

論文

비선형 추종제어를 위한 성층권비행선의 궤적 최적화

이상중*, 방효충**, 장재원*, 성기정*

Trajectory Optimization for Nonlinear Tracking Control in Stratospheric Airship Platform

Sangjong Lee*, Hyochoong Bang**, Jaewon Chang* and Kiejeong Seong*

ABSTRACT

Contrast to the 6-DOF nonlinear dynamic modeling of nonlinear tracking problem, 3-DOF point-mass modeling of flight mechanics is efficient and adequate for applying the trajectory optimization problem. There exist limitations to apply an optimal trajectory from point-mass modeling as a reference trajectory directly to conduct the nonlinear tracking control. In this paper, new matching trajectory optimization scheme is proposed to compensate those differences of mismatching. To verify performance of proposed method, full ascent three-dimensional flight trajectories are obtained by reflecting the real constraints of flight conditions and airship performance with and without jet stream condition. Then, they are compared with the optimal trajectories obtained from conventional method.

초 록

비행체의 최적궤적문제에서는 최적화의 수렴성 및 효율성을 위해 3자유도 운동역학모델이 이용되며, 비선형 추종제어를 위해서는 6자유도 비선형 운동모델이 이용된다. 따라서, 3자유도 운동역학모델을 통해 획득한 최적궤적을 비선형 추종제어의 기준궤적으로 사용하는 경우에 두 모델간의 상이성으로 인한 문제가 발생하게 되며 성능이 보장하지 못한다. 본 논문에서는 이러한 두 모델간의 차이를 완화시키기 위한 새로운 최적궤적 생성 방법을 제안하였으며, 성층권비행선의 실제 구속조건과 성능조건 및 제트 스트림을 고려하여 최적궤적을 생성하고 기존 결과와 비교함으로써 제안한 방법의 장점을 검증하였다.

Key Words : Stratospheric Unmanned Airship(성층권 무인 비행선), Jet Stream(제트스트림), Trajectory Optimization(궤적 최적화), Parameter Optimization(파라미터 최적화)

1. 서 론

비행선은 헬륨과 같이 공기보다 가벼운 저밀도 기체를 이용한 LTA (Lighter-Than-Air) 비행

체로 동력 비행체 (Heavier-Than-Air)와 상이한 비행특성을 가지고 있다. 1930년대에 대서양 횡단 비행을 통해 각광을 받던 비행선은 힌덴부르크 비행선 참사 이후 쇠퇴기로 접어들었으나, 21세기 들어 첨단 항공기술의 발전으로 인해 무인화를 통한 통신/방송 중계, 감시, 대형화물운송, 관광 및 Sky Hotel 등 다양한 비행플랫폼으로서의 활용성이 다시 부각되고 있다 [1]. 특히 성층권비행선 (Stratospheric Airship Platform, SAP)은 20 km이상의 고고도에서 한 지점에서

† 2008년 8월 21일 접수 ~ 2008년 12월 10일 심사완료

* 정희원, 한국항공우주연구원 첨단비행제어팀

교신저자, E-mail : albert@kari.re.kr

대전광역시 유성구 과학로 115 (어은동 45번지)

** 정희원, 한국과학기술원 항공우주공학과

머물 수 있는 정점체공 (station-keeping) 비행능력을 통해 지구정지궤도 위성이나 저궤도 위성과 비교하여 정밀한 영상정보 획득과 통신/방송 중계시 보다 적은 에너지를 통해 임무를 수행할 수 있다는 장점이 있다. 이러한 임무 수행을 위해서 성층권비행선은 지표면의 지정된 이륙위치에서 정점체공 위치까지 유도되어야 하며, 10 - 18 km 상에 존재하는 제트 스트림 영역을 통과해야 하므로 이를 위해서는 최적궤적의 산출이 우선적으로 수행되어야 하며, 우수한 성능의 추종제어가 필수적으로 연구되어야 한다.

1960년대부터 고정익 비행체 분야에서는 비행 궤적 최적화 문제가 다양하게 다루어져 왔으나 [2], 비행선 분야는 미미한 연구가 수행되어져 왔다. Hima와 Bestaoui [3-4]는 6m급의 소형비행선의 motion planning 문제를 다루었는데, 조종면에 의한 공력과 모멘트(aerodynamic force and moment)를 고려치 않았고, 동체좌표계와 바람좌표계가 동일하다는 가정 및 곡률과 반경이 일정한 나선형 (helix) 궤적으로 제한하는 등 실제 비행상태를 반영하지 못하였다. 이에 비해 50m급 중고도 무인비행선의 최적궤적 결과는 3차원 비행역학모델을 가정없이 사용하여 비행특성이 최대한 반영된 최소시간 최적궤적을 구하였다 [5]. 성층권비행선의 궤적 최적화 문제는 Zhao et al. [6]에 의해 최초로 다루었으나, 제트 스트림 영역대를 이미 통과한 18 km - 21.5 km에서의 좁은 고도영역과 중립부력상태에서 받음각과 옆미끄럼각이 0인 가정을 사용함으로써 결과의 제한성을 가지고 있다. 이에 비해 Lee et al. [7]의 연구결과는 지상에서 정점체공 고도 20 km까지의 3차원 최적궤적을 실제 비행선의 운동특성 및 다양한 구속조건을 고려하여 구하였으며, 제트 스트림의 영향까지도 고려한 결과를 도출하였다.

최근 비약적인 발전을 이루고 있는 비선형 추종 제어분야에서도 비행선을 대상으로 한 연구가 수행되고 있으며, 특히 리아프노프 후보 함수 (Lyapunov candidate function)를 기반으로 제어기의 안정도를 보장하는 백스테핑 제어(backstepping control) 기법의 연구결과가 제시되고 있다 [8-10].

비행궤적 최적화 문제와 비선형 추종제어 문제는 직접적 연관성이 있음에도 불구하고, 현재까지의 연구결과들을 고찰해 보면 서로 각자의 분야에서 분리되어 연구가 진행되고 있다. 즉, 설계된 비선형 추종제어기의 성능을 분석하기 위해서는 실제 궤적최적화를 통해 생성된 최적궤적을 기준궤적으로 이용하여야 하지만 비선형제어기를 설계한 6자유도 운동모델을 이용하여 생성한 궤적을 사용하기 때문에 상대적으로 제어기의 수렴

성을 보장하는 성능을 제공하게 된다. 또한 성층권비행선의 경우, 적절한 추종성능을 제공할 수 있도록 전/후방 프로펠러 위치 및 부력중심, 무게중심의 상대적 위치를 결정하여야 하기 때문에 설계단계부터 최적궤적과 비선형 추종제어기를 함께 고려하여 성능을 분석하는 것이 필수적이다. 따라서, 본 논문에서는 상기 두 분야의 연결을 위해 필요한 모델간 상이성을 완화시킬 수 있는 새로운 궤적 최적화 기법을 제안하였다. 구해진 최적 궤적은 성층권 비행선의 운동특성, 성능 및 기타 외부환경조건에서 만족시켜야 할 구속조건들을 반영하였으며, 특히 제트 스트림의 영향을 고려하기 위해 바람의 영향을 추가한 3자유도 질점 운동방정식을 유도하여 적용하였다.

II. 성층권비행선 운동방정식

2.1 대상 성층권 비행선의 제원

대상 성층권비행선 (VIA-200)은 200m급 무인 비행선으로 길이 200 m, 기낭 (envelope) 최대직경이 50 m, 무게 21,726 kgdm로 항력 최소화를 위해 세장비 (fineness ratio)가 4.0인 형상을 가진 연식 비행선 (non-rigid airship)이다. 기낭의 전체체적은 265,746 m³이고, 임무고도는 20 km이며, 최대 24 km의 압력고도 (pressure height)까지 비행할 수 있도록 설계되었다. 부양기체로 비활성 기체인 헬륨가스를 사용하고 있으며, 장기간의 체공비행을 위해 연료전지와 태양전지를 이용한 재생형 연료전지시스템 (regenerative fuel cell)을 통해 필요한 에너지를 공급받는다. 비행선 좌우측 기낭에 장착된 전기모터와 프로펠러는 틸팅 모터 (tilting motor)를 통해 -90°~+120° (부력방향 쪽으로 회전시 양(+))의 부호의 각도로 회전함으로써 수직 이착륙이 가능하도록 구성되어 있다. 전체적인 형상은 Fig. 1과 같다.

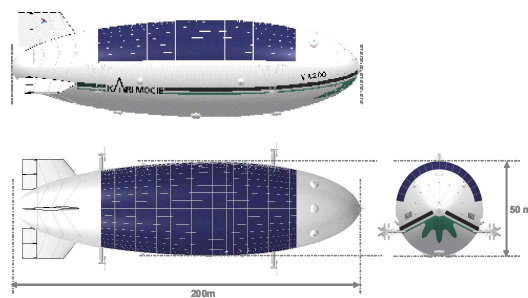


Fig. 1. Stratospheric airship platform (SAP)

2.2 Kinematic Equations

Fig. 2는 각각의 좌표계의 정의를 나타내고 있다. $Ox_iy_iz_i$ 는 관성좌표계 (I-frame), $Px_hy_hz_h$ 는 local-level 좌표계 (h-frame)이며, 두 좌표계는 평행하고 각각 x 축은 북쪽, y 축은 동쪽, z 축은 지구 중심을 향한다. 제트스트림의 영향을 고려하기 위해 상대바람좌표계 (relative wind-axes frame) $Px_wy_wz_w$ 를 도입하고, 3차원 공간상의 비행체의 운동을 표현하기 위한 궤적 운동방정식은 비행체를 질점 (point mass)으로 가정한 후 방정식을 유도한다.

상대바람좌표계와 관성좌표계는 식 (1)과 같이 비행경로각 γ , 헤딩각 ψ 및 롤각 ϕ 로 이루어진 좌표변환행렬을 통해 상호 변환된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_I^w &= \mathbf{C}_h^w = \mathbf{C}_{Px_hy_hz_h}^{Px_wy_wz_w} = \mathbf{C}_\phi \cdot \mathbf{C}_\gamma \cdot \mathbf{C}_\psi \\ &= \begin{bmatrix} c\gamma c\psi & c\gamma s\psi & -s\gamma \\ s\phi s\gamma c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\gamma s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\gamma \\ c\phi s\gamma c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\gamma s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

Fig. 2와 같이 비행선의 상대 비행속도 \mathbf{V} 는 절대비행속도 \mathbf{V}_I 및 절대바람속도 \mathbf{W}_I 와의 벡터 합으로 식 (2)와 같이 정의된다.

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_I - \mathbf{W}_I = (\dot{x}_i - w_N) \mathbf{i}_h + (\dot{y}_i - w_E) \mathbf{j}_h - \dot{h} \mathbf{k}_h \quad (2)$$

여기서, w_N 와 w_E 는 각각 제트스트림의 북쪽 및 동쪽방향성분을 나타내며, 상대비행속도는 local-level 좌표계에서 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{V}|_I &= (\mathbf{C}_h^w)^T \cdot V \mathbf{i}_w \\ &= V \cos \gamma \cos \psi \mathbf{i}_h + V \cos \gamma \sin \psi \mathbf{j}_h - V \sin \gamma \mathbf{k}_h \end{aligned} \quad (3)$$

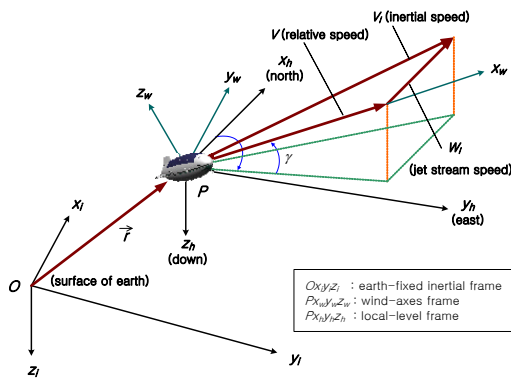


Fig. 2. Definition of coordinate system considering jet stream

식 (2)와 (3)을 비교하면, 제트스트림을 고려한 비행선의 위치운동방정식은 식 (4)와 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= \dot{x}_i = V \cos \gamma \cos \psi + w_N \\ \frac{dy_i}{dt} &= \dot{y}_i = V \cos \gamma \sin \psi + w_E \\ \frac{dh}{dt} &= \dot{h} = V \sin \gamma \end{aligned} \quad (4)$$

2.3 Force Equations

힘 운동방정식의 경우는 정의된 관성좌표계에서의 뉴턴의 제2법칙을 통해 유도할 수 있으며,

$$\mathbf{F} = m_T \mathbf{a} = m_T \frac{d\mathbf{V}_I}{dt} \quad (5)$$

여기서 비행체의 질량에는 순수한 비행선의 자체 질량 (empty mass)에 추가적인 부가질량 (added mass)이 고려되어야 한다.

$$m_T = m + m_a = m + m_{ax} + m_{ay} + m_{az} \quad (6)$$

절대가속도는 상대바람좌표계에서 식 (2)의 시간 미분을 통해 식(7)과 같이 정리되며,

$$\left. \frac{d\mathbf{V}_I}{dt} \right|_w = \left. \frac{d\mathbf{V}}{dt} \right|_w + \left. \frac{d\mathbf{W}_I}{dt} \right|_w \quad (7)$$

식 (7)의 오른쪽 항은 각각 다음 식 (8)과 (9)로 유도할 수 있으며,

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\mathbf{V}}{dt} \right|_w &= \left. \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} \right|_w + \boldsymbol{\omega}_h^w \times \mathbf{V}|_w \\ &= \dot{V} \mathbf{i}_w + V (\boldsymbol{\omega}_h^w)_z \mathbf{j}_w - V (\boldsymbol{\omega}_h^w)_y \mathbf{k}_w \end{aligned} \quad (8)$$

$$\left. \frac{d\mathbf{W}_I}{dt} \right|_w = \begin{bmatrix} \dot{w}_{wx} \\ \dot{w}_{wy} \\ \dot{w}_{wz} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_h^w \left. \frac{d\mathbf{W}_I}{dt} \right|_I = \mathbf{C}_h^w \begin{bmatrix} \dot{w}_N \\ \dot{w}_E \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

식 (10)과 같이 정리된다.

$$\left. \frac{d\mathbf{V}_I}{dt} \right|_w = \begin{bmatrix} \dot{V} + \dot{w}_{wx} \\ V(\dot{\gamma} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \gamma) + \dot{w}_{wy} \\ -V(\dot{\psi} \cos \phi \cos \gamma - \dot{\gamma} \sin \phi) + \dot{w}_{wz} \end{bmatrix} \quad (10)$$

비행선에 작용하는 외력은 중력 \mathbf{G} , 부력 \mathbf{B} , 공력 \mathbf{A} 및 추력 \mathbf{T} 로 구성되며, 우선 중력과 부력은 비행선의 자세와 관계없이 수직방향으로 작용하며, 그 방향이 서로 반대가 된다. 추력과 공

력은 받음각 α 와 무인 비행선 좌우/앞뒤에 장착된 추력 프로펠러의 틸팅 각 (tilting angle) μ 를 사용하여 분해할 수 있으며, 정리하면 식 (11) 과 같다.

$$\mathbf{F} = \mathbf{T} + \mathbf{B} + \mathbf{A} + \mathbf{G} \quad (11)$$

with $\mathbf{T} = T \cos(\mu + \alpha) \mathbf{i}_w - T \sin(\mu + \alpha) \mathbf{k}_w$

$$\mathbf{G} + \mathbf{B} = \mathbf{C}_h^w (mg - B) \mathbf{k}_h = \begin{bmatrix} -(mg - B) \sin \gamma \\ (mg - B) \sin \phi \cos \gamma \\ (mg - B) \cos \phi \sin \gamma \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = -D \mathbf{i}_w - L \mathbf{k}_w$$

식 (5), (10), (11)을 이용하여 정리하면 비행선의 힘방정식은 최종적으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{(T \cos \alpha - D) - (mg - B) \sin \gamma}{m_r} - \dot{w}_{wx} \\ \dot{\gamma} &= \frac{(T \sin \alpha + L) \cos \phi - (mg - B) \cos \gamma}{m_r V} + \frac{\dot{w}_{wz} \cos \phi + \dot{w}_{wy} \sin \phi}{V} \\ \dot{\psi} &= \frac{(T \sin \alpha + L) \sin \phi}{m_r V \cos \gamma} + \frac{\dot{w}_{wz} \sin \phi - \dot{w}_{wy} \cos \phi}{V \cos \gamma} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서,

$$\dot{w}_{wx} = \dot{w}_N c \gamma c \psi + \dot{w}_E c \gamma s \psi$$

$$\dot{w}_{wy} = \dot{w}_N (s \phi s \gamma c \psi - c \phi s \psi) + \dot{w}_E (s \phi s \gamma s \psi + c \phi c \psi)$$

$$\dot{w}_{wz} = \dot{w}_N (c \phi s \gamma c \psi + s \phi s \psi) + \dot{w}_E (c \phi s \gamma s \psi - s \phi c \psi)$$

III. 모델링

3.1 공력 및 추력 모델링

양력, 항력 및 모멘트 계산을 위한 공력계수는 외형형상이 동일한 50m 중고도 무인비행선의 1/20 축소 모형에 대한 풍동시험결과를 사용하며, Fig. 3에 양항곡선을 나타내었다 [5].

임무고도에서 성층권비행선의 레이놀즈 수는 $Re = 8.0 \times 10^6$ 이고, 50m 중고도 무인비행선의 경우는 $Re = 7.2 \times 10^6$ 이다. 양력과 모멘트의 경우는 외형이 동일한 경우 레이놀즈 수의 영향을 받지 않으며 [11], 항력의 경우는 무시할 정도의 차이를 보이므로 성층권비행선의 경우 외형이 동일한 50m 무인비행선의 공력계수를 사용하며, 전산유체해석결과도 그 차이가 미미하였다.

성층권비행선은 재생형연료전지를 사용하므로 고도 증가에 따른 이용마력의 감소가 없으며, 추진시스템으로 100 kW의 에너지를 제공할 수 있

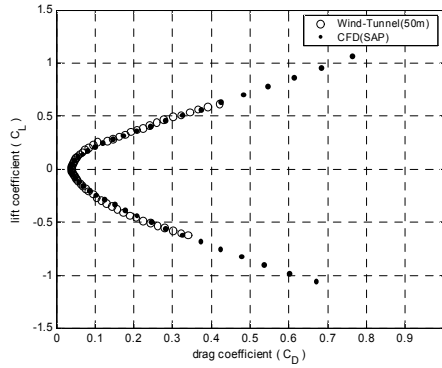


Fig. 3. Lift-to-Drag curve for SAP

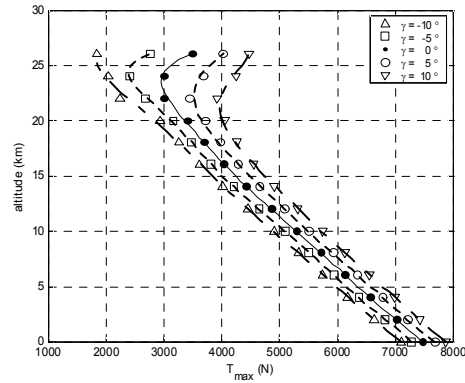


Fig. 4. Thrust modeling of SAP

다고 가정한 후, 고도 26 km까지 비행경로각과 속도를 변화시키면서 식 (12)을 이용한 트림값을 계산하여 Fig. 4와 같이 모델링을 수행하였다.

3.2 부력 및 부가질량 모델링

부력의 경우는 부력대중량비 $BW = 0.97$ 을 이용하여 모델링 하였다. 부가질량은 LTA 비행체에 나타나는 독특한 특성으로 공기보다 가벼운 부양기체가 공기중에서 운동하는 경우, 그 자체의 부피만큼의 공기를 밀어내는 효과를 나타낸 것으로 공기의 모멘텀 변화를 비행체의 무게증가의 효과로 나타낸다 [12]. 본 논문에서는 일반적으로 사용되는 타원형 물체의 경험식을 사용하지 않고 [12], 주어진 중고도 무인비행선의 형상을 바탕으로 얻어진 전산유체해석 결과를 사용하여 다음과 같이 그 효과를 포함시켰다 [13].

$$m_{ax} = 2.1391 \times 10^4 \cdot \rho_a, m_{ay} = m_{az} = 2.4363 \times 10^4 \cdot \rho_a \quad (13)$$

3.3 대기 및 제트스트림 모델링

표준대기모델을 사용하여 지상에서 고도 26

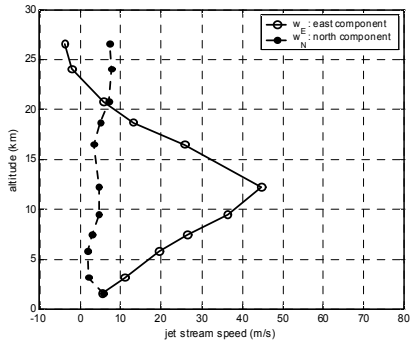


Fig. 5. Modeling of jet stream

km까지 모델링을 수행하였다. 제트스트림은 고도 10 ~ 20 km 사이에 존재하는 평균 40 ~ 60 m/s의 강한 바람대로, 성층권비행선이 임무고도로 상승하는 경우, 가장 큰 영향을 주는 요소가 된다. 광주측정소에서 1985년부터 2000년까지 가을철에 측정된 16년간의 측정데이터를 평균하여 고도에 따라 Fig. 5와 같이 모델링을 수행하였다.

IV. Matching 궤적최적화

비행궤적 최적화 문제와 비선형 추종제어 문제는 각기 분야에서 분리되어 연구되어 왔으며 서로 상이한 모델간의 차이로 인해 직접적으로 상호간의 결과를 이용하기에는 다음과 같은 문제점이 발생한다: 1) 두 운동모델에서 사용하는 공력의 차이가 존재한다. 즉, 궤적최적화 문제에서는 단순한 양항력을 계산하여 사용하므로 (Fig. 3), Fig. 6과 같이 실제 6자유도 운동에서의 양항력과 차이가 발생한다. 비행선의 경우 기준면적을 10^5 차수의 비행선의 체적을 사용하기 때문에 항력계수 0.2 ~ 0.4 차이는 실제 항력에서 큰 차이를 발생시킨다.

2) 더불어 엘리베이터 및 러더와 같은 조종면 효과를 궤적최적화 문제에서는 반영하지 못하며, 3) 성층권비행선의 6자유도 비선형 운동모델의 경우 Fig. 7에 보여진 바와 같이 무게중심이외에

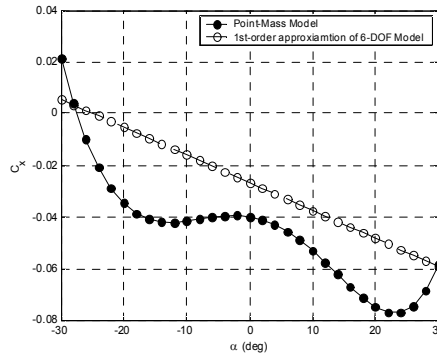


Fig. 6. Aerodynamic difference between point-mass and 6-DOF model

도 부력중심, 체적중심 및 추력기의 위치 등 미결정 변수들이 존재하게 되므로, 3자유도 질점 운동방정식을 통해 얻은 최적궤적을 6자유도 유도된 비선형제어기의 기준궤적으로 이용시에는 성능이 저하되는 문제점이 발생한다.

4.1 Matching 궤적최적화 방법

앞에서 분석한 모델간의 상이성을 완화시키기 위해 모멘트 방정식을 3자유도 질점 운동방정식에 추가한다. 이를 통해 조종면 효과와 모멘트 효과를 궤적 최적화에 반영시킬 수 있으며, LTA 비행체의 고유특성인 부력중심의 이동을 고려함으로써 보다 실제적인 대형 비행선의 운동특성을 고려한 최적궤적을 산출할 수 있다. 우선 조종면 효과를 반영하기 위해 풍동실험결과와 전산 유체 해석 결과를 바탕으로 동체축의 공력과 모멘트를 받음각, 옆미끄럼각 및 조종면 변위의 함수로 식 (14)와 같이 정의되며, 좌표변환을 통해 구해진 양력, 항력 및 모멘트는 Fig. 8과 같다.

$$C_X, C_Y, C_Z, C_M = f(\alpha, \beta, \delta_e, \delta_r) \quad (14)$$

상승과 하강시 비행선은 외부대기압력의 변화에 따라 내부기낭의 헬륨밀도와 공기밀도가 변화하게 되며, 연식 비행선의 경우는 내외부의 압력

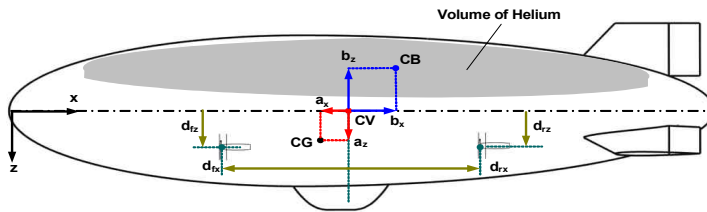


Fig. 7. Internal geometry relation of SAP

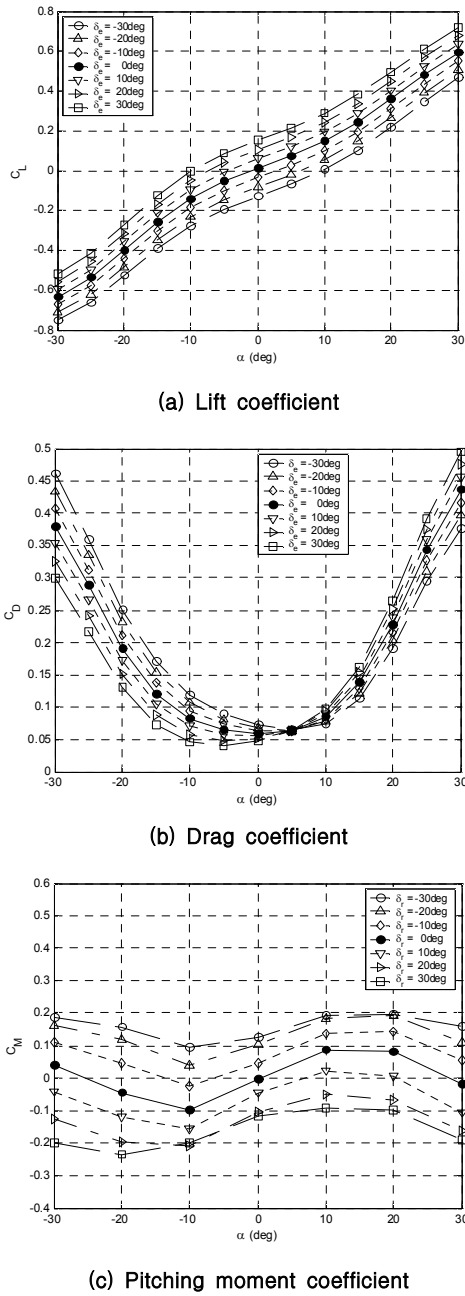


Fig. 8. Aerodynamic coefficient reflecting control surface deflection

차를 일정하게 유지시켜 주어야 한다. 즉, Fig. 9에 나타난 바와 같이 상승시에는 헬륨부피의 팽창에 비례하여 내부의 공기를 외부로 배출시켜야 하며, 하강시에는 이와는 반대로 공기를 내부로 주입시켜 주어야 한다. 내부의 헬륨이 더 이상

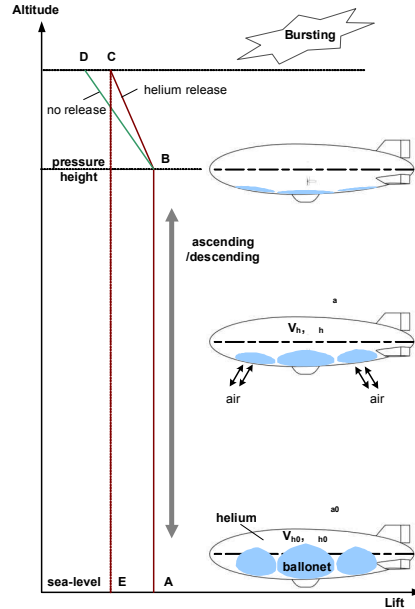


Fig. 9. Mechanism of ascending and descending of airship

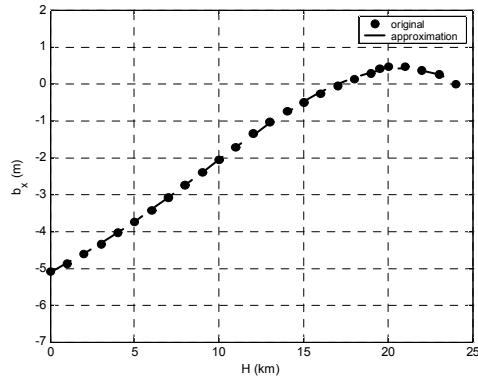
팽창할 수 없는 상태에 이르는 고도를 압력고도 (pressure height)라고 하며, 비행이 가능한 최대 상승고도를 의미한다. 따라서, 고도변화에 따라 헬륨의 부피변화는 부력중심의 이동을 초래하게 되며, 성층권비행선과 같은 대형 LTA 비행체의 경우는 비행체의 체적이 굉장히 크기 때문에 부력중심 이동에 따른 비행안정성 및 동특성의 변화가 큰 영향을 받게 된다.

식 (15)로 정의된 기낭의 팽창비 (inflation fraction ratio) 비율을 이용하면 고도에 따른 헬륨의 부피를 표준대기의 밀도비로 계산할 수 있으며, 이를 통해 부력중심을 계산할 수 있다.

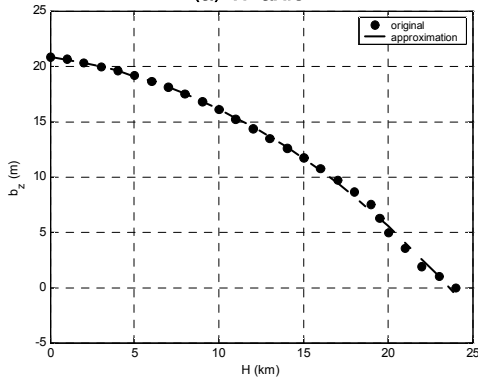
$$\frac{I_0}{I} = \frac{(Vol_h)_0}{Vol_h} = \frac{m/(\rho_h)_0}{m/\rho_h} = \frac{\rho_h}{(\rho_h)_0} \approx \frac{\rho_a}{(\rho_a)_0} = \sigma_a \quad (15)$$

여기서, Vol 은 체적, ρ 는 밀도를 나타내며, 밀첨자 0 는 해면고도, h 는 헬륨낭, a 는 표준대기를 의미한다. 동체 y축 부력중심은 기하학적 대칭성으로 인해이동이 없다고 가정하고, 고도 0 km에서 24 km까지 1 km 간격으로 계산된 부력중심의 x축 및 z축 위치는 각각 Fig. 10에 각각 나타내었다.

상기의 모델링을 바탕으로 식 (16)으로 유도되는 6자유도 운동모델의 피칭 모멘트 방정식을 식 (12)식과 함께 트림 방정식을 구성한다. 트림조건에서 각 상태변수들 및 시간도함수들은 0이 되므



(a) x-axis



(b) z-axis

Fig. 10. Center of buoyancy modelling in body frame

로, 외부 모멘트는 식 (17)로 유도된다.

$$\begin{aligned}
 & J_y \dot{q} + J_{xz} (p^2 - r^2) + (J_x - J_z) pr \\
 & - (ma_x + M_w)(\dot{w} + \dot{w}_z) + (ma_z - M_u)(\dot{u} + \dot{w}_x) \\
 & - ma_x [p(v + w_y) - q(u + w_x)] \\
 & + ma_z [q(w + w_z) - r(v + w_y)] = M
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 M = & -(mga_z + Bb_z) \sin \theta - (mga_x + Bb_x) \cos \phi \cos \theta \\
 & + P_q \cdot Vol \cdot C_M + T_f \cdot d_{fz} + T_r \cdot d_{rz} = 0
 \end{aligned} \tag{17}$$

여기서, $J_{()}$ 는 부가 관성모멘트 (virtual moment of inertia), (u, v, w) 는 동체좌표계에서의 비행선의 속도성분, (p, q, r) 은 각속도 성분, P_q 는 동압, $w_{()}$ 는 동체좌표계에서의 체트스트림 성분, $a_{()}$ 는 부력중심과 체적중심간의 상대거리, $b_{()}$ 는 무게중심과 체적중심간의 상대거리를 의미한다.

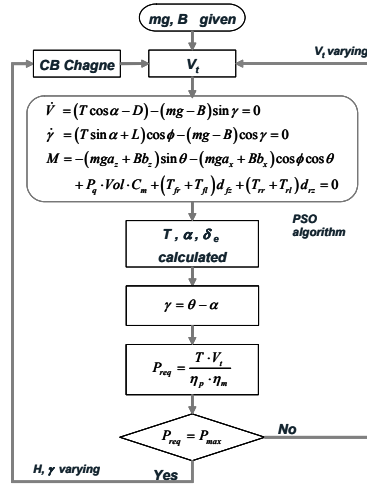


Fig. 11. Calculation process for matching modeling

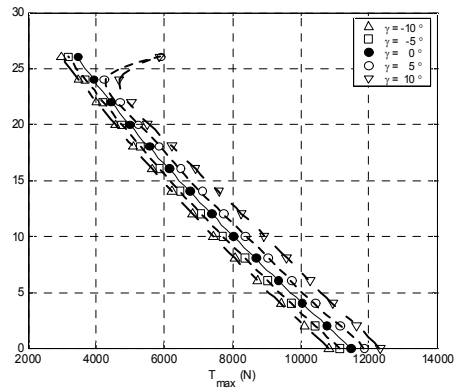


Fig. 12. Matching modeling for SAP (trimmed thrust vs. altitude)

최종적으로 구성된 트림방정식을 주어진 고도와 부력중심 위치에서 비행속도와 비행경로각을 변화시키면서 풀게 되면 조종면 효과와 부력중심의 위치변화의 영향이 반영된 추력 모델링을 수행할 수 있다. 성층권 비행선의 추력 에너지원인 재생형 연료전지시스템은 100 kW의 에너지를 추력 시스템으로 제공할 수 있으며, 전기에너지를 사용하므로 일반 고정익 항공기 엔진과 달리 고도 변화에 따른 추력의 저감효과는 없게 되므로, Fig. 11에 나타낸 matching 모델링 과정에서 추가적인 구속조건으로 작용하게 된다. 모델링된 추력은 Fig. 12에 나타내었다.

4.2 구속조건 정의 및 수치기법

본 논문에서는 성층권비행선의 최적궤적 결과에

서 제시된 바와 같이 에너지 최소화보다 효율적인 비행시간 최소화를 목적으로 하며 [7], 가중치 ξ 를 이용하여 아래의 성능함수를 최소화시키게 된다.

$$J = \xi \int_{t_0}^{t_f} dt \quad \text{or} \quad \bar{J}(\Theta) = \xi \sum_{i=1}^N \Delta t_i \quad (18)$$

위의 성능함수는 앞에서 유도한 식 (4)와 (12)의 운동방정식을 동적 구속조건 (dynamic constraints) 으로 가지게 되며, 초기조건과 종말조건 및 경로 조건들을 만족시켜야 한다. 비행체의 비행궤적 최적화 문제는 비행체의 동적모델이 포함되는 동적 최적화 문제로서 제어입력 변수에 대한 파라미터 최적화 기법 (parameter optimization)을 적용함으로써 정적 최적화 문제로 변환시킬 수 있으며, 성능함수와 다양한 구속조건들이 비선형인 경우를 다루는 비선형 프로그래밍 (nonlinear programming) 문제로 다룰 수 있게 된다 [14]. 이를 위해 비행체의 동적모델에 관계된 제어입력 변수나 상태변수 등을 다음과 같이 이산화시켜 (descretization) 적절한 수의 작은 구간 N 개로 나누게 되며, 이산화된 제어입력을 이용하여 수치적분을 통해 상태변수들을 각각 구하게 된다 [14].

• Input Parameter Discretization

$$\Theta = [\mathbf{u}_1^T, \mathbf{u}_2^T, \mathbf{u}_3^T, \dots, \mathbf{u}_N^T, \boldsymbol{\varepsilon}^T]^T \quad (\in \square^{m_p})$$

minimize

$$\bar{J}(\Theta) = \varphi(\mathbf{x}_N, \mathbf{u}_N, \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (\in \square^l)$$

subject to

1) Equality constraints :

$$\mathbf{C}_E(\Theta) = \begin{bmatrix} \Psi_E(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ \Psi_E(\mathbf{x}_f, \mathbf{u}_f, \boldsymbol{\varepsilon}) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (\in \square^{m_E}) \quad (19)$$

2) Inequality constraints :

$$\mathbf{C}_I(\Theta) = \begin{bmatrix} \Psi_I(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ \Upsilon_0(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ \vdots \\ \Upsilon_N(\mathbf{x}_N, \mathbf{u}_N, \boldsymbol{\varepsilon}) \\ \Psi_I(\mathbf{x}_f, \mathbf{u}_f, \boldsymbol{\varepsilon}) \end{bmatrix} \leq \mathbf{0} \quad (\in \square^{m_I})$$

여기서, \mathbf{x} , \mathbf{u} , \mathbf{p} 는 각각 상태변수, 제어변수 및 미지의 상태변수 벡터를 나타낸다. 식 (19)의 다양한 구속조건들은 상태변수와 제어변수에 대한 부등식 구속조건 (inequality constraints) \mathbf{C}_I 와 등식 구속조건 (equality constraints) \mathbf{C}_E 로 나누게 되고, 이산화된 목적함수 $\bar{J}(\Theta)$ 를 최소화시키며 식 (20)

- (22)에서 정의된 성층권비행선의 성능제한값 및 주어진 초기조건과 종말조건을 만족시켜야 한다.

1) Initial conditions at $t = t_0$:

$$\begin{aligned} V(t_0) &= 8.184\text{m/s}, \gamma(t_0) = 0\text{deg}, \psi(t_0) = 270\text{deg} \quad (20) \\ x_i(t_0) &= 0\text{km}, \quad y_i(t_0) = 0\text{km}, \quad h(t_0) = 0\text{km} \end{aligned}$$

2) Terminal conditions at $t = t_f$:

$$\begin{aligned} C_{E,1} &= \gamma(t_f) = 0\text{deg}, \quad C_{E,2} = \psi(t_f) - 270\text{deg} = 0, \\ C_{E,3} &= x_i(t_f) = 0\text{km}, \quad C_{E,4} = y_i(t_f) = 0\text{km}, \\ C_{E,5} &= h(t_f) - 20\text{km} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

3) Path constraints at time $t_0 < t < t_f$:

$$\begin{aligned} C_{I,1} &= 0\text{km} - h(t) \leq 0, \quad C_{I,2} = h(t) - 24\text{km} \leq 0, \\ C_{I,3} &= 0\text{m/s} - V(t) \leq 0, \quad C_{I,4} = V(t) - 30.81\text{m/s} \leq 0, \\ C_{I,5} &= -8\text{m/s} - \dot{h}(t) \leq 0, \quad C_{I,6} = \dot{h}(t) - 8\text{m/s} \leq 0, \\ C_{I,7} &= 0 - Tr(t) \leq 0, \quad C_{I,8} = Tr(t) - 1 \leq 0, \\ C_{I,9} &= -16\text{deg} - \alpha(t) \leq 0, \quad C_{I,10} = \alpha(t) - 16\text{deg} \leq 0, \\ C_{I,11} &= -5\text{deg} - \phi(t) \leq 0, \quad C_{I,12} = \phi(t) - 5\text{deg} \leq 0, \\ C_{I,13} &= -224\text{km} - x_i(t) \leq 0, \quad C_{I,14} = x_i(t) - 448\text{km} \leq 0, \\ C_{I,15} &= -278\text{km} - y_i(t) \leq 0, \quad C_{I,16} = y_i(t) - 185\text{km} \leq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

특히, 식 (22)의 경로 구속조건 중 한국의 공역 (airspace) 조건은 국제민간항공기구 (ICAO)에서 규정한 비행정보구역 (Flight Information Region) 을 반영한 실제조건으로, Fig. 13에 보여지는 바와 같이 한국의 경우 동쪽으로 일본과 185 km, 서쪽으로 중국과 278 km, 북쪽과 남쪽으로 각각 448 km, 224 km를 북한 및 일본과 접해있으며, 성층권비행선은 이 공역을 침범해서는 안된다.

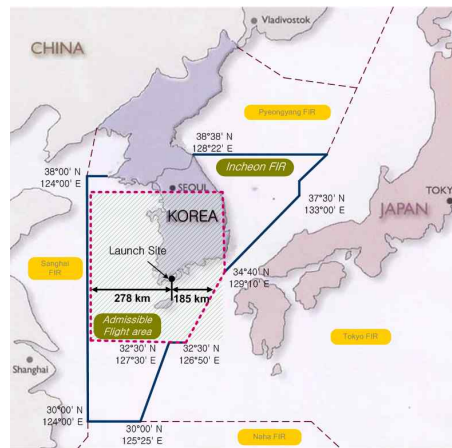


Fig. 13. Admissible flight area according to FIR in Korea

V. 궤적최적화 결과

본 논문에서는 비행시간 최소화를 목적함수로 설정하고 성층권비행선이 정점체공을 위해 지상에서 임무고도 20 km까지 상승하는 임무비행의 최적궤적을 산출하였다. 초기 이륙위치는 $(x_0, y_0, h_0) = (0\text{km}, 0\text{km}, 0\text{km})$ 이며, 최종위치는 $(x_f, y_f, h_f) = (0\text{km}, 0\text{km}, 20\text{km})$ 로 이륙시와 동일한 수평 위치로 상승하도록 설정하였다. Table 1에 총 4개 Case에 대한 수행 조건을 정리하였는데, Case 1과 2는 Matching 기법을 적용하지 않은 경우이며 [7], Case 3과 4는 Matching 기법을 적용한 경우이다.

최종적으로 이산화된 파라미터 변수들은 제어 입력 변수와 미지의 종말시간 (terminal time) t_f 를 포함하게 되며, 제어입력 변수들은 모두 정규화 (normalization)시켜 수치해의 수렴성을 높였다. 이때 종말시간은 갱신된 스케일 계수 p 를 통해 계산되며, 특히 추력의 경우는 다른 파라미터와의 상대적인 크기를 맞추기 위해 0~1의 입력범위를 갖는 스로틀 (throttle) Tr 를 사용하여 정규화시켰다. 입력 변수들의 정규화는 실제 최적화 과정에서 안정적인 최적 수치해 얻기 위해 중요한 요소로 작용하게 된다.

$$\Theta = [Tr_1, Tr_2, \dots, Tr_N, \alpha_{N+1}, \alpha_{N+2}, \dots, \alpha_{2N}, \phi_{2N+1}, \phi_{2N+2}, \dots, \phi_{3N}, (\delta_e)_{3N+1}, (\delta_e)_{3N+2}, \dots, (\delta_e)_{4N}, p]^T$$

파라미터 최적화 기법을 통해 비선형 프로그래밍 문제로 변환된 비행궤적 문제는 고전적인 해석적 방법으로는 일반해를 찾을 수 없으며, 최적화 수치기법을 사용하여 해를 구하게 된다. 본 논문에서는 다수의 연구결과를 통해 해의 최적성이 입증된 CFSQP (C-code For Feasible Sequential Quadratic Programming) 코드를 수정하여 수치 최적해를 구하였다 [15]. 이산화를 위해 전체구간을 $N=1,000$ 으로 나누었으며, 제어입력 변수의 개

Table 1. Trajectory optimization cases

	Jet Stream 적용여부	Matching 기법 적용여부	Terminal time
Case 1*	-	-	4.15 hours
Case 2*	○	-	6.42 hours
Case 3	-	○	4.20 hours
Case 4	○	○	6.51 hours

* 기존기법을 사용한 경우의 최적궤적 [7]

수가 각 이산화 구간마다 $n=4$ 개이므로 전체 파라미터의 개수는 종말시간의 스케일 계수를 포함하여 $m=4n+1=4,001$ 개가 된다. 적분 알고리즘은 4차 Runge-Kutta 기법을 사용하였다.

종료오차조건 (terminal error tolerance)은 위치의 경우 $\|e_x\|^2, \|e_y\|^2, \|e_z\|^2 \leq 10^{-2} \text{m}$ 를 설정하였고, 각도의 경우 $\|e_\gamma\|^2, \|e_\psi\|^2 \leq 10^{-2} \text{deg}$ 를 설정하였다.

5.1 제트스트림을 고려하지 않는 경우

임무고도까지 상승비행시 제트스트림이 없는 경우의 산출된 최적궤적 (Case 3)를 기존 최적궤적궤적 (Case 1) [7]와 함께 비교하여 나타내었다. 각각의 상태변수는 Fig. 14, 최적 제어입력은 Fig. 15에 나타내었으며, 관성좌표계에서의 비행궤적은 Fig. 16에 나타내었다.

종말위치에 도달하기 위한 비행시간을 최소화하기 위해서는 Fig. 14와 15에서 확인되는 바와 같이 상승률을 최대화하기 위해서 비행체가 낼 수 있는 최대의 추력과 비행경로각을 사용하게 되며, 폴각을 유지하므로 나선형 궤적을 형성하게 된다. 전반적으로 제트스트림을 고려하지 않은 경우 두 경우의 결과는 대체로 서로 비슷한 경향성을 보였으며, 구속조건을 모두 만족하였다. 구하여진 최소 비행시간은 $t_f = 4.2$ hour로 기존 결과와 비교하여 3분 정도 비행시간이 증가하는 경향을 보였다. 최적궤적의 3차원 위치는 Fig. 17과 같다.

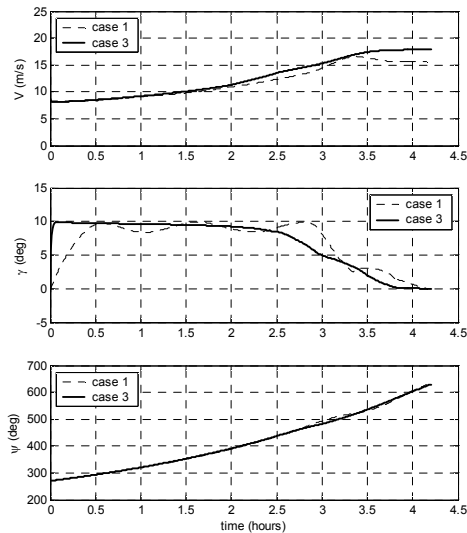


Fig. 14. State histories for Case 1 and 3

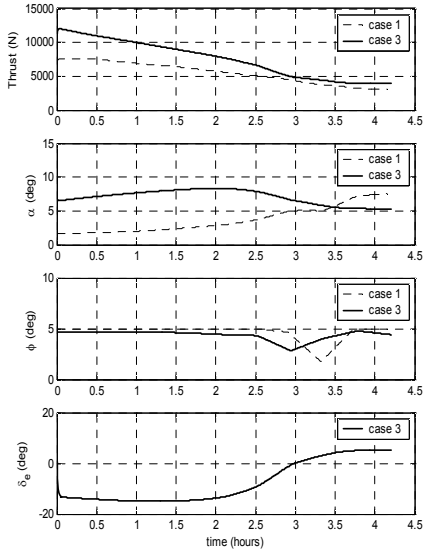


Fig. 15. Control input histories for Case 1 and 3

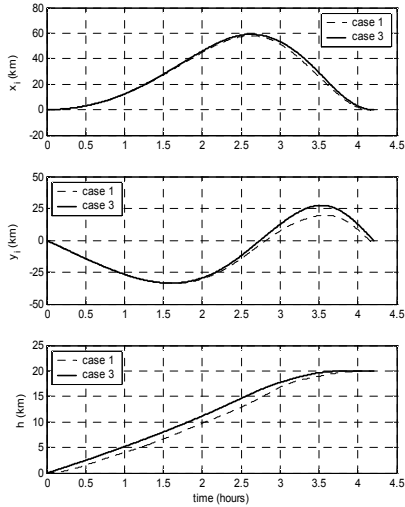


Fig. 16. Position histories for Case 1 and 3

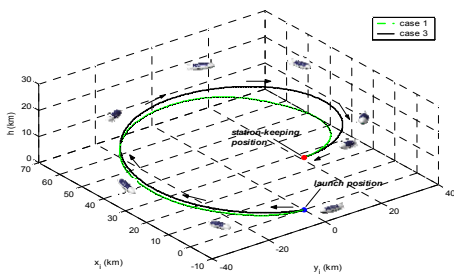


Fig. 17. Three dimensional optimal trajectories for Case 1 and 3

5.2 제트스트림

Case 4는 성층권비행선이 임무고도 20 km로 상승비행시 제트스트림을 고려하고, Matching 기법을 적용한 최적궤적결과로서 기존의 결과 [7]과 비교하여 나타내었다. Fig. 18의 최적궤적결과와 Fig. 19의 상태변수 결과에서 종말 경로조건인 $\gamma_f = 0 \text{ deg}$, $\psi_f = 270 \text{ deg}$ 및 종말 위치조건을 모두 만족시킴을 확인할 수 있다. 비행궤적상 동쪽방향 (y_i 축)으로 최대 124 km, 북쪽방향으로 (x_i 축)으로 최대 62 km를 벗어나게 되므로 공역 구속조건에서도 만족하고 있다. 최적궤적의 제어 입력 변수들의 결과는 Fig. 20에 나타내었다.

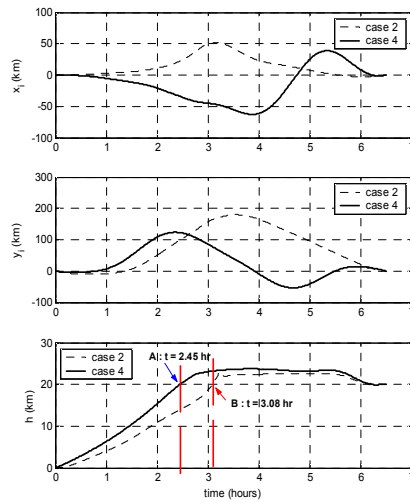


Fig. 18. Position histories for Case 2 and 4

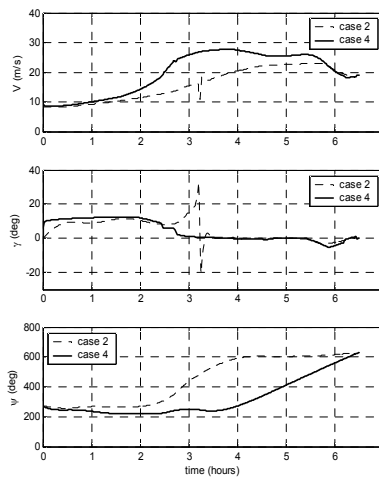


Fig. 19. State histories for Case 2 and 4

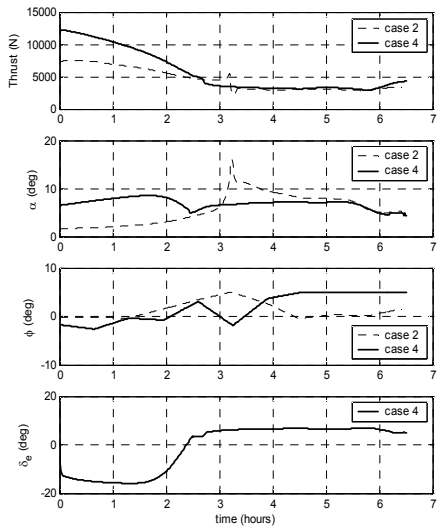


Fig. 20. Control input histories for Case 2 and 4

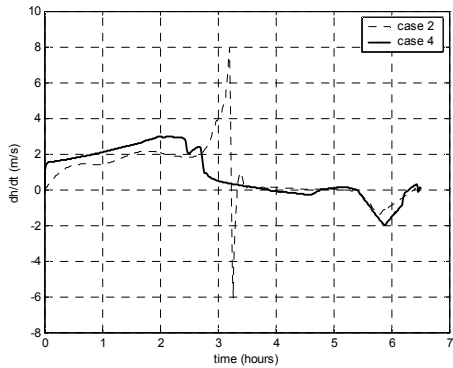


Fig. 21. Climb and descent rate for Case 2 and 4

임무고도까지의 비행시간을 결정하는 중요 요소는 상승률로서 비행선의 경우는 내압을 유지하기 위해 장착된 여압장치 (pressurization system)의 성능에 따라 결정되며, 본 논문에서 대상으로 하는 성층권비행선의 경우 식 (22)에서 정의한 상승률 구속조건에 따라 최대 8 m/s의 상승률을 유지할 수 있도록 여압용량이 설계되어져 있으며, 최적궤적 결과가 산출된 비행궤적이 합당한 결과를 나타내고 있음을 Fig. 21에서 확인할 수 있다.

Matching 기법을 적용하여 획득한 최적비행궤적과 기존 비행궤적과의 비교를 통해 Matching 기법의 장점을 확인할 수 있다. 첫 번째로 제트스트림의 영향을 저감시키는 비행궤적을 제공한다. Fig.

20에서 확인할 수 있는 바와 같이 기존 최적궤적의 $t = 3.2$ hours 근방에서 나타나는 급격한 요동이 사라지게 된다. 이 현상은 Fig. 19의 비행속도와 비행경로각 및 Fig. 20의 받음각에서도 동일하게 나타나게 되는데, 식 (12)에서 분석되는 바와 같이 비행속도는 제트스트림의 변화율 \dot{w}_{wx} 의 영향을, 비행경로각은 \dot{w}_{wy} 와 \dot{w}_{wz} 의 영향을 받기 때문이며, 특히 선회비행시에 제트스트림의 영향을 크게 받는다 [7]. Matching 기법을 적용하여 얻은 최적비행궤적에서는 이러한 현상이 크게 저감되는데, 근본적인 원인은 임무고도까지 상승비행시 기존결과에 비해 heading을 변화없이 일정하게 유지하는 함으로써 선회비행을 최소화하기 때문이다. 두 번째 장점은 Matching 기법을 적용한 경우 비행선의 상승률이 커진다는 것으로, 기존결과에서는 임무고도 20 km까지 도달하는 시간이 3.08 hour가 걸리는데 반해, Matching 기법을 적용한 결과에서는 2.45 hour가 소요된다 (Fig. 18). 따라서, 제트스트림의 속도에 비해 최대 비행속도가 작은 성층권비행선의 경우는 최대한 제트스트림의 영향을 받는 고도영역을 빠르게 벗어나는 것이 유리하므로, 긍정적인 장점으로 적용된다. 이러한 원인은 Fig. 8(a)에서 확인할 수 있는 바와 같이 조종면 효과를 Matching 기법에 고려하였기 때문에 동일한 받음각에서 얻을 수 있는 양력이 기존결과에 비해 적어지게 된다 (상승시 $\delta_e < 0$). 따라서, 상승을 위해 부족한 양력을 받음각을 증가시켜 발생시키게 되는데, 받음각을 증가시키게 되면 Fig. 22에서처럼 항력이 적어지게 되므로 적어진 항력만큼 비행속도와 이용 추력이 증가하게 되므로 상승률이 커지게 된다. 3차원 최적비행궤적은 Fig. 23에 나타내었다.

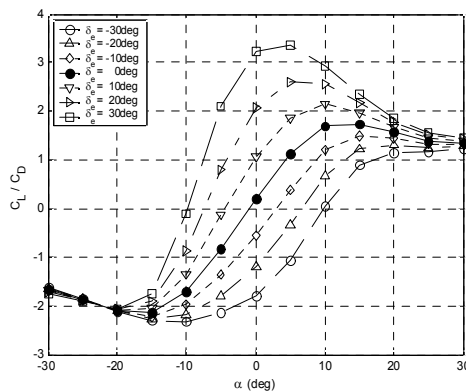


Fig. 22. Lift-to-drag ratio vs. angle-of-attack in matching model

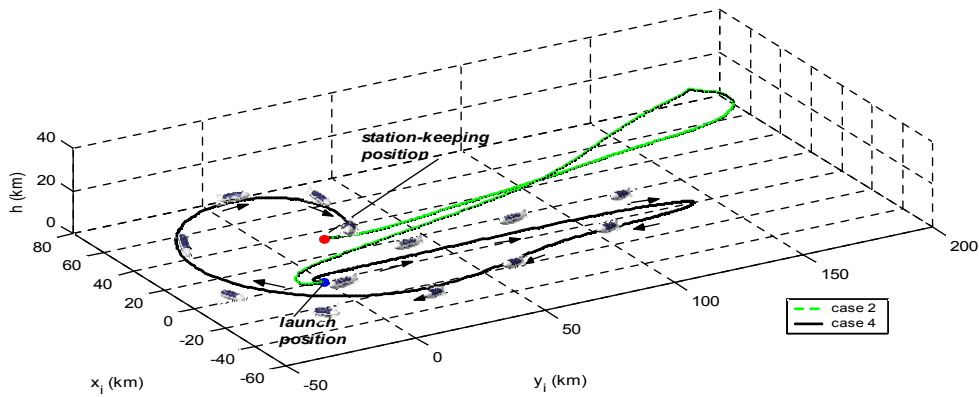


Fig. 23. Three-dimensional optimal trajectories for Case 2 and 4

VI. 결 론

본 논문에서는 성층권비행선의 비행궤적 최적화 문제와 비선형추종제어 문제사이의 모델간 상이성을 완화시킬 수 있는 새로운 최적궤적 생성 방법을 제안하였으며, 제트스트림의 영향을 고려하여 최적 비행궤적을 산출하고 기존결과와의 비교를 통해 제안된 기법의 장점을 분석하였다. 이를 위해 상대바람 좌표계를 통해 제트스트림의 영향을 고려할 수 있도록 질점운동방정식을 유도하였으며, 성층권비행선의 고유특성인 부력, 부가질량, 부력중심 이동 및 성능을 고려한 다양한 구속조건을 적용함으로써 정점체공 비행을 위한 3차원 최적 비행궤적을 산출하였다.

참고문헌

- 1) "Why Fly When You Can Float", The New York Times, July, 2008
- 2) Betts, J. T., "Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 2, 1998, pp. 193~205.
- 3) Hima, S. and Bestaoui, Y., "Motion Generation on Trim Trajectories for an Autonomous Underactuated Airship", *4th International airship Conference*, July 2002.
- 4) Bestaoui, Y., Hima, S., and Sentouh, C., "Motion Planning of a Fully Actuated Unmanned Air Vehicle", AIAA GN&C Conference, Austin, Texas, Aug. 2003.
- 5) 이상중, 방효충, 홍진성, "중고도 무인비행선의

궤적생성을 위한 운동방정식 유도 및 궤적최적화", 한국항공우주학회지, 제34권 5호, 2006, pp. 46~55.

- 6) Zhao, Y. J., Garrard, W. L. and Mueller, J., "Benefits of Trajectory Optimization in Airship Flights", *AIAA 3rd Unmanned Unlimited Technical Conference*, Sep. 2004.
- 7) Lee, S., and Bang, H., "Three Dimensional Ascent Trajectory Optimization for Stratospheric Airship Platform in Jet Stream", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 5, 2007, pp. 1341~1352.
- 8) Azinheira, J. R., Moutinho, A., and Paiva, E. C., "Airship Hover Stabilization Using a Backstepping Control Approach", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 29, No. 4, 2006, pp. 903-913.
- 9) Hygounenc, E., and Souères, P., "Automatic Airship Control Involving Backstepping Techniques", *2002 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 2002.
- 10) Lee, S. J., Lee, H. C., Won, D., and Bang, H., "Backstepping Approach of Trajectory Tracking Control for the Mid-Altitude Unmanned Airship", *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, AIAA, South Carolina, 2007.
- 11) Sighard, F. Hoerner, Fluid Dynamic Drag: Practical Information on Aerodynamic Drag and Hydrodynamic Resistance, Hoerner Fluid Dynamics, 1965.
- 12) Khoury, G. A. and Gillett, J. D. "Airship Technology", Cambridge University Press, 1999.
- 13) 옥호남, 장병희, 이윤교, 이상중, 이진우,

“50m 비행선의 부가질량 계산”, KARI-AD-TM-2002-009, 2002.

14) Hull, D. G., “Conversion of Optimal Control Problems into Parameter Optimization Problems”, *Journal of Guidance, Control,*

and Dynamics, Vol. 20, No. 1, 1997, pp. 57~60.

15) Lawrence, C., Zhou, J. L., and Tits, A. L., “User’s Guide for CFSQP (C code for Feasible Sequential Quadratic Programming) Version 2.5”, University of Maryland, 1997.