대한수학교육학회지 <학교수학> 제 11 권 제 4 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.11, No.4, 723-743. Dec. 2009

분수의 곱셈과 나눗셈에 관한 초등학교 수학과 교과용 도서 분석

방 정 숙* · 이 지 영**

본 논문은 제7차 및 개정 수학과 교육과정에서 제시한 분수의 곱셈과 나눗셈 지도 내용을 바탕으로 관련 내용을 다루는 현행 수학교과서와 익힘책을 상세하게 분석하였다. 우선 전반적인 지도 내용과 관련하여 지도시기의 적절성, 지도계열의 연계성, 차시구성의 적절성을 탐색한 후, 구체적으로 교과서의 내용 전개를 감안하여 각 연산별로 제시된 문장제의 유형과 빈도, 활용된 시각적 모델의 유형과 빈도, 계산 방법과 원리의 형식화 과정을 세부적으로 분석하였다. 이를 통해 현재 개발 중인 수학교과용 도서의 기초 자료 및 구체적인 시사점을 제공하고자 한다.

Ⅰ. 시작하는 말

분수의 곱셈과 나눗셈은 초등학교 수와 연산 영역의 최상위 내용이며, 곱셈적 사고와 대수적 사고를 개발할 수 있는 핵심 부분이다. 그러나 초등학생들이 분수의 곱셈이나 나눗셈에 대한 절차적 기능의 습득 이외에, 분수의 곱셈 알고리즘이나 제수의 역수를 곱하는 분수의 나눗셈 알고리즘의 의미 및 이유를 개념적으로 이해하는 것은 결코 쉬운 일이 아니다.

이러한 분수의 곱셈과 나눗셈에 대한 교수·학습 지도의 어려움으로 인해, 관련된 연구가 빈번하게 이루어져 왔으나(예, 박교식, 송상헌, 임재훈, 2004; 방정숙, 이지영, 2009; 임재훈, 2007; 전평국, 박혜경, 2003; Flores, 2002; Siebert, 2002), 대부분이 분수의 나눗셈에 치중되어 있고, 예를 들어 분수 나눗셈과 관련된 문장제의 의미, 알고리즘의 의미, 연산 감각, 지식의 연결 관계 등과 같이 특정한 주제에 초점을 둔 경우가 많다. 예외적으로 다른 나라 교과서와 우리나라 교과서를 비교 분석한 연구가 있으나(강흥규, 2005; 임재훈, 김수미, 박교식, 2005), 분수 나눗셈 알고리즘의 도입 방법을 분석하거나 분수 개념을 포함하여 알고리즘 지도 경향을 전반적으로 비교하는 정도이다. 즉, 교과서의 분수의 곱셈과 나눗셈의 전반적인 내용의 흐름이나 지도 방법의 적절성 등에 대해서 심층적으로 분석한 연구가 부족하다.

이러한 연구 배경을 바탕으로, 본 논문은 제7차 교육과정 및 개정 교육과정에 제시된 분수의 곱셈과 나눗셈 내용을 살펴보고, 초등학교 수학과 교과용 도서를 문장제 제시, 표현의 활용, 알고리즘의 형식화 측면에서 면밀하게 분석하고자 한다. 이를 통해 분수의 곱셈과 나눗셈을 다루는 5·6학년 수학 교과서를 개발하고 있는 현 시점에서, 보다 나은 교과용 도서 개발에 기초적인 자료 및 시사점을 제공하고자 한다.

* 한국교원대학교 (jeongsuk@knue.ac.kr)
** 한국교원대학교 대학원 (ez038@naver.com)

Ⅱ. 교육과정 및 교과서에 제시된 분수 곱셈과 나눗셈 지도 내용의 전반적인 분석

1. 제7차 및 개정 교육과정에 제시된 분수 곱셈과 나눗셈 내용 분석

현행 초등학교 수학과 교과용 도서의 분수 곱셈과 나눗셈 내용을 분석하기 위한 기초 작업으로 우선 그와 같은 도서의 근간이 되는 제7차 교육과정을 살펴볼 필요가 있다. <표Ⅱ-1>은 제7차 교육과정에 제시된 지도 내용을 단계별로 정리한 것이고(교육부, 1997), <표Ⅱ-2>는 개정 교육과정의 해당 내용을 정리한 것이다(교육인적자원부, 2007). 이는 현행 교과용도서의 분석을 개정 교육과정과도 연계하여 시사점을 도출하기 위한 노력의 일환이다.

제7차 교육과정과 개정 교육과정의 주요 내용을 비교 분석해 보면 다음과 같다. 첫째, 지도

<표 Ⅱ-1> 제7차 교육과정에 제시된 분수 곱셈과 나눗셈 관련 목표와 내용

단계	목표	내용
5-가	…, 분수의 곱셈을 할 수 있다.	<분수의 곱셈> • 분수와 자연수, 단위분수끼리의 곱셈, 진분수끼리의 곱셈, 대분수끼리의 곱셈을 할 수 있다.
5-나	…, 분수의 나눗셈을 할 수 있다.	<분수의 곱셈과 나눗셈> • '(분수)÷(자연수)'의 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다. [심화과정] • 분수의 곱셈과 나눗셈이 관련된 생활 장면의 문제를 만들고 해결할 수 있다.
6-나	나누는 수가 분수인 나눗셈을 할 수 있다.	<분수와 소수의 나눗셈> • 나누는 수가 분수인 나눗셈을 할 수 있다. • 간단한 분수와 소수의 혼합 계산을 할 수 있다. <학습지도상의 유의점> - 나누는 수가 분수인 나눗셈의 지도는 계산 원리의 이해에 중점을 두도록 한다. [심화과정] • 분수와 소수의 혼합계산이 적용되는 실생활의 문제를 만들고 해결할 수 있다.

<표 Ⅱ-2> 개정 교육과정에 제시된 분수 곱셈과 나눗셈 관련 목표와 내용

학년	내용
5	<분수의 곱셈과 나눗셈> • 자연수와 분수의 곱셈, 분수끼리의 곱셈의 의미와 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다. • '(자연수)÷(자연수)'를 분수로 나타낼 수 있다. • '(분수)÷(자연수)'의 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
6	<분수의 나눗셈> • 나누는 수가 분수인 나눗셈의 의미와 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
	<분수와 소수의 혼합계산> • 간단한 분수와 소수의 혼합 계산을 할 수 있다.

시기를 살펴보면, 제7차 교육과정에서는 5-가 단계에서 분수의 곱셈을 지도하고, 5-나와 6-나 단계에서 분수의 나눗셈을 지도하고 있다. 5-나 단계와 6-나 단계에서 공통적으로 분수의 나눗셈을 다루는 데 비해 나누는 수가 자연수인지 분수인지에 따라서 1년의 시기가 차이가 난다. 난이도는 물론 다르지만 동일한 종류의 연산을 1년 뒤에 불연속적으로 다루는 것에 대해 재고할 필요가 있다. 이에 비해 개정 교육과정에서는 지도시기를 학년별로 제시함으로써 학습 내용을 탄력적으로 조절하여 제시할 수 있도록 했는데, 실제 교과서 개발은 학기별로 진행되므로, 동일한 연산이 불필요하게 불연속적으로 지도되는지에 대해서 살펴볼 필요가 있다.

둘째, 지도 내용 중 먼저 분수의 곱셈을 살펴보면, 제7차 교육과정에서는 단위분수끼리의 곱셈, 진분수끼리의 곱셈, 대분수끼리의 곱셈으로 세분화되어 있는 반면에, 개정 교육과정에서는 분수끼리의 곱셈이라고 기술함으로써 분수의 곱셈을 하나의 원리를 전제로 기술하고 있음을 알 수 있다. 또한 제7차 교육과정에서는 "... 곱셈을 할 수 있다"로 제시한 반면에, 개정 교육과정에서는 "... 곱셈의 의미와 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다"라고 진술함으로써 계산 기능 획득 이전에 의미와 계산 원리를 상대적으로 강조하고 있음을 알 수 있다.

셋째, 분수의 나눗셈을 살펴보면, 제7차 교육과정과 개정 교육과정에서 공통적으로 계산 원리의 이해와 계산 기능에 대해 진술하고 있음을 알 수 있다. 사실상 제7차 교육과정에서 분수의 연산 중 분수의 나눗셈에 대해서만 계산 원리의 이해를 명시적으로 제시하고 있음에도 불구하고 학생들이 분수 나눗셈을 가장 어려워한다는 점을 감안하여, 이러한 교육과정의 의도가 교과서에 제대로 구현될 수 있도록 보다 면밀한 주의가 요구된다.

넷째, 개정 교육과정의 지도 내용 중 '(자연수)÷(자연수)'를 분수로 나타내는 것은 엄밀하게 분수의 연산은 아니다. 실제 제7차 교육과정에서는 몫의 의미로서의 분수를 지도하기 위해 4-나 단계에서 가르치던 것을 개정 교육과정에서 '(분수)÷(자연수)'의 계산 방법과 연계하여 지도하기 위해 지도시기를 늦춘 것이다. 이러한 의도를 반영하여 분수의 의미 이외에 연산과 관련해서 다른 차시의 내용과 잘 연결되도록 교과서가 구성될 필요가 있다.

마지막으로, 개정 교육과정에서 심화과정이 삭제됨으로써 제7차 교육과정에서 다루었던 분수 곱셈 및 나눗셈과 관련된 생활 장면의 문제 만들기와 문제 해결하기가 삭제되었다. 다만 분수 연산과 관련된 생활 장면의 문제는 대부분 해당 연산을 다루는 차시의 도입 부분에 제시되기 때문에 문제 해결하기의 기회는 개정 교과서에서도 어느 정도 유지될 것으로 기대할 수 있다. 그러나 문제 만들기의 경우는 특별한 노력이 없는 한 약화될 수 밖에 없다. 주어진 분수식에 적합한 문장제를 만들어보는 것은 분수 연산에 대한 깊이 있는 이해를 바탕으로 하므로(박교식 외, 2004; 방정숙, 이지영, 2009; Ma, 1999), 교과서나 익힘책에서 분수 연산과 관련된 문제를 학생 스스로 만들어 보게 하는 것도 적극적으로 고려할 필요가 있겠다.

2. 교과서에 제시된 분수 연산 지도 내용의 전반적인 분석

초등학교에서 분수 곱셈과 나눗셈에 대한 학습은 2개 학년에 걸쳐 핵심적인 내용 영역으로 지도되는 만큼, 각 연산별로 상세하게 분석하기에 앞서 수학 교과서에 제시된 전반적인 지도 내용을 살펴볼 필요가 있다. 이에 본 절에

서는 지도시기의 적절성, 지도계열의 연계성, 차시구성의 적절성 측면에서 현행 수학 교과서에 제시된 단계별 지도 내용을 분석하고자 한다. 이를 위해 수학교과서에 제시된 단계별 분수 곱셈과 나눗셈 지도 내용을 정리하면 <표 II-3>과 같다(교육과학기술부, 2009a, 2009b, 2009c).

가. 지도 시기의 적절성

분수의 곱셈과 나눗셈을 지도하는 시기를 살펴보면 분수의 곱셈은 5-가 단계에서, 분수의 나눗셈은 5-나 단계와 6-나 단계에서 각각 지도된다. 분수의 곱셈이 5-가 단계의 한 단원에 걸쳐 지도되고 있는 것에 반해 분수의 나눗셈은 5-나 단계와 6-나 단계로 구분하여 지도하고 있는 것에 대해서 생각해볼 필요가 있다. 물론 분수의 곱셈에 비해 분수의 나눗셈이 더욱 많은 지식을 요구하는 고차원적인 내용이라고 할지라도 5-나 단계에서 (분수)÷(자연수)를 지도하고, 6-가 단계에서는 분수의 나눗셈과 직접적으로 관련한 지도 내용 없이 6-나 단계에서 (자연수)÷(분수), (분수)÷(분수) 등을 지도하는 것이 효율적인지 생각해보아야 한다. 교과서는 단계 간의 내용 체계나 연결 측면에서 중복이나 단절을 피하고 연속적이고 점진적인 전개가 되도록 내용을 조직하는 것이 중요한데, 분수 나눗셈의 지도는 다소 불연속적임을 알 수 있다. 이런 측면에서 개정 교과서에서는 학생들이 분수 연산에서 특히 어려워하는 것이 분수 나눗셈이므로, 이에 대한 지도가 현행보다 더욱 체계적이면서 지속적으로 연결되어 진행되도록 지도시기를 고려할 필요가 있다.

<표 II-3> 제7차 수학 교과서의 분수 곱셈과 나눗셈 지도계열과 지도내용

단계	단원명	지도 계열	지도 내용
5-가	7. 분수의 곱셈	(분수)×(자연수)	진분수와 자연수의 곱셈 → 대분수와 자연수의 곱셈
		(자연수)×(분수)	자연수와 진분수의 곱셈 → 자연수와 대분수의 곱셈
		(분수)×(분수)	단위 분수끼리의 곱셈 → 진분수끼리의 곱셈 → 대분수끼리의 곱셈
		세 분수의 곱셈	세 분수의 곱셈
5-나	2. 분수의 나눗셈	(자연수)÷(자연수)	1÷(자연수)를 곱셈으로 나타내기 → (자연수)÷(자연수)를 곱셈으로 나타내기
		(분수)÷(자연수)	몫을 기약분수로 나타낼 수 없는 (분수)÷(자연수) 계산하기 → 몫을 기약분수로 나타낼 수 있는 (분수)÷(자연수) 계산하기 → 몫을 기약분수로 나타낼 수 없는 (대분수)÷(자연수) 계산하기 → 몫을 기약분수로 나타낼 수 있는 (대분수)÷(자연수) 계산하기
		분수와 자연수의 혼합계산(4~5/7)	(분수)×(자연수)÷(자연수) → (분수)÷(자연수)×(자연수) → (분수)÷(자연수)÷(자연수)
6-나	1. 분수의 나눗셈	(분수)÷(분수)	분모가 같은 진분수끼리의 나눗셈 계산하기 → 분모가 다른 진분수끼리의 나눗셈 계산하기
		(자연수)÷(분수)	(자연수) ÷ (분수) 계산하기
		가분수, 대분수의 나눗셈	(가분수) ÷ (진분수) 계산하기 → (가분수) ÷ (가분수) 계산하기 → (대분수) ÷ (진분수) 계산하기 → (진분수) ÷ (대분수) 계산하기 → (대분수) ÷ (가분수) 계산하기 → (대분수) ÷ (대분수) 계산하기
		(자연수)÷(단위분수)	(자연수) ÷ (단위분수) 계산하기
		분수 나눗셈의 간편한 방법 알아보기	(가분수)÷(진분수) → (대분수)÷(진분수) → (진분수)÷(대분수) → (가분수)÷(대분수)

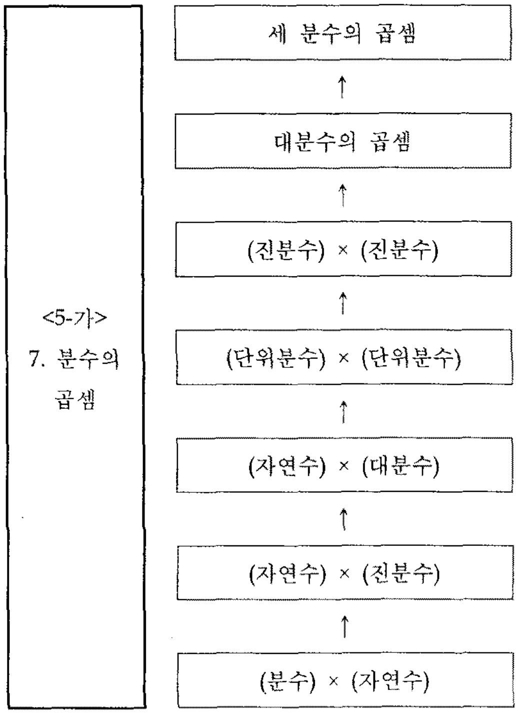
나. 지도 계열의 연계성

분수의 곱셈에 대한 지도 계열을 정리하면 <그림 II-1>과 같다. 분수의 곱셈은 (분수)×(자연수)를 학생들에게 익숙한 동수누가의 의미로 제시하여 도입한다. 그 후, (자연수)×(분수)를 묶음의 의미와 비율의 의미로 지도하고, (분수)×(분수)를 (단위분수)×(단위분수), (진분수)×(진분수), 대분수의 곱셈으로 구분하여 점진적으로 전개하고 있다.

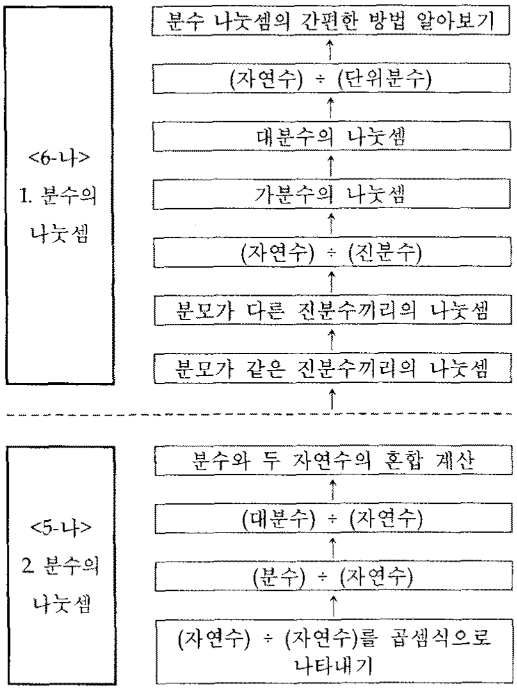
한편, 분수의 나눗셈의 지도계열을 정리하면 <그림 II-2>와 같다. 분수 나눗셈은 5-나 단계에서 (자연수)÷(자연수) 상황으로부터 도입된다. (자연수)÷(자연수)에서는 학생들에게 이미 익숙한 등분제 상황을 이용하여 (자연수)÷(자연수)의 몫이 (자연수)×$\frac{1}{(\text{자연수})}$과 같다는 것을 인지한다. 이는 (분수)÷(자연수)와 (대분수)÷(자연수)에서도 동일하게 적용되는 것으로 제수가 자연수인 나눗셈을 여러 번 접하면서 익숙해진다. 특히 (대분수)÷(자연수)에서는 등분제의 의미에 대한 문장제나 그림 없이 형식적으로 학습한 알고리즘을 적용하게 한다.

6-나 단계에서는 포함제 상황으로 접근하여 동분모 분수의 나눗셈에 대해 학습한다. 이때 동분모 분수 나눗셈의 몫이 (자연수)÷(자연수)의 몫과 같음을 알고 '분모가 같은 분수의 나눗셈은 분자들의 나눗셈과 같다.'는 알고리즘을 발견한다. 다음에 제시되는 이분모 분수의 나눗셈에서도 이 알고리즘을 그대로 적용하고 분수 나눗셈에 대한 표준 알고리즘을 발견한다. 일단 알고리즘을 발견하고 나면 (자연수)÷(진분수), 가분수의 나눗셈, 대분수의 나눗셈의 순서로 구체적인 상황 없이 형식적으로 지도한다. 그 후 (자연수)÷(단위분수)를 다시 포함제의 의미인 구체적 상황을 통해 학습하고, 분수 나눗셈의 간편한 방법에 대해 알아본다.

그러나 대분수의 나눗셈까지 구체적인 상황이



<그림 II-1> 분수 곱셈의 지도계열



<그림 II-2> 분수 나눗셈의 지도계열

소개되지 않은 채 표준 알고리즘을 적용하여 해결하다가, 똑같은 표준 알고리즘을 적용하여 충분히 해결할 수 있는 (자연수)÷(단위분수)를 다시 한 번 구체적 상황을 바탕으로 지도하는 것에 대한 적절성을 반성해 볼 필요가 있다. 더욱이, (자연수)÷(진분수)의 하나의 특수한 형태인 (자연수)÷(단위분수)를 분수끼리의 나눗셈 뒤에 지도하는 것도 학습의 흐름상 적절하지 않다(박만구, 2002; 임재훈 외, 2005). 가장 마지막 차시인 분수 나눗셈의 간편한 방법을 알아보는 것 역시 한 차시에 배당하여 한꺼번에 반복·학습하는 현재의 지도계열 보다는 각각의 적합한 차시에서 지도하는 것이 더욱 효과적일 것으로 판단된다.

다. 차시 구성의 적절성

지도계열과 연계하여 교과서에 제시된 각 단원의 차시 구성 측면에서 살펴보면, 우리나라 교과서의 분수의 곱셈과 나눗셈 단원 구성에서 지나친 세분이 적절한 것인지 재검토해야 할 필요가 있다(임재훈 외, 2005). 분수의 곱셈은 크게 (분수)×(자연수), (자연수)×(분수), (분수)×(분수)로 구분할 수 있는데, 현행 교과서에서는 분수의 종류에 따라 총 7개의 주제로 세분하여 지도하고 있다(<그림 II-1> 참조). 결과적으로 분수의 곱셈에 대한 알고리즘은 하나인데(즉, 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 곱하는 것), 학생들은 자칫 세분된 주제별로 별도의 알고리즘이 있는 것으로 이해하기 쉽다. 예를 들어, (단위분수)×(단위분수)의 경우, '분자에는 1을 그대로 쓰고, 분모만 곱한다'는 식으로 학습할 수 있다.

분수의 나눗셈은 크게 (분수)÷(자연수), (자연수)÷(분수), (분수)÷(분수)로 구분할 수 있는데, 현행 교과서에서는 분수의 종류에 따라 총 8개의 주제로 세분하여 지도하고 있다(<그림 II-2> 참조[1]). 이는 동일한 계산 원리를 분수의 종류에 따라 반복적으로 적용하는 활동을 통해 학생들의 분수 연산 기능을 향상시키는데 도움을 줄 수 있다. 그러나 지나치게 세분하여 지도하다보면 학습한 알고리즘을 단순히 반복·적용하는 절차적인 학습이 될 우려가 있다.

특히 한국교육과정평가원(2004)의 『수학과 교육내용 적정성 분석 및 평가』 보고서에 따르면, 분수의 나눗셈 계산 방법을 우리나라는 5, 6학년에 걸쳐 약 20여 쪽의 분량을 다루고 있는 반면, 일본과 중국에서는 약 4-7쪽 분량으로 다루고 있다. 우리나라가 상대적으로 분량이 많은 주된 이유는 앞서 기술하였듯이 한 단원 내에서 분수의 종류에 따라 항목을 상세화하여 각각 계산 방법을 알아보기 때문이다. 이렇게 세부 요소로 구별하여 각각을 일정 분량으로 구성하는 방식은 교과서 분량의 증가를 가져오고 수업 시간과 학습량의 양적인 측면에서 부담의 원인이 될 수 있다. 특히, 개정 교육과정에서 6학년에 새롭게 추가된 내용이 많음을 고려할 때, 이와 같은 항목의 상세화 정도는 상당부분 요목화될 필요가 있다.

III. 분수 곱셈과 나눗셈의 내용 전개에 따른 교과서와 익힘책의 상세 분석

1. 분석의 개요 및 분석 요소

분수의 곱셈과 나눗셈에 대한 내용 전개를 정리하면 <표 III-1>, <표 III-2>와 같다(교육과학기술부, 2009a, 2009b, 2009c). <표 III-1>을 통

1) '곱셈식으로 나타내기'나 '혼합계산'처럼 분수의 나눗셈을 이해하기 위한 사전 주제나 적용 형태의 주제는 포함시키지 않음

해, 분수 곱셈 단원의 각 차시별 전개 과정이 대체적으로 '생활에서 알아보기 → 다양한 표현을 통해 곱 알아보기 → 계산 방법 형식화하기 → 여러 가지 계산 방법 알고 각 방법들의 좋은 점 말하기'의 순서로 이루어지고 있다는 것을 알 수 있다. 이에 비해, 분수의 나눗셈의 각 차시별 내용 전개 방식은 분수의 곱셈 전개 방식과 비교해 볼 때 두드러진 차이점이 있다(<표 III-2> 참조). 분수의 곱셈은 대부분 '생활에서 알아보기'에 제시된 문장제로 시작하여, 활동1에서는 시각적 모델을 통해 계산 원리를 탐색하고, 활동2에서는 계산 과정을 전개식으로 나타내며, 활동3에서는 여러 가지 방법으로 계산하는 기회를 제공함으로써 비교적 체계적인 내용 전개가 이루어진다. 그러나 분수의 나눗셈은 '생활에서 알아보기'를 5-나 단계(5차시)와 6-나 단계(7차시)의 각 1차시에만 제시하고 있다. 전반적인 내용 전개 방식은 문장제 상황 없이 활동1에서부터 시각적, 기호적 표현을 사용한다거나 아예 기호적 표현으로 시작하는 경우도 많이 있다. 활동 2~5는 앞에서 익힌 내용을 전개식으로 나타내면서 형식화하는 과정이다. 이로 인해, 분수의 나눗셈은 구체적인 상황 없이 기호적 표현이나 알고리즘 절차만을 강조하는 절차적인 방식으로 내용이 전개되고 있다. 게다가 주제를 분수의 종류나 구조에 따라 상세하게 나누었기 때문에 이러한 전개방식은 익힌 알고리즘을 계속적으로 반복·적용하는 것으로 해석될 수 있다. 이와 같은 교과서의 내용 전개를 바탕으로 교과서 및 익힘책 분석은 분수의 곱셈과 나눗셈에서 공통적으로 논의할 요소를 다음과 같이 세 가지로 추출하고, 이러한 측면에서 보다 면밀하게 분석하는 데 초점을 둔다.

<표 III-1> 분수 곱셈의 교과서 내용 전개

단계	주제	생활에서 알아보기		활동1		활동2		활동 3		활동4	익히기	
		소재	문장제 유형	기호식 제시*	다양한 표현 (모델)	기호식 제시	형식화	기호식 제시	여러가지 방법으로 계산하기	크기 비교	산술식	문장제 (유형)
5-가	진분수와 자연수의 곱셈	피자	묶음	$\frac{3}{8}\times 5$	시각적 (영역:원)	$\frac{3}{8}\times 5$	전개식 명시	$\frac{5}{12}\times 18$	○	-	3	-
	대분수와 자연수의 곱셈	색종이 꽃	묶음	$1\frac{1}{2}\times 3$	시각적 (영역:직사각형) 전개식 명시**	-	-	-	-	-	3	-
	자연수와 진분수의 곱셈	철사	묶음	$12\times\frac{3}{4}$	시각적 (수직선)	$12\times\frac{3}{4}$	전개식 명시	$16\times\frac{7}{12}$	○	$6\times\frac{2}{5}$, 6	-	-
	자연수와 대분수의 곱셈	사탕	비율	$6\times 2\frac{1}{3}$	조작적 (구체물:바둑돌)	$6\times 2\frac{1}{3}$	전개식 명시	$4\times 2\frac{5}{6}$	○	-	3	2 (비율)
	단위 분수의 곱셈	신문	묶음	$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$	시각적 (영역:직사각형)	$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$	전개식 명시	$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 크기 비교**		-	5	-
	진분수의 곱셈	채소밭	묶음	$\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}$	시각적 (영역:직사각형)	$\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}$	전개식 명시	$\frac{5}{6}\times\frac{3}{10}$	○	-	3	-
	대분수의 곱셈	돗자리	넓이	$2\frac{2}{5}\times 1\frac{3}{5}$	시각적 (영역:직사각형)	$2\frac{2}{5}\times 1\frac{3}{5}$	전개식 명시	-	-	-	3	-
	세 분수의 곱셈	책	묶음	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times$	기호적 (전개식 명시)***	$\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\times$	다양한 방법으로 계산하기**	$\frac{5}{6}\times 2\frac{1}{5}\times$	○	-	3***	-

*는 생활에서 알아보기에 제시된 문장제에 알맞은 식이 활동1의 문제에 제시되어 있음
**는 예외적인 것을 나타냄
***는 활동1이 끝나고 바로 익히기가 제시되어 있는 것임

첫째, 교과서나 익힘책에서 문장제를 어떻게 활용하고 있는가이다(교육과학기술부, 2009d, 2009e, 2009f). 분수의 곱셈과 나눗셈에서 제시한 문장제는 교과서의 '생활에서 알아보기', '익히기', '문제 해결하기'와 익힘책에서 찾아볼 수 있다. 분수의 연산에서 문장제는 분수 연산의 계산 원리를 구체적인 문제 상황과 연결하여 학생들의 이해를 돕고, 다양한 표현 양식을 사용하여 개념적으로 이해할 수 있다(박교식 외, 2004; 방정숙, 이지영, 2009; Ma, 1999). 따라서 각각의 활동에서 문장제의 활용 방법, 제시된 문장제의 유형, 유형별 제시 빈도를 상세하게 살펴본다.

둘째, 교과서나 익힘책에서 분수의 곱셈과

<표 III-2> 분수 나눗셈의 교과서 내용 전개

단계	주제	생활에서 알아보기		활동1		활동2		활동 3,4,5		익히기	
		소재	문장제 유형	기호식 제시	다양한 표현 (모델)	기호식 제시	다양한 표현 (모델)	기호식 제시	다양한 표현	산술식	문장제
5-나	나눗셈을 곱셈으로 나타내기	색테이프	등분제	1÷5*	시각적** (길이:분수 막대) 기호적	3÷5	시각적** (길이:분수 막대) 기호적	-	-	2** 6	- -
	(분수)÷(자연수)	-	-	$\frac{2}{3}\div 5$	시각적** (넓이:직사각형) 기호적	$\frac{3}{4}\div 6$	기호적 (형식화:전개식)	-	-	2** 6	- -
	(대분수)÷(자연수)	-	-	$1\frac{1}{2}\div 2$	기호적**	$2\frac{2}{5}\div 4$	기호적 (형식화:전개식)	-	-	3** 6	- -
	분수와 자연수의 혼합계산(2차시)	-	-	$\frac{4}{5}\times 3\div 6$	기호적** (형식화:전개식)	$1\frac{2}{3}\div 5\times 8$	기호적*** (형식화:전개식)	$4\frac{4}{5}\div 3\div 4$	기호적 (형식화: 전개식)	8** 6*** 4	- - -
6-나	분모가 같은 진분수끼리의 나눗셈	색테이프	포함제	$\frac{5}{6}\div\frac{2}{6}$*	시각적 (길이:분수 막대) 기호적	$\frac{5}{6}\div\frac{2}{6}$	기호적 (형식화)	-	-	8	1 포함제
	분모가 다른 진분수끼리의 나눗셈	-	-	$\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}$	시각적 (길이:분수 막대) 기호적	$\frac{5}{6}\div\frac{2}{7}$	기호적 (형식화)	$\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}$	기호적 (형식화: 전개식)	5	-
	(자연수)÷(진분수)	-	-	$4\div\frac{3}{7}$	기호적 (형식화:전개식)	$6\div\frac{3}{4}$	기호적*** (형식화:전개식)	$6\div\frac{4}{9}$	기호적 (형식화: 전개식)	8*** 9	- 1 포함제
	가분수의 나눗셈	-	-	$\frac{7}{3}\div\frac{2}{9}$	기호적 (형식화:전개식)	$\frac{9}{7}\div\frac{2}{3}$	기호적*** (형식화:전개식)	$\frac{5}{4}\div\frac{11}{8}$ $\frac{8}{5}\div\frac{13}{6}$	기호적 (형식화: 전개식)	8*** 8	- -
	대분수의 나눗셈	-	-	$7\frac{1}{2}\div\frac{3}{4}$	기호적 (형식화:전개식)	$\frac{3}{4}\div 1\frac{5}{8}$	기호적*** (형식화:전개식)	$7\frac{2}{3}\div\frac{7}{6}$ $2\frac{2}{3}\div 1\frac{5}{6}$	기호적 (형식화: 전개식)	5*** 5	- -
	(자연수)÷(단위분수)	-	-	$3\div\frac{1}{2}$	시각적 (길이:분수 막대)	$4\div\frac{1}{3}$	시각적 (길이:분수막대)	$3\div\frac{1}{2}$, $4\div\frac{1}{3}$	기호적 (형식화: 전개식)	8	-
	분수 나눗셈의 간편한 방법 알아보기	-	-	$\frac{5}{3}\div\frac{2}{3}$	기호적 (형식화:전개식)	$\frac{7}{3}\div\frac{7}{25}$	기호적 (형식화:전개식)	$7\frac{1}{2}\div\frac{3}{8}$ $\frac{3}{4}\div 1\frac{3}{8}$ $\frac{5}{3}\div 1\frac{5}{6}$	기호적 (형식화: 전개식)	3	1 단위 비율 결정

*는 생활에서 알아보기에 제시된 문장제에 알맞은 식이 활동1의 문제에 제시되어 있음
**는 활동1이 끝나고 바로 익히기가 제시되어 있는 것임
***는 활동2가 끝나고 바로 익히기가 제시되어 있는 것임

나눗셈을 전개할 때 어떠한 표현 유형을 어떻게 활용하고 있는가이다. 분수의 연산이 학생들에게 어려운 이유 중 하나는 분수의 계산 과정을 구체화할 수 있는 구체적인 모델이 부족하기 때문이다(임재훈, 2007). 분수의 계산 과정을 시각적 표현이나 기호적 표현, 언어적 표현으로 다양하게 나타내는 활동은 계산 원리에 대한 보다 의미 있는 이해에 도움이 될 것이다. 특히 장혜원(1997)은 수학적 개념과 관련하여 가능한 한 다양한 표현을 다루는 것이 일반적으로 효과적이라고 설명하고 있다. 이러한 다양한 표현 활동은 수학적 개념과 관계에 대한 학생들의 이해를 돕고, 관련된 수학적 개념들을 연결하고, 모델링을 통해 수학을 실제 문제 상황에 적용하게 하는데 유용하다(NCTM, 2000). 따라서 분수의 곱셈과 나눗셈에 관해 교과서에서는 어떠한 구체적인 모델 등을 사용하여 설명하고 있는지 보다 상세하게 조사하여 이에 대한 시사점을 논의하도록 한다.

셋째, 교과서에서 알고리즘을 형식화하는 과정이 어떠한가이다. 알고리즘의 의미 있는 형식화는 분수 연산 교수·학습에 있어서 가장 정점에 있는 내용이라고 할 수 있다. 분수 곱셈의 표준 알고리즘인 "분자는 분자끼리 곱하고, 분모는 분모끼리 곱한다."와 분수 나눗셈의 "제수의 역수를 곱한다."는 단순히 계산 과정을 익히는 것 보다 왜 각 연산에서 이러한 알고리즘이 적용되는지를 이해하는 것이 더욱 중요하다. 따라서 교과서에서는 분수의 곱셈과 나눗셈의 알고리즘을 어떻게 형식화하는지 면밀하게 조사할 필요가 있다.

2. 분수의 곱셈 내용 전개에 따른 교과서와 익힘책의 상세 분석

가. 문장제 제시

교과서에서 제시하고 있는 문장제 분석은 분수 곱셈의 의미별로 구분하여 살펴보았다. 분수 곱셈의 의미는 Baroody와 Coslick(1998)이 제시한 묶음 상황, 넓이 상황, 비율 상황으로 구분하여 분석하였다. 묶음 상황은 예를 들어, 피자 한 판의 $\frac{3}{8}$씩 놓여있는 접시 5개와 같은 상황으로 $\frac{3}{8}$짜리 5묶음일 때를 말하며, 넓이 상황은 가로가 $2\frac{2}{5}m$이고 세로가 $1\frac{3}{5}m$일 때 직사각형의 넓이를 구하는 상황이다. 또한 교과서에 제시된 비율 상황은 몇 배의 상황으로, 예를 들어, 민수의 사탕수가 혜원이의 사탕 수의 $2\frac{1}{3}$배라는 상황이다. 분수의 곱셈과 관련된 문장제는 교과서의 '생활에서 알아보기', 익히기, '문제 해결하기'와 익힘책에 제시되어 있다. 이에 대한 곱셈 문장제의 유형별 제시 빈도를 정리하면 <표 Ⅲ-3>과 같다.

교과서와 익힘책에 제시된 총 문장제 중 62.5%가 묶음 상황으로 제시되었으며, '생활에서 알아보기'에서 많이 다루지 않은 넓이 상황의 문장제는 익힘책에서 3번, 비율 상황의 문장제는 익히기와 익힘책의 경우를 합해 3번 제시되어 있다. 이를 각 활동별로 더욱 상세하게 살펴보면 다음과 같다.

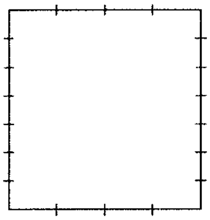
<표 Ⅲ-3> 교과서와 익힘책에 제시된 분수의 곱셈 문장제의 유형별 빈도

연산의 종류	연산의 의미	교과서			익힘책	계(%)
		생활에서 알아보기	익히기	문제해결하기		
분수의 곱셈	묶음	6	0	0	9	15(62.5%)
	넓이	1	0	1	3	5(20.8%)
	비율	1	2	0	1	4(16.7%)
합계		8*	2	1	11	24(100%)

첫째, '생활에서 알아보기'에 제시된 문장제를 구체적인 예를 들어 살펴보면 <표 Ⅲ-4>와 같이 나타낼 수 있다. '생활에서 알아보기'는 묶음의 의미를 활용하고 있는 문장제가 전체 8개 중 6개로 가장 많은 비중을 차지하고 있고, 대분수의 곱셈은 넓이의 의미로 도입하고 있으며, (자연수)×(대분수)은 비율의 의미로 도입하고 있다. 이는 학생들에게 보다 익숙한 묶음의 상황을 통해 분수의 곱셈 과정을 쉽게 파악하도록 하기 위한 것으로 유추할 수 있다. 그러나 초등 수준에서 분수의 곱셈은 묶음과 넓이의 의미를 바탕으로 이루어져야 한다는 Baroody와 Coslick(1998)의 주장을 고려해볼 때, 넓이의 의미에 대한 활용이 상대적으로 부족함을 알 수 있다. 넓이의 의미는 분수의 곱셈 알고리즘인 분모끼리의 곱셈과 분자끼리의 곱셈을 설명하기에 매우 용이하다. 특히, <그림 Ⅲ-1>과 같이 묶음 상황인 문장제를 해결할 때에도 넓이의 의미를 확대 또는 적용할 수 있다. 즉, 제시된 문장제는 진분수끼리의 곱셈에 대한 특정 예로

<표 Ⅲ-4> 분수의 곱셈 단원의 '생활에서 알아보기'에 제시된 연산의 의미

연산의 의미	제시된 빈도수	예
묶음	6	피자 한 판의 $\frac{3}{8}$씩 놓여 있는 접시가 5개 있습니다. 접시에 있는 피자를 모으면 얼마나 되는지 알아보시오.
넓이	1	가로가 $2\frac{2}{5}m$이고 세로가 $1\frac{3}{5}m$인 돗자리의 넓이는 얼마인지 알아보시오.
비율	1	혜원이는 사탕을 6개 가지고 있습니다. 민수는 혜원이가 가지고 있는 사탕의 $2\frac{1}{3}$배를 가지고 있습니다. 민수가 가지고 있는 사탕은 몇 개인지 알아보시오.

<table>
<tr><td rowspan="2">교과서
5-가 121쪽</td><td>묶음의 의미의
문장제 제시</td><td>생활에서 알아보기
주호네 밭의 $\frac{3}{4}$은 채소밭입니다. 이 중에서 $\frac{5}{7}$에 배추를 심었습니다. 배추를 심은 밭은 전체의 몇 분의 몇인지 알아보시오.
</td></tr>
<tr><td>넓이의 의미와
같은 방법으로
지도</td><td>활동 ① $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$는 얼마인지 알아보시오.
※ 직사각형의 가로를 4등분 한 다음, 직사각형의 $\frac{3}{4}$만큼 노란색을 칠하여 보시오.
※ 세로를 7등분 한 다음, 노란색을 칠한 부분의 $\frac{5}{7}$만큼 파란색을 겹쳐서 칠하여 보시오.
※ 큰 직사각형에는 작은 직사각형이 몇 개 들어갑니까?
가로로 $\square$칸, 세로로 $\square$칸이므로 $4 \times 7 = \square$개
※ 겹쳐서 색칠한 부분에는 작은 직사각형이 몇 개 들어갑니까?
가로로 $\square$칸, 세로로 $\square$칸이므로 $3 \times 5 = \square$개
※ 겹쳐서 색칠한 부분은 전체의 얼마입니까?
※ $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$는 얼마라고 생각합니까?
</td></tr>
</table>

<그림 Ⅲ-1> 묶음의 의미인 문장제에 대한 지도 방법

$\frac{3}{4}$중의 $\frac{5}{7}$를 구하는 상황이며 묶음의 의미이나, 실제 이 문장제를 해결하기 위해서 다음과 같이 넓이의 의미를 적용하였음을 알 수 있다. 직사각형의 가로를 4등분하고 직사각형의 $\frac{3}{4}$만큼 노란색을 칠한 후, 직사각형의 세로를 7등분하고 직사각형의 $\frac{5}{7}$만큼을 파란색으로 칠하여 큰 직사각형에 작은 직사각형이 몇 개 들어가는지, 겹쳐서 색칠한 부분에 작은 직사각형이 몇 개 들어가는지 알아보는 과정은 가로의 길이 $\frac{3}{4}m$와 세로의 길이 $\frac{5}{7}m$인 직사각형의 넓이를 구하는 것과 동일하다. 따라서 '생활에서 알아보기'에서는 기본적인 묶음의 의미뿐만 아니라, 분수의 곱셈 계산 과정을 쉽게 알아볼 수 있는 넓이의 의미도 비중 있게 고려할 필요가 있다.

둘째, 교과서의 '익히기'와 수학익힘책에 제시된 문제 유형별 빈도수를 정리하면 <표 Ⅲ-5>와 같다. 교과서의 '익히기'에서는 산술식 형태의 문제가 84%로 거의 대부분을 차지하고 있고, 익힘책에서는 산술식 형태의 문제가 65.5%로 그 비중이 다소 약해졌다. 그러나 여전히 다른 형태의 문제보다는 많은 비중을 차지하고 있다는 것을 알 수 있다. 교과서의 '익히기' 문제에서 산술식의 제시 비중이 높은 것은 교과서의 성격과 지면의 한계 상 어쩔 수 없는 것이라고 할지라도, 수학익힘책에서조차 산술식 형태의 문제가 많은 것은 재고의 여지가 있다. 익힘책의 성격을 감안하여 산술식에 대한 절차적 기능의 획득을 중시할 수 있으나, 교과서를 보완한다는 측면에서 학생들의 개념적 이해를 도모할 수 있도록 다양한 형태의 문제가 제시되도록 노력해야 한다. 특히 문장제는 학생들이 구체적인 상황에서 계산 원리를 파악하는데 매우 핵심적인 역할을 하고, 교과서의 '익히기'에서 많이 다루는 것이 현실적으로 어려우므로 익힘책에서 다양한 맥락의 문장제를 자주 제시하여 학생들의 개념적 이해를 도와야 할 것이다. 특히 초등학생의 수준 상 비율보다는 묶음과 넓이 상황이 더욱 적합하므로(Baroody & Coslick, 1998), 의미의 중요성을 감안하여 교과서에 많이 제시되고 있지 않은 넓이의 의미를 다루는 분수의 곱셈 문제를 보다 많이 제시할 필요가 있을 것으로 판단된다.

셋째, 교과서의 '문제 해결하기'에는 가로 $3\frac{3}{4}m$, 세로 $2m$인 직사각형의 넓이와 한 변의 길이가 $2\frac{1}{2}m$인 정사각형의 넓이를 비교하는 3단계 혼합계산 형태의 복잡한 문장제가 제시되어 있다. 이는 교과서의 '생활에서 알아보기'와 '익히기'에서 많이 다루지 않고 있는 넓이의 의미를 더욱 심화하여 학습하는 것이므로, 교사는 넓이의 의미에 대한 경험이 상대적으로 부족한 학생들의 수준을 감안하여 지도하고, 필요 시 넓이의 의미를 포함한 다양한 문장제를 별도로 제시하여 학생들의 이해를 도와야 할 것이다.

나. 표현의 활용

분수의 곱셈은 <표 Ⅲ-1>을 보면 알 수 있듯이,

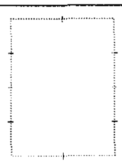
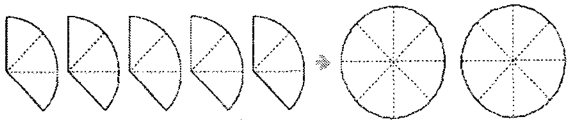
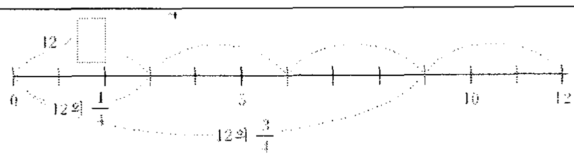
<표 Ⅲ-5> 교과서의 '익히기'와 수학익힘책에 제시된 분수 곱셈 문제의 유형과 빈도수

문제 유형	산술식	문장제	그림	기타	총
교과서의 '익히기'	21 (84%)	2 (8%)	0 (0%)	2 (8%)	25 (100%)
익힘책	93 (65.5%)	13 (9.2%)	14 (9.8%)	22 (15.5%)	142 (100%)

시각적 모델뿐만 아니라, 구체물(바둑돌)과 기호적 표현을 함께 사용하고 있다. 구체물은 3차시(총 9차시 중) 주제인 (자연수)×(대분수)의 계산 원리를 설명하기 위해 제시된다. 6의 $2\frac{1}{3}$배를 구하기 위해서 바둑돌 6개의 2배와 6개의 $\frac{1}{3}$배를 구하는 과정을 통해 $6\times2\frac{1}{3}$이 6씩 2와 6의 $\frac{1}{3}$임을 알게 한다. 이러한 구체물을 통한 접근은 학생들이 분수 곱셈의 계산 원리를 쉽게 인지할 수 있고 개념적인 이해를 돕는다는 점에서 매우 의미있다. 그러나 분수의 곱셈에서 구체물을 활용한 조작활동은 바둑돌을 활용한 이 활동을 제외하고는 제시되지 않는다. 물론, 분수의 곱셈의 매 활동마다 구체물을 사용하여 도입하는 것은 더욱 비효율적일 수 있으나, 교사가 학생의 수준을 고려하여 필요시 다양한 구체물을 통한 학습을 구성할 수 있도록 적어도 교사용지도서에 대안적인 구체물 활동이 안내될 필요가 있다.

교과서와 익힘책에는 분수 곱셈의 계산 원리를 탐색하기 위한 활동으로 시각적 모델을 자주 활용하고 있다. 시각적 모델의 제시 빈도를 유형별로 정리하면 <표 Ⅲ-6>과 같은데, 교과서와 익힘책 모두 직사각형 모양의 영역 모델(71.4%)을 많이 사용하였다. 이는 분자는 분자끼리 곱하고, 분모는 분모끼리 곱하는 알고리즘을 설명하는 데 있어서 직사각형 모양의 영역 모델이 용이하기 때문인 것으로 유추된다. 그러나 묶음의 의미나 비율의 의미에서 충분히 활용 가능한 분수 막대 모델이나 수직선 모델은 거의 사용되지 않고 있다. 특히, 일부 연구자들은 수직선 모델은 분수의 중요한 성질에 대한 학생들의 이해를 돕고, 수의 단위, 분수들끼리의 관계, 유리수의 연속성, 및 동치분수에 대한 설명이 용이하므로, 연산 단원에서 수직선이나 빈 수직선 모델을 다루는 경험을 늘려 다양한 표현을 접할 수 있는 기회를 풍부하게 제공해야 한다고 주장하고 있다(Saxe, Shaughnessy, Shannon, Langer-Osuna, Chinn, & Gearhart, 2007). 따라서 우리나라 교육과정에서도 수직선을 활용하여 분수 연산 과정을 파악하는 활동을 보다 자주

<표 Ⅲ-6> 교과서와 익힘책의 분수의 곱셈 단원에서 사용한 시각적 모델

유형		예		교과서 빈도수	익힘책 빈도수	계
영역 모델	직사각형	$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$		5	10	15 (71.4%)
	원	$\frac{3}{8}\times5$		1	3	4 (19.0%)
수직선 모델		$12\times\frac{3}{4}$		1	1	2 (9.5%)
총 계				7	14	21 (100%)

제시하는 것을 고려해볼 필요가 있다.

한편, <표 Ⅲ-6>에서 보듯이 학생들의 능력 수준과 지도상의 편의를 위해서 지나치게 상세히 모델을 안내하는 경우가 많다. 이러한 형태의 제시 방법은 시각적 모델을 통해 학생들이 스스로 곱셈의 계산 방법을 찾아내는 데 적절치 않을 수도 있다. 따라서 교사가 이러한 지도상의 유의점을 인식하고 학생들의 전반적인 능력 수준을 감안하여 학생들이 보다 의미 있는 방법으로 시각적 모델을 활용하여 계산 방법을 도출하는 기회를 제공할 수 있도록 교사용지도서에 안내될 필요가 있다.

다. 알고리즘의 형식화

분수의 곱셈에 대한 알고리즘을 형식화하는 과정은 각 주제마다 거의 동일한데 우선, 활동1에서 시각적 모델 등을 활용하여 곱셈의 계산 원리를 파악한 후, 활동2에서 익힌 계산 원리를 전개식으로 형식화한다. 그러나 분수의 곱셈은 분수의 종류나 순서에 따라 지나치게 세분화하여 <표 Ⅲ-7>과 같이 세분화된 주제마다 조금씩 다른 형태로 형식화하고 있으며 대분수를 사용한 경우에는 더욱 다양하게 형식화하기도 한다. 이러한 지나친 세분화와 매 주제마다 제시되는 형식화를 통해 학생들은 하나의 표준 알고리즘을 적용할 수 있는 분수의 곱셈을 모두 다른 과정으로 인식할 수 있고 형태에 따라 각각 다른 알고리즘을 적용하여 해결해야 한다고 생각할 수 있다. 물론 각 상황에 따라 표준 알고리즘보다 더욱 효율적인 방법을 사용하는 것은 바람직하다. 예를 들어, '$1\frac{1}{2}\times 3$'과 같이 (대분수)×(자연수)에서는 대분수를 가분수로 변환하여 표준 알고리즘으로 문제를 해결하는 것보다는 대분수를 (자연수)+(진분수) 형태로 파악하고 '$1\frac{1}{2}\times 3=1\frac{1}{2}\times 3=(1\times 3)+(\frac{1}{2}\times 3)=3+\frac{3}{2}=3+1\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}$'로 해결하는 방법이 더욱 효과적일 수 있다. 그러나 이에 못지않게 분자는 분자끼리 곱하고, 분수는 분수끼리 곱하는 표준 알고리즘이 모든 형태의 분수의 곱셈에 적용 가능하다는 것을 인식하는 것도 중요하다고 생각된다. 따라서 교과서에서 주제를 세분화하여 각 주제마다

<표 Ⅲ-7> 분수의 곱셈 주제에 따른 형식화 방법

주제	형식화
(진분수)×(자연수) (대분수)×(자연수)	$\frac{(분자)}{(분모)}\times(자연수)=\frac{(분자)\times(자연수)}{(분모)}$ <예> $\frac{3}{8}\times 5=\frac{3\times 5}{8}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$
(자연수)×(진분수) (자연수)×(대분수)	$(자연수)\times\frac{(분자)}{(분모)}=\frac{(자연수)\times(분자)}{(분모)}$ <예> $6\times\frac{2}{5}=\frac{6\times 2}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$
(단위분수)×(단위분수)	분자는 그대로 두고, 분모끼리의 곱으로 나타낸다. <예> $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4\times 2}=\frac{1}{8}$
(진분수)×(진분수) (대분수)×(대분수)	분자는 분자끼리 곱하고, 분모는 분모끼리 곱한다. <예> $\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{3\times 5}{4\times 7}=\frac{15}{28}$

효율적인 방법으로 다른 형식화를 도입하였더라도 익힘책에서 다양한 구조의 문제에서 표준 알고리즘을 활용하여 해결하는 경험을 보다 많이 제공할 필요가 있고, 교사는 이를 통해 학생들이 표준 알고리즘의 효율성을 인식하도록 이에 대한 적절한 지도를 할 수 있어야 한다.

3. 분수의 나눗셈 내용 전개에 따른 교과서와 익힘책의 상세 분석

가. 문장제 제시

분수 나눗셈의 문장제의 의미는 Sinicrope, Mick & Kolb (2002)의 연구를 바탕으로 포함제, 등분제, 단위 비율의 결정, 카테시안 곱의 역, 곱셈의 역으로 분류하였다. 포함제는 교과서에 제시되어 있듯이 길이가 $\frac{5}{6}m$인 색 테이프를 $\frac{2}{6}m$씩 자르는 상황으로 한 수에 다른 수가 몇 번 들어있는지를 알아보는 측정의 상황이다. 등분제는 분할로서의 나눗셈으로 익힘책의 주스 $\frac{8}{9}L$를 네 사람이 똑같이 나누어 마시는 상황을 예로 들 수 있다. 이는 분수를 자연수로 나눌 때 잘 해석된다. 단위 비율의 결정 의미는 '철근 $1\frac{1}{3}m$의 무게가 $6\frac{3}{4}kg$일 때, 철근 $1m$의 무게는 몇 kg인가?'와 같이 1m 기본 단위에 대한 값을 구하는 상황이다. 카테시안 곱의 역 의미는 넓이가 $5\frac{1}{4}m^2$인 직사각형의 가로가 $2\frac{2}{5}m$일 때, 세로의 길이를 구하는 상황을 나타내며, 곱셈의 역 의미는 예를 들어, 어떤 수에 $\frac{4}{5}$를 곱해서 $1\frac{7}{8}$이 되었을 때, 어떤 수를 구하는 상황이다.

이를 바탕으로 분수 나눗셈의 교과서와 익힘책을 살펴보면, 분수의 나눗셈 역시 교과서의 '생활에서 알아보기', '익히기', '문제 해결하기', 익힘책에서 문장제를 제시하고 있다. 이를 정리하면 <표 Ⅲ-8>과 같다. 문장제는 분수 나눗셈과 같이 이해하기 어려운 계산 원리를 설명하는데 중요한 역할을 차지하므로 다양한 문장제에서 분수 나눗셈을 경험할 수 있는 기회를 제공해야 한다. 교과서(총 8번)에 비해 익힘책(총 29번)에서 문장제 제시 빈도가 높아졌고, 교과서에서 별반 제시하지 못한 '단위비율 결정' 맥락과 '카테시안 곱의 역' 맥락을 추가적으로 제공하고 있다는 점에서 의의를 찾을 수 있다. 그러나 전반적으로 제수의 형태가 자연수인 경우에는 등분제의 맥락에서, 제수의 형태가 분수인 경우에는 포함제 맥락에만 국한되어 있어, 표준 알고리즘을 설명하기에 용이한 단위비율 결정과 카테시안 곱의 역 맥락에 대한 경험이 상대적

<표 Ⅲ-8> 교과서와 익힘책에 제시된 분수의 나눗셈 문장제의 유형별 빈도수

연산의 종류	연산의 의미	5-나				6-나				계(%)
		교과서			익힘책	교과서			익힘책	
		생활에서 알아보기	익히기	문제해결하기		생활에서 알아보기	익히기	문제해결하기		
분수의 나눗셈	포함제	0	0	0	0	1	2	1	10	14(37.8%)
	등분제	1	0	1	8	0	0	0	1	11(29.7%)
	단위비율 결정	0	0	0	3	0	1	0	5	9(24.3%)
	카테시안 곱의 역	0	0	0	1	0	0	1	1	3(8.2%)
합계		1	0	1	12	1	3	2	17	37(100%)

으로 부족한 실정이다. 또한, 곱셈의 역 맥락의 문장제는 단 한 번도 제시되지 않아 분수의 나눗셈과 곱셈 간의 긴밀한 관계를 파악할 수 있는 기회가 부족하다. 이를 각 활동별로 더욱 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 분수의 나눗셈에서는 '생활에서 알아보기'가 단 두 차례밖에 제시되어 있지 않다. 제수가 자연수인 분수의 나눗셈을 다루는 5-나 단계에서는 등분제의 의미인 문장제가, 제수가 분수인 분수의 나눗셈을 다루는 6-나 단계에서는 포함제의 의미인 문장제가 제시되어 있다. 이는 제수의 형태에 따라 기본이 될 수 있는 구체적인 상황을 제시하여 분수의 나눗셈의 계산 원리를 탐색하는 기회를 제공하였다는 점에서 의미가 있다. 그러나 5-나 단계에서 제시하고 있는 상황은 1m를 5등분하는 상황으로 분수의 나눗셈이라기보다는 몫이 분수인 자연수의 나눗셈이다. 따라서 5-나 단계에서 한 차례 제시되는 등분제 의미가 분수의 나눗셈와 직접적으로 연결되는 상황이 아님을 알 수 있다. 또한 분수의 나눗셈의 계산 원리를 탐색할 수 있는 다양한 나눗셈 상황이 있음에도 불구하고 등분제, 포함제 상황만 각각 한 번씩 사용하여 도입하고 있는 현재의 전개 방식은 재고되어야 한다. 박교식 외(2004)는 단위 비율 결정 맥락이 제수의 역수를 곱하는 분수 나눗셈의 표준 알고리즘을 설명하기에 용이하므로 분수의 나눗셈을 단위 비율 결정 맥락에서 도입해야 한다고 주장하였다. 또한, 임재훈(2007)은 카테시안 곱의 역 맥락은 제수의 역수의 의미, 제수를 1로 만드는 것의 중요성, 기존 학습 내용과의 연결성, 다양한 접근 가능성 측면에서 장점이 있으므로, 이러한 장점을 통해 카테시안 곱의 역 맥락에서 분수 나눗셈 알고리즘을 도입하는 것을 고려할 수 있다고 제안하였다. 이와 같이 다양한 의미의 문장제를 통해서 분수의

<표 Ⅲ-9> 교과서의 '익히기'와 수학익힘책에 제시된 분수의 나눗셈 문제의 유형과 빈도수

문제 유형	산술식	문장제	그림	기타	총
교과서의 '익히기'	85 (96.6%)	3 (3.4%)	0 (0.0%)	0 (0.0%)	88 (100%)
익힘책	234 (82.1%)	29 (10.2%)	12 (4.2%)	10 (3.5%)	285 (100%)

<표 Ⅲ-10> '문제 해결하기'에 제시된 분수 나눗셈 문장제

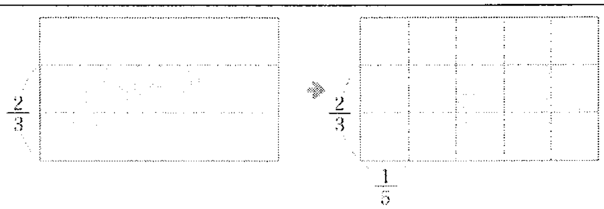
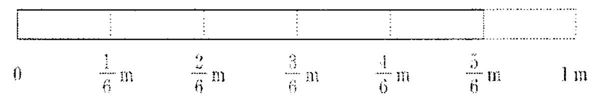
교과서	예	의미	구조
5-나 34쪽	1 농촌에 살고 계시는 소연이네 삼촌께서 추수한 쌀을 보내 주셨습니다. 한 가마니에 80 kg씩인 쌀을 네 가마니 반 보내셨는데, 세 집이 똑같이 나누어 가지기로 하였습니다. 한 집에 몇 kg씩 나누어 가지게 되는지 알아보시오.	등분제 (곱셈과 나눗셈의 혼합계산)	$80 \times 4\frac{1}{2} \div 3$
6-나 21쪽	1 넓이가 $5\frac{1}{4}$ m^2인 직사각형 모양의 꽃밭이 있습니다. 이 꽃밭의 가로가 $2\frac{2}{5}$ m라면 세로는 몇 m입니까?	카테시안 곱의 역	$5\frac{1}{4} \div 2\frac{2}{5}$
6-나 22쪽	2 $10\frac{1}{2}$ L들이의 물통이 있습니다. $1\frac{3}{5}$ L들이 그릇으로 몇 번 부으면, 이 물통에 물이 가득 차겠습니까?	포함제	$10\frac{1}{2} \div 1\frac{3}{5}$

나눗셈 계산 원리를 설명할 수 있음에도 불구하고, 등분제와 포함제의 상황으로만 시작하여 절차적으로 지도하고 있는 현행 교과서의 전개 방식은 보다 풍부한 맥락에서 제수의 역수를 곱하는 의미나 이유를 이해할 수 있도록 개선되어야 한다.

둘째, 교과서의 '익히기'와 수학익힘책의 문제 제시 형태를 정리하면 <표 Ⅲ-9>와 같다. 이를 통해, 분수 나눗셈의 '익히기' 문제는 총 88개로 다른 연산에 비해, 매우 많은 문제가 제시되고 있음을 알 수 있다. 그러나 그 중 96.6%가 산술식으로 이루어진 문제로 활동을 통해 익힌 계산 원리를 단순하게 적용하는 수준에 그쳤다. 문장제는 3개 정도밖에 제시되지 않아서 자신이 이해한 계산 원리를 구체적인 상황에 적용할 기회가 많이 제공되지 않았다. 이러한 경향은 익힘책에서도 그대로 반영되고 있다. 물론 산술식과 문장제 뿐만 아니라 그림이나 다른 형태로 문제를 제시하고 있기는 하지만, 여전히 산술식 문제의 빈도수가 압도적으로 높아 교과서를 보완하는 성격을 충실히 반영한다고 보기가 어렵다. 학생들은 산술식보다는 문장제를 통해 분수 나눗셈의 계산 원리를 문제 상황과 연결하면서 다양한 표현 양식을 사용하여 개념적으로 이해할 수 있다는 점을 감안해볼 때(방정숙, 이지영, 2009), 교과서와 익힘책에서 문장제의 활용 빈도를 높여야 할 뿐만 아니라, 보다 다양한 맥락에서의 문장제를 제시함으로써 학생들이 여러 상황에서 분수 나눗셈의 계산 원리를 이해할 수 있는 기회를 마련하는 것이 중요하다.

셋째, '문제 해결하기'에 제시된 분수의 나눗셈 문장제를 분석하기 위해 5-나, 6-나 단계에 제시된 '문제 해결하기'를 <표 Ⅲ-10>에 제시하였다. 5-나에 제시된 문장제는 제수가 자연수 형태인 분수 나눗셈에 어울리는 등분제 상황을 제시하였으나, 묶음의 의미를 갖는 곱셈과의 2단계 혼합계산으로 제시되어 있다. 또한 6-나에서는 익힘책(2번)을 제외하고 교과서에 한번도 제시되지 않은 카테시안 곱의 역 맥락의 문장제를 제시함으로써, 학생들이 새로운 맥락에서 분수의 나눗셈을 생각해볼 수 있는 기회를 제공하고 있다. 그 외에 교과서와 익힘책에서 가장 많이 사용한 포함제 맥락의 문장제가 또 제시되고 있으나, 포함제 상황에서는 몇 번과 같이 이산량의 몫을 구할 경우에는

<표 Ⅲ-11> 교과서와 익힘책의 분수의 나눗셈 단원에서 사용한 시각적 모델

유형	예		교과서 빈도수	익힘책 빈도수	계
직사각형 모양의 영역모델	$\frac{2}{3}\div 5$		5	3	8 (44.4%)
분수막대 모델	$\frac{5}{6}\div\frac{2}{6}$		1	9	10 (55.6%)
총계			6	12	18 (100%)

분수 나눗셈의 계산 결과와 일치하지 않다는 점을 반영하여 단순한 분수 나눗셈의 계산이 아닌 문장제의 의미에 대한 이해를 바탕으로 문제를 해결할 수 있는 경험을 제공하였다는 점에서 의미가 있다.

나. 표현의 활용

분수 나눗셈 단원의 활동 전개는 대부분 시각적 모델이나 기호적 표현으로 시작하여, 계산 원리를 전개식으로 명시하는 방법으로 진행되고 있다. 그러나 분수 나눗셈에서의 시각적 모델의 제시 빈도는 분수의 다른 연산과 달리 현저히 낮다. <표 Ⅲ-11>은 교과서와 익힘책의 분수의 나눗셈 단원에서 사용한 시각적 모델의 유형별 빈도를 나타낸 것이다. 분수의 나눗셈에서는 직사각형 모양의 영역모델과 분수 막대 모델밖에 제시하지 않았으며 이는 익힘책에서도 마찬가지이다. 물론 이분모 분수 나눗셈을 구체적인 그림으로 제시하는 것이 다른 분수 연산에 비해 더욱 어려운 것은 사실이다. 그러나 제수의 형태가 자연수인 분수의 나눗셈을 다루는 5-나에서 그림으로 구체화시킬 수 있을 만한 비교적 단순한 상황을 제시할 수 있음에도 불구하고 시각적 모델을 통한 활동이 많이 이루어지지 않았다. 또한 여러 선행연구에서는 단위비율의 결정, 카테시안 곱의 역 맥락을 그림으로 구체화하는 과정을 통해 분수의 나눗셈 계산 원리를 탐색하는 활동을 설명하고 있는데 반해(임재훈 외, 2005; 임재훈, 2007), 현 수학 교과서에서는 포함제 상황에서만 분수 막대를 제시하고 있으며, 제시 빈도도 역시 매우 낮다.

오히려 기호적 표현을 사용하여 계산 과정을 명시하고 이러한 계산 절차에 따라 제시된 수식 문제를 해결하는데 더욱 초점을 맞추고 있다.

학생들이 분수 연산 중 분수의 나눗셈을 가장 어려워한다는 점을 감안할 때, 분수의 나눗셈을 개념적으로 이해할 수 있도록 이에 대한 보다 폭넓은 접근 방안이 필요하다. 동일한

<표 Ⅲ-12> 분수의 나눗셈 주제에 따른 형식화 방법

주제	형식화
(자연수)÷(자연수) (분수)÷(자연수) (대분수)÷(자연수)	$(\text{피제수})\div(\text{자연수})=(\text{피제수})\times\frac{1}{(\text{자연수})}$ $3\div5=3\times\frac{1}{5}$
동분모 진분수 나눗셈	분모가 같은 분수의 나눗셈은 분자들의 나눗셈과 같다. $\frac{5}{6}\div\frac{2}{6}=5\div2=\frac{5}{2}$
이분모 진분수의 나눗셈	분모가 다른 진분수끼리의 나눗셈은 통분하여 계산한다. $\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}=\frac{3\times5}{4\times5}\div\frac{2\times4}{5\times4}=\frac{3\times5}{2\times4}$
(자연수)÷(진분수) 가분수의 나눗셈 대분수의 나눗셈	이분모 진분수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다. $\frac{7}{3}\div\frac{2}{9}=\frac{7}{3}\times\frac{9}{2}=10\frac{1}{2}$
(자연수)÷(단위분수)	자연수와 단위분수의 분모를 곱한다. $3\div\frac{1}{2}=3\times2=6$

알고리즘을 전개식으로 반복하여 명시하고, 이를 알고리즘에 의존하여 익히게 하는 것보다는 그림을 이용하여 여러 가지 다양한 의미를 접하는 가운데 분수 나눗셈에 대한 개념적 이해의 발판을 마련하도록 돕는 것이 필요하다.

다. 분수 나눗셈의 형식화

분수의 나눗셈을 형식화하는 과정도 분수의 곱셈과 유사하게 주제에 따라 다양한 방법으로 형식화하고 있다. <표 Ⅲ-12>는 교사용 지도서에서 제시하고 있는 분수의 나눗셈 주제에 따른 형식화 방법을 요약한 것이다. 분수의 나눗셈은 피제수의 형태가 자연수, 진분수, 가분수에 상관없이, 피제수에 제수의 역수를 곱하면 구할 수 있다. 그러나 이를 피제수와 제수의 형태에 따라 세분하고 그에 따라 형식화 방법을 달리하여 마치 각 주제별로 다른 알고리즘을 적용해야 하는 것 같이 인식하게 할 수 있다. 특히 우리나라에서는 '역수'라는 용어와 '역수'를 곱하는 이유에 대해서 직접적으로 제시하지 않기 때문에 분수의 나눗셈에 대한 표준 알고리즘을 정확하게 설명할 수 없는 단점이 있다. 또한, 이분모 진분수의 나눗셈을 통분하여 동분모 진분수의 나눗셈으로 바꾸고 이를 분자끼리 나눈 결과 값이, 제수의 분자와 분모를 바꾸어서 곱한 결과 값과 같다는 형식으로 계산 원리를 설명한다. 이는 개념적인 이해를 바탕으로 하기보다는 절차적인 과정을 중시하는 것으로, 학생들은 제수의 역수를 곱하는 의미와 이유를 알지 못한 채, 활동에서 익힌 계산 원리만을 적용하여 분수의 나눗셈을 해결하고 있는 실정이다. 따라서 분수의 나눗셈 단원에서 역수를 곱하는 의미를 여러 맥락을 통해 설명하고 역수를 곱하는 이유를 알아보는 활동을 통해 분수의 나눗셈에 대한 개념적인 이해를 도모할 필요가 있다.

Ⅳ. 맺는 말

본 연구는 제7차 교육과정 및 개정 수학과 교육과정에 제시된 분수의 곱셈과 나눗셈 내용을 바탕으로 현행 수학과 교과용 도서를 분석하였다. 수학과 교과용 도서의 분석은 먼저 교과서의 지도 내용을 전반적으로 분석하여 지도 시기의 적절성, 지도 계열의 연계성, 차시 구성의 적절성에 대하여 논의하였다. 그리고 문장제 제시, 표현의 활용, 알고리즘의 형식화 측면에서 익힘책과 연계하여 보다 상세하게 조사하였다. 이에 대한 분석결과를 정리하면 다음과 같다.

첫째, 교과서의 '생활에서 알아보기', '익히기', '문제 해결하기'와 익힘책에서 제시된 문장제를 살펴보면, 분수의 곱셈과 나눗셈 모두 기본 의미의 문장제가 가장 많이 제시되고 있음을 알 수 있다. 기본적인 의미의 문장제는 다른 의미에 비해 학생들에게 익숙하기 때문에 이를 통해 개념적인 이해를 도모할 수 있다. 그러나 기본적인 의미의 문장제가 아니라고 하더라도 각각의 계산 원리를 탐색할 수 있는 풍부한 상황을 지니고 있는 의미의 문장제가 존재한다. 특히 분수 곱셈의 계산 원리를 탐색하기에 용이한 넓이의 의미나, 분수의 나눗셈의 계산 원리를 탐색하기에 용이한 단위 비율의 결정이나 카테시안 곱의 역과 같은 맥락을 지닌 문장제를 통해 분수의 곱셈과 나눗셈의 알고리즘을 도입하는 것을 고려해야 한다.

또한, 교과서와 익힘책은 문장제 보다는 산술식 형태의 문제에 상당히 치중해 있고, 분수 연산에서 문장제의 역할이 절대적임에도 불구하고 매우 적게 다뤄지고 있는 것으로 드러났다. 분수의 연산에서 문장제는 분수 연산의 계산 원리를 구체적인 문제 상황과 연결하여 학생들의 이해를 돕고, 다양한 표현 양식을 사용하여 개념적으로 이해할 수 있다는 점을 감안

해볼 때, 교과서와 익힘책에서 문장제의 활용 빈도를 높여야 할 뿐만 아니라, 보다 다양한 맥락에서의 문장제를 제시함으로써 학생들이 여러 상황에서 분수 곱셈과 나눗셈의 계산 원리를 이해할 수 있는 기회를 마련해야 한다. 분수 연산 지도의 목적은 비단 절차적인 기능만을 높이기 위한 것이 아니다. 학생들은 기초 개념에 대한 이해와 더불어 새로운 학습 내용과 이전의 학습 내용을 연결함으로써 점차 복잡한 수준에서 분수 연산을 이해해야 한다.

둘째, 분수의 곱셈에서는 구체물이나 시각적 모델, 기호적 표현 등을 활용하여 계산 원리를 탐색하고 있는 반면에, 분수의 나눗셈에서는 구체적인 표현을 통한 활동이 거의 이루어지지 않고 있다. 구체적으로 분수의 곱셈에서는 직사각형 모양의 영역 모델을 많이 활용하였고, 분수의 나눗셈에서는 분수 막대 모델의 제시 빈도가 상대적으로 높았다. 이는 직사각형 모양의 영역 모델이 분자는 분자끼리 곱하고 분모는 분모끼리 곱하는 분수의 곱셈 과정 및 곱셈의 계산 원리를 설명하는데 용이하기 때문이다. 또한 분수의 나눗셈에서는 포함제와 등분제 상황을 분수 막대 모델을 활용하여 설명하는 것이 다른 모델에 비해 용이하기 때문이다. 그러나, 상황에 따라 보다 다양한 시각적 모델을 제시하여 학생들이 분수 연산에 대한 풍부한 경험을 할 수 있도록 배려해야 한다. 분수의 나눗셈과 같은 경우에는 카테시안 곱의 역 맥락을 구체화하기 위해 직사각형 모양의 영역 모델의 활용도를 높일 수도 있다. 특히 수직선 모델과 같은 경우는 분수 막대 모델과 같은 맥락에서 설명할 수 있고, 분수의 연산이 갖는 중요한 특성들을 표현할 수 있으므로, 이에 대한 활용을 고려할 필요가 있다.

셋째, 분수 연산의 형식화는 대부분 한 차시 내에서 이루어졌는데, 이는 각 차시에서 다루는 분수의 종류나 구조가 서로 다르기 때문이며, 이렇게 세분하여 지도함으로써, 각 주제에 따른 형식화 방법이 조금씩 다르다. 이로 인해 학생들은 각 연산별로 표준이 되는 알고리즘이 존재하고, 이러한 알고리즘을 활용하여 모든 문제를 해결할 수 있다는 것을 쉽게 인지하지 못하고, 주제에 따라 다른 알고리즘을 적용해야 하는 더욱 복잡한 구조로 인식할 수 있다. 따라서 주제의 지나친 세분화를 지양하고, 학생들이 표준 알고리즘의 효율성을 인식할 수 있도록 도와야 한다.

본 논문은 초등 수학 내용에서는 핵심적이나 교수·학습 측면에서 많은 어려움이 있는 분수의 곱셈과 나눗셈에 대해서 현행 교과용 도서를 면밀히 분석함으로써, 차기 교과용 도서 개발에 구체적인 시사점을 주고자 하였다. 또한 수학교과서 및 익힘책의 성격과 특성상 이러한 시사점을 모두 반영하기는 어려울 수 있으나, 적어도 현행 교과용 도서의 장·단점을 분명히 인식하고 이를 개선하기 위한 노력이 필요하며, 교사용지도서를 통해 교사에게 실제적인 지도상의 유의점을 제공하는 것도 고려해볼 만하다.

참고문헌

강홍규(2005). 분수 개념과 알고리즘 지도 양상 비교 : McLellan, MiC, 한국의 교재를 중심으로. 수학교육학연구, 15(4), 375-399.

교육과학기술부(2009a). 수학 5-가. 서울: 두산 교과서주식회사.

__________(2009b). 수학 5-나. 서울: 두산 교과서주식회사.

__________(2009c). 수학 6-나. 서울: 두산 교과서주식회사.

____________(2009d). 수학 익힘책 5-가. 서울: 두산교과서주식회사.

____________(2009e). 수학 익힘책 5-나. 서울: 두산교과서주식회사.

____________(2009f). 수학 익힘책 6-나. 서울: 두산교과서주식회사.

교육부(1997). **수학과 교육과정**(교육부 고시 제 1997-15호 별책 8). 서울: 대한교과서 주식회사.

교육인적자원부(2007). **수학과 교육과정**(교육인적자원부 고시 제 2007-79호 별책 8).

박교식 · 송상헌 · 임재훈(2004). 우리나라 예비 초등 교사들의 분수 나눗셈의 의미 이해에 대한 연구. **학교수학, 6**(3), 235-249.

박만구(2002). 왜 $\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{2}$인가? **수학교육 논문집**, 13, 39-54.

방정숙 · 이지영(2009). 사례 연구를 통한 분수 나눗셈의 연산 감각 분석. **학교수학, 11**(1), 71-92.

임재훈(2007). 카테시안 곱의 역 맥락에서 분수의 나눗셈. **학교수학, 9**(1), 13-28.

임재훈, 김수미, 박교식(2005). 분수 나눗셈 알고리즘 도입 방법 연구: 남북한, 중국, 일본의 초등학교 수학 교과서의 내용 비교를 중심으로. **학교수학, 7**(2), 103-121.

장혜원(1997). **수학학습에서의 표현 및 표상에 관한 연구: 표상모델 개발을 중심으로.** 서울대학교 박사학위논문.

전평국 · 박혜경(2003). 분수 나눗셈의 개념적 이해를 위한 관련 지식의 연결 관계 분석. **수학교육논문집, 15,** 71-76.

한국교육과정평가원(2004). **수학과 교육내용 적정성 분석 및 평가.** 연구보고 RRC 2004-1-5.

Baroody, A. J. & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 Mathematics instruction.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 권성룡 외 11인 공역 (2005). 수학의 힘을 길러주자. 왜? 어떻게? 서울: 경문사.

Flores, A. (2002). Profound understanding of division of fractions. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 237-246). Reston, VA: NCTM.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics.* Mahwah, MJ: Lawrence Erlbaum Associates.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: The Author. 류희찬 외 5인 공역(2007). 학교 수학을 위한 원리와 규준. 서울: 경문사.

Saxe, G. B., Shaughnessy, M. M., Shannon, A., Langer-Osuna, J. M., Chinn, R., & Gearhart, M. (2007). Learning about fractions as points on a number line. In W. G. Martin, M. E. Strutchens, & P. C. Elliott (Eds.), *The learning of mathematics* (pp.221-238). Reston, VA: NCTM. Siebert, I. (2002). Connecting informal thinking and algorithms: The case of division of fraction. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 247-256). Reston, VA: NCTM.

Sinicrope, R., Mick, H. W., & Kolb, J. R. (2002). Interpretations of fraction division. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 153-161). Reston, VA: NCTM.

An Analysis of the Multiplication and Division of Fractions in Elementary Mathematics Instructional Materials

Pang, Jeong Suk (Korea National University of Education)
Lee, Ji Young (Graduate School of KNUE)

This paper analyzed the main contents of multiplication and division of fractions in elementary mathematics textbooks and workbooks aligned to the national mathematics curriculum. This paper first explored the adequacy of when to teach the contents, the connection of instructional flow across grades, and the method of constructing a unit to teach multiplication or division of fractions. This paper then analyzed in detail the contents with regard to the types and frequency of word problems, the types of visual models and frequency, and the process of formalizing the calculation methods and principles. It is expected that the issues and suggestions stemming from this analysis of current textbooks and workbooks are informative in developing new instructional materials aligned to the recently revised mathematics curriculum.

* key words ; Analysis of textbooks(교과서분석), Analysis of workbooks(익힘책분석), Multiplication and division of fractions(분수의 곱셈과 나눗셈), Word problems(문장제), Visual Models(시각적 모델), Calculation methods and principles(계산 방법과 원리)

논문접수 : 2009. 11. 13
논문수정 : 2009. 12. 4
심사완료 : 2009. 12. 14