《연구논문》 Hankook Kwanghak Hoeji, Volume 20, Number 2, April 2009 DOI: 10.3807/HKH.2009.20.2.110

광원 및 디스플레이 기기의 색특성 측정의 불확도 평가

박성종† · 이동훈 · 김용완 · 박승남

한국표준과학연구원 기반표준본부
㊞ 305-340 대전광역시 유성구 도룡동 1번지

(2009년 2월 24일 받음, 2009년 3월 17일 수정본 받음, 2009년 3월 18일 게재 확정)

본 논문은 광원 및 디스플레이 기기의 중요한 품질 지표 중 하나인 색특성 측정과 관련하여 대표적인 측정량인 CIE 1931(x, y) 색좌표, CIE 1960(u, v) 색좌표, 상관색온도(correlated color temperature, CCT), 분포온도(distribution temperature)에 대한 측정불확도 평가방법과 그 산출 예를 소개한다. 분광복사계를 사용하여 광원의 상대분광분포를 측정하고 이로부터 위의 색특성 측정량을 계산하는 경우에 대하여 표준소급체계를 소개하고, 상대분광분포의 불확도가 각 색특성 측정량의 불확도로 전파되는 과정을 파장간 상관관계를 고려한 행렬식을 이용하여 일관되게 유도한 후, CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광에 대해 측정불확도 산출 예를 보였다.

주제어: Measurement uncertainty, Color measurement, Spectroradiometry

I. 서 론

인간의 시감을 기준으로 하는 색측정(colorimetry)은[1] 광측정(photometry)과 더불어 광원 및 디스플레이 품질평가에 있어 가장 중요한 측정이며, 국민생활과 밀접한 관련을 맺고 있다. 육상 및 해상 교통의 안전을 확보하기 위한 여러 법정 규격 및 규제는 신호체계에 사용되는 다양한 종류의 등기구와 반사체에 대한 색측정값을 기준으로 설정되어 있으며,[2] 디스플레이 품질평가 방법을 다룬 표준화 규격 역시 색측정이 매우 중요한 지표로 이용되고 있다.[3] 또한 최근 LED 조명과 같은 새로운 광원소자를 이용한 조명기기가 시장에 출시됨에 따라 LED 조명에 대한 색특성 평가에도 관련 산업체와 소비자들이 많은 관심을 보이고 있다.

실제 국내에는 산업현장이나 대학, 연구소, 국가 교정/시험기관[4] 등 여러 곳에서 조명 및 디스플레이 관련한 색측정 장비가 운용 중에 있으며, 갈수록 측정 수요가 증가하는 추세이다. 그러나 국가 교정/시험 기관을 제외하고서는 측정불확도의 개념을 잘 접하지 못하고 색측정 단위의 표준소급체계에 대한 지식이 부족하여 측정불확도 평가에 관심이 없거나, 필요성을 인지하고 있다 하더라도 관련 지식의 부족 때문에 어려움을 겪고 있는 것이 현실이다. 그러나, 원칙적으로 모든 측정결과는 흔히 측정값이라고 부르는 추정값과 그 추정값의 신뢰범위인 측정불확도를 함께 보고하여야 정확도와 신뢰도를 인정받을 수 있다.[5,6] 본 논문에서는 색측정과 관련하여 빈번히 사용되며, 그 불확도 산출법이 다소 까다로운 색좌표, 상관색온도, 분포온도에 대해서 측정불확도 산출법을 소개하고자 한다.

현재 현장에 보급되어 있는 광원색 측정장치는 색의 삼자극치 측정을 구현하는 방식에 따라 필터식 색채계와 분광복사계 두 종류로 나눌 수 있고, 또 측정의 기하학적인 조건에 따라 휘도 조건과 조도 조건으로도 나눌 수 있다. 필터식 색채계의 경우는 일반적으로 3종류 혹은 4종류의 색필터와 광다이오드를 이용하여 등색함수(color matching function)[1]를 구현하는데, 기기의 사용이 용이하고 안정성이 좋은 반면 색필터의 성능에 따른 측정 오차가 광원의 분광분포에 따라 달라지는 단점이 있다.[7] 이러한 등색함수 색필터의 품질에 따른 색채 측정의 오차를 보정하기 위해서는 광원의 상대분광분포와 필터식 색채계의 상대분광감응도를 측정하여 색보정 과정을 수행하여야 하므로 필터식 색채계는 높은 정확도가 필요한 기준기급 색채계로써 사용하는 것보다는 색특성의 상대적 변화를 평가하는 현장용 색채계로 널리 사용되고 있다. 반면 분광복사계의 경우는 내부에 분광장치가 탑재되어 있어 광원의 종류에 무관하게 분광분포와 파장특성을 측정하고 이로부터 색좌표 뿐만 아니라 색온도, 연색지수 등 다양한 색특성 평가를 한꺼번에 수행할 수 있는 장점이 있으나 안정성은 필터식 색채계에 비해 다소 떨어진다. 최근에는 성능이 좋고 저렴한 소형 분광계(spectrograph)가 개발되어 필터식 색채계를 대체해가는 추세이고 기준기급 색채계로는 분광복사계 방식이 더욱 적합하므로 본 논문에서는 분광복사계를 이용한 광원 색특성 측정의 경우만을 다루기로 한다.

디스플레이의 색좌표 측정에 대한 불확도 평가에 대하여서는 최근 발표된 연구논문이 있으나[8] 본 논문에서는 분광분포 측정의 불확도로부터 색좌표 뿐만 아니라 상관색온도와 분포온도의 불확도를 계산하는 과정을 좀더 일반적인 경우에 대하여 설명하고 대표적인 백색광인 CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광 3종류에 대한 적용 예를 소개하고자 한다. 이어지는 2절에서는 먼저 측정불확도에 대한 개론과 색측정과 관련한 표준소급체계를 소개한 후, 3절에서는 분광복사계를 이용한 상대분광분포의 측정불확도에 대해서 고찰하였다. 이어지는 4, 5, 6, 7절에서는 각 측정량에 대한

†E-mail: spark@kriss.re.kr

불확도 전파과정을 서술하고, 불확도 전파식을 이용하여 실제 3종류의 백색광원에 대한 측정불확도 산출 예를 순차적으로 소개할 것이다.

II. 측정불확도와 표준소급체계

2.1. 일반적인 측정불확도 평가절차

측정불확도는 측정결과와 관련하여 측정량을 합리적으로 추정한 값의 분산 특성을 나타내는 표준편차나 명시된 신뢰구간의 반너비로 정의된다.[5,6] 합리적으로 추정한다는 것은 측정과정 전반에 관한 가능한 모든 지식으로부터 추정함을 의미하며, 통계적인 추정이나 오랜동안 경험, 혹은 과학적 배경을 갖는 추론이 될 수 있다. 불확도 추정의 과정은 먼저 측정의 수학적 모델을 세우는 것으로부터 출발한다. 측정의 수학적 모델은 측정하고자 하는 양, 즉 "측정량"과 그 양을 측정하는 데 필요한 양, 즉 "입력량"의 함수관계식이며 여기서 입력량은 반드시 실제 측정이 가능하고 불확도의 평가가 가능한 양이어야 한다. 예를 들어 측정량 y는 x_1, x_2, ⋯, x_{n-1}, x_n의 측정으로부터 산출된다면, 측정의 수학적 모델은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다. 여기서 함수 f는 측정의 함수관계를 나타낸다.

$$y = f(x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}, x_n) \equiv f([x_i]) \quad \text{where } [x_i] = (x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}, x_n) \tag{1}$$

측정의 수학적 모델이 세워졌으면 이 모델식에 1차 선형 근사를 하여 불확도 전파식을 유도한다. 즉, y의 불확도가 x_1, x_2, ⋯, x_{n-1}, x_n의 불확도로부터 전파되는 관계식을 유도하는 것이다. 가장 일반적인 형태는 x_1, x_2, ⋯, x_{n-1}, x_n간에 일정한 상관관계가 있다고 가정하는 것이다. 이 경우 불확도 전파식은 식 (2)와 같다. 여기서 u는 표준불확도를 나타내는 기호이고, 모든 불확도 성분이 고려되었을 경우 $u(y)$는 합성표준불확도라고 지칭하며, "합성(combined)"을 강조하기 위해 아래 첨자 c를 덧붙여 $u_c(y)$로 바꾸어 표기한다.[5,6] $r(x_i, y_j)$는 상관계수로 $-1 \le r(x_i, y_j) \le 1$이다.

$$\begin{aligned} u^2(y) &= \sum_i \sum_j \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial x_j}\right) u(x_i, x_j) \\ &\equiv \sum_i \sum_j \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial x_j}\right) r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j) \equiv u_c^2(y) \end{aligned} \tag{2}$$

만약, 모든 i, j에 대해서 x_i, x_j간에 상관관계가 없다면, $r(x_i, x_j) = 0$이므로 식 (2)는 식 (3)으로 간단히 쓸 수 있다.

$$u_c^2(y) = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) \tag{3}$$

하지만 본 논문에서 다루는 색좌표, 색온도, 분포온도는 모두 파장별 측정량 사이에 높은 상관관계를 가지고 있는 분광분포를 입력량으로 하기 때문에[8,9] 식 (2) 형태의 전파식으로 불확도를 산출해야 한다. 이렇게 불확도 전파식이 유도되었으면, 이제 입력량의 불확도를 순차적으로 각각 평가한 후, 불확도 전파식에 대입하여 합성불확도를 계산한다. 그 다음 합성불확도가 이루는 확률분포로부터 신뢰수준 약 95%에 해당하는 포함인자 k를 택하여 확장불확도를 도출한다. 이와 관련한 자세한 과정은 참고문헌 [5]와 [6]을 참조하고, 색특성 관련 측정량에 대한 구체적인 방법은 다음 4, 5, 6, 7, 8절에서 다루도록 한다.

2.2. 분광분포측정의 표준소급체계

광원의 색특성은 광원에서 발산하는 빛의 상대적인 분광분포를 교정된 분광복사계를 사용하여 측정하고 이로부터 계산을 통하여 평가할 수 있다. 상대분광분포 측정의 표준은 분광복사조도 표준에 소급하며 이는 1 kW 석영 텅스텐 할로겐전구(Quartz Tungsten Halogen lamp, QTH lamp)로 만들어진 분광복사조도 표준전구를 통하여 보급된다.[10] 분광복사계는 측정에 앞서 이러한 분광복사조도 표준전구를 이용하여 교정하여야 한다. 자세한 교정과정은 참고문헌 [10-12]에 기술되어 있으므로 여기서는 대략적인 교정과정과 불확도 성분, 불확도 성분의 파장간 상관관계에 대해서만 간단하게 설명하도록 한다.

분광복사계의 교정은 분광복사계의 파장눈금을 교정하는 것부터 시작한다. 파장눈금은 Hg이나 Ne 등의 기체가 봉입된 저압 방전등을 점등했을 때 발산하는 고유의 선스펙트럼을 기준으로 하여 교정하며 대부분의 경우 선스펙트럼 자체의 불확도는 무시할 수 있는 수준이다. 따라서 파장교정의 불확도는 분광복사계의 파장설정 오차와 파장 분해능에 기인한다. 본 논문에서는 파장교정의 표준불확도가 0.3 nm 이내인 CCD(charge-coupled device) 검출기를 적용한 기준기급 분광복사계에 대하여서 예시를 할 것이다. 파장 불확도는 파장간 상관관계를 갖고 있기 때문에 참고문헌 [12-14]에서와 같이 이러한 상관관계를 고려해야 한다.

파장교정이 완료되었으면, 분광복사조도 표준전구를 표준사용조건에서 설치 및 점등하여 분광복사계의 지시값과 표준전구 성적서에 보고된 분광복사조도 기준값으로부터 분광복사조도 감응도를 계산하고 이를 기기에 반영함으로써 교정이 완료된다.[9,10] 이 과정에서는 여러가지 불확도 요인이 개입한다. 먼저, 표준전구 성적서가 보고하는 분광복사조도 기준값 자체가 갖는 불확도이다. 이는 표준전구를 공급한 기관에서 보고하는 성적서의 불확도를 인용하며,[10,11] 파장간 상관계수는 참고문헌 [14]에서 보고하고 있는 0.9를 이용한다. 대체로 가시광 영역(380 nm ~ 780 nm)에서 표준전구의 상대표준불확도는 약 0.5% 수준이다. 이외에도 표준전구와 분광복사계 검출부 개구 사이의 거리, 표준전구에 인가하는 전류, 분광복사계의 측정 반복성, 분광복사계의 선형성(linearity), 분광복사계의 분광 미광(spectral stray light), 측정벤치 내 미광 등이 분광복사계 교정불확도 요인으로 작용한다.[12] 이러한 불확도 요인을 모두 고려할 경우 CCD 검출기를 적용한 기준기급 분광복사계 교정에 대한 상대표준불확도는 파장영역 380 nm ~ 580 nm에서 4.5% ~ 1.5%, 580 nm

~ 780 nm에서 1.5%에 이르며 파장간 상관계수는 파장에 따라 0.7~0.9 범위에 있다. 분광복사계의 교정불확도는 상대분광분포 측정에 그대로 전파되며, 후에 설명할 성분별 불확도 산출표에서 “Instrument calibration” 항목에 해당한다.

III. 상대분광분포의 측정 및 측정불확도

앞의 2절에서 설명한 과정을 통해 교정한 분광복사계는 이제 색측정과 관련하여 국제단위계로의 표준소급성을 갖게 되었다고 볼 수 있다. 그러나, 분광복사계의 교정불확도가 곧 분광분포의 측정불확도를 의미하지는 않는다. 그 이유는 교정된 분광복사계를 이용하여 어떤 광원의 분광분포를 측정하고 그로부터 색특성을 계산한다고 하면, 측정 대상 광원 및 그 측정 조건에 따라서 추가의 불확도 성분이 개입하기 때문이다.[12-14] 예를 들어, 분광분포를 측정하려면 분광복사계의 지시값을 읽어야 하는데, 이 때 지시값의 통계적 분산인 반복성 불확도가 추가로 발생하며, 측정하려는 분광분포의 모양에 따라 파장정확성에 따른 불확도, 선형성, 분광 미광에 의한 불확도도 추가로 발생한다. 그림 1은 CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광 3종류의 분광분포(a)와 분광복사계 교정불확도가 포함된 전체 측정의 표준불확도(b)를 보이고 있다. 그림 1을 통하여 측정불확도는 분광분포의 형태에 따라 달라짐을 확인할 수 있다. 또한, 이러한 측정불확도는 파장간 강한 상관관계를 갖는데, 이를 도식화 하면 그림 2와 같다. 그림 2의 (a), (b), (c)는 각각 CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광에 대한 측정불확도의 파장간 상관계수를 파장에 대한 2변수 함수로 표시한 것으로, 식 (2)의 $r(x_i, x_j)$에 해당한다. 이제 그림 1의 분광분포 및 불확도와 그림 2의 상관계수를 이용하면 색좌표, 색온도 등 여러가지 색특성 측정량들의 불확도를 평가할 수 있다.

표 1은 그림 2(b)의 상대분광분포 측정불확도 중 파장 450 nm에 대한 불확도 성분별 산출표를 나타낸 것이다. 이 불확도 산출표에는 색측정에 영향을 주는 성분만을 포함시켰다. 이 외에도 LED 백색광(청색 LED와 노란색 형광체로 구성)과 LCD 백색광의 경우는 광원과 분광복사계 측정 기준면 사이의 거리 및 각도에 따라서 분광분포가 달라질 수 있으므로 이를 별도로 평가하여 불확도 성분으로 포함시켜야만 한다. 하지만 이러한 기하학적 요인은 측정하는 광원에 대하여 조건을 바꾸어가며 반복 측정을 수행하여 쉽게 평가한 후 추

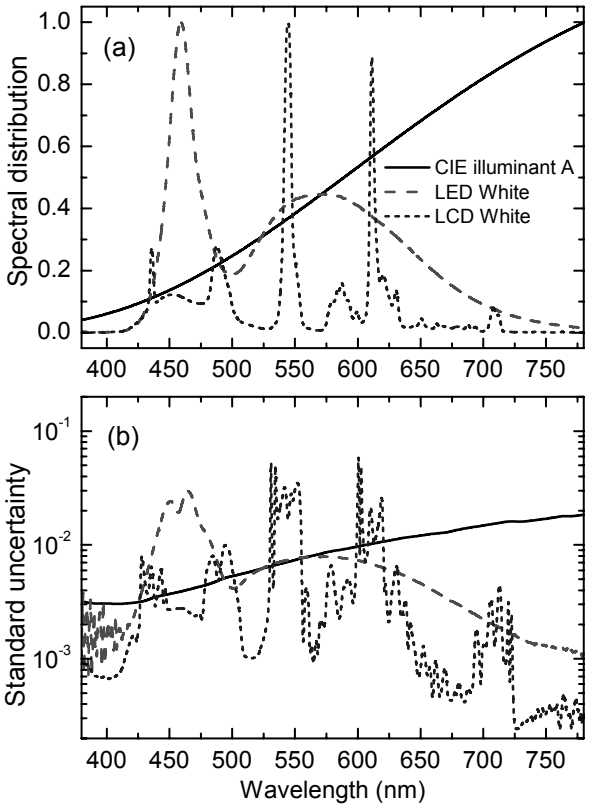

그림 1. (a) CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광의 상대분광분포로 분광복사조도를 측정한 후 가시광선 영역인 380 nm ~ 780 nm에서 각각의 최대값으로 정규화하였고, 단위는 1이다. (b) CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광의 각각의 상대분광분포 측정의 합성표준불확도(combined standard uncertainty)로 단위는 상대분광분포의 단위와 같은 1이다.

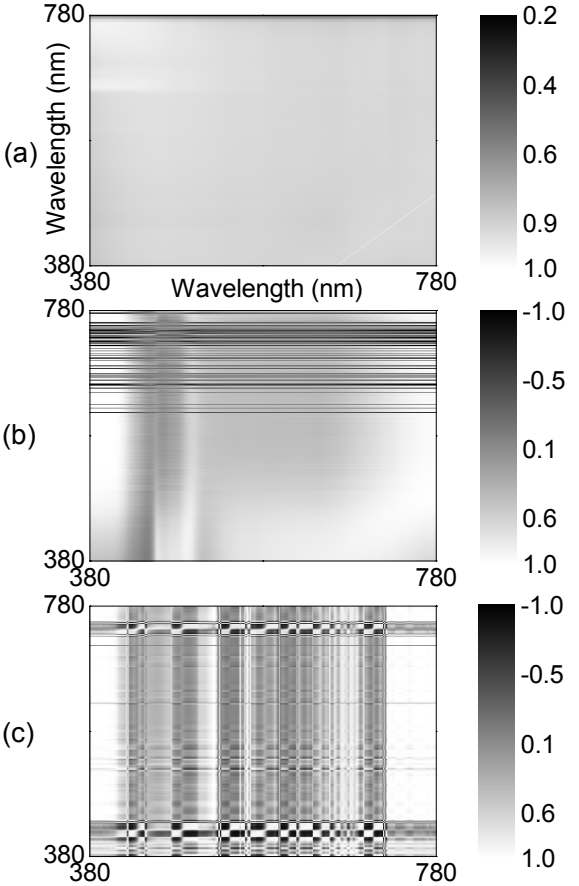

그림 2. 그림 1(b)의 합성표준불확도의 파장간 상관계수이다. (a) CIE A 표준광원의 상대분광분포 측정의 상대불확도의 파장간 상관계수, (b) LED 백색광, (c) LCD 백색광.

표 1. 그림 1의 상대분광분포의 불확도의 성분별 불확도 산출표로 대표적으로 450 nm에서의 불확도를 상대불확도로 나타낸 것이다.

Uncertainty component	CIE illuminant A (@450 nm)	LED White (@450 nm)	LCD White (@450 nm)
Value: Spectral power	0.137	0.632	0.122
Instrument calibration	1.8%	1.8%	1.8%
Repeatability	0.5%	0.5%	0.5%
Wavelength accuracy	0.1%	3.4%	0.3%
Linearity on flux	0.3%	0.3%	0.3%
Spectral stray light	1.9%	0.9%	1.0%
Combined uncertainty	2.6%	3.9%	2.1%

가할 수 있는 성분이므로 본 논문의 일반적인 논의에서는 제외하였다. 이런 기하학적 요인에 따른 성분이 추가된다면 표 1 ~ 표 5에서 소개하는 LED 백색광과 LCD 백색광에 대한 불확도가 다소 증가할 것이다. 이제, 각 측정량에 대해 불확도 전파식을 유도하고, 실제 세 종류 백색광에 대해 불확도 산출을 설명한다.

IV. CIE 1931(*x*, *y*) 색좌표의 측정불확도

CIE 1931 *x*, *y* 색좌표는 다음의 식 (4)~(6)의 *X*, *Y*, *Z* 삼자극치로부터 식 (7)와 같이 정의된다.

$$X = \int S(\lambda)\bar{x}(\lambda)d\lambda \cong \sum_i S_i\bar{x}_i\Delta_i \equiv X_1 \tag{4}$$

$$Y = \int S(\lambda)\bar{y}(\lambda)d\lambda \cong \sum_i S_i\bar{y}_i\Delta_i \equiv X_2 \tag{5}$$

$$Z = \int S(\lambda)\bar{z}(\lambda)d\lambda \cong \sum_i S_i\bar{z}_i\Delta_i \equiv X_3 \tag{6}$$

여기서 $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$는 CIE 1931 등색함수이고, 편의를 위해서 X_1, X_2, X_3를 *X*, *Y*, *Z* 각각의 상대 값으로 정의하였으며 S_i는 상대분광분포, Δ_i는 파장간격을 의미한다.

$$x = \frac{X_1}{X_1 + X_2 + X_3}, y = \frac{X_2}{X_1 + X_2 + X_3} \tag{7}$$

X_1, X_2, X_3는 상관관계가 있는 S_i로부터 계산된 양이기 때문에, 일반적인 식 (2)의 불확도 전파식에 따라서 $u(x)$, $u(y)$는 식 (8), (9)로 표현된다. 편의상 $\Sigma \equiv X_1 + X_2 + X_3$로 정의하자.

$$\begin{aligned} u^2(x) &= \sum_{i,j} \frac{\partial x}{\partial X_i}\frac{\partial x}{\partial X_j} u(X_i, X_j) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\Sigma - X_1}{\Sigma^2} & \frac{-X_2}{\Sigma^2} & \frac{-X_3}{\Sigma^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(X_i, X_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Sigma - X_1}{\Sigma^2} & \frac{-X_2}{\Sigma^2} & \frac{-X_3}{\Sigma^2} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} u^2(y) &= \sum_{i,j} \frac{\partial y}{\partial X_i}\frac{\partial y}{\partial X_j} u(X_i, X_j) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{-X_1}{\Sigma^2} & \frac{\Sigma - X_2}{\Sigma^2} & \frac{-X_3}{\Sigma^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(X_i, X_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-X_1}{\Sigma^2} & \frac{\Sigma - X_2}{\Sigma^2} & \frac{-X_3}{\Sigma^2} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \tag{9}$$

그리고 $u(X_i, X_j)$ 각 성분은 식 (10)~(15)과 같이 표현된다. 이 때, $[u(X_i, X_j)]$는 대칭행렬이기 때문에 대각성분과 윗대각 성분만 알면 충분하며 편의상 $X_1 = f_1(S_i)$, $X_2 = f_2(S_i)$, $X_3 = f_3(S_i)$으로 놓고 식을 전개하였다.

$$u(X_1, X_1) = \sum_{i,j} \frac{\partial f_1}{\partial S_i}\frac{\partial f_1}{\partial S_j} u(S_i, S_j) = [\bar{x}_i\Delta_i][u(S_i, S_j)][\bar{x}_j\Delta_j]^T \tag{10}$$

$$u(X_1, X_2) = \sum_{i,j} \frac{\partial f_1}{\partial S_i}\frac{\partial f_2}{\partial S_j} u(S_i, S_j) = [\bar{x}_i\Delta_i][u(S_i, S_j)][\bar{y}_j\Delta_j]^T \tag{11}$$

$$u(X_1, X_3) = \sum_{i,j} \frac{\partial f_1}{\partial S_i}\frac{\partial f_3}{\partial S_j} u(S_i, S_j) = [\bar{x}_i\Delta_i][u(S_i, S_j)][\bar{z}_j\Delta_j]^T \tag{12}$$

$$u(X_2, X_2) = \sum_{i,j} \frac{\partial f_2}{\partial S_i}\frac{\partial f_2}{\partial S_j} u(S_i, S_j) = [\bar{y}_i\Delta_i][u(S_i, S_j)][\bar{y}_j\Delta_j]^T \tag{13}$$

$$u(X_2, X_3) = \sum_{i,j} \frac{\partial f_2}{\partial S_i}\frac{\partial f_3}{\partial S_j} u(S_i, S_j) = [\bar{y}_i\Delta_i][u(S_i, S_j)][\bar{z}_j\Delta_j]^T \tag{14}$$

$$u(X_3, X_3) = \sum_{i,j} \frac{\partial f_3}{\partial S_i}\frac{\partial f_3}{\partial S_j} u(S_i, S_j) = [\bar{z}_i\Delta_i][u(S_i, S_j)][\bar{z}_j\Delta_j]^T \tag{15}$$

위의 식 (10)~(15)에서 $u(S_i, S_j)$는 그림 1과 2에 예시한 상대분광감응도 측정결과로부터 $u(S_i, S_j) = r(S_i, S_j)u(S_i)u(S_j)$와 같이 계산할 수 있다. 계산된 $u(S_i, S_j)$를 이용하여, 식 (10)~(15)을 계산하고, 다시 이 결과를 식 (8)~(9)에 대입함으로써 X_1, X_2, X_3로부터 전파되는 색좌표의 표준불확도를 산출할 수 있다.

표 2는 이런 과정을 통해 계산된 CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광의 CIE 1931(x, y) 색좌표와 각 성분별 표준불확도이다. CIE A 표준광원은 백열광원으로 상관색온도가 2856 K이고, 분광분포의 모양이 온도 2856 K의 흑체와 매우 비슷하여, 광측정 표준과 관련하여 널리 쓰이는 광원이다. 주요한 불확도 성분은 교정불확도와 분광 미광이다. 분광 미광은 분광복사계의 분광능력의 한계로 2차 회절이나 분광복사계 내부에 설치되어 있는 구조물에 의해 발생하는 파장에 무관한 산란 때문에 생기는 측정오차이다.[12] LED 백색광과 LCD 백색광의 경우는 교정불확도와 파장정확성에 의한 불확도 성분이 주요성분인데, 이는 LED나 LCD의 경우 분광분포의 선폭이 매우 좁아 파장의 옵셋에 따라 색좌표가 비교적 쉽게 바뀔 수 있음을 의미한다. 표 2의 “Combined uncertainty”는 합성표준불확도를 의미하며, 보통 신뢰수준 약 95% 해당하는 불확도로 환산하기 위해 합성표준불확도

표 2. CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광에 대한 CIE 1931 *x*, *y* 측정 불확도의 불확도 성분별 산출표.

Uncertainty component	CIE illuminant A (CIE 1931 *x*, *y*)		LED White (CIE 1931 *x*, *y*)		LCD White (CIE 1931 *x*, *y*)	
Value: CIE 1931 *x*, *y*	0.4476	0.4074	0.3247	0.3179	0.3451	0.3670
Instrument calibration	0.0004	0.0003	0.0005	0.0006	0.0005	0.0006
Repeatability	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
Wavelength accuracy	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005	0.0007	0.0024
Linearity on flux	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001
Spectral stray light	0.0005	0.0004	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002
Combined uncertainty	0.0007	0.0005	0.0007	0.0008	0.0009	0.0025

에 포함인자 $k=2$를 곱하여 확장불확도를 산출하고 이를 측정불확도로 보고한다.[5] LED 백색광의 예로 들면 그 측정결과를 $x=0.3247\pm0.0014(k=2)$, $y=0.3179\pm0.0016(k=2)$와 같이 보고한다.

V. CIE 1960(*u*, *v*) 색좌표의 측정불확도

현재 CIE 1960 *u*, *v* 색좌표는 상관색온도를 계산하는 목적 외에는 잘 사용하지 않지만, 광원 특성평가에 기본적인 사양으로 제시되는 경우가 많다. CIE 1960 *u*, *v*는 다음 식 (16)으로 각각 정의된다.

$$u=\frac{4X_1}{X_1+15X_2+3X_3},\ v=\frac{6X_2}{X_1+15X_2+3X_3}, \tag{16}$$

식 (16)로부터 X_1, X_2, X_3로부터 전파되는 *u*, *v*의 불확도 및 상관불확도를 4절에서와 유사하게 전개하면 아래 식 (17)~(19)를 얻는다. 여기서 편의상 $\Sigma\equiv X_1+15X_2+3X_3$로 정의하였다.

$$u^2(u)=\sum_{i,j}\frac{\partial u}{\partial X_i}\frac{\partial u}{\partial X_j}u(X_i,X_j)$$
$$=\begin{bmatrix}\frac{4\Sigma-4X_1}{\Sigma^2} & \frac{-15X_2}{\Sigma^2} & \frac{-3X_3}{\Sigma^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u(X_i,X_j)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{4\Sigma-4X_1}{\Sigma^2} & \frac{-15X_2}{\Sigma^2} & \frac{-3X_3}{\Sigma^2}\end{bmatrix}^T \tag{17}$$

$$u^2(v)=\sum_{i,j}\frac{\partial v}{\partial X_i}\frac{\partial v}{\partial X_j}u(X_i,X_j)$$
$$=\begin{bmatrix}\frac{-X_1}{\Sigma^2} & \frac{6\Sigma-90X_2}{\Sigma^2} & \frac{-3X_3}{\Sigma^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u(X_i,X_j)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{-X_1}{\Sigma^2} & \frac{6\Sigma-90X_2}{\Sigma^2} & \frac{-3X_3}{\Sigma^2}\end{bmatrix}^T \tag{18}$$

$$u(u,v)=\sum_{i,j}\frac{\partial u}{\partial X_i}\frac{\partial v}{\partial X_j}u(X_i,X_j)$$
$$=\begin{bmatrix}\frac{4\Sigma-4X_1}{\Sigma^2} & \frac{-15X_2}{\Sigma^2} & \frac{-3X_3}{\Sigma^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u(X_i,X_j)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{-X_1}{\Sigma^2} & \frac{6\Sigma-90X_2}{\Sigma^2} & \frac{-3X_3}{\Sigma^2}\end{bmatrix}^T \tag{19}$$

참고로 식 (19)의 상관불확도는 색좌표의 불확도가 아닌 상관색온도의 측정불확도를 평가할 때 이용될 것이다. 4절과 마찬가지로 식 (17)과 식 (18)을 이용하여 3종류 광원에 대해서 불확도를 평가할 수 있다(표 3). 광원 종류에 따른 불확도 성분별 기여량은 4절에서 소개한 CIE 1931(*x*, *y*)와 비슷한 양상을 보인다.

VI. 상관색온도의 측정불확도

상관색온도는 CIE 1960 *u*, *v*를 이용해서 구해야 한다. 시험대상 광원의 상관색온도는 시험광원의 CIE 1960 색좌표가 *u*, *v*이고, 온도가 *T*인 흑체의 CIE 1960 *u*, *v* 색좌표를 $u_T(T)$, $v_T(T)$로 정의하였을 때, 가장 가까운 거리의 u_T, v_T에 해당하는 온도로 정의된다. 수식으로 표현하면, 다음 식 (20)을 최소화시키는 *T*가 바로 광원의 상관색온도가 된다.

표 3. CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광에 대한 CIE 1931 u, v 측정 불확도의 불확도 성분별 산출표

Uncertainty component	CIE illuminant A (CIE 1960 *u*, *v*)		LED White (CIE 1960 *u*, *v*)		LCD White (CIE 1960 *u*, *v*)	
Value: CIE 1960 *u*, *v*	0.2560	0.3495	0.2106	0.3094	0.2056	0.3280
Instrument calibration	0.0002	0.0001	0.0002	0.0003	0.0002	0.0002
Repeatability	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000
Wavelength accuracy	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002	0.0005	0.0008
Linearity on flux	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Spectral stray light	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001
Combined uncertainty	0.0003	0.0002	0.0003	0.0004	0.0006	0.0008

$$d^2 = (u_T(T) - u)^2 + (v_T(T) - v)^2 \tag{20}$$

상관색온도 T의 불확도는 CIE 1960 색좌표 u, v의 불확도에서 모두 전파된다. 식 (20)에서 보듯이, 상관색온도 T는 처럼, u와 v의 함수로 표현된다고 볼 수 있다. 그리고 u와 v는 식 (19)에서 보듯이 서로 상관관계가 있으므로, 불확도 전파식에 따라서 다음의 식 (21)을 유도할 수 있다.

$$u^2(T) = \left(\frac{\partial T}{\partial u}\right)^2 u^2(u) + \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)^2 u^2(v) + 2\left(\frac{\partial T}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right) u(u,v) \tag{21}$$

먼저 감도계수 $\partial T/\partial u$와 $\partial T/\partial v$를 계산해보자. 식 (20)이 최소화되는 조건이 상관색온도의 값이므로 식 (20)를 T에 대한 미분을 취한 값이 0이 될 때, 즉 아래 식 (22)를 만족시키는 온도 T의 값이 상관색온도가 된다.

$$(u_T(T) - u)\frac{\partial u_T}{\partial T} + (v_T(T) - v)\frac{\partial v_T}{\partial T} = 0 \tag{22}$$

식 (22)의 T와 u, v에 각각 δT, δu, δv 만큼 변분을 주어 δT에 관하여 정리해보도록 하자.

$$\{u_T(T + \delta T) - (u + \delta u)\} \left.\frac{\partial u_T}{\partial T}\right|_{T+\delta T} + \{v_T(T + \delta T) - (v + \delta v)\} \left.\frac{\partial v_T}{\partial T}\right|_{T+\delta T} = 0 \tag{23}$$

식 (23)의 각 항을 1차 Taylor 전개하여, δT에 관해 정리해보면 아래 식 (24)를 얻는다.

$$\delta T = \left[\frac{\partial^2 u_T}{\partial T^2}(u_T - u) + \frac{\partial^2 v_T}{\partial T^2}(v_T - v) + \left(\frac{\partial u_T}{\partial T}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_T}{\partial T}\right)^2\right]^{-1} \left(\frac{\partial u_T}{\partial T}\delta u + \frac{\partial v_T}{\partial T}\delta v\right) \tag{24}$$

식 (24)로부터 감도계수 $\partial T/\partial u$와 $\partial T/\partial v$는 식 (25)와 (26)으로 각각 표현된다.

$$\frac{\partial T}{\partial u} = \left[\frac{\partial^2 u_T}{\partial T^2}(u_T - u) + \frac{\partial^2 v_T}{\partial T^2}(v_T - v) + \left(\frac{\partial u_T}{\partial T}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_T}{\partial T}\right)^2\right]^{-1} \frac{\partial u_T}{\partial T} \tag{25}$$

$$\frac{\partial T}{\partial v} = \left[\frac{\partial^2 u_T}{\partial T^2}(u_T - u) + \frac{\partial^2 v_T}{\partial T^2}(v_T - v) + \left(\frac{\partial u_T}{\partial T}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_T}{\partial T}\right)^2\right]^{-1} \frac{\partial v_T}{\partial T} \tag{26}$$

식 (25), (26)을 (21)에 대입하고, 식 (17)~(19)을 이용하면, 상관색온도의 불확도를 계산할 수 있다. 보통 상관색온도 T는 분포온도와 구별하기 위해서 CCT로 바꾸어 쓴다. 표 4에 3종류 광원에 대한 불확도 결과를 소개하였다. 광원 종류에 따른 불확도 성분별 기여량은 4절에서 소개한 CIE 1931(x, y)와 비슷한 양상을 보인다.

VII. 분포온도의 측정불확도

분포온도(distribution temperature, DT)는 시험광원의 상대분광분포가 흑체의 상대분광분포와 비슷할 경우 측정이 가능한 양으로 다음 식 (27)을 최소로 하는 T값이 분포온도가 된다.

$$\chi^2 \equiv \int_{400\,\mathrm{nm}}^{750\,\mathrm{nm}} d\lambda \left[1 - \frac{S(\lambda)}{aS_b(\lambda;T)}\right]^2 \quad \text{where } S_b(\lambda) = \frac{c_1}{\lambda^5\left[\exp\left(c_2/\lambda T\right)\right] - 1} \tag{27}$$

여기서, $c_1 = 3.7418\times10^{-16}$ Wm^2, $c_2 = 1.4388\times10^{-2}$ mK인데, 식 (27)을 최소화하는데 있어서 상수 c_1은 중요하지 않다. 식 (27)을 풀기 위해서 변수를 무차원 수로 아래 식 (28)의 정의를 이용하여 정규화해보자.

$$c \equiv \frac{c_2}{\lambda_0 T}, \nu \equiv \frac{\lambda_0}{\lambda}, t \equiv \frac{T_0}{T}, S_0 \equiv \exp(c) - 1 \tag{28}$$

식 (28)를 식 (27)에 대입하여 정리하고, 적분을 합으로 근사하여 표현하면 다음 식 (29)를 얻는다.

표 4. CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광에 대한 상관색온도 측정 불확도의 불확도 성분별 산출표

Uncertainty component	CIE illuminant A (*CCT*)	LED White (*CCT*)	LCD White (*CCT*)
Value: *CCT*	2856 K	5908 K	5049 K
Instrument calibration	5.3 K	28.0 K	15.9 K
Repeatability	1.1 K	3.9 K	3.4 K
Wavelength accuracy	0.4 K	30.5 K	19.3 K
Linearity on flux	0.6 K	2.3 K	2.0 K
Spectral stray light	4.8 K	5.7 K	5.4 K
Combined uncertainty	7.3 K	42.0 K	25.9 K

$$\chi^2 \cong \sum \frac{\Delta_i}{\nu_i^2}\left[1-\frac{S_i}{aS_{bi}}\right]^2 \text{ where } S_{bi}=\frac{\nu_i^5 S_0}{\exp(c\nu_i t)-1} \tag{29}$$

식 (29)을 최소화하는 조건을 찾기 위해서, χ^2에 a와 t에 대한 편미분을 취해서 0이 되도록 한다.

$$\frac{\partial\chi^2}{\partial a}=\frac{2}{a^2}\sum\frac{\Delta_i}{\nu_i^2}\frac{S_i}{S_{bi}}\left[1-\frac{S_i}{aS_{bi}}\right]\to 0 \tag{30}$$

$$\frac{\partial\chi^2}{\partial t}=\frac{2}{a}\sum\frac{\Delta_i}{\nu_i^2}\frac{S_i}{S_{bi}}\frac{\partial\ln S_{bi}}{\partial t}\left[1-\frac{S_i}{aS_{bi}}\right]\to 0 \tag{31}$$

$$\text{where } \frac{\partial\ln S_{bi}}{\partial t}=-\frac{c\nu_i}{1-\exp(-c\nu_i t)}$$

식 (30)와 식 (31)을 연립하면, 식 (32)로 정리된다.

$$f\equiv\sum A_i\left(\exp(c\nu_i t)-1\right)^2\sum B_i\exp(c\nu_i t)-\sum C_i\left(\exp(c\nu_i t)-1\right)\sum D_i\exp(c\nu_i t)\left(\exp(c\nu_i t)-1\right)=0 \tag{32}$$

$$\text{where } A_i\equiv\frac{\Delta_i S_i^2}{\nu_i^{12}}, B_i\equiv\frac{\Delta_i S_i}{\nu_i^6}, C_i\equiv\frac{\Delta_i S_i}{\nu_i^7}, D_i\equiv\frac{\Delta_i S_i^2}{\nu_i^{11}}$$

식 (32)은 아래의 식 (33)과 같이 Newton-Raphson 수치해법을[15] 이용해 해를 구하면 된다. 여기서 n은 반복회수에 대한 첨자이고 df/dt는 수치해법으로 근사하여 계산한다. 반복 중지 조건은 $t_{n+1}-t_n$이 10^{-6} 이하면 적당하다.

$$t_{n+1}=t_n-\frac{f_n}{\left[df/dt\right]_n} \tag{33}$$

결과적으로 불확도 전파식은 식 (34)로 표현된다.

$$u^2(T)=\sum_{i,j}\left(\frac{\partial T}{\partial S_{ti}}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial S_{tj}}\right)u(S_{ti},S_{tj})$$

$$\text{where } \frac{\partial T}{\partial S_{ti}}=-\frac{T_0}{t^2}\frac{\partial f}{\partial S_{ti}}\left[\frac{df}{dt}\right]^{-1} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial S_{ti}}\equiv&\frac{2\Delta_i S_{ti}}{\nu_i^{12}}\left(\exp(c\nu_i t)-1\right)^2\sum B_i\exp(c\nu_i t)\\&+\frac{\Delta_i}{\nu_i^6}\exp(c\nu_i t)\sum A_i\left(\exp(c\nu_i t)-1\right)^2\\&-\frac{2\Delta_i S_{ti}}{\nu_i^{11}}\exp(c\nu_i t)\left(\exp(c\nu_i t)-1\right)\sum C_i\left(\exp(c\nu_i t)-1\right)\\&-\frac{\Delta_i}{\nu_i^7}\left(\exp(c\nu_i t)-1\right)\sum D_i\exp(c\nu_i t)\left(\exp(c\nu_i t)-1\right)\end{aligned} \tag{35}$$

식 (32)를 풀 때 계산된 df/dt와 식 (35)를 이용해 $u(T)$를 산출할 수 있다. 보통 분포온도 T는 상관색온도와 구별하기 위해서 DT로 바꾸어 쓴다. LED 백색광과 LCD 백색광의 경우 분광분포가 흑체의 분광분포와 매우 달라서 분포온도 측정이 불가능하기 때문에, CIE A 표준광원에 대해서만 분포온도의 측정불확도를 계산하였다(표 5).

표 5. CIE A 표준광원에 대한 분포온도 측정 불확도의 불확도 성분별 산출표

Uncertainty component	CIE illuminant A (*DT*)
Value: *DT*	2856 K
Instrument calibration	6.3 K
Repeatability	0.4 K
Wavelength accuracy	0.4 K
Linearity on flux	0.2 K
Spectral stray light	8.6 K
Combined uncertainty	10.7 K

VIII. 결 론

지금까지 광원의 색특성 측정의 표준소급체계를 소개하고, 색좌표, 상관색온도, 분포온도에 대해 행렬식을 이용한 일관성 있는 불확도 산출법 유도하였고, 이러한 방법을 이용하여 실제 CIE A 표준광원, LED 백색광, LCD 백색광에 대한 측정불확도를 산출하였다.

현재 널리 쓰이고 있는 백열등과 분광분포가 거의 비슷한 광원인 CIE-A 표준광원과 최근 조명으로 응용이 시작된 LED 백색광의 경우 CIE 1931(x, y) 색좌표의 확장불확도가 약 0.002 (신뢰수준 약 95%, $k=2$) 정도로 평가되었고, 디스플레이용 LCD 백색광은 x, y 각각의 확장불확도가 0.002, 0.005로 CIE-A광원과 LED 백색광에 비해 다소 높게 평가되었다. LCD의 경우 다소 높은 불확도를 보이는 주요 원인은 분광분포에 선폭이 매우 좁은 피크(peak)구조가 있어 파장정확성에 따른 불확도가 매우 크기 때문이다. 그 밖의 CIE 1960(u, v) 색좌표, 상관색온도, 분포온도도 각 광원의 분광분포에 따라 그 불확도 수준이 다양하게 나타났다. 대체로 불확도에 기여를 많이 하는 성분은 분광분포 측정의 소급체계에 따른 측정기기의 교정불확도와, 파장 정확성, 분광 미광이고, 특히 분광선폭이 비교적 좁은 LED와 LCD의 경우는 파장정확성이 불확도에 기여를 많이 하는 것으로 나타났다. 참고로, 본 측정불확도 수준은 한국표준과학연구원이 제공하는 측정 서비스의 불확도 수준임을 밝혀둔다.

마지막으로 본 논문에서 소개하고 있는 측정불확도 산출법은 광원의 색특성 측정뿐 아니라, 최근 많은 관심을 받고 있는 기후관측 및 태양전지 효율평가와 관련한 태양복사조도와 같은 복사 측정, 광도, 전광선속, 광휘도와 같은 광측정, 도료의 특성평가와 관련한 반사색 및 투과색 측정의 측정불확도 평가에도 그대로 적용할 수 있다.

참고문헌

[1] CIE 15:2004, *Colorimetry* (Commision Internationale de l'Éclairage, 2004).

[2] KS A 3805:2004, *도로 시선 유도 표지용 재귀성 반사체*

(한국표준협회, 2004).
[3] KS C IEC 61966-2:2004, *멀티미디어 시스템 및 장치-컬러 측정과 관리-제3부:음극선관을 사용하는 장치* (한국표준협회, 2004).
[4] KS A ISO/IEC 17025:2006, *시험기관 및 교정기관 자격에 대한 일반요구사항* (한국표준협회, 2006); http://www.kolas.go.kr.
[5] KRISS-99-070-SP, *측정불확도 표현지침* (한국표준과학연구원, 1999).
[6] ISO/IEC Guide 98:1995, *Guide to the expression of uncertainty in measurement* (International Organization for Standardization, 1995).
[7] 전지호, 조재흥, 박승남, 박철웅, 이동훈, 정기룡, "등색함수 필터의 설계와 이를 이용한 LCD 평판 디스플레이의 색채 측정에 대한 오차 분석," *한국광학회지*, 제 18권 1호, pp. 1-6, 2007.
[8] J. Hwang, D.-H. Lee, S. Park, Y.-W. Kim, and S.-N. Park, "Measurement uncertainty evaluation for emission color and luminance of displays," *Appl. Opt*., vol. 48, no. 1, pp. 99-105, 2009.
[9] J. L. Gardner, "Uncertainty estimates in radiometry," in *Optical Radiometry* edited by A. C. Parr, R. U. Datla, and J. L. Gardner (Elservier, New York, 2005), pp. 291-325.
[10] C. E. Gibson and G. T. Fraser, Report of calibration: spectral irradiance standard, quartz-halogen lamp (serial no. F-522) (NIST, Gaithersburg, Maryland, 2001).
[11] J. H. Walker, R. D. Saunders, J. K. Jackson, and D. A. McSparron, NBS Special Publication 250-20 (U.S. Government Printing Office, Washington, 1987).
[12] S. Park, D.-H. Lee, Y.-W. Kim, and S.-N. Park, "Uncertainty evaluation for the spectroradiometric measurement of the averaged light-emitting diode intensity," *Appl. Opt*., vol. 46, no. 15, pp. 2851-2858, 2007.
[13] J. L. Gardner, "Uncertainties in interpolated spectral data," *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol*., vol. 108, no. 1, pp. 69-78, 2003.
[14] J. L. Gardner, "Uncertainty propagation for NIST visible spectral standards," *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol*., vol. 109, no.3, pp. 305-318, 2004.
[15] http://en.wikipedia.org/wiki/Newton's_method.

Uncertainty Evaluation of Color Measurement on Light Sources and Display Devices

Seongchong Park†, Dong-Hoon Lee, Yong-Wan Kim, and Seung-Nam Park

Division of Physical Metrology, Korea Research Institute of Standards and Science, Daejeon 305-340, Korea

†*E-mail: spark@kriss.re.kr*

(Received February 24, 2009; Revised manuscript March 17, 2009; Accepted March 18, 2009)

This work introduces the uncertainty evaluation formulation on color measurement of light sources and display devices, such as CIE 1931 (x, y) chromaticity, CIE 1960 (u, v) chromaticity, correlated color temperature, and distribution temperature. All the mentioned quantities are reduced from spectral data in the visible range, for which uncertainties are strongly correlated between different wavelengths. Using matrix algebra we have formulated the uncertainty propagation from the SI- traceable spectral irradiance standard to the individual color related measurement quantities taking the correlation between wavelengths into account. As a result, we have demonstrated uncertainty evaluation examples of 3 types of light sources: CIE illuminant A, LED white light, and LCD white light. This method can be applied to any other quantities based on spectral measurement such as solar irradiance, material color measurement, etc.

OCIS codes: (120.0120) Instrumentation, measurement, and metrology; (120.5240) Photometry; (330.1710) Color measurement.