한국수학사학회지 제22권 제4호(2009년 11월), 41 – 52

조선 산학의 삼각형

진주교육대학교 수학교육과 **장혜원**
hwchang@cue.ac.kr

홍성사 교수님과 홍영희 교수님의 정년퇴임을 축하드립니다.

본 논문에서는 조선 시대의 산학서에서 다루어진 삼각형에 대한 내용을 고찰한다. 기하보다 대수에 대한 연구가 주를 이루었던 조선시대 산학 연구의 특성을 고려하면, 삼각형 자체에 대한 기하학적 탐구보다는 삼각형 모양의 밭의 넓이 측정 방법에 대한 설명이 기대된다. 그러나 예외적으로 직각삼각형인 구고에 대해서는 심도 있는 연구가 이루어졌고, 측정이라 하더라도 일반 삼각형에 대해서는 근삿값 수준으로 다루어진 것을 감안하면 삼각형 관련 내용에 대한 분석은 의의 있다고 생각된다. 조선의 산학서 <묵사집산법>, <구일집>, <산학입문>, <주해수용>, <산술관견>에 대한 고찰 결과, 삼각형 관련 내용은 크게 세 가지로 분류할 수 있다. 측정의 필요가 있던 밭 모양과 관련한 도형의 측도, 측정 대상으로서의 도형으로부터 기하 연구 대상으로서의 도형으로 넘어가는 과도기적 내용, 서양 수학의 영향으로 인한 도형의 정의 및 성질에 대한 탐구와 타당화이다.

주제어: 조선 산학, 삼각형, 측정, 기하, 묵사집산법, 구일집, 산학입문, 주해수용, 산술관견

0. 서론

조선시대의 수학 발달은 기하적 특성보다 대수적 특성의 것임을 알고 있다. 대수 영역에서는 10차까지 오르는 고차방정식을 다루고 도형이나 급수 등의 상황을 이용하여 2, 3차 방정식을 체계적으로 다루는 경지까지 다다르지만, 기하 영역은 상대적으로 미흡하고 대신 실생활과의 밀접한 관련 속에서 도형의 측도와 관련된 문제들이 주를 이루고 있다. 그렇다면 특히 삼각형에 대해서는 어떠할까? 전술한 조선 수학의 특성상 조선 산학서에 출현하는 다른 도형과 마찬가지로 삼각형 자체에 대한 기하학적 분석은 기대하기 어렵고 양전(量田)과 관련하여 그 넓이 측도에 대한 것을 기대할 수

있다. 이러한 기대는 대략 어긋나지 않는다. 그러나 삼각형 중 예외적으로 직각삼각형에 대해서는 구고현법을 비롯하여 직각삼각형의 관계 및 성질에 대한 매우 밀도 있는 연구가 있었던 반면, 넓이 측도라 할지라도 이등변삼각형이나 직각삼각형과 같은 특별한 경우 외의 일반적인 삼각형에 대해서는 근삿값에 만족하였다는 점 등 앞선 기대에서 벗어나는 사안을 감안할 때 조선 수학에서 다루어진 삼각형에 대해 좀 더 자세히 고찰하는 것은 의의 있다고 생각한다.

몇 권의 조선시대 산학서를 일견한 후, 도형 부분과 관련하여 해봄직한 그럴 듯한 추측은 직사각형이나 정사각형이 매우 친밀한 도형이었던 것에 반해 삼각형은 되도록 피하고 싶은 대상이었을 것이라는 점이다. 이를테면, 원주율을 구하기 위해 원에 내접하는 정육각형[1], 각 변을 이등분한 정십이각형, 다시 정이십사각형…과 같이 생각하여 보다 정확한 원주율을 계산했음에도 불구하고 원의 넓이를 계산할 때는 더 근사한 도형인 정육각형을 피하고 외접정사각형으로 근사[2]시켜 4:3의 비율을 선호한 이유를 정육각형의 넓이 계산에 요구되는 삼각형의 넓이에 비해 정사각형의 넓이를 구하기 쉽다는 사실에서 찾을 때 앞의 추측을 더욱 신뢰하게 만든다. 대조적으로 일반삼각형에서 세 변의 길이가 주어질 때 넓이를 구하는 헤론의 공식은 고대 그리스 수학까지 거슬러 오르고, 인도 수학에서는 7세기의 브라마굽타가 그 공식에 대해 사각형으로의 일반화를 시도했다는 점에 비추어 삼각형의 측도는 중국 및 조선 수학의 매우 취약한 부분이라 할 수 있다.

본 연구에서는 17~18세기의 <묵사집산법>과 <구일집>, 18세기의 <산학입문>과 <주해수용>, 19세기의 <산술관견>을 고찰하였다. 이들 산학서에서 삼각형을 다루고 있는 부분의 내용은 시대에 따라 변해왔다. 측정의 필요가 있던 밭 모양과 관련한 도형의 측도로부터 서양 수학의 영향으로 인한 변화에 이르기까지 조선의 산학서에 대한 분석을 통해 당시 수학자들이 삼각형을 다룬 접근 방식과 그 구체적인 내용에 대해 고찰하고자 한다.

1. 양전을 통한 삼각형의 측도

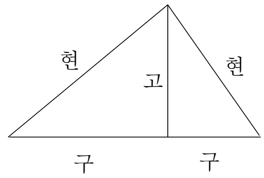
조선 산학서에서 도형의 출현은 양전과 관련있다. 실생활 맥락에서 필수불가결했던 토지 측량은 실제로 다양한 모양의 밭을 다루도록 했을 것이고 그것이 산학서에 ‘전무형단(田畝形段)’ 또는 ‘방전구적(方田求積)’과 같은 내용으로 다루어졌다. 대표적인 모양인 정사각형, 직사각형을 방전, 직전으로 다룬 것 외에 삼각형으로는 구고전, 규전, 삼사전, 삼각전 등이 등장한다. 직각삼각형인 구고는 전통 수학의 타 주제에 비해 놀랄 만큼 집요한 연구의 대상이었으며([8], [9] 참조) 이등변삼각형인 규전 역시 쉽게

1) 원을 가장 간단하게 원에 내접하는 정육각형으로 간주한 경우의 원주율이 고법 3이다.

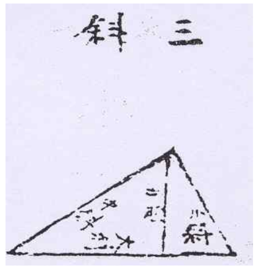
2) 경선징의 <묵사집산법>에 1-1-24 평방적 평원적 공화석분법이 이에 대한 설명이다([1], p.43).

다룰 수 있는 도형이었다.

한편 삼사전(三斜田)은 세 변의 길이가 다른 일반적인 삼각형으로, 가장 긴 변을 밑변으로 할 때 삼각형의 높이에 해당하는 중고(中股)에 의해 두 개의 직각삼각형으로 분할된 모양으로 표현되어 있다([그림 1]). 이에 따라 경선징(慶善徵, 1616~?)은 이 해법을 ‘이단구고전법(二段句股田法)’, 즉 두 개의 구고전 방법이라 하였고([2], p.92), 그렇게 본다면 두 개의 직각삼각형을 생각하여 황윤석이 ‘대사는 구이고 중사와 소사는 현’이라고 한 것을 이해할 수 있다([11], p.8). 중고에 의해 나뉜 두 직각삼각형에서는 원래 삼사의 세 변중 가운데 변과 짧은 변이 현이 되고 긴 변이 두 구고 각각의 직각을 낀 변 중 하나인 구(정확히 말하면 양쪽 구의 합)가 됨을 말한다. 또한 중고라는 용어도 높이라는 의미에서 ‘中高’라고 쓰일 것이 기대되지만 ‘中股’라 쓰인 것을 보면([그림 2]) 이 역시 두 직각삼각형에서 고의 역할임을 지칭한 것이다. 즉 일반삼각형을 수선에 의해 나눔으로써 친밀한 대상인 두 개의 구고로 간주한 것이다.



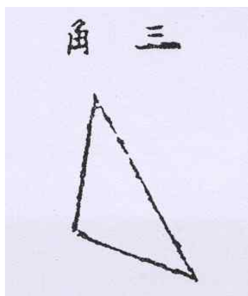
[그림 1] 삼사와 두 개의 구고



[그림 2] 산학입문의 삼사

한편 홍정하(洪正夏, 1684~?)는 세 변인 대사 18보, 중사 12보, 소사 9보와 중고 6보에 대해 대사와 중고의 곱의 반과 중사와 소사의 곱의 반이라는 두 가지 방법을 제시한다([10], p.52). 문제에 주어진 데이터에 의하면 주어진 삼각형은 직각삼각형이 아님에도 불구하고 풀이의 후자는 삼사전 자체를 직각삼각형에 국한시켜 생각한 것이고 결국 오류가 포함된 문제이다. 이에 비해 경선징이 삼사전 문제에서 설정한 수치 50, 40, 30보([2], p.92)는 오히려 실제로 직각삼각형에 해당하지만 그 넓이를 30보와 40보를 이용해서 구하지는 않기 때문에, 그것은 중고 24를 주기 위해 엄선된 데이터로 보는 것이 타당할 것이다.

삼각전(三角田) 역시 [그림 3]에 보는 바와 같이 세 변의 길이가 다른 일반 삼각형이다. 황윤석은 삼각을 삼사와 유사하다고 하여 긴 두 변의 평균과 가장 짧은 변을 각각 밑변과 높이로 하여 측정한 근삿값에 만족하는 정확도로 다루었다([11], p.9). 그러나 홍정하는 삼각전의 세 변의 길이를 같게 제시하였다([10], p.53). 다시 말해 삼각전으로 정삼각형을 의미하는 것이다. 이는 중국 수학책의 경향을 따른 것으로 보인다.[3] 따라서 초점은 그 높이를 구하는 데 있고, 한



[그림 3] 산학입문의 삼각

3) 예를 들어, 중국 16세기 말의 산학서 <산법통종>에는 각 변의 길이가 14보인 삼각전의 넓이를 묻는 문제(假如三角田每面一十四步問該積若干)가 그림과 함께 실려 있다([13], p.2191). 그러나 대조적으로 흠정사고전서의 일부인 17세기의 <수학령>에는 ‘삼각형’이라는 용어와 함께 삼각전에 대한 두 가지 유형의 문제가 있는데, 하나는 밑변이 6보이고 양변이 각각 5보인 삼각형, 또 하나는 세 변이 각각 7, 6,

변의 $\frac{6}{7}$을 높이로 하였다. $\frac{\sqrt{3}}{2}$의 근삿값으로 $\frac{6}{7}$을 이용한 것이다. 다시 말해 $\sqrt{3}$의 근삿값으로 $\frac{12}{7}$를 택한 것인데, 무리수 $\sqrt{3}$의 연분수 표현 $[1;1,2]$으로 보면 그 근삿값을 $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+1}}}$로 계산한 것이다.4) $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}$로 계산하면 더 정확한 근삿값인 $\frac{19}{11}$를 얻을 수도 있다.5)

2. 측정과 기하의 양면성

삼각형의 넓이 측정에서 기하 도형으로서 삼각형으로의 전이는 황윤석(黃胤錫, 1719~1791)의 <산학입문>에서 찾아볼 수 있다. 그 대표적인 증거는 도형을 부르는 이름이다. <묵사집산법>이나 <구일집>에서는 구고전, 규전, 삼사전, 삼각전이라 하여 그 모양을 띤 밭이라는 구체물과 관련된 호칭이었으나 <산학입문>에서는 구고, 규, 삼사, 삼각이라 하여 구체물과 분리시켜 형태에만 초점을 맞추고 있다. 또는 삼사형이라 하여 오늘날과 같이 '○○형'과 같은 용어도 공존한다. 그러나 그러한 변화가 일관되지는 못하여 삼각전이라고 쓴 경우도 발견된다. 그리고 <오조산경>이나 <태주양전도>와 같은 옛 책으로부터의 인용을 위주로 하여 책을 저술하였기 때문에 규, 구고, 삼사, 삼각 등의 각 도형의 측도나 구성 요소에 관심이 있을 뿐 공통점을 분석, 종합하여 삼각형으로 일반화하려는 등의 시도는 찾기 어렵다.

그러나 각 도형의 시각적 표현과 함께 도형의 구성 요소에 대해 보인 관심은 주목할 만하다. 구고의 경우에, 짧은 것을 구, 긴 것을 고, 가장 긴 것을 현이라 한다는 설명을 주어 구고현의 의미를 명확히 하였다([11], p.4). 원의 경우에는 구성 요소로 둘레와 지름을 말하는데([11], p.3), 오늘날의 중심과 반지름에 견준다면 그 역시 당시

8보인 삼각형을 다루면서 부등변삼각전이라 말하고 있어([12], p.2891) 삼각전의 의미가 규전이나 일반 삼각형을 모두 포함하는 오늘날의 삼각형과 같은 포괄적 의미로 다루어진 것으로 추정해볼 수 있다.

4) 2008 한국수학사학회 학술발표회에서 도움말 주신 방승진 교수님께 감사드립니다.

5) 무리수의 연분수에 의한 근삿값은 정사각형의 대각선을 '방오사칠(方五斜七)'로 표현한 것에서도 나타난다. 방오사칠은 정사각형의 한 변을 5라 할 때 대각선의 길이를 7로 간주한 것이므로 $\sqrt{2}$의 근삿값으로 $\frac{7}{5}$을 택한 것이다. 이 값은 $\sqrt{2}$의 연분수 표현 [1; 2]를 써서 계산하면 $1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}$로부터 쉽게 구할 수 있다.

원의 넓이 측정에 요구되는 요소([5] 참조)에 초점을 둔 것으로 볼 수 있다. 또한 도형 사이의 관계에도 주목하여 방(方: 정사각형)을 길이와 너비가 같다고 설명한 것은 방을 직(直: 직사각형)의 특별한 경우로서, 길이와 너비가 같은 직사각형으로 간주함을 드러낸다. 구고에서도 구를 너비, 고를 길이라 함으로써 구고가 직사각형의 반이라는 관계를 언급한다.

한편 규에서는 이등변삼각형으로부터 구성되는 것으로 간주할 수 있는 정다각형과 관련한 기본 개념을 다음과 같이 다룬다.

여러 다각형에서 변을 따라서 변과 변 사이의 각이 같은 것은 '법이 있다' 라고 말한다. 삼각부터 시작하여 사각, 오각 이상 여러 각이 있는 것들은 모두 중심을 구하여 각을 향해 두 선을 그으면 각각 규형을 이루어 규전의 방법으로 넓이를 구한다. 가령 삼각형은 세 개의 규형, 사각형은 네 개의 규형, 오각형은 다섯 개의 규형을 얻어 이미 얻은 하나의 규형의 넓이를 규형의 개수로 곱하면 그 다각형의 전체 넓이이다.

凡角形逐面等度者是曰有法 自三角四角五角以上諸有角者 皆求中心向角作二線 各成圭形以圭求積 如三角形得三圭 如四角形得四圭 五角形得五圭 積以圭積以諸圭數乘之 卽其角形全數也 ([11], p.6).

이 설명에 따르면 정다각형을 법이 있는 다각형으로 표현하였는데 곧 내각의 크기가 모두 같은 다각형이다. 변의 길이에 대한 언급은 생략되어 있지만 그 넓이를 구할 때 중심에서 각에 선분을 그어 생긴 이등변삼각형의 한 개 넓이와 개수를 곱하는 방법을 제안한 것으로부터 각 변의 길이 역시 같다는 것을 가정하고 있음을 알 수 있다. 법이 있는 다각형은 변의 길이가 같고 각의 크기가 같으므로 그 넓이는 중심과 각 꼭짓점을 이어 생긴 이등변삼각형 하나의 넓이만 구하면 해결되는 것이다.

3. 서양 수학의 영향에 따른 변화

전통 수학의 특징상 조선 수학에서 서양 수학과 가장 대비되는 내용 중 하나가 기하 영역일 것이다. 중국을 통해 서양의 수학이 조선에도 유입되면서 조선 수학은 내용면이나 형식면에서 새로운 양상들이 나타나기 시작하였다. 홍대용(洪大容, 1731~1783)의 <주해수용>에서는 삼각형 관련 내용 중 서양 수학의 영향을 볼 수 있다. 서양 수학이 전래되는 대표적인 경로가 된 수학책 <수리정온>에 포함된 것으로, 이전까지의 전통적인 측량 차원을 넘어 도형의 정의 및 성질, 그리고 삼각형의 6요소 중 3요소가 주어질 때 나머지를 구하는 방법을 다루는 부분이다.

좀 더 구체적으로, '삼각총률'이라 일컫는 내용 중 각, 각도, 직각삼각형, 둔각삼각형,

예각삼각형에 대한 정의로부터 시작하여, 각의 크기와 변의 길이를 구하는 비율, 삼각형의 모양은 다양하지만 내각의 합이 반원의 도수와 같다는 사실, 대각과 대변의 크기 관계 등을 소개하며 각에 대한 팔선(즉 삼각비)과 비례사율(즉 비례식)을 이용하면 세 변과 세 각 중 세 가지가 주어지면 나머지를 구할 수 있음을 다음과 같은 14가지 경우에 있어 설명하고 있다([6], pp.142-150).

- 정삼각형의 수선 구하기
- 예각삼각형의 수선 구하기
- 둔각삼각형의 수선 구하기
- 삼각형의 중심(내심)에서 세 변에 내린 수선 구하기
- 정삼각형의 넓이
- 둔각삼각형에 내접한 정사각형의 한 변
- 정삼각형의 내접원의 지름
- 정삼각형의 외접원의 지름
- 예각삼각형의 내접원의 지름
- 예각삼각형의 외접원의 지름
- 둔각삼각형에서 둔각을 낀 양변 구하기
- 양변과 협각(끼인각)을 알고 나머지 각 구하기
- 예각삼각형의 한 각을 알고 나머지 두 각 구하기
- 둔각삼각형에서 둔각을 알고 양각 구하기

이 중 여섯째인 둔각삼각형에 내접한 정사각형의 한 변을 구하는 경우를 보자.

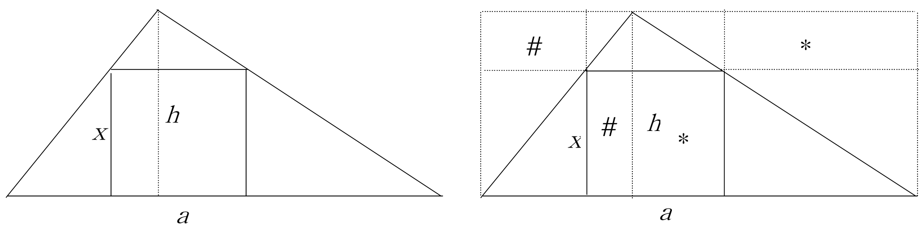
둔각삼각형에 내접하는 정사각형의 한 변을 구하려면 중수선6)과 밑변의 합을 1률, 중수선을 2률, 밑변을 3율로 한다.
鈍角求容方徑 中垂線併底爲一率 中垂線爲二率 底爲三率**([6], 원문 p.30)**

[그림 4]와 같이 둔각삼각형의 높이를 h, 밑변을 a, 구하고자 하는 정사각형의 한 변을 x라 하면 다음과 같은 비례식을 세워 푼다는 것이다.

$$a+h:h=a:x$$

따라서 $x=\dfrac{ah}{a+h}$

6) 높이를 중수선이라 하였는데, 이 용어 역시 <수리정온> 등 서양 수학의 영향 이후에 나타난 용어이다 ([7], p.5)



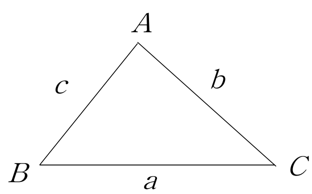
[그림 4] 둔각삼각형과 내접정사각형

이는 [그림 4]의 오른쪽 그림에서 $ah = ax + hx = (a+h)x$인 넓이 관계로부터 얻는 비례식을 이용한 해법이다.

또한 비례식 외에 문제 해결에 이용된 주개념이 삼각비인데, 도입된 서양 수학의 대표적인 내용이라 할 수 있다. 삼각비와 비례식을 이용하여 열한째부터 열넷째까지의 문제를 해결한다. 사용된 삼각비는 정현, 여현, 정절, 여절, 여할로 각각 오늘날의 sine, cosine, tangent, cotangent, cosecant에 대응하는 개념이다. 열둘째 문제인 양변과 끼인각을 알고 나머지 두 각을 구하는 방법을 보자.

양변의 합을 1률, 차를 2율, 반원에서 각도를 뺀 나머지의 반의 정절을 3율로 하여 계산하면 구하는 두 각의 차의 반의 정절을 얻는다. 정절표를 조사하여 각도를 구한다. 이를 외각의 반에서 빼면 긴 변의 각을 얻고 각의 차의 반과 외각의 반을 더하면 짧은 변의 각을 얻는다.

兩腰和爲一率 較爲二率 角度下減反圓餘折半其正切爲三率 推得半較角之正切 檢表得度 反減半外角度 得大腰角度 半較角度併半外角度 得小腰角**([6], 원문 p.30)**



[그림 5] 양변과 끼인각

이 풀이를 [그림 5]를 이용하여 살펴보자. 삼각형 ABC에서 변 b와 c, 각 A가 주어질 때 각 B와 C를 구하는 문제이다. 풀이에서 설명한 대로 비례식을 세우면 다음과 같다.

$$b+c : b-c = \tan\frac{180^\circ - \angle A}{2} : \tan\frac{\angle B - \angle C}{2}$$

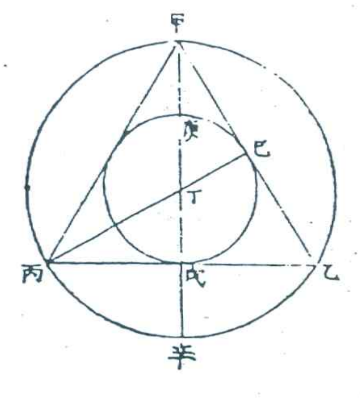
이 식은 탄젠트 법칙 $\tan\frac{\angle B - \angle C}{2} = \frac{b-c}{b+c}\cot\frac{\angle A}{2}$에 의해 입증되지만 원문에는 성립하는 이유에 대한 설명이 역시 생략되어 있다. 비례식의 첫 세 개 항은 주어진 데이터이므로 4율 $\tan\frac{\angle B - \angle C}{2}$를 구할 수 있고 표에 기초하여 $\frac{\angle B - \angle C}{2}$를 구한

다. $\dfrac{180^\circ - \angle A}{2} = \dfrac{\angle B + \angle C}{2}$이므로 다음과 같이 $\angle B$와 $\angle C$를 구한다.

$$\angle B = \frac{180^\circ - \angle A}{2} + \frac{\angle B - \angle C}{2}$$
$$\angle C = \frac{180^\circ - \angle A}{2} - \frac{\angle B - \angle C}{2}$$

19세기 조선의 뛰어난 수학자로 알려져 있는 이상혁(李尙爀, 1810~?)의 <산술관견> 역시 당시 서양 수학의 영향력을 잘 보여주는 대표작이다. 책에 포함된 세 개의 주제 중 첫 번째인 정다각형의 한 변이 주어질 때 넓이나 내접원 및 외접원의 지름을 구하는 것과 역으로 넓이가 주어질 때 한 변을 구하는 내용이 본 연구의 관심이다. 이 저술 역시 <수리정온>이 반영되어 있어 저자는 <수리정온>의 부족한 설명을 보완하려는 목적에서 예를 들어 설명한다는 의도를 밝히고 있다([4], p.7).

책의 내용으로서 이전과의 뚜렷한 변화는 타당성에 대한 설명, 즉 증명 및 용어에 있다고 할 수 있다. 문제에 대한 해법 자체는 절차적 지식을 제공하는 형식의 전통적으로 익숙한 방식과 다를 바 없지만 그에 이어 나오는 그림을 이용한 타당화는 학문하는 태도의 변화를 보여준다. 첫 문제는 정삼각형에 관한 것이다. 구고술을 이용하여 높이를 구한 다음 넓이를 구하며, 내접원의 지름은 높이의 $\frac{2}{3}$이고 이것의 두 배가 외접원의 지름이라는 풀이이다. 이것은 구해야할 것을 어떻게 구하는 것인지에 대한 방법을 말해준다. 이에 이어지는 것이 [그림 6]과 다음의 설명이다.



[그림 6] 산술관견의 정삼각형과 내외접원

그런데 직각삼각형 甲己丁**은 직각삼각형** 甲戊乙**과 각** 甲**이 공통이고 또 각각은 직각이 있으므로 세 각이 모두 같아서 닮은꼴이다. 따라서** 乙戊**는 이미** 甲乙**의 반이고** 己丁 **또한** 甲丁**의 반이다. 이 때문에 내접원의 반지름** 丁戊**는 중수선** 甲戊**의** $\frac{1}{3}$**이고 내접원의 지름** 庚戊**는** 甲戊**의** $\frac{2}{3}$**이다. 외접원의 반지름** 甲丁**은 중수선** 甲戊**의** $\frac{2}{3}$**이고, 외접원의 지름** 甲辛**은 갑무의** $\frac{4}{3}$**이다.**

而甲己丁勾股形與甲戊乙勾股形共用一甲角且各有直角則必三角俱等爲同式形　故乙戊旣爲甲乙之半而己丁亦爲甲丁之半　是故丁戊內函圓半徑爲甲戊中垂線三分之一　而庚戊內函圓全徑爲甲戊三分之二也　甲丁外切圓半徑爲甲戊中垂線三分之二

而甲辛外切圓全徑爲甲戊三分之四也([4], p.10).

내접원의 지름이 높이의 $\frac{2}{3}$이고 그 두 배인 높이의 $\frac{4}{3}$가 외접원의 지름이라는 풀이의 방법이 왜 그렇게 되는지에 대한 이유를 직각삼각형 甲己丁과 甲戊乙의 닮음과 각각에서 빗변과 밑변의 길이비가 같음을 이용하여 甲丁 : 丁戊 = 甲丁 : 己丁 = 甲乙 : 乙戊 = 2 : 1로부터 丁戊가 甲戊의 $\frac{1}{3}$, 甲丁이 甲戊의 $\frac{2}{3}$임을 이끌어낸 것이다.

이와 같은 풀이 방법의 타당성에 대한 설명은 인식의 근본적인 변화에서 비롯될 뿐만 아니라 결과적으로 수학적 아이디어를 보다 명료하게 해준다. <구장산술>이나 <해도산경>에 나오는 몇몇 문제들의 풀이는 비례 관계를 포함하고 있고 넓이에 대한 '출입상보원리(出入相補原理)'를 사용하여 해를 얻었으나([9], p.4), 이러한 내용을 다루면서도 닮음비의 개념은 없었다. 그러나 같은 문제를 다루면서 역시 그림을 통해 그 타당성을 설명한 남병길(南秉吉, 1820～1869)은 <측량도해>에서 '동식구고형(同式句股形)'이라 하여([3], p.30) 닮은 직각삼각형을 명시적으로 다루고 있는 것이다.

또한 <산술관견>에서 여러 정다각형을 다루면서 정삼각형으로 시작하는 문제의 배열은 이전에 현실 맥락에서 도형 측정의 출발이 정사각형이나 직사각형이었던 것에 비해 이제 삼각형이 기본 도형으로 다루어지고 있음을 보여준다. 정다각형의 한 변 12자가 주어질 때 각각의 넓이, 내・외접원의 지름을 구하는데, 정삼각형, 정사각형, 정오각형, …, 정십각형까지 이어진다. 또한 중심에서 각 꼭짓점에 내린 수선으로 만들어진 삼각형의 넓이의 몇 배로 구하는 정오각형부터 정십각형까지의 넓이 측정도 삼각형을 기본으로 다루도록 한다.

그 과정에서 전통적으로 잘 이용된 구고술이나 비례식 외에 여러 가지 기하적 성질을 이용한다. 삼각형의 닮음 조건, 삼각형의 세 각의 합이 180도, 평행선의 성질 등이다. 좀 더 구체적으로 정사각형의 한 변이 내접원의 지름이 됨을 설명하는 과정에서 두 평행선 안에 서 있는 두 평행선은 그 길이가 같다([4], p.13)는 성질을 이용한다든지 정육각형을 설명하는 과정에서 삼각형의 양 변이 같으므로 대응하는 양쪽 경계각도 반드시 서로 같다([4], p.22)는 성질, 정칠각형에 대한 설명에서 같은 크기의 호에 마주하는 각(원주각)은 크기가 같다([4], p.29)는 성질을 이용하는 것을 볼 수 있다.

용어에 있어서도 닮은 도형은 동식형(同式形)으로, 합동인 도형은 상등형(相等形)으로 말하며, 정다각형도 이제 '법이 있다'가 아니라 '三等邊形', '四等邊形'과 같이 'n등변형'이다.

이상과 같은 취급은 동시대 또는 바로 이전까지 전해 내려온 전통적인 접근 방식과 비교하여 서양 수학의 영향을 확연히 드러내준다.

4. 결론

조선 시대의 산학서 중 <묵사집산법>, <구일집>, <산학입문>, <주해수용>, <산술관견>을 중심으로 삼각형 관련 부분을 고찰한 결과, 그 내용을 크게 세 가지로 분류해볼 수 있다. 실용적 목적에서 넓이의 측정에만 관심이 있는 구장산술 식의 전통적 접근 방식, 측정 대상으로의 도형에서 기하 연구 대상으로서의 도형 자체에 대한 탐구로 넘어가는 과도기적 특성의 접근 방식, 그리고 서양 수학의 영향으로 인한 기하 도형의 성질 및 삼각비를 이용한 접근 등 조선 산학서에서의 삼각형 관련 내용은 당시의 기하 영역에서의 연구 변화 양상을 확인시켜 준다. 전통 수학의 가장 오랜 접근에서는 구고와 같은 특정 유형의 삼각형을 제외한 일반적인 삼각형에 대한 취급이 얼마나 미약했었는지를 보여주며, 측정이라는 실생활의 요구에서 분리된 도형의 요소 및 성질에 대한 관심과 더불어 풀이 방법에 대한 타당화 및 설명의 출현은 조선 산학의 위상에 있어 결정적인 변화라고 할 수 있다. 이러한 변화는 서양 수학의 도래로 인한 기하 전개 방법 및 삼각비의 소개로 인해 한층 두드러지게 된다. 이는 내용상의 변화뿐만 아니라 용어 및 전개 방식에 있어서의 변화에 의해 뒷받침되었다. 오늘날 기하학적 관점에서 다각형의 가장 기본으로 간주되는 삼각형이 17～19세기의 조선 시대를 거쳐 어떻게 다루어졌는지를 살펴봄으로써, 그 접근 방식의 변화는 우리 수학사에서 전통 수학의 특징 및 발달 양상을 보여주는 하나의 예라 할 것이다.

참고문헌

1. 경선징, **묵사집산법 천**. 유인영, 허민(역). 교우사. 2006
2. 경선징, **묵사집산법 지**. 유인영, 허민(역). 교우사. 2006
3. 남병길, **측량도해**. 유인영, 허민(역). 교우사. 2006
4. 이상혁, **산술관견**. 김상미, 허민(역). 교우사. 2006
5. 장혜원, 중국 및 조선시대 산학서에 나타난 원주율과 원의 넓이에 대한 고찰. **한국수학사학회지** 16(1). 9-16.
6. 홍대용, **담헌서**. 김동기(역). 민족문화추진회. 1974
7. 홍성사, 홍영희, 조선 산서 산학계몽주해. **한국수학사학회지** 22(2). 1-12
8. 홍성사, 홍영희, 김창일, 18세기 조선의 구고술. **한국수학사학회지** 20(4). 1-21
9. 홍성사, 홍영희, 김창일, 19세기 조선의 구고술. **한국수학사학회지** 21(2). 1-18
10. 홍정하, **구일집 천**. 강신원, 장혜원(역). 교우사. 2006
11. 황윤석, **산학입문**(22). 강신원, 장혜원(역). 교우사. 2006
12. *欽定四庫全書 子部 數學鑰*. 中國歷代算學集成 中, 山東人民出版社.
13. 程大位, *算法統宗*. 中國歷代算學集成 中, 山東人民出版社.

Triangles in Chosun Mathematics

Chinju National University of Education **Hye-won Chang**

This study investigates a mathematical subject, 'triangles' in mathematics books of Chosun Dynasty, in special *Muk Sa Jib San Bub*(默思集算法), *Gu Il Jib*(九一集), *San Hak Ib Mun*(算學入門), *Ju Hae Su Yong*(籌解需用), and *San Sul Gwan Gyun*(算術管見). It is likely that they apt to avoid manipulating general triangles except the right triangles and the isosceles triangles etc. Our investigation says that the progress of triangle-related contents in Chosun mathematics can fall into three stages: measurement of the triangle-shaped fields, transition from the object of measurement to the object of geometrical study, and examination of definition, properties and validation influenced by western mathematics.

Key words: *Muk Sa Jib San Bub*(默思集算法), *Gu Il Jib*(九一集), *San Hak Ib Mun*(算學入門), *Ju Hae Su Yong*(籌解需用), *San Sul Gwan Gyun*(算術管見), Triangles, Chosun Mathematics, Measure, Geometry

2000 Mathematics Subject Classification: 01A13, 01A45, 01A50, 01A55

접수일 : 2009년 10월 5일　　수정일 : 2009년 11월 18일　　게재확정일 : 2009년 11월 20일