

## 論文

## 등저추력과 가변저추력을 이용한 지구-달 천이궤적 설계

송영주\*, 박상영\*, 최규홍\*, 심은섭\*\*

Optimal Earth-Moon Trajectory Design using  
Constant and Variable Low Thrust

Young-Joo Song\*, Sang-Young Park\*, Kyu-Hong Choi\* and Eun-Sup Sim\*\*

## ABSTRACT

For preparing Korean lunar missions, optimal Earth-Moon transfer trajectory is designed using continuous low thrust. Using both constant and variable low thrusting method, "End-to-End" mission analysis is made from beginning of the Earth departure to the final lunar arrival. Spacecraft's equations of motion is expressed using N-body dynamics including the gravitational effects due to the Earth, Moon, Sun and also with Earth's  $J_2$  effects. Planets' exact locations are computed accurately with JPL's DE405 ephemeris. As a results, optimal thrust steering angle's characteristics are discovered which showed almost tangential direction burns at the near of central planets. Also, it is confirmed that variable low thrusting method is more efficient than constant thrusting method, and can save about 5% of fuel consumption. Presented algorithm and various results will give numerous insights into the future Korea's Lunar missions using low thrust engines. Also, it is expected to be used as a basis of more detailed mission analyzing tool.

## 초 록

우리나라의 달탐사를 위하여, 저추력을 이용한 최적의 지구-달 천이궤적 설계를 진행하였다. 탐사선의 추력 형태는 등저추력과 가변저추력 모두를 적용하였으며 각각에 대한 탐사선의 지구 출발부터 달 포획에 이르는 전반적인 모든 단계에 대한 비행 궤적이 설계되었다. 보다 실질적인 우주 환경의 모사를 위하여 행성의 정밀 위치는 JPL의 정밀 천체력인 DE405 천체력을 이용하였으며 지구, 달, 태양의 중력에 의한 섭동과 지구  $J_2$ 항에 의한 영향을 포함한 N-체의 동력학 방정식이 사용되었다. 탐사선이 지구 근처에 있을 때, 추력의 방향각은 항상 거리의 접선방향이고, 가변저추력을 이용한 경우가 등저추력을 이용한 경우보다 연료를 약 5% 정도 더 절감할 수 있음을 확인하였다. 본 연구에서 구현 및 제시된 저추력을 이용한 최적의 달 탐사 임무 설계 알고리즘과 그 결과는 미래 한국의 달 탐사를 대비하는데 있어서 많은 사전 지식을 제공할 것이며 장차 심화된 임무 설계를 위한 알고리즘의 기반으로 사용될 수 있다.

**Key Words** : Lunar Mission Design(달탐사 임무 설계), Optimal Trajectory(최적 궤도), Constant Low Thrust(등저추력), Variable Low Thrust(가변저추력)

† 2009년 5월 18일 접수 ~ 2009년 8월 19일 심사완료

\* 정회원, 연세대학교 천문우주학과

교신저자, E-mail : spark@galaxy.yonsei.ac.kr

서울시 서대문구 신촌동 134번지

\*\* 정회원, 한국항공우주연구원

## I. 서 론

현재까지 이루어진 대부분의 우주 탐사 임무는 순간 고추력(impulsive high thrust)엔진을 이

용하여 진행 되었다[1]. 하지만 현재 국제적으로 우주 탐사에 있어 크게 주목을 받고 있는 탐사선의 추진 방법은 지속적인 저추력(continuous low thrust)을 이용하여 임무를 수행하는 경우이다. 저추력 엔진을 이용한 궤도 천이에 대한 연구는 이미 지난 60년대부터 이루어져 왔으며 [2,3] 달 탐사 역시 저추력 엔진을 이용하여 임무 수행이 가능하다. 저추력을 이용한 탐사선의 비행 궤적은 매우 약한 지속적인 추력으로 인하여 그 형태가 나선형(spiral)모습을 띄는 것이 특징이다. 또한 저추력 엔진을 이용하여 달 탐사 임무를 설계할 경우, 매우 높은 비추력(specific impulse)값을 갖는 엔진의 특성으로 적은 양의 연료로도 많은 양의 탑재체를 달로 운반할 수가 있다는 장점이 있다. 하지만 수십일 혹은 수백일에 이르는 오랜 임무 수행 기간(TOF: Time of Flight)이 요구된다는 단점과 함께 탐사선이 반 앨런 복사대(Van allen belts)에 머무는 기간 역시 길어지게 됨으로써 관련 장치들의 안정적인 운영에 대한 문제도 반드시 고려되어야 한다는 단점이 있다. 저추력을 이용한 행성 탐사 임무 설계는 다시 추력의 형태에 따라서 “등저추력(constant low thrust)”과 “가변저추력(variable low thrust)”을 이용한 경우로 분류가 가능하다. 가변저추력을 행성 탐사 임무에 응용할 경우, 등저추력 비하여 약 5~15%의 추가적인 연료 절감 효과가 있는 것으로 나타났다[4]. 하지만 가변저추력의 경우, 엔진 운영에 있어서 시간에 따라 지속적으로 추력의 크기를 정밀하게 조절해 주어야 한다는 어려움이 따른다. 이는 곧 생성되는 추력 크기가 시간에 따라 가변이 가능하도록 해야 하는 추력기의 개발 기술과 함께 가변 추력을 생성하기 위한 전력계의 개발과도 직결이 되는 어려움이다.

등저추력을 이용한 달 탐사선의 임무 설계에 대한 선행 연구는 이미 많이 이루어 졌다. Russell et al. [5]은 태양 전기 추진(Solar electric propulsion)을 이용한 다양한 달 탐사 방법에 대하여 논하였다. Enright 과 Conway [6] 는 2체 문제를 가정하고 다양한 최적화 방법 중 병치법(collocation method)을 적용, 연료 최적의 지구-달 천이 비행 궤적 설계에 대한 연구를 진행하였다. Pierson과 Kluever [7]는 제한 3체 문제(restricted three-body problem)를 가정하고 2차원(2-dimensional)의 LEO(Low Earth Orbit)부터 LLO(Low Lunar Orbit)까지의 연료 최적화 문제를 구현하였다. 이후 그들은 이 문제를 3차원의 궤도 천이 문제로 확장시켰으며[8], 전체 임무 기간이 약 70일에 이르는 지구-달 천이이 비

행체적의 최적해를 도출하였다[9]. Herman과 Conway [10]는 지구와 달의 섭동력을 동시에 고려하고 실제 달 궤도의 천체력을 이용, 보다 실질적인 최적의 비행 궤적해를 도출하였다. Betts와 Erb [11]는 유럽우주국의 달 탐사선인 SMART-1의 임무 설계를 위하여 정밀 천체력인 JPL's DE405를 이용, GTO(Geostationary Transfer Orbit)에서부터 달 고타원 궤도(high elliptic lunar orbit)에 이르는 최적의 비행 궤적을 설계하였다. 이 연구에서는 보다 실질적이고 정확한 임무 설계를 위하여 지구, 태양, 달의 중력에 의한 섭동력과 함께 지구의  $J_2$ 에 의한 섭동력을 동시에 고려하였다. 실제로 지난 2003년에 성공적으로 발사된 SMART-1은 지구에서 달까지 도달하는데 약 1.5년이라는 시간이 소요되었지만 전체 탐사선의 질량대비 연료량은 약 20% 수준에 그쳐 매우 높은 효율을 자랑하였다[12]. 실제로 대부분의 저추력을 이용한 우주 탐사 임무(NASA의 Deep Space 1 임무[13], Dawn Mission [14], ESA의 SMART-1 [12], JAXA의 Hayabusa 임무 [15] 등)는 약 65~80%에 이르는 매우 높은 최종 질량비(Final Mass Fraction)를 보이고 있다.

추력의 크기가 시간에 따라 변하는 가변 저추력 엔진의 경우, 현재 실질적인 엔진의 개발에 대한 연구가 한창 진행 되고 있다. 기존의 홀 추력기(Hall thruster)의 성능을 개선하는 연구[16-18]와 함께 새로운 개념의 가변 저추력 엔진인 V-ASIMR(Variable Specific Impulse Magnetoplasma Rocket)에 대한 연구 [19,20]가 활발히 이루어지고 있다. 가변 저추력 엔진을 이용한 미래의 임무 설계의 경우, Kluever [21]와 Casalio and Colasurdo [22]가 지구 정지 궤도 천이 문제에 있어서의 가변 저추력 엔진의 장점에 대한 연구를 진행 하였으며 Casalio and Colasurdo [23]의 연구에서는 수성, 금성 그리고 화성 탐사 임무에 있어서 가변 저추력 엔진의 효율성을 다루었다. 가변 저추력 엔진을 응용한 미래의 가상 임무에 대한 설계로는 유인 화성 탐사선에 대한 임무 설계[24-26], 목성의 위성인 칼리스토(Callisto) 탐사선의 임무 설계[27] 및 달 탐사 임무 설계 [28-30]에 대한 연구가 이루어진바 있다. 또한 미래의 가변 저추력 엔진인 VASIMR 엔진을 응용하여 지구 충돌 천체의 궤도를 변경[31-33]하는 연구 및 충돌 천체와의 랑데부[34]에 대한 연구도 진행 되었다.

앞서 살펴본 바와 같이 저추력을 이용한 미래의 달 탐사 임무 또는 행성 탐사 임무에 대한 사

전 연구는 국제적으로 이미 많이 진행이 되어 왔다. 하지만 이러한 국제적인 분위기 속에 저추력을 이용한 국내의 달 탐사에 대한 관련 연구는 매우 부진한 상황이며 미래 한국의 심우주 탐사 기술의 발전을 위해서라도 반드시 선행 연구가 이루어져야 하는 부분이다. 국내의 연구로는 저추력기를 이용한 지구-달 궤도간의 최적의 지구 탈출 궤적 연구[35]가 진행이 된 바 있으나 이 연구는 2차원의 이체 운동 방정식을 적용하였다. 달 진입을 위한 최적의 궤적 설계 [36] 연구 역시 2차원의 이체 운동 방정식이 적용되었다. 하지만 저추력을 이용한 실제 임무를 대비하기 위해서는 보다 확장된 연구의 진행 즉, 실제 우주 환경에서 탐사선이 경험하게 되는 섭동력의 영향이 최대한 고려된 우주 환경의 모사가 요구된다. 또한 지구 출발부터 임무 수행 궤도에 진입하는 단계까지 전반적인 모든 임무 단계에 대한 설계가 실제 달의 궤도 운동을 고려하여 이루어 져야 한다. N-body 운동 방정식(태양, 지구, 지구 J<sub>2</sub>, 달의 섭동력 포함)을 이용한 달 탐사 임무 설계의 경우, 지구 출발부터 달 도착에 이르는 임무의 전반적인 모든 설계가 등저추력을 이용하여 실시된바 있다[37]. 하지만 참고문헌 [37]은 등저추력에 대한 내용만 포함하고 있어 가변저추력을 이용한 임무를 설계하고 그 설계 결과를 직접 비교/분석하여 보는 과정이 추가적으로 요구된다. 따라서 본 연구는 참고문헌[37]의 연구에 이어 가변 저추력을 이용한 경우에 대한 추가적인 임무 설계 및 분석을 실시함으로써 저추력을 이용한 달 탐사 임무 설계 연구를 더욱 확장시켰다. 본 연구는 미래 한국의 저추력을 이용한 달 탐사 임무에 대비한 사전 연구의 일부분으로 진행 되었다. 이에 구현된 알고리즘은 추후 추가적인 보완 및 확장 작업이 요구되며 이를 통하여 보다 심화된 한국형 임무 설계 알고리즘으로 거듭 날 것이다. 본 연구를 통하여 구현된 알고리즘과 결과 분석을 통하여 제시된 다양한 임무 특성 및 파라미터는 우리나라의 저추력을 이용한 달 탐사 임무 설계에 있어서 많은 사전 도움을 줄 것이다.

## II. 동역학 방정식의 구성

일반적으로 저추력 엔진을 이용한 달 탐사선의 비행 궤적은 크게 3단계로 구분되어진다. 1단계(Phase 1)는 추력을 이용하여 탐사선이 지구를 탈출(powered Earth escape)하는 궤적이며 2단계(Phase 2)는 추력없이 탐사선이 자유비행(coasting arc)을 하여 달을 향하는 단계이다. 마지막 단계인 3단계(Phase 3)는 탐사선이 달의 작

용권구에 진입한 뒤 다시 추력을 이용하여 달에 포획(powered Lunar capture) 되어 목표하는 임무 수행 궤도에 진입하는 단계이다. 행성의 중력에 의해 강한 영향을 받는 단계인 1,3단계에서는 탐사선의 속도를 증가 또는 감속시키기 위하여 추력을 사용하게 되며 탐사선의 속도가 충분히 증가된 상황, 즉 2단계에서는 엔진을 끈 상태로 자유비행을 하여 연료 사용을 최소화 하게 된다 [30, 38]. 이와 같은 엔진의 운용 방법(on-off-on)은 이미 궤도 천이 문제에 있어서 연료를 최적화 하는 방법으로 널리 알려져 있다. 저추력 엔진을 탑재한 탐사선의 운동방정식은 식(1~3)과 같이 수정 평분 궤도 요소 (Modified Equinoctial Orbital Elements)를 이용하여 표현이 가능하다.

$$\mathbf{y}^T = [p, f, g, h, k, L] \tag{1}$$

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}(\mathbf{y})\Delta + \mathbf{b} \tag{2}$$

$$\dot{m} = -\frac{2\epsilon P}{g_0^2 I_{sp}^2} \tag{3}$$

식(1)과 (2)는 수정 평분 궤도 요소를 이용하여 표현된 탐사선의 상태벡터(위치와 속도벡터)  $\mathbf{y}$ 와 그 변화율  $\dot{\mathbf{y}}$ 을 의미하고,  $\dot{m}$ 은 탐사선의 질량 변화율을 의미한다. 또한  $p, f, g, h, k, L$ 은 각각 수정 평분 궤도 요소를 구성하는 궤도 요소이며,  $m$ 은 탐사선의 질량,  $I_{sp}$ 는 비추력,  $\epsilon$ 는 엔진 효율,  $P$ 는 엔진 파워,  $g_0$ 는 지구중력가속도를 각각 의미한다. 수정 평분 궤도 요소는 해당 궤도의 이심률(eccentricity)이 0인 경우와 궤도 경사각(inclination)이 0°, 90° 인 경우에 대하여 특이점 없이 원, 타원, 쌍곡선 궤도에 이르기 까지 모든 궤도의 해석이 가능함으로 궤도 최적화 문제에 널리 이용되고 있다[39].

식(1)에서 보여진 수정 평분 궤도 요소와 일반적인 궤도 요소(classical orbital element)와의 상호 관계는 식(4)와 같다.

$$p = a(1 - e^2) \tag{4a}$$

$$f = e \cos(\omega + \Omega) \tag{4b}$$

$$g = e \sin(\omega + \Omega) \tag{4c}$$

$$h = \tan(i/2)\cos\Omega \tag{4d}$$

$$k = \tan(i/2)\sin\Omega \tag{4e}$$

$$L = \Omega + \omega + \nu \tag{4f}$$

이때 식(4)에서  $p$ 는 궤도 통경(semilatus rectum);  $a$ 는 궤도 장반경(semimajor axis);  $e$ 는 궤도

이심률(eccentricity);  $i$  는 궤도 경사각(inclination);  $\omega$  는 근점 이각(argument of periastris);  $\Omega$  는 승교점 이각(longitude of ascending node);  $v$  는 진근점 이각 (true anomaly) 이다. 식(2)에서 정의된 벡터  $\mathbf{A}$ 와  $\mathbf{b}$ 는 식(5)와 (6)으로 정의된다.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2p}{q} \sqrt{\frac{p}{\mu}} & 0 \\ \sqrt{\frac{p}{\mu}} \sin L & \sqrt{\frac{p}{\mu}} (q+1) \cos L + f - \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{g}{q} \{h \sin L - k \cos L\} \\ -\sqrt{\frac{p}{\mu}} \cos L & \sqrt{\frac{p}{\mu}} (q+1) \sin L + g - \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{f}{q} \{h \sin L - k \cos L\} \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{s^2 \cos L}{2q} \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{s^2 \sin L}{2q} \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{1}{q} \{h \sin L - k \cos L\} \end{pmatrix} \quad (5)$$

식(5)에서  $\mu$ 는 탐사선이 비행하고 있는 중심 행성의 중력상수이며 식(7)을 통해 식(5)와 식(6)이 완성된다.

$$\mathbf{b}^T = \left[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \sqrt{\mu p \left( \frac{q}{p} \right)^2} \right] \quad (6)$$

$$q = 1 + f \cos L + g \sin L \quad (7a)$$

$$s^2 = 1 + x^2 \quad (7b)$$

$$x = \sqrt{h^2 + k^2} \quad (7c)$$

식(2)에서 정의된  $\Delta$ 는 식(8)과 같다.

$$\Delta = \mathbf{a}_{J_2} + \mathbf{a}_{\text{sun}} + \mathbf{a}_{\text{moon}} + \mathbf{a}_{\text{TST}} \quad (8)$$

이때  $\mathbf{a}_{J_2}$ ,  $\mathbf{a}_{\text{sun}}$ ,  $\mathbf{a}_{\text{moon}}$ ,  $\mathbf{a}_{\text{TST}}$ 는 각각 지구  $J_2$ 영향에 의한 가속도, 태양에 의한 중력 가속도, 달에 의한 중력 가속도를 나타내며 RTN(Radial-Tangential-Normal) 좌표에서 표현된 값들이다.  $\mathbf{a}_{\text{TST}}$ 는 등저추력 혹은 가변 저추력에 의한 가속도를 의미하고 다음의 식(9)와 같이 표현이 가능하다.

$$\mathbf{a}_{\text{TST}} = \frac{T}{m} \hat{\mathbf{u}}(t) \quad (9)$$

여기서  $\hat{\mathbf{u}}(t)$ 는 추력에 의한 가속도의 단위벡터이며 다음 식(10)과 같이 정의된다.

$$\hat{\mathbf{u}}(t)^T = [u_r, u_t, u_n] \quad (10)$$

추력의 크기  $T$ 는 식 (11)을 통해서 산출 될 수 있으며,

$$T = \frac{2\epsilon P}{I_{sp} g_0} \quad (11)$$

식 (11)에서 정의된 변수들은 식 (3)에서 정의된 변수와 동일한 의미를 갖는다. 탐사선의 추력 형

태가 등저추력인 경우는 식 (11)의  $I_{sp}$  값이 동일하게 유지되기 때문에 항상 추력의 크기가 일정한 값을 갖게 된다. 가변 저추력의 경우는 해당  $I_{sp}$  값에 따라 추력의 크기가 변하게 된다. 시간에 따라 지속적으로 변화하게 되는 저추력의 방향을 나타내는 추력의 방향각 즉, 등평면(in-plane)방향각  $\alpha(t)$ 와 이평면(out-of-plane)방향각  $\beta(t)$  각각 식(12)를 통하여 산출이 가능하다.

$$\alpha(t) = \tan^{-1}(u_r, u_t) \quad (12a)$$

$$\beta(t) = \sin^{-1}(u_n) \quad (12b)$$

앞서 설명된 등평면 방향각  $\alpha(t)$ 와 이평면 방향각  $\beta(t)$ 는 각각 탐사선이 해당 행성의 중심으로 비행시 표현되는 RTN 좌표계 ( $\mathbf{a}_{RTN}$ ) 기준이다. 지금까지 보여진 탐사선의 운동방정식은 지구 중심 관성 좌표계(E-EME2000; Earth centered Earth Mean Equator and equinox of epoch J2000)를 기반으로 기술되었다. 탐사선이 달에 포획되는 단계인 Phase 3에 접어들면 탐사선의 운동방정식은 앞서 설명된 방법과 동일한 방법을 이용하여 기술 될 수 있다. 하지만 이때의 중심 행성은 달이며 좌표계 역시 달의 적도면과 달의 자전축을 기준으로 표현된 좌표계 즉, 달 중심 관성 좌표계(L-LME2000; Lunar centered Lunar Mean Equator and IAU vector of epoch J2000)를 이용한다.

### III. 최적해 도출을 위한 조건

본 연구를 통하여 구현된 알고리즘은 미국의 Boeing Company에서 개발한 SOCS (Sparse Optimal Control Software)를 이용, 지구-달 천이 비행 궤적을 최적화 하였다. SOCS는 다양한 최적화 방법중 병치법(collocation method)를 이용하여 그해를 찾는다[40]. 특히 저추력을 이용한 궤도의 최적화 문제에 병치법을 적용할 경우, 일반적으로 많은 결절점(node)의 수가 필요하며 그 결절점의 개수에 따라 최적화된 궤도의 정밀도가 좌우된다. 이에 SOCS는 사용자가 원하는 정밀도가 이룩될 때까지 결절점의 개수를 자동으로 나누어 주는 알고리즘인 “mesh refinement” 알고리즘을 채택하고 있어 저추력을 이용한 다양한 궤도 최적화 문제에 널리 사용되고 있다[11,39]. 제2장의 도입부에서도 설명 되었듯이 저추력 엔진을 이용한 지구-달 천이 비행 궤적은 추력을 이용하여 탐사선이 지구를 탈출하는 1단계(Phase

1), 추력없이 탐사선이 자유비행을 하는 2단계(Phase 2) 그리고 탐사선이 달의 작용권구에 진입한 뒤, 다시 추력을 이용하여 달에 포획 되어 목표하는 임무 수행 궤도에 진입하는 3단계(Phase 3)로 구성된다. 본 장에서는 각 Phase별로 사용되는 다양한 임무 설계 변수들을 정의하기 위하여 아래첨자  $i$ 와  $f$ 를 도입하였다. 각각의 변수에 도입된 아래첨자  $i$ 와  $f$ 는 각각 해당 Phase의 초기(initial)와 최종(final) 시점을 의미하며 각 변수에 추가로 붙은 아래첨자 숫자는 해당 Phase 번호를 의미한다. 제2장에서 설명된 탐사선의 운동방정식을 이용, 구성된 비선형 최적화 문제의 목적함수(performance index)는 Phase 3의 마지막 시각( $t_{f3}$ )에서 탐사선의 질량( $m$ )이 최대가 되도록 식(13)과 같이 주어졌다.

$$J = \max(m_{t_{f3}}) \quad (13)$$

아울러 각 Phase별 탐사선의 상태벡터(state vector)의 연속성을 위해 식(14)와 같은 구속 조건이 주어지게 된다.

$$\mathbf{r}_{f(k)} - \mathbf{r}_{i(k+1)} = 0 \quad (14a)$$

$$\mathbf{v}_{f(k)} - \mathbf{v}_{i(k+1)} = 0 \quad (14b)$$

$$m_{f(k)} - m_{i(k+1)} = 0 \quad (14c)$$

여기서  $k=1,2$ 이며 해당 Phase 번호 이다. 또한 탐사선의 운동방정식이 표현되는 좌표계가 지구 중심에서 달 중심 좌표로 변환 즉, Phase 2 에서 Phase 3로 변환되는 시점( $t_{f2}$ )은 식(15)와 같은 조건에 의해서 결정된다. 이 조건은 다시말해 탐사선이 달의 중력 작용권구에 진입하는 시점을 기준으로 하게 된다.

$$|\mathbf{r}_{sc}| - r_{SOI, Moon} = 0 \quad (15)$$

여기서  $|\mathbf{r}_{sc}|$  는 달 중심으로부터 탐사선까지의 거리이며  $r_{SOI, Moon}$  는 달의 작용권구 반경으로 정의된다. 탐사선이 추력을 가하는 Phase 1과 3에서는 식(16)와 같이 추력의 단위 벡터( $\mathbf{u}(t)$ )에 대한 경로 구속 조건(path constraint)이 주어지게 된다.

$$|\mathbf{u}(t)| - 1 = 0 \quad (16)$$

또한 탐사선이 최종 임무 수행 궤도에 진입하기 위해 주어지는 최종 구속 조건(final terminal constraint)은 식(17)과 같이 표현된다. 즉, 식(17)은 Phase 3의 최종 시각( $t_{f3}$ )에서 주어지는 구속 조건이며 수정 평분 궤도 요소 ( $p, f, g, h, k, L$ )와

고전궤도 요소( $a, e, i, \Omega, \omega, v$ )의 상호 관계를 이용하여 표현하고 있다.

$$a_{f3} = \frac{p}{1 - f^2 - g^2} \quad (17a)$$

$$e_{f3} = \sqrt{f^2 + g^2} \quad (17b)$$

$$i_{f3} = 2 \tan^{-1}(\sqrt{h^2 + k^2}) \quad (17c)$$

$$\Omega_{f3} = \tan^{-1}(h, k) \quad (17d)$$

$$\omega_{f3} = \tan^{-1}(g/f) - \tan^{-1}(h/k) \quad (17e)$$

$$v_{f3} = L - (\Omega + \omega) \quad (17f)$$

본 연구에서 진행된 최적화 과정에서는 지구 출발 초기 궤도의 진근점 이각( $v_0$ ), 최종 달 도착 궤도의 승교점 이각( $\Omega_{f3}$ ), 근월점 이각( $\omega_{f3}$ ), 진근점 이각( $v_{f3}$ )이 자유 변수(free parameter)로 주어졌으며 Phase 1의 기간(TOF<sub>P1</sub>), Phase2의 기간(TOF<sub>P2</sub>) 그리고 Phase 3의 기간(TOF<sub>P3</sub>)역시 각각 자유변수로 주어졌다. 등저추력을 이용한 달 탐사 임무의 경우, 식(11)에서 표현된 추력의 값( $T$ )이 해당 비추력  $I_{sp}$  값에 따라서 항상 동일하게 유지된다. 하지만 가변 저추력을 이용한 경우, 비추력의 값을 추가적으로 조절 변수(control parameter)로 포함하게 되는데 이를 통해 추력의 값이 가변하게 된다. 가변 저추력을 위하여 추가된 조절 변수에 대한 구속조건으로는 식(18)와 같이 해당 엔진의 비추력 값을 고려하게 된다.

$$I_{sp_{min}} \leq I_{sp} \leq I_{sp_{max}} \quad (18)$$

여기서  $I_{sp_{min}}$  은 해당 엔진의 최소 비추력 값을,  $I_{sp_{max}}$  는 해당 엔진의 최대 비추력 값을 각각 의미한다.

#### IV. 지구-달 천이궤적의 설계 및 해석

제2장과 제3장을 통해서 각기 설명된 동력학 방정식과 최적해 도출을 위한 조건을 이용, 본 장에서는 지구-달 천이궤적을 설계하고 또 해석하였다. 구현된 알고리즘을 이용하여 우리나라의 실정에 부합되는 달 탐사 임무를 설계 하려면 나로 우주 센터의 위치를 고려한 초기 궤도의 경사각, 우리나라가 개발 가능한 구체적인 추력기의 성능, 개발될 KSLV 발사체의 성능을 고려한 발사 가능한 탐사선의 질량, 임무 수행시 탐사선의 가시성(visibility) 확보 여부, 가정된 추력기의 안

정적인 전력 공급을 위한 태양 식(eclipse) 기간의 영향 및 태양풍(Solar radiation pressure)의 영향 등, 다양한 임무 변수를 충분히 고려하여 임무 궤도 설계가 이루어 져야 한다. 하지만 현재까지 저추력을 이용한 미래 한국의 달 탐사 임무를 위해 구체화된 임무 변수들은 거의 없는 실정이다. 또한 본 연구의 주목적은 미래 한국의 임무 설계를 위한 근간이 될 수 있는 기본 설계 알고리즘을 구현하고 나아가 추가 보완 및 확장이 용이한 알고리즘을 구현하는데 있다. 이에 본장에서 제시한 결과는 저추력기의 성능 및 초기 궤도 조건 그리고 탐사선의 질량 등을 일반적인 값들로 가정한 뒤 도출한 결과이며, 이러한 과정을 통하여 본 연구에서 구현된 알고리즘이 산출하는 결과들의 타당성 및 적합성에 대해 본장에서는 알아보도록 하였다.

**4.1 등저추력을 이용한 경우**

등저추력 엔진의 비추력( $I_{sp}$ )값은 저추력 엔진의 일반적인 저추력 엔진의 비추력 값인 3,000 sec가 사용되었다. 또한 엔진 효율( $\epsilon$ )은 45 %, 엔진 파워( $P$ )는 50 kW, 탐사선의 초기 질량( $m_0$ )는 1,000 kg 으로 가정하였다. 위와 같은 가정하에 탐사선의 추력값은 약 1.530 N의 일정한 추력을 갖는다. 아울러 지구 출발 궤도는 고도 1,000 km, 초기 궤도 경사각( $i_0$ ) 28.5° 를 갖는 원궤도( $e_0 = 0$ )로 가정 하였으며 지구 탈출을 위하여 탐사선이 추력을 가하기 시작하는 시각은 2025년 1월 1일로 하였다. 목표 행성인 달에 도착하여 탐사선이 이륙하여야 하는 최종 임무 수행 궤도는 달 중심 고도 200 km, 궤도 경사각( $i_{f3}$ ) 90° 인 극원궤도( $e_{f3} = 0$ )로 하였다. 본 연구에서는 가정된 추력기의 성능을 충분히 감안하여 Phase 3가 시작되는 시점부터 바로 탐사선이 달 포획을 위해 추력을 주기 시작하는 것으로 가정하였다. 이는 등저추력과 가변저추력의 상호간에 직접적인 성능 비교를 위함인데 즉, 탐사선이 달에 포획되기 위해 추력을 주기 시작하는 단계에 대한 상호간의 동일한 조건을 설정하여 주어야 하기 때문이다. 이러한 가정은 궤도의 초기 추측 (initial guess) 과정을 통하여 이루어 진 것이며 일반적으로 궤도의 초기 추측은 해석적으로 도출된 최적해를 이용하여 이루어진다. 아울러 이렇게 이루어진 초기 궤도의 추측해의 정확도가 실제 수치적으로 도출된 최적해와 비교하였을 때 매우 정밀한 것으로 다양한 연구결과를 통하여 이미 밝혀진바 있다[22,30,45]. 하지만 가정된 추력기의

성능이 달라진다면 이 가정은 다르게 해석되어야 한다. 또한 추력기의 성능에 따라 Phase 3에서도 자유비행을 하는 구간이 생길 수 있으며 이 구간에 대한 최적화 역시 비행 궤적 산출시 고려되어야 한다.

표 1에서는 등저추력을 이용한 임무 설계의 지구 출발 궤도의 초기 조건과 달 도착시의 초기 궤도 조건을 보여주고 있다. 표 1을 살펴보면 지구 출발 초기 궤도의 진근점 이각( $v_0$ ), 최종 달 도착 궤도의 승교점 이각( $\Omega_{f3}$ ), 근월점 이각( $\omega_{f3}$ ), 진근점 이각( $v_{f3}$ )이 자유 변수(free parameter)로 주어진 것을 알 수 있으며 이 값들은 최적화 과정을 통하여 최종 결정되게 된다. 앞서 가정된 초기 조건을 사용하여 최적의 달탐사 비행 궤적을 설계한 결과, 2025년 1월 1일 탐사선의 위치가 지구 출발 궤도 의 진근점 이각( $v_0$ ) 약 31.32° 에서 지구 탈출을 위한 추력을 주기 시작하여야 하는 것으로 계산되었다. 탐사선이 추력을 주어 지구 탈출을 하는데 걸리는 시간, 즉, Phase 1의 기간(TOF<sub>P1</sub>)는 약 42.23 일이며, 엔진을 끄고 달을 향하여 자유 비행을 하는 Phase 2의 기간(TOF<sub>P2</sub>)는 약 12.74 일이다. 마지막으로 달에 포

**Table 1. Initial Earth departure orbit (E-EME2000 reference) and final Lunar arrival orbit (L-LME2000 reference) conditions for constant low thrust**

	Parameters	Values
At Earth departure	$a_0$ (Semimajor axis)	6,378.136 +1,000.000 km
	$e_0$ (eccentricity)	0.000
	$i_0$ (inclination)	28.5°
	$\Omega_0$ (Right ascension of ascending node)	0°
	$\omega_0$ (Argument of perigee)	0°
	$v_0$ (True anomaly)	Free
At Lunar arrival	$a_3$ (Semimajor axis)	1,738 +200.000 km
	$e_3$ (eccentricity)	0.000
	$i_3$ (inclination)	90°
	$\Omega_3$ (Right ascension of ascending node)	Free
	$\omega_3$ (Argument of perigee)	Free
	$v_3$ (True anomaly)	Free

획되어 임무 수행 궤도에 진입하기 위하여 탐사선은 다시 추력을 사용하게 되는데 이 기간 즉, Phase 3의 기간(TOF<sub>P3</sub>)은 약 12.69 일이 걸리는 것으로 계산되었다. 따라서 지구를 출발하여 최종 목표 궤도에 진입하는 데에는 약 67.66 일이 소요된다. 최적화 과정을 통하여 산출된 달 도착 최종 목표 궤도의 최종 궤도 요소는 장반경( $a_3$ ) 약 1,938.000 km, 이심률( $e_3$ ) 약 0.1e-6, 궤도 경사각( $i_3$ ) 약 90.000°로 탐사선이 초기 계획하고자 했던 달고도 200 km를 갖으며 궤도 경사각이 90°인 원궤도에 성공적으로 진입했음을 알 수 있다. 이때 산출된 최종 목표 궤도의 승교점 이각( $\Omega_3$ )은 약 2.147°, 근월점 이각( $\omega_3$ )은 약 12.730°, 진근점 이각( $\nu_3$ )은 약 48.167°인 것으로 나타났다. 이러한 등저추력을 이용한 임무 설계에 있어서 결절점(node)을 자동으로 나누는 기준이 되는 허용오차(tolerance)는  $1 \times 10^{-8}$  로 설정하였으며, 전체 임무를 설계하기 위해서 나뉘어진 총 결절점의 개수는 6,426개 이다.

그림 1에서는 달 탐사선이 지구를 출발하여 목표 임무 수행 궤도에 진입하는 전체(Phase 1 + Phase 2 + Phase 3) 비행 궤적을 지구 중심 관성 좌표계(E-EME2000)에서 보여주고 있다. 성공적으로 임무 수행 궤도에 진입한 탐사선의 최종 질량은 약 753.27 kg으로 약 246.73 kg의 연료가 달 비행을 위해 요구 되는 것으로 나타났다. 탐사선의 가정된 초기 질량이 약 1,000 kg 임으로 이는 최종 질량비(Final Mass Fraction)가 약 75.33% 임을 의미한다. 도출된 최종 질량비는 저추력을 이용한 우주 탐사 임무의 대략적인 최종 질량비인 65~80% 범위에 속하고 있다. 순간

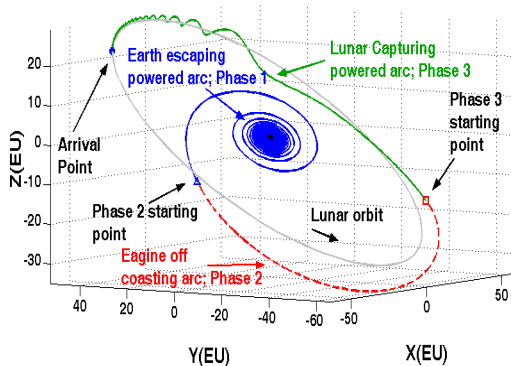


Fig. 1. Optimal Earth-Moon transfer trajectories using constant low thrust (E-EME2000)

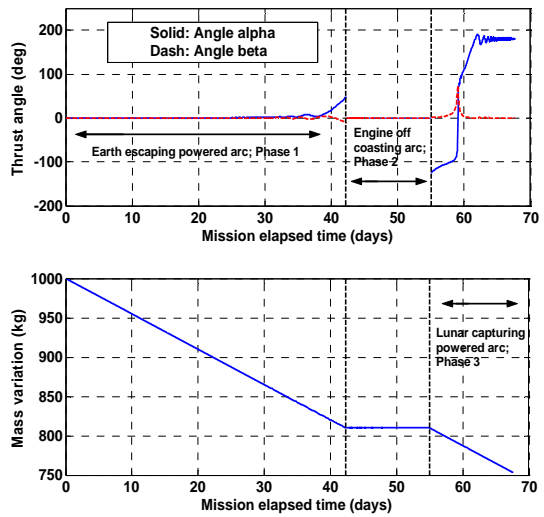


Fig. 2. Optimal thrust angle (top) and mass (bot-tom) variation histories; for constant low thrust

고추력을 이용한 달 탐사 임무의 대략적인 최종 질량비가 약 50% 정도임을 감안할 때 (Lunar Prospector; 48.88 % [41], Lunar Reconnaissance Orbiter; 50.68% [42], Clementine; 53.27% [43]), 저추력을 달 탐사 임무에 적용 한다면 약 15~30% 정도의 연료 절감 효과가 있을 수 있음을 의미한다. 그림 2의 상단 그림에서는 전체 비행 기간동안의 탐사선이 주어야 하는 최적의 등저추력의 등평면 방향각 ( $\alpha(t)$ )과 이평면 방향각( $\beta(t)$ )의 변화를 보여주고 있다.

그림 2의 상단 그림에서 보여지고 있는 탐사선의 최적 추력 방향각 변화를 살펴보면, 초기 지구 출발시의 등평면 방향각 ( $\alpha(t)$ )과 이평면 방향각( $\beta(t)$ )은 약 30일 동안 약  $\pm 1^\circ$ 의 범위를 보이며 변화 하는 것으로 나타났으며, 이후 약 40일 까지는  $\pm 15^\circ$ 의 범위를 보여 평균  $0^\circ$ 를 갖는 것으로 확인되었다. 그림 2를 살펴보면 등평면 방향각이 최소의 연료 소모로 탐사선의 고도를 꾸준히 증가 시킬 수 있는 방향 즉, tangential 방향으로 지속적으로 이루어지고 있는 것을 쉽게 알 수 있다. 하지만 탐사선이 달에 포획되는 Phase 3의 경우, Phase 시작 초기 시점에서 등평면 방향각과 이평면 방향각의 변화가 심하게 일어나는 것을 알 수 있다. Phase 3에서 보여지고 있는 추력의 방향각을 달 중심의 관성좌표계(L-LME2000)로 변환하여 비행 궤적의 형상과 같이 나타내면 그 의미를 다음과 같이 분석 할 수 있다. 그림 3은 탐사선이 달의 작용권구에 진입

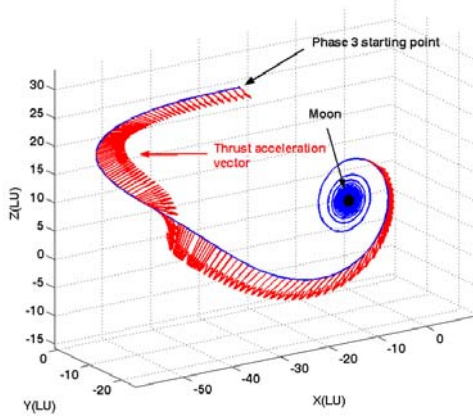


Fig. 3. Optimal Lunar capture trajectory for Phase 3 using constant low thrust (L-LME2000)

하여 포획되는 단계(Phase 3)의 모습을 달 중심의 관성 좌표(L-LME2000)에서 표현한 그림이다.

그림 3에서 보여지고 있는 화살표의 방향은 달 중심 관성 좌표계에서 표현된 추력의 방향벡터를 의미한다. 탐사선은 한정된 추력의 크기를 이용하여 목표하고자 하는 달 중심 궤도(경사각  $90^\circ$ 인 궤도)를 이륙하고자 방향을 급격하게 틀어주는 시점이 존재한다. 이러한 이유로 그림 2의 Phase 3에서 등평면 방향각과 이평면 방향각의 변화가 심하게 나타났다. 하지만 이러한 급격한 방향 전환은 잠시 나타나고 있으며 그 후 탐사선의 등평면 방향각은 다시 최소의 연료 소모로 탐사선의 고도를 꾸준히 감소시킬 수 있는 방향 즉, inverse tangential 방향으로 지속적으로 이루어지고 있는 것을 알 수 있다. 그림 2의 하단 그림 즉, 탐사선의 질량 변화를 살펴보면 지속적인 추력을 사용하는 Phase 1 과 Phase 3 부분에서는 꾸준히 탐사선의 질량이 감소하고 있는 것을 알 수 있다. 하지만 탐사선이 엔진을 끄고 자유 비행(coasting)하는 단계인 Phase 2에서는 질량 변화가 없음을 알 수 있다. 본 절에서 제시된 등저추력을 이용한 지구-달 천이 궤적의 설계 결과는 임의로 가정된 저추력 엔진의 성능, 탐사선의 질량, 초기 궤도의 경사각을 사용하여 도출된 결과이다. 특히 가정된 초기 궤도의 경사각인  $28.5^\circ$ 는 우리나라의 나로우주센터에서는 발사 할 수 없는 경사각이다. 하지만 초기 발사 궤도 경사각의 변화에 따라 임무 수행을 위해 요구되는 전체 연료량의 변화는 크지 않을 것으로 판단된다. 이는 저추력을 이용한 궤도 천이의 연료 소모량을 결정짓는 가장 큰 요인은 바로 지속적인

로 저추력 엔진을 분사하여 탐사선이 획득한 속도의 증감값과 직결되기 때문이다. 실제로 등저추력을 이용하여 모든 단계의 지구-달 천이 궤적을 2차원 평면상의 궤도로 가정하고 임무 설계를 진행한 연구[7]와 3차원의 궤도를 이용한 연구[8]의 상호간 연료 소모량의 차이는 약 0.6%에 불과한 것으로 나타났다.

## 4.2 가변저추력을 이용한 경우

가변저추력을 이용하여 달 탐사 임무의 비행 궤적을 설계하기 위해 가정된 조건은 등저추력 엔진을 이용한 경우와 모두 동일하다. 하지만 엔진의 비추력( $I_{sp}$ )값은 식(18)에서 설명된 바와 같이 제어 변수(control parameter)로 주어 졌다. 또한 등저추력을 이용한 경우와 가변저추력을 이용한 경우에 대한 탐사선의 최종질량비의 직접적 비교를 위하여 각 단계별 해당 비행시간 (TOF)은 등저추력에서 산출된 값으로 고정되었다. 하지만 본 연구처럼 가변저추력과 등저추력과의 직접적인 성능 비교를 위함이 아닌 경우, 각 단계별 해당 비행시간 역시 자유 변수로 지정하여 천이 비행 궤적의 최적해를 도출하여야 한다. 이밖의 기타 다른 임무 변수들 즉, 지구 출발 초기 궤도의 진근점 이각( $v_0$ ), 최종 달 도착 궤도의 승교점 이각( $\Omega_{f3}$ ), 근월점 이각( $\omega_{f3}$ ), 진근점 이각( $v_{f3}$ )은 등저추력을 이용한 경우처럼 각각 자유 변수 (free parameter)로 주어져 최적화 과정을 통하여 최종 결정되도록 하였다. 가변저추력을 이용한 최적의 달 탐사 임무 비행 궤적 설계를 위한 초기 조건은 앞서 보여진 표 1과 동일하며 가정된 가변저추력 엔진의 비추력( $I_{sp}$ )값의 최소 및 최대 값은 서론부에서 설명된 가변 저추력 엔진인 VASIMR의 성능인 1,000~35,000 sec 으로 가정하였다[25,26]. 임무 해석 결과 가변저추력을 이용한 경우, 2025년 1월 1일 탐사선의 위치가 지구 출발 궤도의 진근점 이각( $v_0$ ) 약  $116.960^\circ$ 에서 지구 탈출을 위한 추력을 주기 시작하여야 하는 것으로 계산되었다. 최적화 과정을 통하여 산출된 달 도착 최종 목표 궤도의 최종 궤도 요소는 장반경( $a_3$ ) 약 1,938.000 km, 이심률( $e_3$ ) 약  $0.1e-6$ , 궤도 경사각( $i_3$ ) 약  $90.000^\circ$ 으로 탐사선이 초기 계획하고자 했던 달고도 200 km를 갖으며 궤도 경사각 이  $90^\circ$ 인 원궤도에 성공적으로 진입했음을 알 수 있다. 이때 산출된 최종 목표 궤도의 승교점 이각( $\Omega_3$ )은 약  $290.796^\circ$ , 근월점 이각( $\omega_3$ )은 약  $331.125^\circ$ , 진근점 이각( $v_3$ )은 약  $107.941^\circ$ 인 것으로 나타났다. 아울러 가변저추력



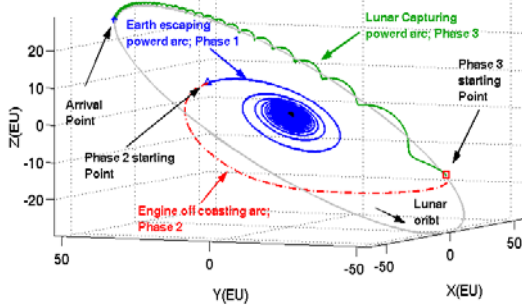


Fig. 4. Optimal Earth-Moon transfer trajectories using variable low thrust (E-EME2000)

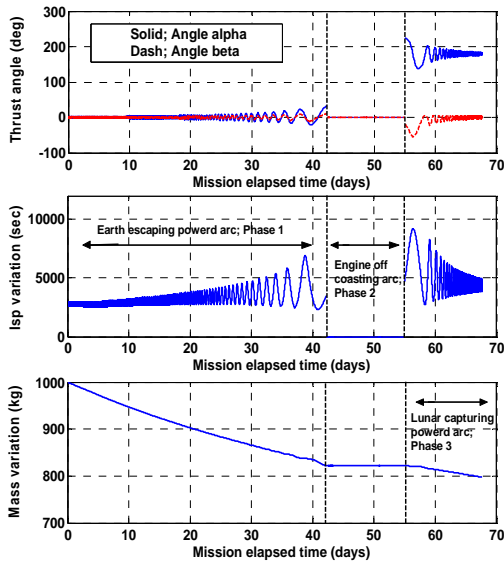


Fig. 5. Optimal thrust angle (top), Isp (middle) and mass (bottom) variation histories; for variable low thrust

을 이용한 임무 설계를 위해 결절점(node)를 나누는 허용오차의 기준은 등저추력을 이용한 경우와 동일하게 주어졌으며 전체 임무를 설계하기 위해서 나뉘어진 총 결절점의 개수는 6,330개이다. 그림 4에서는 달 탐사선이 가변 저추력을 이용, 지구를 출발하여 목표 임무 수행 궤도에 진입하는 전체(Phase 1 + Phase 2 + Phase 3) 비행 궤적을 지구 중심 관성 좌표계(E-EME2000)에서 보여주고 있다.

그림 5에서는 가변 저추력을 이용한 경우에 대하여 도출된 시간에 따른 최적의 탐사선의 추

력 방향각의 변화(상), 비추력( $I_{sp}$ )의 변화(중) 그리고 임무 기간 동안의 탐사선의 질량 변화(하)를 보여주고 있다. 추력의 방향각( $\alpha(t), \beta(t)$ )들은 등저추력을 이용한 임무 설계와 동일하게 Phase 1에서는 지구 중심에서 표현된 탐사선의 비행 궤적 상의 RTN 좌표계를 이용하고, Phase 3에서는 달 중심에서 표현된 탐사선의 비행 궤적 상의 RTN 좌표계를 각각 이용하여 표현 되었다. 최적의 탐사선 추력 방향각의 변화를 살펴보면 Phase 1에서는 등저추력을 이용한 경우와 마찬가지로 등평면 방향각( $\alpha(t)$ )과 이평면 방향각( $\beta(t)$ )이 약  $\pm 2^\circ$ 의 범위의 변화를 보이며 시작, 약 40일 까지  $\pm 20^\circ$ 의 범위를 유지함으로써 약  $0^\circ$ 의 평균값을 갖는 것을 알 수 있다. 또한 탐사선이 달의 작용권구를 비행하는 Phase 3의 경우, 등평면 방향각( $\alpha(t)$ )이 약  $180^\circ$ 의 평균값을 가지며 변하고 있고 이평면 방향각( $\beta(t)$ )의 경우 약  $0^\circ$ 의 평균값을 가지며 변하고 있음을 알 수 있다. 이는 탐사선이 Phase 3에 진입할 당시의 속도와 위치가 등저추력을 이용한 경우와 서로 다른 값을 갖기 때문이다. 또한 등저추력과는 다르게 가변저추력을 이용할 경우, 달에 포획되어 임무 수행 궤도에 진입하기 위하여 요구되는 적절한 추력의 크기 역시 최적화되기 때문에 나타난 결과이기도 하다. 아울러 그림 5의 하단에 보여지고 있는 탐사선의 질량 변화는 시간에 따라 일정하게 감소하는 것을 알 수 있다.

그림 5에서 보여진 탐사선의 질량 변화의 경향은 가변 저추력을 이용하여 최적의 궤도 천이 문제를 해석적인 방법으로 해결한 연구 결과[44]

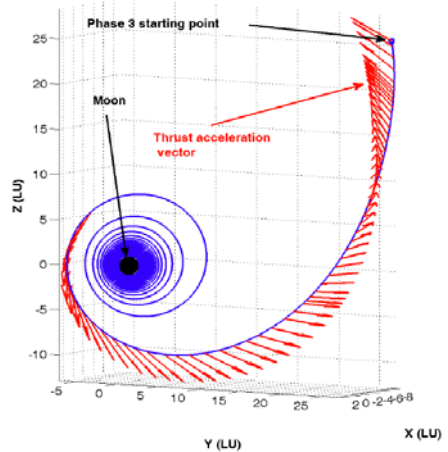


Fig. 6. Optimal Lunar capture trajectory for Phase 3 using variable low thrust (L-LME2000)

와 일치하는 결과이다. 가변저추력을 이용하여 산출된 달 탐사선의 최종 질량은 약 797.50 kg이며 이는 최종 질량비가 약 79.75% 임을 의미한다. 앞서 등저추력을 이용하여 산출된 탐사선의 최종 질량비인 75.33%와 비교하여 보았을 때 가변저추력을 이용한다면 약 5% 정도의 연료 절감 효과가 있음을 알 수 있다. 이로서 가변저추력을 이용할 경우, 등저추력을 이용할 경우 보다 약 5~15%의 연료를 절감 할 수 있다는 것을 확인하였다. 그림 6에서는 탐사선이 가변저추력을 이용하여 달에 포획되는 모습을 달 중심 관성 좌표계(L-LME2000)에서 보여 주고 있다. 그림 6의 화살표 역시 추력에 의해서 탐사선에 주어지는 가속도의 방향을 달 중심 관성 좌표계에서 보여주고 있다.

## V. 결 론

본 연구에서는 저추력을 이용한 지구-달 천이 궤적을 최적화하기 위한 알고리즘을 구현하였다. 탐사선의 운동방정식은 태양, 지구, 달의 중력에 의한 영향과 지구의  $J_2$ 항에 의한 섭동력을 모두 포함하는 N-체 운동 방정식이 사용되었다. 구현된 임무 설계 알고리즘을 이용, 가상의 달 탐사 임무를 등저추력과 가변저추력을 각각 이용하여 지구 출발부터 달 임무 궤도 도착에 이르는 모든 단계에 대한 설계 결과를 도출하였다. 저추력을 이용할 경우, 탐사선이 행성의 중력권 영향에 있는 단계(Phase 1과 3)에서는 추력의 방향각이 항상 거리의 접선(tangential) 방향 즉, 최소 연료 소모로 탐사선의 고도를 꾸준히 변화 할 수 있는 방향으로 이루어져야 함을 확인하였다. 또한 탐사선 질량 특성의 해석 결과, 가변저추력을 이용한 달 탐사 임무가 등저추력을 이용한 경우보다 약 5% 정도의 연료 절감 효과가 있음을 알 수 있었다. 도출된 연료 절감 효과의 특성은 비행시간(TOF)과 임무 관련 파라미터의 변화에 따라 다소 차이를 보일 것으로 예상된다. 본 연구를 통하여 미래 한국의 저추력을 이용한 달 탐사 임무 설계를 위한 기본 토대가 마련되었다. 구현된 알고리즘은 추후 보완 및 확장 작업을 통하여 보다 심화된 임무 설계를 할 수 있다. 즉, 나로 우주센서의 위치, 한국형 발사체를 이용한 발사 가능한 탐사선의 질량 그리고 우리가 개발 가능한 저추력기의 성능 등을 복합적으로 고려해야 하는 한국형 달 탐사 임무 설계 알고리즘의 기반이 될 수 있다.

## 후 기

본 연구는 한국항공우주연구원의 "달 탐사 위성 체계 연구(과제번호: FR08510)"의 지원에 의해서 수행 되었습니다.

## 참고문헌

- 1) 송영주, 박상영, 최규홍, 심은섭, "한국형 달 탐사 임무 예비 설계 소프트웨어의 개발", 한국항공우주학회지, 제36권 4호, pp. 357-368, 2008.
- 2) Perkins, F. M., "Flight Mechanics of Low-Thrust Spacecraft", Journal of Aerospace Science, Vol. 26, pp. 291-297, 1959.
- 3) Edelbaum, T. N., "Propulsion Requirements for Controllable Satellites", ARS Journal, Vol. 31, pp. 1079-1089, 1961.
- 4) Oleson, S. R., "Mission Advantages of Constant Power, Variable Isp Electrostatic Thrusters", NASA Technical Memo 2000-210477, 2000.
- 5) Russell, C. T., Abshire, J., A'Hearn, M., Arnold, J., Elphic, R. C., Head, J., Pieters, C., Hickman, M., Palac, D., Kluever, C., Konopliv, A., Metzger, A., Sercel, J., McCord, T., Phillips, R. J., Purdy, W., Rosenthal, R., and Sykes, M., "A Solar Electric Propulsion Mission to the Moon and Beyond", Journal of Advances in Space Research, Vol. 18, pp. 75-80, 1996.
- 6) Enright, P. J. and Conway, B. A., "Discrete Approximations to Optimal Trajectories Using Direct Transcription and Nonlinear Programming", Journal of Guidance, Control, Dynamics, Vol. 15, pp. 994-1002, 1992.
- 7) Pierson, B. L. and Kluever, C. A., "Three-Stage Approach to Optimal Low-Thrust Earth-Moon Trajectories", Journal of Guidance, Control, Dynamics, Vol.17, pp. 1275-1282, 1994.
- 8) Kluever, C. A. and Pierson, B. L., "Optimal Low-Thrust Three-Dimensional Earth-Moon Trajectories", Journal of Guidance, Control, Dynamics, Vol. 18, pp. 830-837, 1995.
- 9) Kluever, C. A. and Pierson, B. L., "Optimal Earth-Moon Trajectories Using Nuclear Electric Propulsion", Journal of Guidance, Control, Dynamics, Vol. 20, pp. 239-245, 1997.
- 10) Herman, A. L. and Conway, B. A., "Optimal, Low-Thrust, Earth-Moon Orbit Transfer", Journal of Guidance, Control, Dynamics, Vol. 21, pp. 141-147, 1998.

11) Betts, J. T., and Erb, S. O., "Optimal Low Thrust Trajectories to the Moon", *Journal of Applied Dynamical Systems*, Vol.2, pp. 144-170, 2003.

12) Foing, B. H., Racca, G.D., Marini, A., Evrard, E., Stagnaro, L., Almeida, M., Koschny, D., Frew, D., Zender, J., Heather, J., Grande, M., Huovelin, J., Keller, H.U., Nathues, A., Josset, J.L., Malkki, A., Schmidt, W., Noci, G., Birkl, R., Iess, L., Sodnick, Z. and McManamonk, P., "SMART-1 Mission to the Moon: Status, First Results and Goals", *Advances in Space Research*, Vol. 37, pp. 6-13, 2006.

13) Raymana, M. D., Varghese, P., Lehman, D. H. and Livesayet L. L., "Results from the Deep Space 1 Technology Validation Mission", *Acta Astronautica*, Vol. 47, pp. 475-487, 2000.

14) Raymana, M. D., Frascettia, T. C., Raymonda, C., A. and Russellb, C. T., "Dawn:Amission in development for exploration of main belt asteroids Vesta and Ceres", *Acta Astronautica*, Vol. 58, pp. 605-616, 2006.

15) Kawaguchi, J., Kuninaka, H., Fujiwara, A. and Uesugi, T., "MUSES-C, Its launch and early orbit operations", *Acta Astronautica*, Vol.59, pp. 669-678, 2006.

16) King, D. Q., de Grys, K. H., and Jankovsky, R., "Multi-Mode Hall Thruster Development", *AIAA paper 2001-3778*, 2001.

17) Fisch, N. J., Raitses, Y., Dorf, L. A. and Litvak, A. A., "Variable Operation of Hall Thruster with Multiple Segmented Electrodes", *Journal of Applied Physics*, Vol. 89, pp. 2040-2046, 2001.

18) Goebel, D. M., Brophy, J. R., Polk, J. E., Katz, I. and Anderson, J., "Variable Specific Impulse High Power Ion Thruster", *AIAA paper 2005-4246*, 2005.

19) Chang-Diaz, F. R., Squire, J. P., Glover, T., Petro, A. J., Bering, E. A., Baity, F. W., Goulding, R. H., Carter, M. D., Bengtson, R. D. and Breizman, B. N., "The VASIMR Engine: Project Status and Recent Accomplishments", Presented at the 42th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, Jan. 5-8, 2004.

20) Bering, E. A., Chang-Díaz, F. R., Squire, J. P., Brukardt, M., Glover, T. W., Bengtson, R. D., Jacobson, V. T., McCaskill, G. E. and Cassady, L., "Electromagnetic Ion Cyclotron

Resonance Heating in the VASIMR", *Advance in Space Research*, Vol. 42, pp. 192-205, 2008.

21) Kluever, C. A., "Geostationary Orbit Transfers Using Solar Electric Propulsion with Specific Impulse Modulation", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 41, pp. 461-466, 2004.

22) Casalino, L. and Colasurdo, G., "Improved Edelbaum's Approach to Optimize Low Earth/Geostationary Orbits Low-Thrust Transfers", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, pp. 1504-1510, 2007.

23) Casalino, L. and Colasurdo, G., "Optimization of Variable-Specific-Impulse Interplanetary Trajectories", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 27, pp. 678-684, 2004.

24) Chang-Diaz, F. R., Hsu, M. M., Braden, E., Johnson, IL. and Yang, T. F., "Rapid Mars Transits with Exhaust-Modulated Plasma Propulsion", *NASA Technical Paper 3539*, 1995.

25) Vadali, S. R., Nah, R., Braden, E. and Johnson, IL., "Fuel-Optimal Planer Earth-Mars Trajectories Using Low-Thrust Exhaust-Modulated Propulsion", *Journal of Guidance, Control, Dynamics*, Vol. 23, pp. 476-482, 2000.

26) Nah, R. Vadali, S. R., Braden, E. " Fuel - Optimal, Low-Thrust, Three-Dimensional Earth-Mars Trajectories", *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 24, pp. 1100-1107, 2001.

27) Park, S.-Y., Seywald, H., Krizan, S. A. and Stillwagen, F. H., "Mission Design for Human Outer Planet Exploration (HOPE) using a Magnetoplasma Spacecraft", *Planetary and Space Science*, Vol. 54, pp. 737-749, 2006.

28) Golan, O. M. and Breakwell, J. V., "Minimum Fuel Lunar Trajectories for a Low-Thrust Power-Limited Spacecraft", *Dynamics and Control*, Vol. 4, pp. 383-394, 1994.

29) Ranieri, C., and Ocampo, C. A., "Indirect Optimization of Low Earth Orbit to Low Lunar Orbit Transfers", *AIAA paper 2008-7075*, 2008.

30) Song, Y.-J., Park, S.-Y., Choi, K.-H. and Sim, E.-S., "A Lunar Cargo Mission Design Strategy using Variable Low Thrust", *Advances in Space Research*, Vol. 43, pp. 1391-1406, 2009.

31) Park, S.-Y. and Mazanek, D. D., "Mission functionality for deflecting Earth-crossing asteroids/comets", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 26, pp. 734-742, 2003.

32) Park, S.-Y. and Mazanek, D. D., "Deflection of Earth-crossing asteroids/comets using rendezvous spacecraft and laser ablation", *Journal of Astronautical Sciences*, Vol. 53, pp. 21-37, 2005.

33) Song, Y.-J., Park, S.-Y., and Choi, K.-H., "Optimal Deflection of Earth-Crossing Objects using a Power Limited Spacecraft," 17th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Sedona, Arizona, Paper AAS 07-147, 2007.

34) Park, S.-Y. and Choi, K.-H., "Optimal low-thrust intercept/rendezvous trajectories to Earth-crossing objects", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 28, pp. 1049-1055, 2005.

35) 이동현, 방효충, "저추력기를 이용한 연료 최적의 지구 탈출 궤적 설계 연구", 한국항공우주학회지, 제35권 제7호, pp. 647-654, 2007.

36) 이동현, 최윤혁, 방효충, "2차원의 달 진입 최적 궤적 설계", 한국항공우주학회 추계학술 발표 논문집, KSAS08-2946, 2008.

37) 송영주, 박상영, 최규홍, 심은섭, "등저추력을 이용한 최적의 달탐사 비행궤적 설계", 한국항공우주학회 추계학술 발표회 논문집, KSAS 08-2944, 2008.

38) Boden, D. G. and Hoffman, S., J., Orbit Selection and Astrodynamicis, in Larson, W. J. and Pranke, L., K. (eds.) *Human Spaceflight: Mission Analysis and Design*, McGraw-Hill, New York, pp. 244-255, 1999.

39) Betts, J. T., *Practical Method for Optimal Control Using Nonlinear Programming*, SIAM, Philadelphia, pp. 147-149, 2001.

40) The Boeing Company, "SOCS Release 6.4", M&CT-TECH-01-014, 2005.

41) Lozier, D., Galal, K., Folta, D., and Beckman, M., "Lunar Prospector Mission Design and Trajectory Support", AAS 98-323, pp. 297 - 311, 1998.

42) Tooley, C., "Lunar Reconnaissance Orbiter Project Overview & Status", NASA Goddard Space Flight Center, <http://lunar.gsfc.nasa.gov/301.286.1158>, 2006.

43) Shannon, J., "The Clementine Satellite", *Energy and Technology Review*, June 1994.

44) Seywald, H. Roithmayr, C. M., Troutman, P. A. and Park, S.-Y. "Fuel-Optimal Transfers Between Coplanar Circular Orbits Using Variable-Specific-Impulse Engines", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 28, pp. 795-800, 2005.

45) La Mantia, M., Casalino, L. "Indirect optimization of low-thrust capture trajectories", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 29, pp. 1011-1014, 2006.