

論文

태핑음을 이용한 복합적층판의 손상검출

김성준*, 홍창호**

Damage Detection in Composite Laminates using Tapping Sound

Sung Joon Kim* and Chang Ho Hong**

ABSTRACT

The radiated sound pressure induced by tapping test is obtained by solving the Rayleigh integral equation. For structurally radiated sound, the sound field is directly coupled to the structural motion. Therefore the impact response should be analyzed. In this paper, the delamination model is used to analyze the impact response of delaminated composite laminates. And efficient spring-mass model has been proposed to model hammer shaped impactor. Predicted sound pressure histories are compared with test data. The influence of damage on the sound pressure and impacted force history of laminates were investigated. The results show that both radiated sound pressure and impact force history are strongly influenced by delamination on laminates. As a result, it is shown that the presented sound based tapping method was found to be reliable for detecting the damage in composite laminate.

초 록

태핑 테스트 시 방사되는 음압을 Rayleigh 적분식을 이용하여 해석하였다. 구조물에 의해 방사되는 음은 구조물의 거동과 직접적으로 연관되므로 충격응답해석이 수행되어야 한다. 본 논문에서는 층간분리가 존재하는 적층판의 해석을 위하여 층간분리 모델을 사용하였으며, 해머 형상의 충격체를 모사할 수 있는 효과적인 스프링-질량모델을 제시하였다. 예측된 음압이력과 시험결과와 비교하였으며, 음압이력과 충격하중이력에 손상이 주는 영향을 검토하였다. 방사되는 음압과 충격하중이력은 적층판에 존재하는 손상에 영향을 주는 것을 보였다. 결과적으로 제안된 음을 이용한 태핑실험은 복합체에 존재하는 손상을 검출하는데 신뢰성 있는 방법임을 알 수 있었다.

Key Words : Tapping Sound(태핑음), Delamination(층간분리), Sound Pressure(음압)

1. 서 론

구조물에 충격을 가했을 경우 발생하는 타격음은 구조물 표면의 진동에 의한 것으로 설명할 수 있다. 구조물에 내부손상이 발생하면, 손상이

발생한 부위의 강성이 감소되는 등의 변화가 발생하고 이로 인해 손상이 있는 구조물은 손상이 없는 구조물과 다른 반응을 보인다[1,2]. 그러므로 타격 시 생기는 충격하중이력과 음향을 분석을 통하여 구조물의 손상여부를 평가할 수 있다. 복합재료 주구조물 내부 구조물의 손상은 사람의 눈으로 탐지하기가 불가능하므로 비파괴 검사법을 이용하여 탐지한다. 한편, 숙련된 검사자들은 동전이나 타격망치 등을 이용하여 구조물을 두드렸을 때의 구조물의 내부손상을 파악한다. 타격

† 2009년 7월 30일 접수 ~ 2009년 10월 22일 심사완료

* 정희원, 한국항공우주연구원

교신저자, E-mail : yaelin@kari.re.kr

대전광역시 유성구 어은동 45번지

** 정희원, 충남대학교 항공우주공학과

테스트를 이용해서 구조물을 검사할 때 손상의 유무를 알려주는 지표로서 많이 사용하고 있는 것은 타격체와 구조물간의 접촉력의 시간이력과 타격 시에 발생하는 타격음 등이다. 충돌에 의하여 소리가 발생하는 메카니즘으로는 공기방출(Air ejection), 강체방사(Rigid body radiation), 표면변형(Surface deformation), 준 정상상태 방사(Pseudo-steady state radiation) 및 재료과피 등이 있다. 공기방출에 의한 방사는 충돌 직후 반발할 때 두 물체 사이의 간격이 공기강하(Air sink)와 같은 구실을 함으로써 음의 피크가 생긴다. 강체방사는 충돌 시 물체의 급격한 가속도가 주위공기에 전달됨으로써 발생하는 음압을 말하며, 이는 충격음의 첫 피크값에 상당한 영향을 미친다. 표면 변형에 의한 방사는 충돌될 때 물체 표면의 탄성변형에 의한 방사를 의미하며 이는 충격음의 첫 번째 피크에 기여한다. 준 정상상태 방사는 물체의 진동에 의한 방사를 말한다. 연성 모드(Flexural mode)가 존재하는 물체의 경우에는 중요한 충격음 발생 메카니즘이다[3]. 구조물이 타격을 받는 경우 충격특성은 구조물의 국부적인 강성에 좌우된다. 접착(adhesive)분리나 피로손상은 구조물의 강성저하를 야기 시키므로 구조물의 충격거동 특성이 바뀐다. 황은 타격체에 의한 복합재료 구조물의 타격을 충격문제를 이용하여 해석하였으며, 타격 시 구조물의 진동에 의해 발생하는 음향은 Helmholtz 방정식을 이용하여 계산하였다[1]. Cawley[4] 등은 층간 분리된 면을 스프링요소로 모사하여 층간분리된 구조물의 충격해석을 수행하였다. 또한 충격실험을 수행하여 층간분리가 있는 부위는 없는 부위보다 최대 충격하중은 작아지고 접촉력의 시간이 늘어남을 관찰하였다. 또한 충격하중이력 데이터를 주파수 분석한 결과 저주파성분이 증가하고 고주파 성분이 감소하는 것을 확인하였다. Schedin[5] 등은 구조물의 진동에 의해 방사되는 음압을 레일레이 적분식을 이용하여 해석하였다. 본 연구에서는 충격문제를 선형화된 접촉법칙을 이용하여 범용유한요소 프래그램인 MSC/NASTRAN을 이용하여 해석하였으며, 복잡한 충격체를 등가모델로 단순화하였다. 또한 충격해석 시 구한 결과를 레일레이 적분식을 이용하여 음압이력을 계산하는데 사용할 수 있도록 프로그램을 개발하였다. 개발된 해석방법은 태핑음해석 시 부가적인 프로그램의 개발을 최소화하였으며 계산시간을 단축하였다. 본 논문에서는 개발된 해석 방법을 이용하여 충격 시 발생하는 태핑음을 해석하였으며, 적층판의 손상을 판단하는 지표로 사용하였다.

II. 충격해석 및 태핑음 해석

2.1 충격해석

구조물의 타격은 복합적층판의 저속충격 거동 해석을 통하여 설명될 수 있다. 저속충격을 받는 복합적층판의 거동을 해석적인 방법으로 규명하고자 하는 연구는 1980년대 이후 많은 수의 연구자들에 의하여 시도되었으며, 이러한 연구결과들을 분석하고 연구방법들을 비교 검토한 논문도 상당수가 보고되고 있다[6]. 저속충격문제는 충격체와 피충격체의 접촉을 통해 이루어지므로 정확한 충격문제를 풀기 위해서는 충격체 및 적층판의 운동방정식(1~2)과 이들 사이의 관계를 연결해주는 접촉법칙(3)을 동시에 풀어야 한다. 아래 식 (1)과 (2)에서 아래첨자 r 과 p 는 각각 충격체와 적층판을 의미한다. 식 (3)에서 α 는 압입량으로 충격 시 충격체와 적층판의 두께방향의 변형량이다.

$$[M]_r \{\ddot{x}\}_r + [K]_r \{x_r\} = F_r \quad (1)$$

$$[M]_p \{\ddot{x}\}_p + [K]_p \{x_p\} = F_p \quad (2)$$

$$F = f(\alpha) \quad (3)$$

유한요소법(finite element method)을 이용하여 복합적층 구조물의 충격거동을 동역학적인 문제로 해석하는 경우 많은 계산시간이 소요된다고 알려져 있다. Choi[6]는 선형화된 접촉법칙을 이용한 스프링-질량모델을 이용하여 저속충격해석을 수행하였다. 이 모델은 충격체와 적층판의 압입현상을 가상의 스프링요소로 대체함으로써 적층판과 충격체의 거동 및 압입현상을 하나의 문제로 통합하여 해석을 수행하는 것이다. 본 연구에서는 접촉법칙을 선형 스프링요소로 모사하고, 4절점 판 요소를 이용하여 복합적층판을 모사하

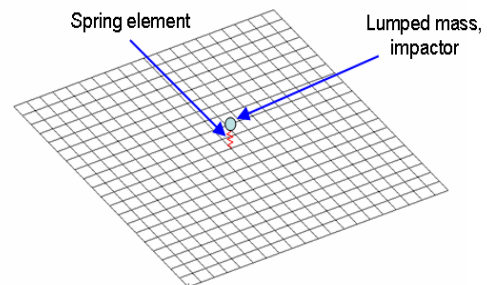


Fig. 1. Spring mass model for impact analysis

였다. 해석은 lumped mass에 충격 시의 속도를 초기속도로 부여하는 방법으로 동적해석을 수행하였다. Fig. 1은 충격해석을 위한 스프링 질량모델(spring mass model)이다. 접촉법칙을 선형화하는 방법은 참고문헌[6]의 방법을 사용하였다.

2.2 등가질량을 이용한 충격해석

태핑시험을 수행하는 경우 일반적으로 동전이 나, 작은 해머(hammer)를 사용한다. 본 연구에서는 해머 등의 일반적인 형상의 충격체를 등가질량모델을 이용하여 해석하였다. 해머모양의 충격체를 Fig. 2와 같이 가정하고 등가 질량모델을 이용하여 저속충격해석을 수행하였다.

등가질량모델은 임의의 형상을 갖는 충격체를 집중질량으로 단순화하여 해석하는 방법이다. Fig. 2의 충격체가 임의의 각도로 회전한 후 자유 낙하하여 복합적층판에 충돌하는 상황을 탭 실험으로 볼 수 있다. 타격 시 충격 중심에서의 속도는 식 (4)와 (5) 식을 이용하여 계산한다.

$$mgR_c(1 - \cos\theta) = \frac{1}{2}I_0\dot{\theta}^2 \quad (4)$$

$$v_i = \dot{\theta} \times R_i$$

즉 회전중심에서의 각속도를 구한 후 충격 중심에서의 속도를 구한다. 여기서 v_i 는 충격 시 충격중심에서의 속도, R_i 는 회전중심에서 충격중심까지의 거리 이다. 등가모델은 실제 충격체의 충격속도와 운동에너지를 동일하게 모사하여야 한다. (5) 식을 이용하여 충격체의 유효질량을 계산한다.

$$\frac{1}{2}I_0\dot{\theta} = \frac{1}{2}m_e v_i^2 \quad (5)$$

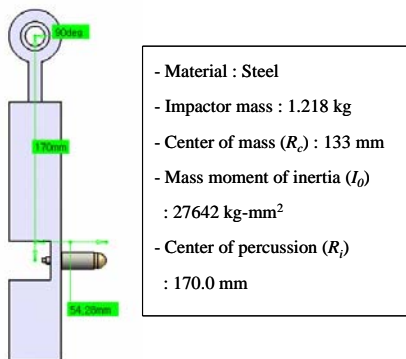


Fig. 2. Configuration of impactor

2.3 태핑음(tapping sound) 해석

c일반적인 음장의 지배방정식은 파동방정식이며, 이는 음파의 전파과정을 나타내는 지배방정식으로 주어진 압축성 매질내의 연속방정식, 운동량방정식 그리고 상태방정식으로부터 얻어진다. 음압 p 에 대한 파동방정식은 다음과 같다[7].

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_o^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

여기서 c_o 는 음속을 의미한다. 식 (6)은 시간, 공간의 함수로 시간에 관련하여 $e^{j\omega t}$ 로 변하는 조화함수로 거동한다고 가정하면 아래의 Helmholtz 방정식으로 표현된다[7].

$$(\nabla^2 + k^2)p(r) = 0, k = \frac{\omega}{c_o} \quad (7)$$

여기서 ω 는 주파수이고, k 는 파수(wave number)이다. 잘 알려진 기하학적인 형태 및 좌표계에 대하여는 식 (7)의 해가 해석적으로 구하여질 수 있으나, 임의의 형상에 대해서는 해석적으로 구하기 어려움으로, Green 함수를 도입하여 임의의 위치에서 음압을 Helmholtz 적분방정식으로 표현한다. 무한대에서 모든 방사음파 산란파가 바깥으로 진행해야한다는 Sommerfeld 방사조건을 적용하면 다음과 같은 Kirchhoff-Helmholtz 적분식으로 표현된다[8].

$$c(r)p(r) = \int_{s_o} \left[\frac{\partial G(r, r_o)}{\partial n} p(r_o) - G(r, r_o) \frac{\partial p(r_o)}{\partial n} \right] dS \quad (8)$$

여기서 $G = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}$, $R = |r - r_o|$ 은 적층판의 임의의 위치로부터 음압이 계산되는 위치까지의 거리이며, $\frac{\partial}{\partial n}$ 은 음장 내부로의 법선방향 미분을 나타낸다. 그리고 r_o 는 진동하는 표면위의 한 점으로부터 관측점(observation point)까지의 거리를 의미한다. 계수 $c(r)$ 은 현재 관심있는 또는 계산되는 위치에 따라 다른 값을 갖게 된다. Kirchhoff-Helmholtz 적분식은 표면의 속도 및 가속도에 의존하는 식으로 표현될 수 있는데, 이를 Rayleigh 적분식이라고 한다. 진동하는 판으로부터 방사되는 음압은 아래의 Rayleigh 적분식을 적용하여 계산할 수 있다[4].

$$p(r, t) = -\frac{\rho_a}{2\pi} \int_{(s)} \frac{1}{|r - r_o|} \frac{\partial^2}{\partial t^2} W(r_o, t - \frac{|r - r_o|}{c_a}) dS \quad (9)$$

여기서 W 는 면의 방향의 변위, ρ_a 는 공기의 밀도이다. (9) 식은 다음과 같이 이산화 된다.

$$p(r,t) = -\frac{\rho_a}{2\pi} \sum_{l=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} \Delta x \Delta y \frac{\partial^2}{\partial t^2} W(t - \frac{|r-r_o|}{c_a}) \quad (10)$$

여기서 $N_x = \frac{l_x}{\Delta x}$, $N_y = \frac{l_y}{\Delta y}$ 이고, l_x, l_y 는 각 변의 길이이고, $\Delta x, \Delta y$ 는 각 유한요소의 길이이다. 해석 시 공기의 밀도는 1.21 kg/m^3 , 음속은 343.0 m/sec 를 적용하였다. 충격 시 발생하는 음압은 충격에 의해 구조물에 야기되는 진동에 의한 가속도 성분과 그 부위의 면적 그리고 음압을 측정하는 위치까지의 거리에 의해 결정된다. 본 연구에서는 충격 시 발생하는 복합 적층판의 가속도 성분을 스프링-질량 모델을 이용하여 계산하고, 식 (10)을 이용하여 각 위치의 가속도성분이 음압에 주는 영향을 고려하여 측정위치에서의 음압을 계산한다.

2.4 시편에 대한 해석 및 시험평가

Fig. 3은 실험치구와 시스템 개략도이다. 실험을 수행한 적층판의 크기는 $19.0 \times 19.0 \text{ cm}^2$ 이고, 적층순서는 $[0/45/0/-45/0/-45/0/45/90]_s$, 실험은 Fig. 2의 충격체가 15° 각도에서 회전한 후 적층판과 충돌하도록 하였다. 해석에 사용한 재료의 물성은 Table 1과 같다. 해석모델에서 경계 조건은 4변 고정지지이고, 충격 시의 속도는 식 (5)를 이용하여 계산하였으며, 충격 속도는 0.337 m/sec 이다. Fig. 4는 실험결과로부터 얻은 충격 하중이력이고, Fig. 5는 음압이력이다. 음압은 적층판의 중심에서 15.0cm 후방에 마이크를 설치하여 측정하였다.

Table 1. Material properties

Material properties of lamina (T300/5208 Graphite/Epoxy)	$E_1 = 132.0 \text{ GPa}, E_2 = 8.0 \text{ GPa}$
	$G_{12} = G_{13} = 3.74 \text{ GPa}, G_{23} = 1.87 \text{ GPa}$
	$\nu_{12} = 0.3$
	$\rho = 1605 \text{ kg/m}^3$
	Thickness = 0.14 mm
Material properties of impactor (Steel)	$E = 207.0 \text{ GPa}$
	$\nu = 0.3$

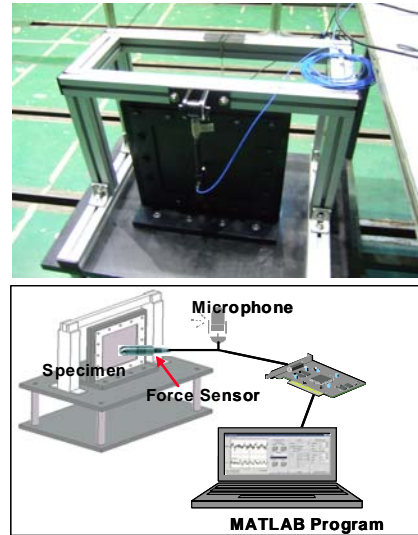


Fig. 3. Test fixture and system layout

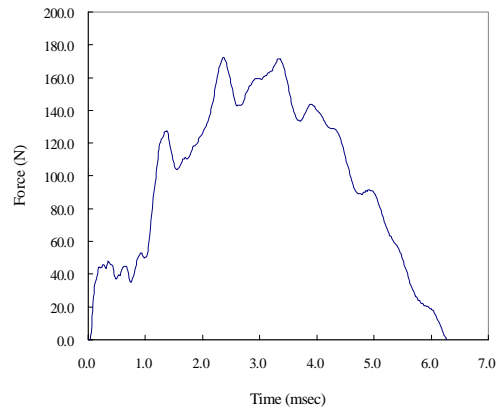


Fig. 4. Test result for impact force history

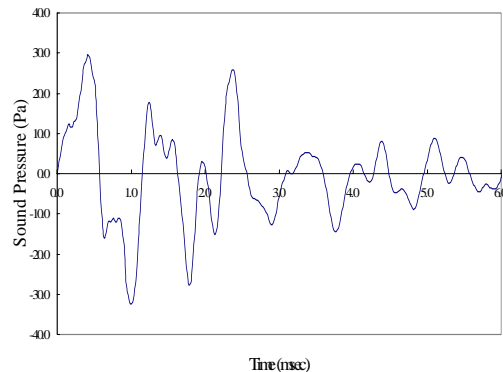


Fig. 5. Test result for sound pressure history

2.5 복합재의 감쇠(damping)를 고려한 충격 해석

본 논문에서는 MSC/NASTRAN에서 지원하는 모우드 해석방법을 이용하여 감쇠의 영향을 평가하였다. 감쇠를 고려한 모우드 좌표에서의 운동 방정식은 다음과 같다[9].

$$m_i \ddot{\xi}_i + b_i \dot{\xi}_i + k_i \xi_i = P_i \tag{11}$$

여기서 ξ_i 는 일반화된 모우드 좌표이고, b_i 는 모우드 감쇠계수로 식 (12)로 표현된다.

$$b_i = g_i \omega_i m_i \tag{12}$$

여기서 ω_i 는 비감쇠 고유진동수($\sqrt{k_i/m_i}$)이고 g_i 는 감쇠계수의 두 배이다. Fig. 6은 손실계수(loss factor)를 3%로 적용한 결과와 고려하지 않은 해석결과 및 실험결과를 비교한 것이다. 3.0 msec 이후에 충격하중이력의 고차 성분이 감쇠하는 것을 볼 수 있다. 이는 복합 적층판의 감쇠 특성에 의한 것으로 판단된다. 충격하중이력 성분 중 2차 모드는 약 1000 Hz정도이다. 참고문헌[10]의 시험결과로부터 1000Hz에서의 손실계수(η)가 약 3 % 정도로 추정되므로 감쇠를 고려한 저속충격해석을 수행하였다. 복합적층판의 경우 적층각도에 따라 감쇠특성이 변하지만 본 연구에서는 대략적인 경향을 검토하기위하여 참고문헌의 결과를 사용하였다.

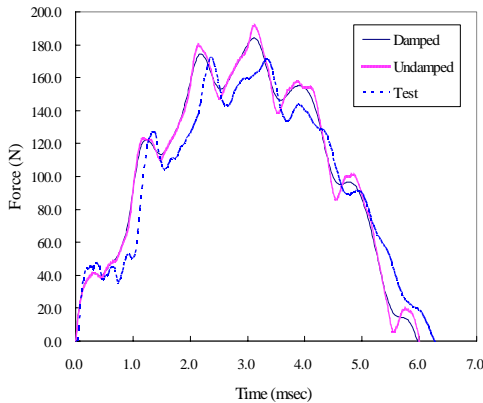


Fig. 6. Comparison of impact force histories between analysis(damped and undamped) and test results

2.6 복합재의 감쇠를 고려한 태핑음 해석

앞 절에서 언급한 태핑시험 조건에 대하여 태핑음을 Rayleigh 적분식을 이용하여 해석하였다.

해석모델은 적층판의 크기는 $19.0 \times 19.0 \text{ cm}^2$ 이고, 적층순서는 $[0/45/0/-45/0/-45/0/45/90]_s$, 경계조건은 4변 고정지지 조건이며 충격체의 속도는 0.337 m/sec이다. 유한요소모델은 쉘요소(CQUAD4) 400개, 스프링요소(CELAS1) 1개 및 집중질량요소(CONM2) 1개로 구성되었다.

Fig. 7은 음압이력에 대한 실험결과와 적층판의 감쇠를 고려한 해석결과 및 고려하지 않은 해석결과를 비교한 것이다. 해석결과를 분석하면 초기의 해석에 의해 계산되는 음압이 실험결과보다 작는데 이는 해석에 의한 음압이력은 적층판의 진동에 의해 발생하는 음압만을 고려하기 때문이다. 즉 앞서 언급한 바와 같이 실험결과는 충격 시 발생하는 공기방출이나 강제 방사 등의 효과와 충격체와 적층판의 압입현상 및 충격체에서 방사되는 음들이 합해지기 때문에 해석결과보다 큰 값을 보이게 된다. 또한 실험치구에서 발생하는 진동도 영향을 주는 것으로 판단된다. 3.0 msec이후의 결과를 보면 실험결과는 음압이 감소되는데 감쇠를 고려하지 않은 해석결과는 감소되지 않음을 볼 수 있다. 이는 적층판의 감쇠효과를 무시했기 때문이다. 공기에 의한 감쇠는 음을 측정하는 마이크로폰의 위치가 타격위치에서 15.0 cm 후방에 있어 거리에 의한 감쇠가 발생하기는 매우 가까우므로 무시하였다. 감쇠를 고려한 해석결과는 3.0 msec이후의 음압이력 진폭이 유사해짐을 관찰할 수가 있다. Fig. 8은 실험결과와 해석결과를 Fourier transform을 이용하여 분석한 것이다[11]. 이 결과는 음압의 주파수에 따른 에너지의 분포를 보여주는 것으로 제시된 태핑음해석 방법이 적절함을 보여준다. 감쇠

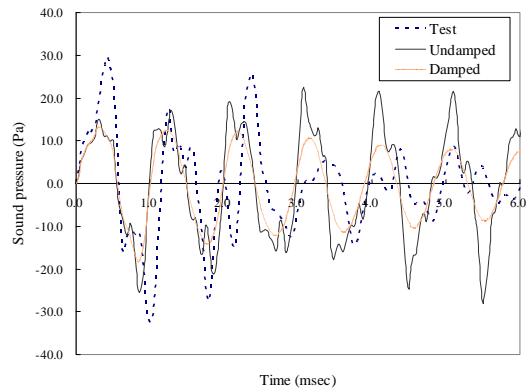


Fig. 7. Comparison of sound pressure histories between test and analysis results

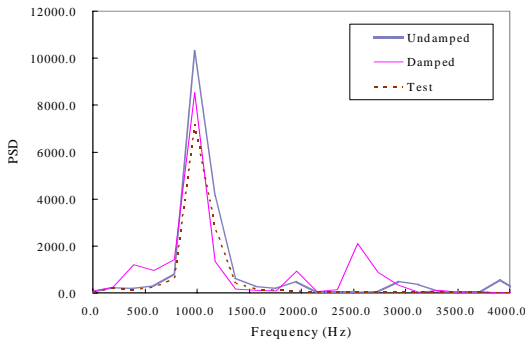


Fig. 8. Comparison of frequencies for sound pressure histories between test and analysis results

를 고려한 경우와 실험결과 모두 중심주파수는 일치하고 있다. 다만 감쇠를 고려하지 않은 경우보다 감쇠를 고려한 경우 및 실험결과가 중심주파수의 PSD(Power spectrum density)가 작아진다. 이는 감쇠 및 실험치구에 의해 에너지가 소산되기 때문이다.

2.7 층간분리를 고려한 태핑음 해석

적층판에 층간분리가 존재하는 경우 충격 해석 및 태핑음 해석을 통하여 층간분리가 없는 적층판과의 차이점을 평가하였다. 층간분리 모델은 층간분리가 존재하는 면을 기준으로 위층과 아래층으로 구분하였다. 즉 요소 수를 층간분리 면을 기준으로 두께방향으로 2개로 모사 하고 층간분리된 윗면을 아랫면을 관통하는 현상을 막기 위하여 층간분리 면에 갭(gap)요소를 삽입하였다 [10]. 갭 요소는 압축강성만을 가지고 인장강성은 없도록 하였다. 층간분리면의 형태와 크기는 Fig. 9와 같다. Fig. 10은 Fig. 2의 충격체를 15°회전시

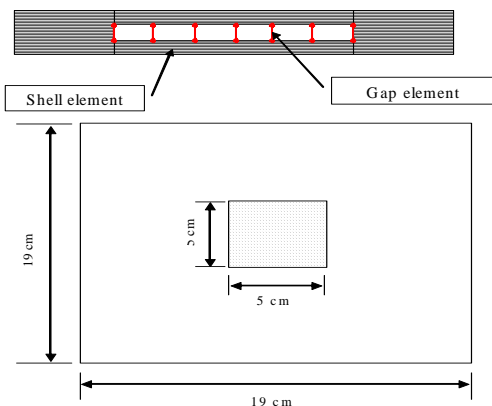


Fig. 9. Configuration of delamination

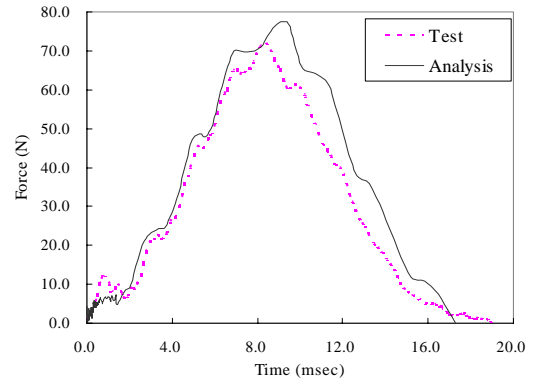


Fig. 10. Comparison of impact force histories between test and analysis for delaminated laminate

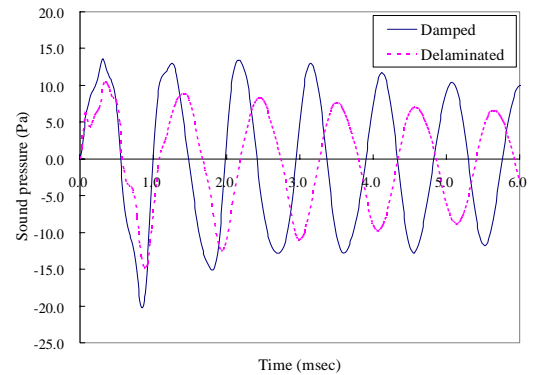


Fig. 11. Comparison of sound pressure histories between undamaged and delaminated case results

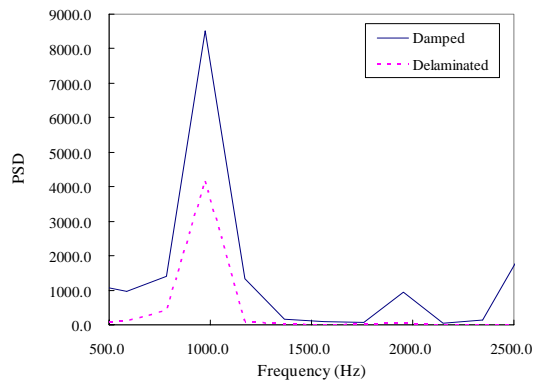


Fig. 12. Comparison of frequencies for sound pressure histories between damaged and undamaged analysis results

킨 후 낙하시켜 적층판에 충돌시키는 조건에 대한 해석결과와 실험결과를 비교한 것이다. 적층판의 적층순서는 [0/90]_{2s}, 4번이 고정지지 조건이고 층간분리는 두께방향으로 중립면에 위치한다. 실험결과와 실험결과가 차이를 보이는 것은 고정지지 경계조건을 구현하기위해 시편을 볼트를 이용하여 치구에 고정을 시키게 되는데, 이는 실험상의 시편의 경계조건이 이론적인 해석상의 경계조건을 만족시키지 못하기 때문으로 생각된다. 특히 시편의 두께가 얇은 경우 고정지지 조건의 구현이 어렵다. Fig. 11은 해석을 통하여 구한 층간분리가 있는 경우와 없는 경우의 태핑음 이력을 비교한 것이다. 두 결과모두 적층판의 손실계수는 3%로 가정하였다. 층간분리가 있는 경우 전체적인 음압이 감소하고 주파수도 작아짐을 알 수 있다. Fig. 12는 Fig. 11의 주파수 분석 결과이다. 층간분리가 있는 경우 충격에 의해 발생하는 음은 높은 주파수가 감소하고 중심주파수의 에너지도 약해지기 때문에 손상이 없는 경우보다 음이 둔(dull)하게 들린다[4].

III. 결 론

본 논문에서는 동전 및 해머(hammer) 등을 이용한 타격 시 발생하는 태핑음을 이용하여 층간분리를 검출하는 방법에 관한 연구를 수행하였다. 복잡한 충격체를 등가모델을 이용하여 해석 모델을 단순하였으며, 충격 시 발생하는 타격음을 Rayleigh 적분식을 적용하여 해석하고 실험결과와 비교하였다. 또한 해석적인 방법으로 층간분리가 태핑음에 미치는 영향을 검토하였다. 향후 손상이 있는 시편의 태핑실험결과와 해석적인 결과를 비교하고 층간분리가 태핑음에 미치는 영향을 검토하고자 한다.

후 기

본 논문은 국토해양부가 출연하고 한국건설교통기술연구원에서 위탁 시행한 항공안전기술개발사업으로 수행된 연구임.

참고문헌

- 1) 황준석, "정밀 수치해석 기법을 기반으로 한 복합재료 구조물의 태핑음 비파괴 검사법 개발", 박사학위논문, 서울대학교, 2003.
- 2) Moon, T. C., Kim, H. Y. and Hwang, W., "Natural-frequency reduction model for matrix-dominated fatigue damage of composite laminates", *Composite Structures*, Vol. 62, 2003, pp. 19~26.
- 3) 박홍철, "강구의 충돌에 의한 양단자유 보의 진동 및 음향 방사에 관한 연구", 석사학위논문, 한국과학기술원, 1992.
- 4) Cawley P, Adams R. D., "The mechanics of the coin-tap method of non-destructive testing", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 122, 1988, pp. 299-316
- 5) Schedin S., Lambourge C. and Chaigne A., "Transient Sound Fields from Impacted Plates: Comparison between Numerical Simulations and Experiments", *J. of Sound and Vibration*, Vol.221, No. 3, 1999, pp. 471~490.
- 6) Choi, I. H., "Low-Velocity Impact Analysis and Contact Law on Composite Laminates", *J. of the Korean Society for Composite Materials*, Vol.16, No.1, 2003, pp. 50~57.
- 7) White, R. G., Walker, J. G., "Noise and vibration", Ellis Horwood, 1982.
- 8) 김재권, "주파수 평균화된 음압 자승값에 의한 구조-음향의 방사 해석", 박사학위논문, 한국과학기술원, 2001.
- 9) MSC/NASTRAN user's manual
- 10) Maher, A., Ramadan F., and Ferra M., "Modeling of vibration damping in composite structures", *Composite Structures*, Vol.46, 1999, pp. 163-170.
- 11) Richard G, Lyons, "Understanding digital signal processing", Addison Wesley Pub, 1997.
- 12) Kessler, S.S., "Damage detection in composite materials using frequency response methods", *Composites, Part B* Vol.33, 2002, pp. 87-95.