

論文

이차원 비대칭형 초음속 노즐 설계와 실험적 검증

김채형*, 성근민*, 정인석*, 최병일**, Toshinori Kouchi**, Goro Masuya**

Design and Experimental Verification of Two Dimensional Asymmetric Supersonic Nozzle

Chae-hyoung Kim*, Kunmin Sung*, In-Seuck Jeung*, Byoungil Choi**, Toshinori Kouchi** and Goro Masuya**

ABSTRACT

Most supersonic-flow test facility has axisymmetric nozzles or two-dimensional symmetric nozzles. Compared to these nozzles, a two-dimensional asymmetric nozzle has advantages of reducing low cost for various Mach number testing and undesirable flow structure such as shock wave reflection because the nozzle part can be directly connected to the test section part in this type of nozzle. The two-dimensional asymmetric nozzle, which was Mach number 2, was designed for supersonic combustion experiment. And it was verified with the numerical analysis and visualization of Mach wave. This study suggested the practical method for design and verification of supersonic two dimensional asymmetric nozzles.

초 록

일반적으로 초음속 유동 실험 장치에는 축대칭형 노즐이나 이차원 대칭형 노즐이 사용되고 있다. 하지만, 이차원 비대칭형 초음속 노즐은 상대적으로 가공비용이 저렴하며 노즐의 결합부에서 생기는 불필요한 충격파 생성을 줄일 수 있는 이점이 있다. 본 논문에서는 초음속 혼합기의 연소 실험을 위해 마하수 2의 비대칭 초음속 노즐을 설계하였다. 특성곡선해법을 이용하여 설계된 노즐에 대하여 수치해석을 수행하여 경계층보정을 하였으며 최종적으로 가공된 노즐에 대하여 마하파를 가시화 하는 실험을 통하여 노즐의 성능을 검증하였다. 이를 통하여 2차원 비대칭형 초음속 노즐의 설계와 검증 방법을 제시하였다.

Key Words : Supersonic Asymmetric Nozzle(초음속 비대칭 노즐), Method of Characteristics(특성곡선해법), Mach Wave(마하파), Boundary Layer Correction(경계층 보정)

1. 서 론

유도무기나 램제트 엔진, 스크램제트 엔진을 비롯한 고속 비행체의 지상실험을 위해서는 초음속 풍동장치가 필요하며, 가장 핵심이 되는 부분은 초음속 노즐이다. 초음속 노즐에 관한 내용은 여러 저서와 논문에서 소개되고 있으며[1-3] 대부분의 경우 이차원 대칭형 초음속 노즐과 축대칭

† 2009년 6월 1일 접수 ~ 2009년 8월 20일 심사완료

* 정회원, 서울대학교 기계항공공학부 항공우주신기술연구소 교신저자, E-mail : enjis@snu.ac.kr
서울시 관악구 관악로 599번지

** 정회원, 일본 동북대학교 항공공학과

형 초음속 노즐이 사용되고 있다.

이차원 비대칭형 노즐은 대칭형 노즐과 달리 한쪽은 평판이며, 다른 한쪽면에만 윤곽(contour)이 있는 노즐이다. 비대칭형 노즐은 윤곽이 있는 한쪽면만 교체하여 다른 마하수 유동을 만들 수 있어 다양한 마하수에 대하여 여러 노즐을 제작할 경우 가공비용이 절감되는 장점이 있다.

일반적인 초음속 노즐을 사용할 경우, 노즐 출구 시험부(test section)에 쐐기(wedge)를 이용하여 충격파를 가시화하여 마하수를 결정하거나 피토 튜브(pitot tube)를 이용해 압력값을 측정하여 실험과 동시에 유동의 값을 측정하게 된다. 이러한 방법은 실제 실험의 유동값을 동시에 측정하지 못하거나 실험유동에 간섭을 초래하게 된다. 하지만 비대칭형 노즐의 경우는 평판 쪽에 압력 센서를 부착하는 방법을 이용하여 실험 유동에 간섭을 최소화 하면서 노즐 유동의 내부 값을 측정할 수 있다는 장점이 있다[4].

또한 비대칭형 노즐은 곡면과 테스트 영역의 접합부를 하나로 줄일 수 있어 결합부에서 발생할 수 있는 압축과 같은 불필요한 유동 생성을 줄일 수 있는 장점이 있다. 본 연구에서는 이차원 비대칭형 초음속 노즐을 설계하고 검증하는 과정을 보였으며 이를 통해 소형, 저가의 초음속 노즐을 제작하려는 연구자들에게 체계적인 방법을 제시하고자 한다.

II. 본 론

2.1 초음속 노즐 설계

본 연구에서는 새로 개발된 초음속 혼합기 모델[5]의 연소실험을 위해 설계 마하수 2의 이차원 비대칭형 초음속 노즐을 설계하였다. 연소기의 냉각을 위한 방열판(heat sink)으로 황동 재질을 사용하여 제작하였으며, 특성곡선해법(Method of Characteristics)을 사용하여 비점성(inviscid) 노즐 형상을 설계하고 수치 해석을 통해 노즐 출구 경계층 두께를 계산하여, 비점성 노즐의 경계층 보정(boundary-layer correction)을 수행하였다. 초음속 노즐 설계는 다음 순서를 따른다.

가. 초음속 영역 설계

특성곡선해법의 기본 개념은 많은 유체역학 책들[1,2]에서 소개되고 있으며, 그 내용을 간단히 정리하면 다음과 같다.

초음속 유동장은 쌍곡선형 편미분 방정식(hyperbolic partial differential equation)에 의해 지배되며 이차원 초음속 유동장의 경우 2개의 특

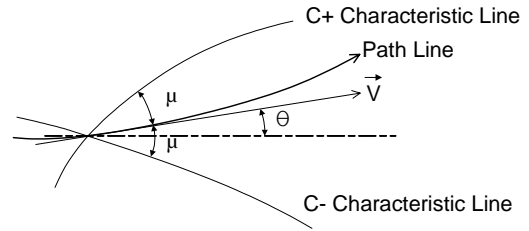


Fig. 1. Illustration of left- and right-running characteristic lines

성곡선(characteristic line)이 존재하게 된다. 두 특성곡선의 전파방향은 식 1과 같이 기술할 수 있으며 이것을 도시한 그림은 Fig. 1과 같다.

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{char} = \tan(\theta \mp \mu) \quad (1)$$

여기서, $\mu = \sin^{-1} \frac{1}{M}$, $M = Mach\ Number$

Fig. 1에서 $\theta + \mu$ 방향으로 전파하는 특성곡선을 C+특성곡선이라고 하며, $\theta - \mu$ 방향으로 전파하는 것을 C-특성곡선이라고 한다. 두 개의 특성곡선에 대하여 적합조건방정식을 구하면 다음과 같다.

C+특성곡선을 따라서,

$$d\theta = + \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (2)$$

C-특성곡선을 따라서,

$$d\theta = - \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (3)$$

가 성립하는데, 이 식을 적분하면 Prandtl-Mayer함수가 되며 두 개의 대수형 적합방정식(algebraic compatibility equation)으로 대치된다.

결과를 정리하면, C+특성곡선을 따라서

$$\theta + \nu(M) = const = K_- \quad (4)$$

가 성립하며, C-특성곡선을 따라서

$$\theta - \nu(M) = const = K_+ \quad (5)$$

이다. 여기서 $\nu(M)$ 은 Prandtl-Mayer함수이다.

C+특성곡선과 C-특성곡선을 따라 불변량 K_- 와 K_+ 가 각각 일정하므로 유동장 내의 C+특성곡선과 C-특성곡선의 교차점에서 유동장의 값을 결정할 수 있다.

특성곡선을 통해 유동장 값이 결정되면 노즐

형상을 이루는 각 좌표값들은 식 6, 7을 사용하여 구할 수 있다.

$$x_i = \frac{(A/A^*)_i - (A/A^*)_{i-1}}{2 \tan(\theta_{i-1})} y^* + x_{i-1} \quad (6)$$

$$y_i = (A/A^*)_i y^* \quad (7)$$

여기서, A^* : 노즐 목 면적,

y^* : 노즐 목에서의 y 좌표

설계 마하수 2에 대하여 노즐 목과 출구부의 면적비는 등엔트로피 관계식을 이용해서 구하면 1.687이 되며, 노즐의 설계에 사용된 조건은 Table 1과 같다. 일반적인 초음속 노즐의 형상은 Fig. 2와 같은데, 노즐 목에서 마하수가 1이 되며 (sonic line) 목을 지나 유동이 초음속으로 팽창하게 된다. 노즐 벽의 팽창각이 증가하는 source flow 영역(A)에서는 팽창파가 생겨서 하류로 퍼져나감에 따라 마하수가 증가한다. 노즐의 팽창각이 감소하는 부분(B)에서는 상류에서 흘러온 팽창파에 의해 유동은 계속 팽창하지만 노즐 벽면에서는 압축파가 생겨 상류에서 흘러온 팽창파를 상쇄시키는 역할을 한다. 노즐 목부터 생성된 팽창파는 노즐 후미에서 모두 상쇄되어야만 출구 영역(C)에서 균일한 성질의 유동을 얻게 된다. 팽창파와 압축파가 적절히 상쇄되지 못하면 충격파가 생기거나 유동의 성질이 균일하지 못하게 된다. 따라서 특성곡선해법을 이용해 노즐내부의 팽창파를 추적하고 그 팽창파를 상쇄시키도록 설계할 필요가 있다[1, 2].

나. 아음속 수축부 설계

아음부의 설계는 아음속 풍동이나 극초음속 풍동에 많이 사용되는 종형(bell type)의 수축부를 사용하였다[6].

Table 1. Nozzle design conditions

Geometry	2-Dimensional
Shape	Hyperbolic wall
Specific heat ratio	1.4
Exit Mach number	2.0
Radius of curvature at throat (mm)	35.6
Ratio radius of curvature/throat radius (R_c/r')	2
Subsonic contraction angle	45°

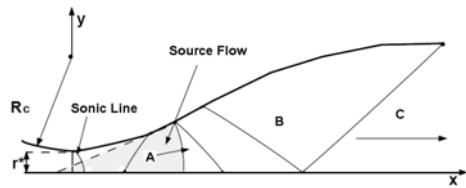


Fig. 2. Nozzle geometry concept

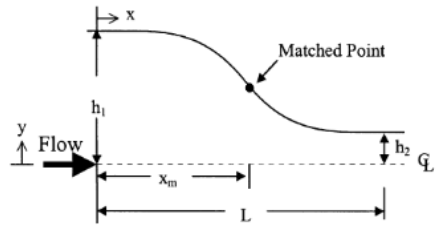


Fig. 3. Schematic of concentration

초음속 노즐의 아음속 수축부 설계에서는 Fig. 2에서와 같이 곡률 반지름(R_c)을 주게 되며 이때 곡률 반지름은 수축각(일반적으로 30°, 45°)을 고려하여 설계자가 임의로 설계를 하게 된다[7]. Morel 식은 Fig. 3에서와 같이 matched point가 있으며, 이를 중심으로 곡선이 대칭을 이루며 그 형상이 종과 같은 모양을 가지게 된다. 주로 아음속 풍동과 극초음속 풍동에 많이 사용되며, 초음속 풍동의 경우는 matched point에서 오히려 유동 분리가 생기는 등 유입 유동이 불안정한 문제가 있다[6]. 본 연구에서는 matched point를 없애어 수축부의 길이를 줄였고, 이때 만들어진 수축부 곡면의 곡률 반경은 약 35.6 mm이며, 수축각은 45도로 참고문헌[7]에서 보인 수축부의 형상과 유사하다. 이를 통해 초음속 노즐의 수축부 설계를 위한 이론식을 얻을 수 있으며, 그 식은 Morel의 식을 변형한 식 8과 같다.

$$y = h_1^* \left[1 - \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right] \quad (8)$$

여기서, h_1 : 노즐 유입구 높이

다. 경계층 보정

경계층 보정법은 수치해석기반의 경계층 보정 기법이 적용된 Sivell의 특성곡선해법 코드[8]가 초음속 및 극초음속 노즐 설계에 널리 사용된다. 하지만 Sivell의 코드도 완벽하게 일정한 출구 유동 구현을 하지 못하고 있으며, Evvard와 Marcus의 노즐 설계법이 보다 정확한 노즐 완성도를 보이고 있다[9]. Evvard와 Marcus의 설계법은 특성곡선해법을 통해 비점성 노즐 형상을 설

계하며, 실험을 통해 얻은 경계층 성장 두께를 노즐 설계에 적용하는 방법이다[10]. Evvard와 Marcus의 실험을 통한 경계층 보정법은 현재는 수치적 실험을 통한 보정으로 그 방법이 변형되어 수행되고 있다[9, 11].

본 연구에서는 Evvard와 Marcus의 노즐 설계 기법을 따르며, CFD-Fastran 코드를 사용하여 이차원 수치적 실험을 통해 노즐 출구에서의 경계층 두께(0.99U)를 계산하며 경계층 보정을 하였다[11]. 수치해석에 사용된 입력값은 Table 2에 정리하였으며, 노즐 격자는 Fig. 4와 같으며 벽면에서의 격자 간격은 1 μ m이다. 출구 조건은 외삽법(extrapolation)을 사용하였으며, 수렴오차가 10⁻⁶이 될 때까지 계산을 수행하였다.

점성을 고려하지 않고 설계한 노즐 형상을 난류모델[12]을 적용한 수치 계산을 수행하여 노즐

출구부분에서 윗면과 아랫면의 변위경계층을 산출한다. 이렇게 얻어진 윗면과 아랫면의 노즐 출구 변위 경계층 값을 식 9에 대입하면 윗면과 아랫면의 각 점에서의 경계층 보정값을 구할 수 있다[11].

$$y_{total} = y_{inviscid} + \frac{x}{x_D} \delta_D^* \quad (9)$$

여기서, x_D : 노즐 목에서 출구까지 거리

δ_D^* : 노즐 출구에서의 변위 경계층

노즐 목을 지나면서 유동의 성질은 아음속에서 초음속으로 바뀌게 되며, 일반적으로 노즐 목에서의 경계층 두께는 0으로 가정한다[13]. 실험적, 수치적 계산 결과에 대한 참고문헌[4, 7, 9, 11, 12]에서 이 가정은 타당하며, 이 가정을 토대로 식 9를 사용하여 노즐의 경계층을 보정할 수 있다.

비대칭형 노즐에서 아랫면은 평판으로 유지해야 하므로 식 9로 얻은 아랫면의 보정값은 윗면에 적용하여 보정하게 된다. 경계층 보정을 거치면 Fig. 5와 같이 노즐 형상이 바뀌게 된다. 아랫면 경계층 보정 값은 윗면의 노즐 곡면에 적용하였기 때문에 평판의 형상적 변화는 없으며, 윗쪽 곡면의 높이만 증가하게 된다. 실제 노즐에서는 노즐의 위, 아래뿐만 아니라 좌, 우측 벽면에서도 경계층이 성장하므로 앞서 계산된 평판의 경계층 보정 값을 3배로 하여 보정 값을 적용한다.

Table 2. CFD Input conditions

Total pressure	101 kPa
Total temperature	295.5 K
Velocity (U)	510 m/s
Gas	Air
Vacuum tank pressure	5 kPa
Turbulence Model	Baldwin&Lomax

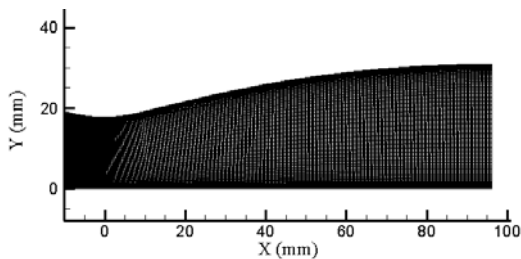


Fig. 4. Grid of supersonic nozzle

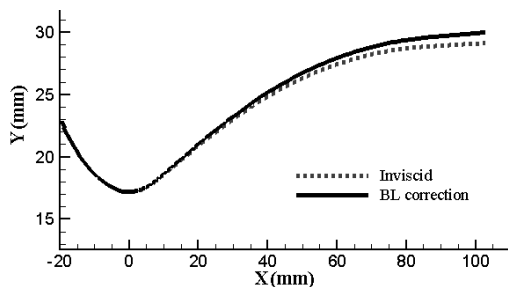


Fig. 5. Upper nozzle contour

2.2 초음속 노즐의 성능 검증

가. 수치적 방법을 통한 검증

경계층 보정을 통해 설계된 노즐을 제작에 앞서 수치적 방법을 통해 성능을 검증하였다. Fig. 6은 노즐 출구의 마하수를 노즐 높이 방향에 대하여 그린 그래프이며 경계층 보정을 통하여 설계 마하수 2를 만족하는 것을 볼 수 있다. Fig. 7은 노즐 단면의 등마하수선도이며 노즐 출구면에서 마하수 2의 유동이 균일하게 분포하는 것을 볼 수 있다. 수치적 방법을 통해 계산된 노즐 출구 유동 값들은 실험적 검증을 통해 차후 풍동 실험의 입구유동 조건으로 사용할 수 있다.

나. 실험적 방법을 통한 검증

초음속 노즐 검증 실험은 흡입식(suction type) 초음속 풍동장치로 실험을 수행하였다. 초음속 노즐의 좌우측 벽면의 경계층 성장을 고려한 최종적인 노즐의 형상은 Fig. 8과 같으며, 불필요한 유동 생성을 없애기 위해 평판과 노즐의 결합 부분은 노즐 목 이전 5 mm 지점에 존재한다.

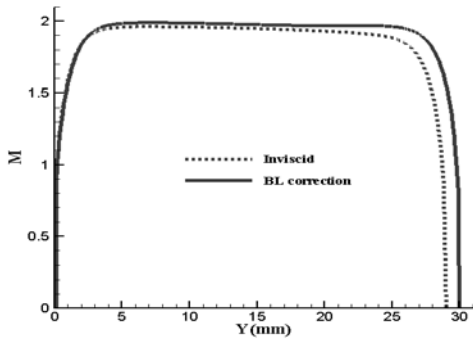


Fig. 6. Mach no. at nozzle exit

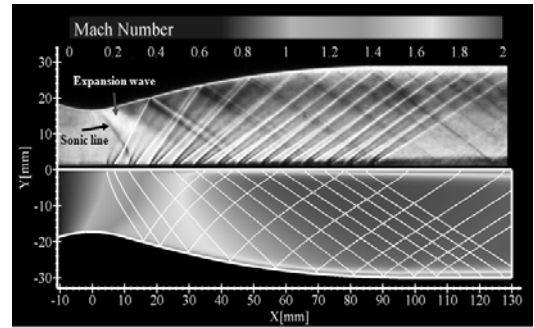


Fig. 10. Mach waves and characteristic lines

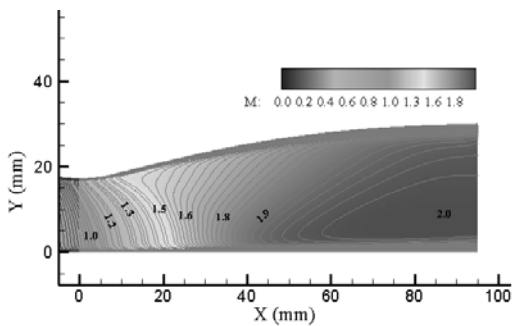


Fig. 7. Mach no. contours of nozzle

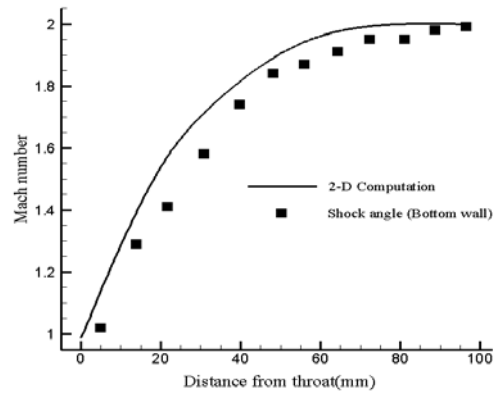


Fig. 11. Mach waves and characteristic lines

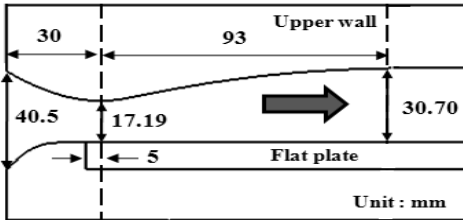


Fig. 8. Supersonic nozzle conditions

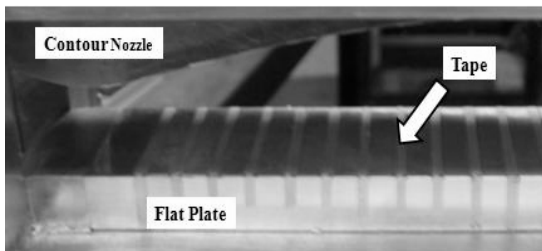


Fig. 9. Supersonic nozzle and adhesive tape

초음속 풍동의 작동 조건은 앞서 제시한 Table 2의 수치 계산의 입력 조건과 같다. 초음속 노즐의 성능 검증을 위해 California Institute

of Technology에서 수행된 방법[14]을 참고하여 마하파 가시화를 수행하였다. Fig. 9에서와 같이, 폭 2 mm, 두께 0.1 mm 투명 테이프를 노즐 목에서 5 mm 지점부터 5 mm 간격으로 노즐아래 벽면에 붙였으며 초음속 유동에서 테이프의 미세한 높이차에 의해 마하파가 발생한다. Fig. 10은 노즐 내부 유동을 가시화 한 슐리렌사진과 수치해석 결과를 비교한 것이다. 사진의 위부분이 슐리렌 이미지이며 아랫부분이 수치해석을 통한 마하수 분포와 특성곡선을 나타낸다. 슐리렌 이미지를 통해 노즐목 부분에서 형성되는 음속 라인(sonic line)과 팽창파(expansion wave)를 볼 수 있으며 노즐 목에서부터 경계층이 성장하는 것을 확인할 수 있다. 테이프가 있는 자리에서 마하파(Mach wave)가 형성되는 것을 볼 수 있다. 마하파 가시화 사진과 수치계산으로 얻은 특성곡선을 비교했을 때 두 곡선이 잘 일치하고 있는 것을 볼 수 있다.

$$M = \frac{1}{\sin \mu} \quad (10)$$

식 10을 사용하면 노즐 아래벽면에 부착된 테이프에서 형성되는 마하파의 각도로부터 노즐 각 지점의 마하수를 계산할 수 있으며 Fig. 11은 식 10을 통해서 구한 노즐의 마하수 분포와 수치해석결과를 비교한 그래프이다. 수치해석 결과와 실험 결과가 유사하게 분포하는 것을 볼 수 있으며, 두 값 모두 노즐 출구부에서 설계 마하수 2를 만족하는 것을 확인할 수 있다. 실험과 수치적 기법을 통한 노즐 성능 검증을 통하여 본 연구의 설계절차가 올바름을 확인할 수 있으며 이 상에서 제시된 방법을 적용하여 다른 마하수의 이차원 비대칭형 노즐의 설계가 가능하다.

III. 결 론

본 논문에서는 이차원 비대칭 노즐의 설계와 성능 검증에 대한 내용을 제시하였다. 노즐의 경계층 보정 방법 중에서 Evvard와 Marcus의 경계층 보정 방법을 수치해석 실험에 적용하여 초음속 노즐의 경계층 보정을 하였다. 설계된 노즐에 대하여 수치 해석적 방법과 실험적 방법을 통해 성능을 검증하였으며, 두 가지 방법의 결과가 거의 일치하며 설계조건을 만족하는 것을 확인하였다. 따라서 수치해석적 방법을 통해 계산된 노즐 출구의 유동값들은 차후 실험의 입구유동 조건으로 사용될 수 있으며, 본 논문에서 제시한 초음속 노즐 설계 방법의 타당성을 입증하였다.

초음속 노즐의 곡면은 설계뿐만 아니라 가공에서도 어려운 점이 많으며 제작비용의 증가요인이기도 하다. 이차원 비대칭형 초음속 노즐은 한쪽면만 곡면이므로 제작비가 절감되어 여러 가지 마하수가 필요한 실험에 적합하다. 또한 설계 외 유동을 줄이는데도 유리하며 노즐 유동을 측정하기에도 유리한 점이 있다. 하지만 이차원 비대칭형 노즐에 대한 설계 방법이나 이에 대한 수치적, 실험적 검증에 대해서는 많이 보고된 바가 없다. 따라서 본 논문은 이런 노즐을 설계하고자 하는 연구자에게 지침서로 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 서울대학교와 일본 동북대학교의 공동 연구 결과이며, 2009년도 2단계 두뇌한국 21사업과 국제과학기술협력재단/한이태리 협력기반조성사업(K20713000013-07B0100-01310)의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 1) 노오현, 최신 압축성 유체역학, 희중당, 1990.
- 2) Anderson, J. D. Jr., Modern Compressible Flow with Historical Perspective, McGraw Hill, 1990.
- 3) 이진호, 허철준, 배기준, 배영우, 변영환, 이재우, 장조원, "교육용 초음속 풍동 개발 및 성능 검증에 관한 연구", 한국항공우주학회지, 제32권 제 8호, 2004, pp. 129-137.
- 4) Pierce, D., "A simple flexible supersonic wind tunnel nozzle for the rapid and accurate variation of flow Mach number", Aeronautical research council current papers no. 865, 1967.
- 5) 김채형, 정인석, "초음속 유동 내 벤트 혼합기의 형상적 특성에 따른 성능 연구", 한국항공우주학회지, 37권 1호, 2008, pp. 69-75.
- 6) Fang, F., "A Design Method for Contractions with square End sections", Transactions of the SAME Vol. 119, 1997, pp. 454-458.
- 7) Back, L. H., Massier, P. F., and Giers, H. L., "Comparison of Measured and Predicted Flows through Conical Supersonic Nozzles, with Emphasis on the Transonic Region", AIAA Journal Vol. 3, No. 9, 1965, pp. 1606-1614.
- 8) Sivells, J. C., "Aerodynamic Design of Axisymmetric Hypersonic Wind Tunnel Nozzles", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 7, 1970, pp. 1292-1299.
- 9) Joseph, C. Y. and William, R. M., "An Inviscid Supersonic Nozzle Design Approach to Perfect Flow Uniformity for Wind Tunnel Applications", AIAA 2008-7059.
- 10) Evvard, J. C., and Marcus, L. R., "Achievement of Continuous Wall Curvature in Design of Two-Dimensional Symmetric Supersonic Nozzles", NACA TN 2616, 1952.
- 11) Jacobs, P. A., and Stalker, R. J., "'Mach 4 and Mach 8 Axisymmetric Nozzles for a High-Enthalpy Shock Tunnel", " The Aeronautical Journal, Vol. 95, No. 949, 1991, pp. 324 - 334.
- 12) Christopher S. Craddock, B. E., "Computational Optimization of Scramjets and Shock Tunnel Nozzles", Ph.D. Dissertation,

Department of Mechanical Engineering, The University of Queensland, 1999.

13) McCabe, A., "Design of a Supersonic Nozzle" Aeronautical Research council reports and Memoranda, Ministry of aviation, 1967.

14) El-Naggar, M. Y., Klamo, J. T. , Tan, M.-H. , and Hornung, H. G. , "Experimental Verification of the Mach Number Field in a Supersonic Ludwig Tube", AIAA Journal, Vol. 42, No. 8, 2004, pp. 1721-1724.