려울 것으로 판단된다. 따라서, 곱사건의 확률 계산시 두 사건이 서로 독립이라는 단서에 대해 주의하지 않고 무조건 곱셈을 적용하는 상황이 발생할 것으로 생각된다.

Ⅲ. 실생활이나 과학적인 문제해결과의 관련성

7차 교육과정의 수학 교과 목표에는 여러 가지 생활 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하여 해결하는 것이 포함되어 있다([3, p.29]). 이는 생활 주변 현상과 수학의 관련성을 역설한 것으로, 실제 학생들을 가르치는 데 사용되는 교과서에서 이를 구현하기 위해 채택한 현실상황의 문제를 살펴보고자 한다. 교과서마다 다양한 문제를 다루고 있으나 본 논문에서는 여러 교과서에서 공통적으로 다루고 또 실생활에서 흔히 접할 수 있는 강수 확률과 윷의 확률 문제를 면밀히 살펴보고자 한다.

1. 강수확률

본 연구에서 조사한 14종의 교과서중 10종이 강수확률을 다루고 있는데 이는 실생활에서 일기 예보를 통해 학생들이 매일 쉽게 접할 수 있기 때문으로 생각된다.

강수확률예보는 예보기간에 지정된 장소에서 일정량의 강수[5]가 발생하는 것을 확률로 나타내는 것으로, 예를 들어 '오늘 서울 지방의 강수 확률이 70%'라는 예보의 뜻은 서울의 어느 곳에서나 1 mm이상의 비가 올 가능성이 70%라는 뜻이다. 기상청에 따르면 강수 확률을 결정하는 데는 두 가지 방법 즉 상대 빈도 해석과 주관적 해석이 사용될 수 있다고 한다. 상대 빈도 해석이란 현재와 같은 기상상태의 조건을 갖는 날 중에서 약 70%의 경우에 비가 온 것으로 판단한 것이다([6, http://web.kma.go.kr/edu/young/com/com_01.html]). 이는 통계적 확률의 관점으로

5) 두산 백과사전에 따르면 눈이나 비가 1 mm 이상 내릴 것을 확률로 나타낸 것이라고 한다([9]).

“어떤 사건이 일어날 가능성은 유사한 조건 아래에서는 과거에 일어난 경우와 비슷할 것이다. 따라서 어떤 사건이 일어나는 비율은 경험적으로 구할 수 있다.”라고 생각하는 것이다([7, p.341]). 그런데, 시간을 달리하는 두 가지 기상현상이 매우 유사할 지라도 그 각각은 독특한 것으로 간주해야만 하므로 확률 예보를 상대 빈도의 의미로만 설명하기는 매우 어렵다고 한다. 강수 확률 70%를 주관적 해석으로 나타내면 예보자가 확률값을 결정하는 과정에서 기후적 상대 빈도뿐 아니라 다른 모든 기상 자료와 정보를 종합하여 주관적이고 전문적인 판단을 할 때 비가 올 가능성과 비가 안 올 가능성은 7:3이 되는 것이다. 기상 현상은 어떠한 경우에도 똑같은 현상으로 나타나지 않음을 생각한다면 매우 당연한 것이라고 한다([6, http://web.kma.go.kr/edu/young/com/com_01.html]).

강수확률과 관련하여 교과서에서는 다음과 같은 형태의 문제를 다루고 있다.

일기 예보에 의하면 내일 비가 올 확률은 50%, 모레 비가 올 확률은 60%라고 한다. 이 때 다음을 구하여라.

(1) 내일과 모레 이틀 연속하여 비가 올 확률

(2) 내일과 모레 이틀 연속하여 비가 오지 않을 확률

([2, p.29])

위의 문제를 교사용 지도서에서는 다음과 같이 풀이한다.

(1) 내일 비가 올 확률은 0.5, 모레 비가 올 확률 0.6 이므로

내일과 모레 이틀 연속하여 비가 올 확률은

$$0.5\times0.6=0.3$$

(2) 내일 비가 오지 않을 확률은 $1-0.5=0.5$

모레 비가 오지 않을 확률은 $1-0.6=0.4$

이므로 이틀 연속하여 비가 오지 않을 확률은

$$0.5\times0.4=0.2$$

([1, p.65])

지도서에 제시한 (1)의 풀이는 내일 비가 오는 사건(R_1)과 모레 비가 오는 사건(R_2)은 서로 영향을 받지 않는다는 가정 하에 두 확률을 곱하여 얻은 값이다.

앞서 살펴본 바에 따르면 강수 확률을 결정하는 방법은 두 가지가 있다. 이들 사이에는 약간의 관점 차이는 있으나, 두 방법 모두 과거의 유사한 기상현상에서 일어났던 결과들에 대한 통계를 사용한다. 기상현상은 대기 중에서 일어나는 각종 물리현상으로서 넓은 의미로는 대기의 상태와 그 속에서 일어나는 대기현상의 전부를 말하나, 기상업무법 시행령에 명시된 기상의 구체적인 범위로는 기압, 기온, 습구온도, 증기압, 이슬점온도, 상대습도, 바람, 강수량, 눈덮임, 구름, 대기의 투명도, 증발량, 일조시간,

일사량, 강수현상, 응결현상, 동결현상, 빛현상, 소리현상 및 기타현상 등이다([6, http://web.kma.go.kr/edu/young/com/com_01.html]). 즉, 기상업무법 시행령에 명시된 대략 20개에 해당하는 기상의 범위에 속하는 요인의 변화는 강수확률을 예측하는데 변화를 가져올 것으로 예견할 수 있다. 따라서, 내일 비가 오느냐 그렇지 않느냐는 기상의 범위에 속하는 요인의 변화를 수반하므로 모레 비가 오는 사건에 영향을 준다. 그러므로, (1)에서 구하는 확률

$$P(R_1 \cap R_2) = P(R_1)P(R_2 \mid R_1)$$

이고 문제에서 제시한 모레 비올 확률 0.6은 $P(R_2)$로

$$P(R_2) = P(R_2 \mid R_1)P(R_1) + P(R_2 \mid R_1^C)P(R_1^C)$$

이다. 두 사건 R_1, R_2 는 서로 영향을 받으므로 $P(R_2) \neq P(R_2 \mid R_1)$이고 따라서 $P(R_1 \cap R_2) = P(R_1)P(R_2)$를 적용하여 계산하는 것은 적절하지 않다. 즉, (1)을 수학적으로 바르게 해결하기 위해서는 내일 비가 온다는 가정 하에 모레 비가 올 확률 $P(R_2 \mid R_1)$이 주어져야 한다.

비교하여, 한 교과서에서는 어느 날 비가 오는 것은 다음 날 비가 오는 것에 영향을 준다는 사실을 반영하여 다음과 같이 다룬다.

어느 지역에서 장마철에 비가 온 다음날 비가 올 확률은 $\frac{1}{4}$이고, 비가 오지 않은 다음날 비가 올 확률은 $\frac{1}{5}$이라고 한다. 금요일에 비가 왔을 때, 이틀후인 일요일에 비가 올 확률을 구하여라.

(풀이) 일요일에 비가 올 경우로는 다음 두 가지가 있다.

	금요일	토요일	일요일
경우 1	비	비	비
경우 2	비	맑음	비

(경우 1) 토요일, 일요일 모두 비가 올 확률

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

(경우 2) 토요일에는 비가 오지 않고 일요일에만 비가 올 확률

$$(1 - \frac{1}{4}) \times \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$$

(경우 1), (경우 2) 로부터 일요일에 비가 올 확률은

$$\frac{1}{16}+\frac{3}{20}=\frac{17}{80}$$

([21, p.26])

이 문항의 조건에서는 어느 날 비가 올 확률이 그 전날 비가 오는가의 여부에 따라 달라짐을 고려하여 이틀 후인 일요일에 비가 올 확률을 두 가지 경우로 나누어 계산한다. 이는 바로 앞의 문항에서 살펴본

$$P(R_2)=P(R_2|R_1)P(R_1)+P(R_2|R_1^C)P(R_1^C)$$
$$=[(\text{경우 } 1)\text{의 확률}]+[(\text{경우 } 2)\text{의 확률}]$$

에 대응하는 것이다. 비교하여, 앞의 문항 (1)의 풀이는

(토요일에 비가 올 확률)×(일요일에 비가 올 확률)= $\frac{1}{4}\times\frac{17}{80}$

로 계산하는 방식에 대응하는 것이다.

강수확률과 관련한 문제는 확률이 이용되는 실생활 문제에 대한 탐구와 해결로부터 학생들로 하여금 보다 의미있게 수학을 학습하게 하려는 취지로 생각되나, 문제의 이해와 해결을 위해 선행되어야 할 독립과 종속의 개념 이해가 미미한 학생들에게 문제를 제시하다보니 수학적으로 적절하지 않은 것들이 제시되기도 하였다.

2. 윷의 확률

확률 영역에서 실생활 관련 문제로 윷의 확률 문제는 14종의 교과서 중 5종에서 다루고 있다. 교과서에서 윷의 확률을 다루는 방식은 크게 3가지로 분류할 수 있었다. 한가지는 5종 중 하나의 교과서에서 다룬 방식으로 다음과 같다.

윷놀이는 네 개의 윷가락으로 즐기는 전통 민속 놀이이다. 윷가락 한 개를 던지는 실행으로 다음을 알아보자.

1. 윷가락 한 개를 던져 평평한 면이 위로 향할 경우의 수와 확률을 구하려고 한다. 각 모둠별로 실험을 한 후 그 결과를 합하여 다음 표를 완성하여라.

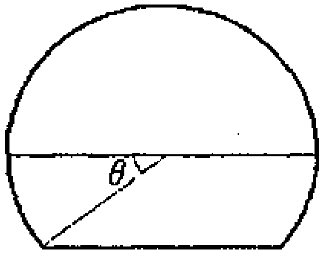
던진 횟수 (회)	100	200	300	400	500	600	700	800	900
경우의 수									
확률									

2. 윷가락을 던지는 실험을 한없이 많이 반복하면 평평한 면이 위로 향할 확률은 어떤 값에 가까워지겠는가?

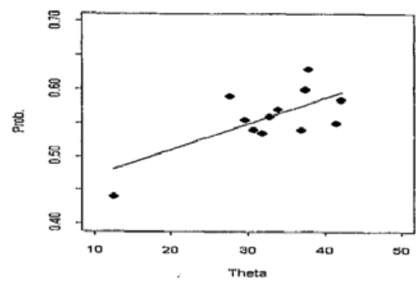
([20, p.27])

이는 실제 실험의 결과로부터 윷가락 한 개를 던질 때 평평한 면이 위로 향할 확률을 추정하게 하는 것으로 상대도수에 의한 통계적 확률 개념을 보여주는 매우 좋은 예이다. 여기서 학생들은 윷을 던질 때 평평한 면과 곡면이 나올 가능성이 동등하지 않기 때문에 평평한 면이 위로 향할 확률을 경우의 수에 기초하여 $\frac{1}{2}$ 이라고 할 수 없음도 이해할 수 있다.

박진경・박홍선(1996)은 윷의 확률 추정을 통해 평평한 면이 나타날 확률은 윷의 단면을 <그림 1>과 같이 나타낼 때 각도 θ 에 영향을 받음을 분석하였다. 즉, θ 의 값에 따라 윷의 평평한 면이 나타날 확률(p) 은 다르게 나타남을 밝히고, 이를 그래프로 <그림 2>와 같이 나타내었다([14]).



<그림 1> 윷의 단면
([14, p.84])



<그림 2> 윷의 각도에 따른 근사 확률
([14, p.91])

또, 이항분포 $B(4,\ p)$ 를 사용하여 p 에 따른 도, 개, 걸, 윷, 모의 확률을 구함으로써 출현의 빈도순서가 바뀜도 <표 1>로 제시하였다([14, p.91]).

<표 1> p 에 따른 출현 빈도순서

확률구간	출현확률이 큰 순서
$0.4 < p < 0.5$	개>도>걸>모>윷
$0.5 < p < 0.6$	개>걸>도>윷>모
$0.6 < p < 0.6135$	걸>개>도>윷>모
$0.6135 < p < 0.7101$	걸>개>윷>도>모

그런데, 교과서에서 윷의 확률을 다루는 또 다른 하나의 방식은 다음과 같이 윷의 평평한 면과 굽은 면이 나올 확률이 같음을 가정하고 도, 개, 걸, 윷, 모가 나올 확률을 구하는 것이다. 이는 윷의 확률을 다루는 대부분의 교과서 방식이다.

한 개의 윷짝을 던질 때 겉면과 안쪽면이 나올 확률은 같다고 한다. 이 때, 개가 나올 확률을 구하여라.

([11, p.25])

지도서에 따르면 이 문항은 윷짝 4개를 던질 때 나오는 전체 경우의 수는 16가지이고 개가 나오는 경우의 수는 (H, H, T, T), (H, T, H, T), (H, T, T, H), (T, H, H, T), (T, H, T, H), (T, T, H, H) 의 6가지임을 안 후, $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ 로 확률을 구할 수 있는지를 평가한다([10, p.64]). 같은 방식으로 다른 교과서에서는 도, 개, 걸, 윷, 모의 확률을 구하게 한 후 어느 것이 가장 나오기 쉬운지를 질문한다([22, p.35]).

이러한 방식으로 윷의 확률을 다루는 것은 사건의 동등한 가능성을 가정한 경우의 수를 바탕으로 한 수학적 확률에 따른 것으로, 윷의 평평한 면과 굽은 면이 나올 확률이 같음을 가정하였기 때문에 수학적으로 문제는 없다. 그런데 이 문항에서 사용되는 윷은 실생활에서 흔히 접할 수 있는 것이 아니다[6]. 즉, 현실과는 거리가 있지만 상황을 단순화시켜 경우의 수에 의한 확률을 적용할 수 있게 한 것이다. 따라서, 실생활의 문제가 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 해결하는 능력과 태도를 기르기 위한 교육과정의 목표를 실현하기 위한 것이라는 점에서는 다소 미흡함을 확인할 수 있다.

교과서에서 윷의 확률을 다루는 마지막 세 번째의 방식은 윷의 평평한 면과 굽은 면이 나올 확률이 같다는 단서를 제시하지도 않고 도, 개, 걸, 윷, 모가 나올 확률을 경우의 수로 구하는 것이다.

(실생활 문제)
선영이와 성빈이가 윷놀이를 하는데 선영이가 먼저 윷가락을 던지기로 하였다. 다음을 구하여라.
(1)선영이가 던진 윷이 걸이 나올 확률
(2)성빈이가 던진 윷이 걸이 나오지 않을 확률

([16, p.29])

6) 시중에서 판매되는 대부분의 윷은 '평평한 면이 출현할 확률'이 0.5와 0.6 사이에 존재한다([14, p.92]).

앞의 두 번째 방식에서는 윷의 평평한 면과 굽은 면이 나올 확률이 같음을 가정함으로써 현실을 단순화시켰다면 세 번째 방식에서는 아무런 단서없이 두 번째와 같은 방식으로 문제를 해결하고 있다. 일반적으로는 윷의 평평한 면과 굽은 면이 나올 확률이 같지 않음을 고려할 때 세 번째 방식은 수학적으로 논란이 될 수 있다.

이상의 논의를 종합해 보면, 중학교 2학년 확률 단원에서 윷의 확률은 통계적 확률과 수학적 확률의 관점에서 모두 다루어지긴 하나 대부분을 차지하는 수학적 확률의 관점에서 다루어지는 방식은 실생활의 문제해결 능력을 기른다는 측면에서 재고해야 할 부분이 있음을 알 수 있다.

Ⅳ. 결론 및 제언

본 연구는 확률 영역이 학생들이 이해하는데 많은 어려움을 나타내며 현실과 단절된 계산 체제로 지도된다는 선행연구의 결과로부터 출발하여, 8-나 단계에서 확률의 계산을 지도하는 방식과 현실에 기반한 확률 교육이 어떻게 이루어지는지를 조사하였다. 이를 위해 현재 7차 교육과정에 따른 교과서 14종을 비교 분석하였다. 그 결과를 요약하고 그에 따른 제언을 하면 다음과 같다.

첫째, 8-나 단계에서 다루는 확률의 계산 중 두 사건이 동시에 일어날 확률 계산은 서로 영향을 받지 않는 두 사건에 대하여 각 확률의 곱으로 계산함을 다룬다. 즉, 곱사건의 확률 계산은 두 사건이 서로 독립인 경우로만 그 범위를 한정한다. 그러나 교과서에서는 확률 계산의 조건에 제시된 두 사건이 독립이라는 의미를 적극적으로 다루지 않으므로 학생들이 독립의 개념을 이해하기는 어려울 것으로 판단된다. 따라서, 대부분의 학생들은 중학교 2학년에서 다루는 곱사건 확률 계산의 중요한 단서인 독립이라는 조건에 주목하지 못한 채 곱사건의 확률은 각 확률의 곱셈으로 구하는 공식을 무조건 적용할 것으로 예상된다. 이러한 상황을 개선하기 위한 하나의 방안으로 중학교에서는 확률 계산을 공식화하지 말고, 경우의 수를 수형도나 순서쌍 등을 사용하여 체계적으로 구하는 방법에 집중하도록 하고 그 과정에서 덧셈과 곱셈이 필요한 경우를 자연스럽게 이해하도록 하는 것이 바람직할 것으로 생각된다. 이와 관련하여 이정연(2005)은 독립과 종속의 개념을 비형식적으로나마 확률 계산 이전에 도입하여 사건의 관련성을 인식하도록 하는 것이 필요함을 밝히었고, Watson(1995)은 확률의 중요 개념인 독립성을 도입하는 가장 자연스러운 방법은 조건부확률을 이용하여 종속성과 비교하는 것이라고 하였다. 이들은 모두 곱사건 확률계산 지도 방식의 개선과 관련한 방안으로 생각되나 실제적인 기여를 하기 위해서는 현실적인 방안에 대한 보다 구체적인 연구가 충실히 이루어져야 할 것이다.

둘째, 교과서에서 제시된 실생활 문제 중 강수 확률과 관련하여 이틀 연속하여 비가 올 확률을 구하는 것이 있다. 이는 서로 종속인 두 사건의 곱사건 확률을 구하는

것이나 교과서에서는 서로 독립인 두 사건의 곱사건으로 계산하는 것이 문제로 생각된다. 또, 이를 수학적으로 바르게 해결하기 위해서는 조건부확률이 사용되어야 하는데 이는 8-나 단계에서 다루는 곱사건의 확률 계산 범위를 벗어나는 문제가 있다. 교과서에 따라서는 심화과정에서 다룸으로 교육과정의 범위 문제는 피해간다 해도 독립과 종속의 개념에 대한 이해가 부족한 학생들에겐 곱셈을 적용하면 된다는 것 이상을 이해하기를 기대하기는 어렵다. 또, 윷의 확률은 대부분의 교과서가 수학적 확률 관점에서 다루고 있음을 확인하였다. 이는 윷놀이를 하는 현실상황을 정리하는 수단으로 확률 개념을 사용한 것이라기보다는, 학습한 확률 개념을 연습하기 위해 상황을 인위적으로 단순화한 것으로 생각된다. 윷과 관련한 실생활 문제로는 경우의 수에 의한 수학적 확률을 질문하기 보다는 도, 개, 걸, 윷, 모가 나올 수 있는 경우의 수를 생각하도록 하는 것이 보다 적합한 것으로 생각된다. 왜냐하면 경우의 수는 인위적으로 각 사건의 가능성이 동등함을 가정하지 않아도 되기 때문이다.

현실 상황에서 확률 문제를 탐구, 해결함으로써 수학을 의미있게 학습하도록 하기 위해서는 단지 상황만을 빌려와 이미 학습한 알고리즘을 연습하는 것이 아니라 수학의 실제적인 응용을 가르칠 수 있는 기회가 되는 문제가 필요하다. 이를 위해서는 기존의 실생활 문제를 다시 살펴보는 것과 보다 적합한 실생활 문제의 개발이 필요한 것으로 판단된다.

참고 문헌

1. 고성은, 박복현, 김준회, 최수일, 강운중, 소순영. 중학교 수학 8-나 교사용지도서. 서울: (주)블랙박스, 2002.
2. 고성은, 박복현, 김준회, 최수일, 강운중, 소순영. 중학교 수학 8-나. 서울: (주)블랙박스, 2002.
3. 교육부. 수학과 교육과정. 제 7차 교육과정, 교육부 고시 제 1997-15호 [별책 8], 1997.
4. 교육인적자원부. 수학 6-나. 서울: 대한 교과서 주식회사, 2004.
5. 금종해, 이만근, 이미라, 김영주. 중학교 수학 8-나. 서울: (주)고려출판, 2002.
6. 기상청 . http://www.kma.go.kr (검색일: 2009. 3. 14), 2009.
7. 김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥, 홍진곤. (2007). 수학교육과정과 교재연구. 서울: 경문사, 2007.
8. 김해경. 통계적 추론. 대우학술총서 510. 서울: 아카넷, 2001.
9. 두산백과사전 http://news.encyber.com (검색일: 2009. 3. 15), 2009.
10. 박규홍, 고성군, 김성국, 김유태, 박재용, 육상국, 임창우, 한옥동. 중학교 수학 8-나 교사용지도서. 서울: 두레교육(주), 2002.
11. 박규홍, 고성군, 김성국, 김유태, 박재용, 육상국, 임창우, 한옥동. 중학교 수학 8-나. 서울: 두레교육(주), 2002.
12. 박규홍, 임성근, 양지청, 김수영, 남기수, 양경식. 고등학교 수학Ⅰ. 서울: (주)교학사, 2003.
13. 박두일, 신동선, 강영환, 윤재성, 김인종. 중학교 수학 8-나. 서울: (주)교학사, 2004.
14. 박진경, 박홍선. 윷의 확률 추정에 대하여. 응용통계연구, 9 (1996) No. 2, 83-94.
15. 안영준. 조건부 확률과 독립성에 관한 연구. 경희대학교 교육대학원 석사학위 논문,(1994)
16. 양승갑, 박영수, 박원선, 배종숙, 성덕현, 이성길, 홍우철. 중학교 수학 8-나. 서울: (주)금성출판사, 2002.
17. 우정호. 학교수학의 교육적 기초. 서울대학교출판부, 2000.
18. 이경화. 확률 개념의 교수학적 변환에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문, 1996.
19. 이정연 조건부확률 개념의 이해에 관한 연구. 서울대학교 대학원 석사학위 논문, 2005.
20. 이준열, 장훈, 최부림, 남호영, 이상은. 중학교 수학 8-나. 서울: (주)도서출판 디딤돌, 2002.

21. 전평국, 신동윤, 방승진, 황현모, 정석규. 중학교 수학 8-나. 서울: 교학연구사, 2002.
22. 황석근, 이재돈. 중학교 수학 8-나. 서울: 한서출판사, 2002.
23. Freudenthal, H. Mathematics as an Educational Task. Dordrecht-Holland: D. Reidel Publishing Company, 1975.
24. Steinbring, H. The Theoretical Nature of Probability in the Classroom. In R. Kapadia and M. Borovcnik (Eds.), Chance Encounters : Probability in Education, 135-167. London: Kluwer Academic Publisher, 1991.
25. Watson, J. M. A Resource for Teaching Conditional Probability. The Australian Mathematics Teacher, 88 (1), 12-1, 1980.

A Study on the Characteristics of the 8th grade Textbooks about Probability

Korea Institute of Curriculum & Evaluation **Hee-Hyun Byun**

Probability plays a very important role in modern society as an essential tool for solving various kinds of problems from our real life or scientific province. However, most of precedent studies on probability pointed out that many students had difficulties in understanding the nature of it, and that probability teaching method in the classroom is easily led only to calculation system, which is isolated from practical applications.
In this paper, I make a close study further onto these themes, by analyzing the 8th grade textbooks through these following questions; how do the textbooks deal with calculation of probability that certain two events occur at the same time? On the practical basis, how do they make use of probability as a problem-solving instrument in both actual life and scientific fields? After these, I try to extract some features and issues of probability teaching method in current Korean textbooks.

Key words : probability, probability calculation, problem-solving.
2000 Mathematical Subject Classification : 97U20
ZDM Classification : K53

접수일 : 2009년 3월 23일 수정일 : 2009년 4월 24일 게재확정일 : 2009년 5월 6일