

파레토 프론티어를 이용한 메타모델 정예화 기법 개발

조성종,¹ 채상현,¹ 이관중^{*2}

A NOVEL METHOD FOR REFINING A META-MODEL BY PARETO FRONTIER

S.J. Jo,¹ S.H. Chae¹ and K.J. Yee^{*2}

Although optimization by sequentially refining metamodels is known to be computationally very efficient, the metamodel that can be used for this purpose is limited to Kriging method due to the difficulties related with sample points selections. The present study suggests a novel method for sequentially refining metamodels using Pareto Frontiers, which can be used independent of the type of metamodels. It is shown from the examples that the present method yields more accurate metamodels compared with full-factorial optimization and also guarantees global optimum irrespective of the initial conditions. Finally, in order to prove the generality of the present method, it is applied to a 2D transonic airfoil optimization problem, and the successful design results are obtained.

Key Words : 유전알고리즘(Genetic Algorithm), 인공신경망(Artificial Neural Network), 파레토 프론티어(Pareto Frontier), 크리깅(Kriging), 메타모델(Metamodel), 선택적 표본 추출(Selective Sampling)

1. 서 론

컴퓨터 성능의 발달과 다양한 수치기법의 발전으로 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics)은 공력 해석 분야에서 필수적인 해석 도구로서 자리 잡고 있다. 그러나 문제에 따라서는 하나의 계산 케이스에 대해서 몇 시간에서 몇 주에 이르는 높은 계산 비용이 요구되어 목적함수에 대해 다수의 반복 평가가 이루어져야 하는 최적화 분야에는 적용에 많은 제약이 따르는 것이 사실이다. 따라서 설계 과정에서 요구되는 계산 비용을 줄이는 것이 공력 최적 설계에 있어 중요한 관심사항이라 할 수 있다. 이에 하나의 대안으로서 상대적으로 계산 비용이 적게 드는 메타모델(Meta-model)을 이용한 최적화 방법이 폭넓게 사용되고 있다. 메타모델은 목적 모델이 되는 복잡한 모델의 입-출력 관계를 상대적으로 작고 단순한 형태로 재구축시킨 것으로서 함수 평가에 소요되는 시간을 상당한 수준으로 줄일 수 있다는 장점을 가지고 있다.

메타 모델을 구성하는 방법에는 일반적으로 완전계승법(full factorial) 등을 이용하여 초기 실험점(initial experimental points)을 충분히 선택하여 모델을 구성하는 방법과 선택적 표본추출(selective sampling) 등으로 불리는 설계 매 단계마다 모델을 정예화(refine)하는 기법이 있다.

어떤 경우든 메타 모델의 정확도를 높이기 위한 가장 좋은 방법은 완전계승법(full factorial) 등을 이용하여 초기 실험점을 충분히 선택하여 모델을 구성하는 것이다. 그러나 이 경우 설계 변수의 수가 증가할수록 설계 공간을 모사하기 위한 실험점의 수가 기하급수적으로 증가함으로 매우 낮은 정확도의 해석 코드를 이용하지 않는다면 실제 문제에는 사실상 적용이 어렵게 된다. 따라서 최근에는 매 단계마다 메타모델을 정예화(refine)하는 기법이 큰 관심을 모으고 있다.

전통적인 메타모델 구성방법은 일회성 접근방법(one-shot approach) 인데 반해 선택적 표본 추출은 모델 갱신을 통하여 관심 지점에 대해 모델을 보다 정교하게 구축할 수 있어 양질의 모델을 만들기 위한 실험점의 개수가 일회성 접근방법에 비해 작다는 장점이 있다. 하지만 이런 선택적 표본 추출 방법을 사용하기 위해서는 모델 갱신의 시기, 갱신 표본 선택의 기준, 위치, 개수 등에 대한 사전 정의를 필요로 한다.

선택적 표본 추출을 이용한 대표적인 방법인 크리깅(Kriging)[1-2]기법의 경우 설계 변수마다 분산값이 계산되기

접수일: 2009년 8월 25일, 수정일: 2009년 11월 26일,
계재확정일: 2009년 12월 4일.

1 학생회원, 부산대학교 대학원 항공우주공학과

2 정회원, 부산대학교

* Corresponding author, E-mail: daedalus@pusan.ac.kr

때문에 모델의 정확도를 통계적으로 추정 가능하다. 대표적으로 크리깅 모델을 사용한 Expected Improvement(EI)[3-4]에서는 미지 설계점에서의 모델 예측값과 불확실성을 동시에 고려하여 갱신 표본을 선택하게 된다. 따라서 앞서 언급한 ‘언제, 어떤 기준으로, 어디서, 얼마나’ 갱신 표본을 선택할 것인가에 대한 정량적인 기준이 모델 자체적으로 제공된다. 다른 메타모델의 경우 갱신 표본에 대한 정량적인 값을 구할 수 없기 때문에 선택적 표본 추출 기법을 사용하더라도 사전에 이에 대한 정의가 필요하다. 이러한 문제로 인해 선택적 표본 추출 기법은 크리깅과 결합하여 연구된 것이 대부분이다.

하지만 메타모델의 구축은 문제 의존성이 강하여 문제마다 적절한 메타모델이 다르다. 또한 근사 성능에 대한 평가 역시 다양한 메타모델에 대한 비교 연구[5-9]들이 있지만 결과 자체가 연구자의 전문분야와 실험구성에 따라 다르기 때문에 특정 모델이 타 모델에 비해 성능상에 우위에 있다고 할 수 없다. 선택적 표본 추출 방법을 적용함에 있어 크리깅 기법이 여러 장점을 가지고 있지만 보다 일반적으로 적용될 수 있는 선택적 표본 추출 기법이 필요하다고 할 수 있다.

본 논문에서는 신경망 메타모델 기법, 전역 최적화 기법인 유전 알고리즘과 파레토 프론티어를 이용한 최적화 기법을 제시하고자 한다. 유사한 방법으로 최근 헬리콥터 다분야 최적화(MDO) 적용을 염두에 두고 메타 모델과 몬테-카를로(Monte-Carlo) 시뮬레이션 기법을 결합하여 파레토 프론티어를 갱신하는 방법이 K. Collins[10] 등에 의해서 제안된 바 있으나, 이 논문에서는 메타모델의 갱신이 어떻게 이루어지는지에 대한 기법 자체가 명확하지 않은 문제가 있었다. 본 논문에서는 갱신 표본에 대한 정량적 정보가 없는 일반적인 메타모델 대해 선택적 표본 추출 기법을 적용할 수 있도록 그 기준을 제시하고 이를 두개의 해석 함수를 이용한 실제 최적화 과정을 통해 검증하고자 하였다. 또한 이 기법이 메타모델의 초기 상태가 조악하더라도 최적값을 찾아갈 수 있는가에 대해서도 동일한 해석 함수를 통해 보이고자 하였다. 최종적으로 일반적인 2차원 익형 최적화 문제에 이 기법을 적용하여 최적화를 실시, 일반적인 문제에 적용될 수 있는지에 대해 점검해 보았다.

2. 해석 방법

2.1 인공신경망 (Artificial Neural Network)

인공신경망은 3종류의 층(입력/은닉/출력)으로 구성되고 각 층에는 뉴런(neuron)이라고 불리는 단위 정보 처리체로 구성되어 있다. 각 층은 다수의 뉴런들을 가지고 있고 이 각각의 뉴런은 인접층의 모든 뉴런들과 상호 연결되어 망(network)을 이루고 있다(Fig. 1). 각 뉴런들 간의 연결은 모두 동일하지만

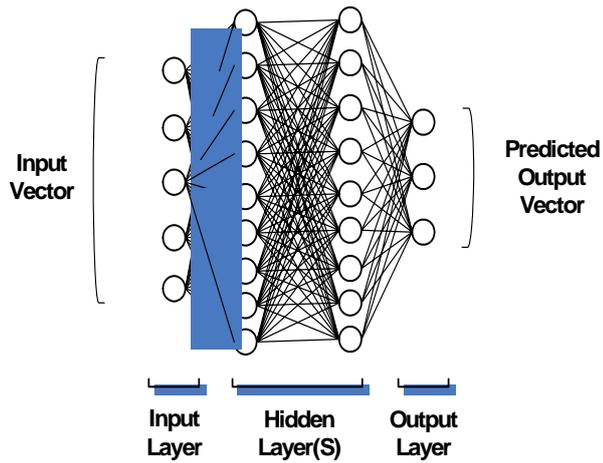


Fig. 1 Structure of neural network

각각 다른 가중치(weight value)를 가지고 있어 이 가중치의 조정을 통하여 다양한 입/출력의 조합이 가능하다.

인공신경망은 이 가중치를 조정하는 방법(흔히 학습(learning)이라고 하는 과정)에 따라서 다양한 형태로 나뉘는데 본 논문에서 사용하는 방법은 역전파(back propagation)라는 가장 널리 쓰이는 형태의 인공 신경망이다. 역전파는 주어진 입력에 대해 사용자가 원하는 출력값과 실제 출력값(현재 가중치 값에서 주어진 입력에 대한 출력값)의 차이를 역전파(back propagation) 하여 가중치 값을 조정하는 방법이다. 일단, 학습 과정에 의해서 가중치 값이 정해지면 분류(classification), 패턴인식(pattern recognition), 진단(diagnosis) 등 다양한 분야에 사용될 수 있다[11].

표준적인 역전파(back propagation) 알고리즘은 오차를 나타내는 에너지 함수를 최대 기울기(steepest descent gradient) 방식으로 최소화하는 것으로 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$E_q = \frac{1}{2}(d_q - x_{out})^T(d_q - x_{out}) \tag{1}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{h=1}^n (d_{qh} - x_{out,h})^2$$

여기서 d_q 는 q번째 입력 조합의 요구 출력(desired output)을 나타내고, $x_{out} = y_q$ 는 망(network)의 실제 출력을 나타낸다. 최대 기울기(steepest descent gradient) 방식을 사용한 망의 각층에서의 가중치 학습 규칙은 다음과 같이 주어진다.

여기서 s는 망의 각층을 나타내고, $\mu(s) > 0$ 는 학습률변수(learning rate parameter)를 나타낸다.

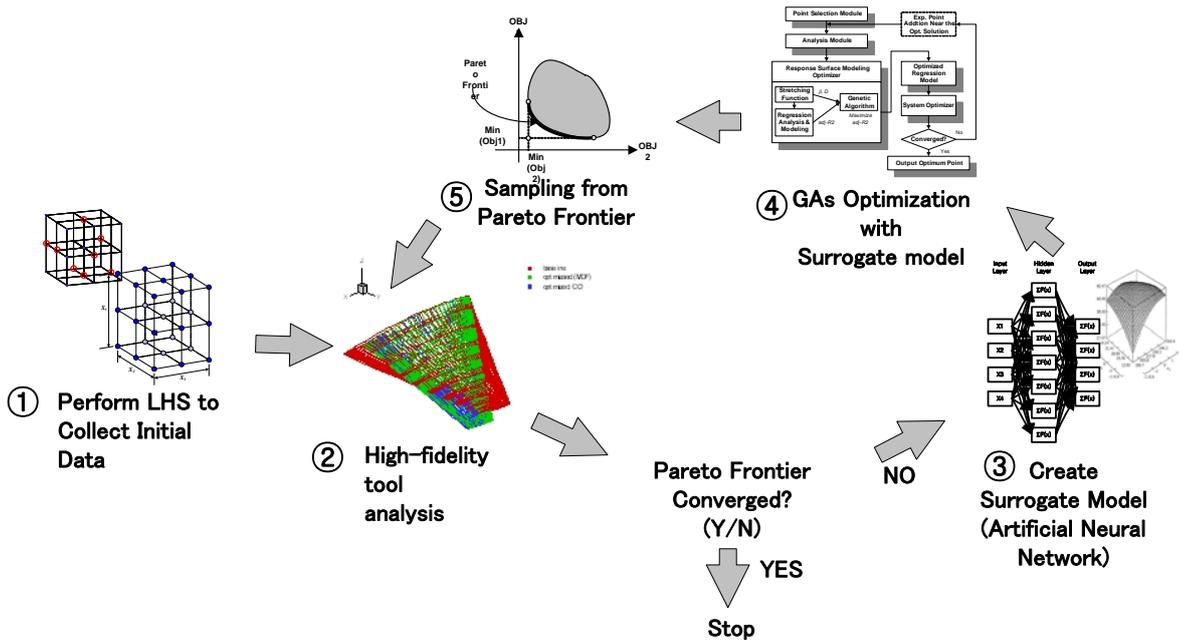


Fig. 2 Pareto update method procedure

$$\Delta w_{ji}^{(s)} = -\mu^{(s)} \frac{\partial E_q}{\partial w_{ji}^{(s)}} \quad (2)$$

본 논문에서는 지역 최소값에 빠지는 것을 피하기 위해 simulated annealing을 사용하였고, 빠른 수렴을 위해 Nguyen and Widrow's weight initialization algorithm과 search-then-converge method(학습이 진행됨에 따라 학습률을 바꾸는 전략)를 사용하였다. 모델의 정확도 측정은 회귀분석(regression analysis)를 통해 R^2 값을 구해 실시하였다.

2.2 파레토 업데이트 알고리즘

2.2.1 알고리즘의 진행 절차

본 연구에서는 인공신경망(ANN)을 메타모델로 하여 전역 최적화 기법인 유전 알고리즘과 파레토 프론티어를 사용한 선택적 표본 추출 최적화(selective sampling optimization) 방법을 제시하고자 한다(이하 파레토 업데이트 알고리즘). 최적화 절차는 아래와 같다(Fig. 2).

- 1) 실험 계획법(DOE, Design of Experiments)으로 초기 표본 개체 생성.
- 2) 표본점(Sample Points)를 전산유체역학 등의 고정밀 해석 도구를 통해 해석.

- 3) 주어진 표본점으로 메타모델 생성
- 4) 메타모델을 사용하여 최적화 실시
- 5) 최적화 결과에 대해 파레토 프론티어를 생성하고 파레토 프론티어로부터 갱신 표본점 선택
- 6) 파레토 프론티어가 수렴할 때까지 2에서 5의 과정 반복

본 연구에서는 실험 계획법으로 라틴 하이퍼큐브 샘플링(LHS)[12]를 사용했다. LHS는 계층적 표본 추출(stratified sampling) 방법으로 표본 개수 N_s 에 대해서 각 매개변수의 범위를 동일한 확률을 가지는 $1/N_s$ 구간으로 나누고 각각의 변수에 대한 표본이 동일한 확률을 가지는 각 구간에 하나씩 위치할 수 있도록 하는 방법으로 임의 표본 추출(random sampling)에 비해 균일한 표본 추출이 가능한 방법이다. 일반적으로 설계 공간을 모사하기 위한 적절한 표본수는 매개변수 N 개에 대해 $10N$ 개이다.

메타 모델로 사용된 인공신경망은 패턴 인식, 다중 속성을 가진 자료 분류, 근사 함수 작성 등 통계, 공학 등의 넓은 분야의 다양한 문제 분석에 쓰이고 있는 기법으로 특히 다차원 문제나 높은 비선형성을 가진 문제에 대해 뛰어난 성능을 보여주는 메타 모델링 기법이다. 하지만 이를 선택적 표본 추출(selective sampling) 기법에 적용하기 위해서는 모델 갱신의 시기, 갱신 표본 선택의 기준과 위치, 갱신 표본의 개수 등에

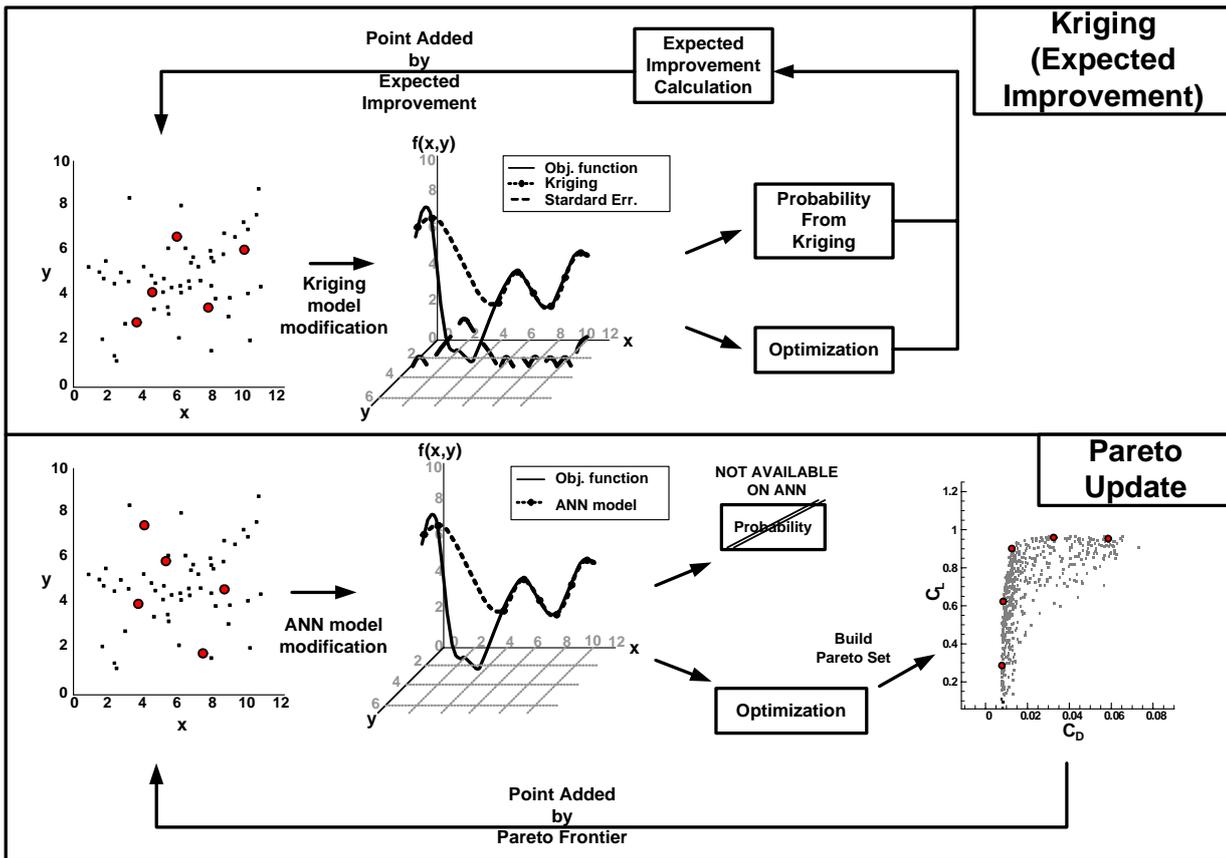


Fig. 3 Comparison between Kriging optimization and Pareto update

대한 사전 정의를 필요로 한다[11].

선택적 표본 추출의 대표적인 방법인 크리깅(Kriging) 기법의 경우 갱신 표본에 대한 정량적 기준을 모델 자체적으로 제공한다. 현재의 메타 모델에서의 예측값과 분산을 통해 계산된 불확실성이 높은 지점에 대한 정보를 조합하여 갱신 표본 선택시 모델 향상 가능성이 가장 높은 지점을 정량적으로 계산할 수 있다. 이러한 이점 때문에 모델 갱신을 통한 최적화 기법의 대부분이 크리깅 모델을 이용한 것이다.

하지만 인공지능망과 같은 여타 메타모델의 경우 갱신 표본에 대한 선택 기준을 모델 자체적으로 제공하지 않아 선택적 표본 추출 기법의 여러 장점에도 불구하고 이를 적용하기 쉽지 않는 것이 현실이다. 이와 같은 문제를 해결하기 위해 본 연구에서는 파레토 프론티어(pareto frontier)를 모델 갱신의 기준으로 하여 일반적인 메타모델에 선택적 표본 추출 최적화 기법을 적용할 수 있도록 하였다.

여기서 파레토 프론티어는 다목적 최적화 문제(multi-objective optimization problem)에서 해를 정의하기 위해

나온 개념으로 아래와 같이 정의되는 파레토 옵티멈들의 집합이다.

“유용 설계 공간 S 상에서 점 x^* 가 파레토 옵티멈이기 위한 조건은 다른 목적값의 변화 없이 최소 하나 이상의 목적값을 향상시킬 수 있는 다른 점 x 가 없을 때 x^* 를 파레토 옵티멈이라고 한다[13].”

즉, 파레토 프론티어는 다목적 최적화 문제에 있어 다른 목적값의 희생 없이 얻을 수 있는 최적값들의 집합이 된다. 파레토 프론티어에서의 갱신 표본 선택은 하나의 표본으로 다수의 목적 함수에 대한 메타모델을 동시에 정제화(refine)할 수 있고 메타모델의 특성에 상관없이 적용할 수 있다는 점에서 효율적인 선택이라고 생각된다. 여기에 전역 최적화 기법인 유전 알고리즘의 접합을 통해 제시하고 있는 기법이 전역 최적값을 보장할 수 있도록 하였다.

선택적 표본 추출 최적화 기법은 여러 가지 장점에도 불구하고 갱신 표본 선택의 문제로 인해 그 사용이 크리깅 모델에 한정된다는 단점이 있었다. 이상에서 제시한 파레토 업데이트

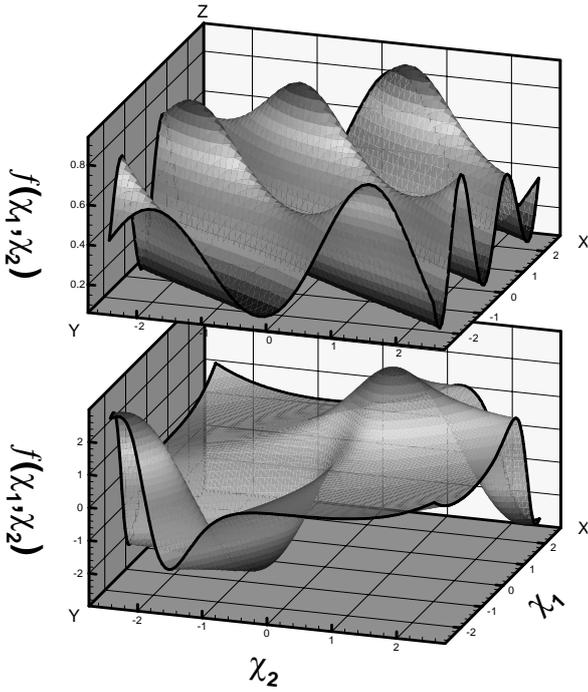


Fig. 4 Multiple-regression func. & bird func.

이트 알고리즘은 최적값들의 집합인 파레토 프론티어를 이용하여 '2.2.2' 절과 3장에서 설명하게 될 최적화 수렴 여부 판단과 모델 갱신의 기준으로 함으로써 선택적 표본 추출 최적화 기법의 장점을 그대로 지니면서도 모든 메타모델에 적용할 수 있도록 하였다. 또한 파레토 프론티어를 구하는 것이 다목적 최적화의 해를 구하는 기본적인 과정이므로 기존 절차에서 부수적인 노력을 필요로 하지 않고 최적화의 각 과정이 독립적이므로 각 계산 과정의 대체가 쉽고 절차가 단순하여 과정의 이행이 쉽다는 장점도 가지고 있다. 다음 장에서는 파레토 프론티어를 이용하여 어떻게 최적화 과정의 수렴 여부를 판단할 것인지에 대해 설명하도록 하겠다.

2.2.2 수렴에 대한 판정

파레토 프론티어의 수렴 여부는 파레토 프론티어를 형성하는 점들에 대한 오차(error)값과 이상점(utopia point)의 변화 여부를 평가해 판단하였다. 이상점(utopia point)은 다른 목적함수에 대한 고려없이 하나의 목적함수가 가질 수 있는 최적값이 목적공간(criterion space, 각 축이 목적함수로 이루어진 공간)에서 이루는 점으로 실제 유용 설계점은 아니지만 파레토 프론티어의 끝점들이 이루는 점으로서 이 점의 변화를 조사하여 파레토 프론티어의 수렴 여부를 판단하였다.

이 점이 몇차례의 반복계산(iteration) 과정에서 변화가 없다면 파레토 프론티어가 설계 공간상의 특정 부분에 수렴했다고 판단했다. 또한 파레토 프론티어의 끝점인 이상점의 변화만으로 파레토 프론티어가 수렴했다고 판단하기에는 부족함이 있으므로 반복계산(iteration) 과정에서의 예측값과 실제값을 지속적으로 비교하여 오차가 크지 않은지 여부도 확인하였다. 예측값과 실제값의 차이가 크지 않고 이상점이 수차례 반복계산 과정에서 변하지 않는다면 파레토 프론티어가 특정 설계 공간상으로 수렴했다고 판단하여 최적화 과정을 종결했다.

2.3 유전 알고리즘 (Genetic Algorithm)

유전 알고리즘(이하 GAs)[14]는 자연 선택설(natural selection)을 기본으로 한다. GAs 임의로 생성된 초기세대(initial generation) 디자인 집단(set)으로부터 다음 세대(next generation)의 새로운 디자인 집단을 임의로 생성하게 된다. 각각의 디자인 개체들에는 생존값(fitness value), 흔히 목적함수값이 지정되고 있는데, 각 세대의 인구수(population)는 고정된 상태에서 각 디자인 개체들의 생존값이 기존 디자인 개체들과 비교하여 좋을 경우 선택하고 나쁠 경우 버리는 형식으로 전체적인 과정이 진행, 전체적인 생존값을 높이는 방향으로 나가게 된다.

GAs는 함수의 도함수(derivative)를 사용하지 않고 목적함수 자체의 값만을 사용하므로 알고리즘 자체가 모든 종류의 문제-차분, 연속, 미분불가능 등에 적용할 수 있고 충분한 세대(generation)와 인구수(population)로 실시할 경우 전역 최적값(Global Optimum)을 보장할 수 있다. 전체적인 GAs의 절차는 다음과 같다.

1. 초기 인구수 생성
2. 생존값 평가
3. 생존값에 따른 모개체(parents) 선택
4. 교배(crossover)와 변이(mutation)
5. 수렴 여부를 확인하고 수렴하지 않았을 경우 2번 과정으로 돌아감.

3. 파레토 업데이트 방법의 검증

본 연구를 통해 구성된 알고리즘의 유효성을 검증하기 위하여 아래 두개의 함수를 목적 함수로 하여 최적화를 실시하였다(Fig 4).

· Objective Function 1 : Multiple-regression function

$$\min f(x_1, x_2) = 0.1 + \frac{1.0 + \sin(2x_1 + 3x_2)}{3.5 + \sin(x_1 - x_2)}$$

$$-2.5 \leq x_{1,2} \leq 2.5$$

· Objective Function 2 : Bird function

$$\min f(x_1, x_2) = e^{\cos(x_1 - x_2)} \sin\left[\frac{(x_1 - x_2)^2 + x_1 + x_2}{1 + (x_1 - x_2)}\right]$$

$$-2.5 \leq x_{1,2} \leq 2.5$$

두 함수 모두 비선형성이 매우 큰 함수로 Bird Function은 새의 형태를, Multi-Regression Function은 파동의 형태를 하고 있다. 특히 Bird Function은 다수의 국부 최소, 최대를 가지고 있어 비선형성이 매우 강한 함수이다. 따라서 두 함수의 정확한 파레토 프론티어를 잡아내기 위해서는 상당한 정밀도를 필요로 한다. 유전 알고리즘이 전역 최적값을 보장할 수 있도록 인구조수와 세대수를 512, 100으로 충분히 여유를 두고 설정하였고 최적화는 다음 세가지 경우에 대해 실시하였다.

- 1) 완전 계승법을 통한 최적화와 파레토 업데이트 방법의 차이
- 2) 메타 모델의 초기 상태에 따른 차이
- 3) 갱신 표본의 수에 따른 차이

첫 번째 예제에서는 본 논문에서 제시하고 있는 파레토 업데이트 방법이 전역 표본 추출을 통한 방법과 결과값에서 실제적인 차이가 있는지 확인해 보았다. 파레토 업데이트 방법이 수렴할 때까지 사용된 표본과 동일한 수의 표본을 전역표본추출방법(본 논문에서는 LHS를 사용하였음)을 이용하여 메타 모델을 작성하고 이를 유전 알고리즘으로 최적화 하였을 때 두 방법에 어느 정도의 차이가 있는지를 비교해 보았다.

Table 1 Difference between full-factorial optimization and Pareto Update optimization

	Analytic	Global Sampling (LHS)	Pareto Update (1/10)
Utopia Point	0.100 -2.718	0.100 -2.629	0.100 -2.716
Error(MSE)	×	0.4030	0.1365
Update 횟수	×	×	15
Sample 수	×	152ea	152ea

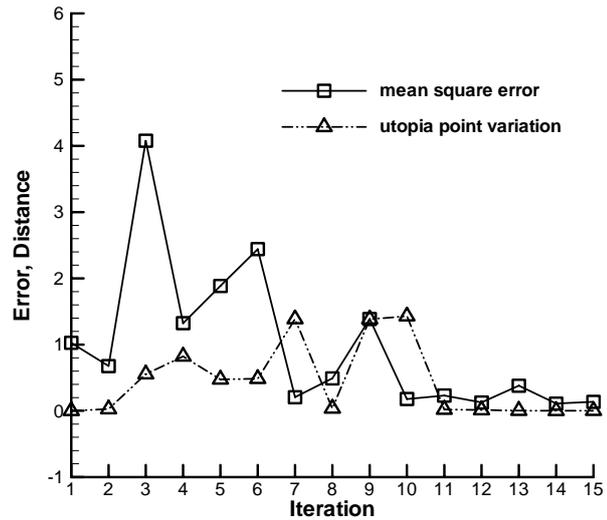


Fig. 5 Convergence check

두 번째 예제에서는 메타모델의 초기 상태가 매우 조악하여 설계 공간의 특징을 제대로 잡아내지 못하고 있더라도 파레토 업데이트 방법으로 모델을 갱신해 나갈 경우 최종적으로 전역 최적값에 이를 수 있는지를 살펴보았다. 설계자는 새롭게 접하는 설계 문제에 있어 설계 공간을 묘사하는데 어느 정도의 실험점이 필요한지 알 수 없다. 따라서 초기 메타모델이 적절하게 형성되지 못할 수 있기 때문에 이러한 경우에도 본 논문에서 제시하고 있는 알고리즘이 최적값을 보장할 수 있는지를 확인해 보았다. 세 번째 예제에서는 적절한 해를 얻기 위한 갱신 표본의 수를 알아보기 위한 실험으로 1/2, 1/3, 1/5, 1/10 으로 갱신 표본수를 줄여나가면서 파레토 프론티어의 수렴도를 확인하여 적절한 갱신 표본의 수를 확인하고자 하였다.

각 예제에 대하여 메타모델은 회귀분석(Regression Analysis)를 통해 모델의 정확도가 0.95 이상인 경우에 학습 과정을 종료하고 최적화에 사용했으며 오차(error)값의 계산은 평균 제곱 오차(MSE, Mean Squared Error)를 사용했다.

3.1 완전 계승법과 파레토 업데이트 방법의 비교

갱신 표본수를 파레토 프론티어를 형성하는 설계점의 1/10으로 하여 최적화를 실시하였다. 초기 표본의 수는 50개로 하였고 갱신을 위한 표본들은 목적함수 2변을 순차 정렬하여 그 중 1/10을 순서대로 뽑아 갱신하였다. 최종 수렴 판정은 앞서 2-2-2 장에서와 같이 이상점(Utopia Point)과 오차(error)를 지속적으로 확인하여 판단하였다. Fig. 5에서와 같이 12번째 반복계산(iteration)부터 15번째 반복계산까지 이상점의 변화가

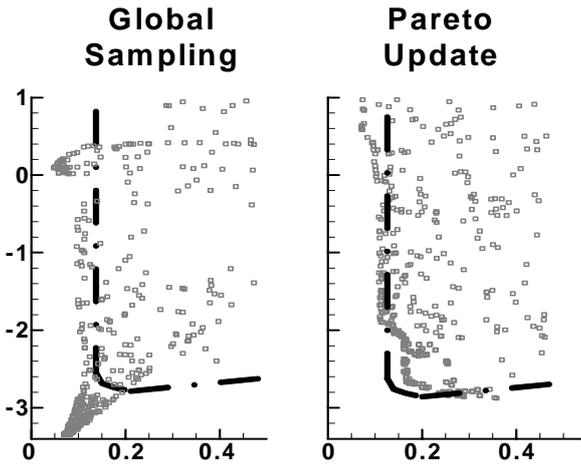


Fig. 6 Difference between full-factorial optimization and pareto update optimization

없고 오차값 역시 수렴했다고 판단됨으로 15회차에서 과정을 종료하였다. 최종 결과를 Table 1과 Fig. 6에 나타내었다. Table을 보면 전역 최적 기법(Global sampling, LHS)에 비해 파레토 업데이트(Pareto update) 방법이 낮은 오차(Error) 값과 해석 함수를 통해 구한 이상점 값과 근접한 값을 가짐을 알 수 있다. Fig. 6에서는 두 case의 최종 파레토 프론티어를 도시하였다. 굵은 선이 실제 해석함수를 이용한 파레토 프론티어를, 점들은 각 case의 최종 최적화 결과값을 나타낸다. 그림에서 볼 수 있듯이 전역 표본 추출(여기서는 LHS를 사용) 기법에 비해 파레토 업데이트 기법을 사용한 경우 보다 정확하게 파레토 면을 예측하고 있음을 알 수 있다.

3.2 메타 모델의 초기 상태에 따른 비교

메타 모델의 초기 상태가 조악하더라도 최종적으로 전역 최적값을 찾아갈 수 있는지 여부에 대한 실험으로 최초 메타

Table 2 Convergence for various initial model conditions

	Analytic	Pareto Update Case1	Pareto Upda5te Case2
Initial Sample	×	50	5
Update 개수	×	10%	10%
Utopia Point	0.100 -2.718	0.100 -2.716	0.100 -2.718
Error(MSE)	×	0.1366	0.1086
Update 횟수	×	15	31
Sample 수	×	152ea	341ea

모델을 위한 표본수를 5개로 하여 메타모델을 작성, 최적화를 실시하였다. 갱신 표본의 수는 앞서와 마찬가지로 1/10으로 하였고 결과는 Table 2에 정리하였다. Table에서 case1이 초기 표본 50개를 사용, case2가 초기 표본 5개를 사용한 경우이다. 갱신 표본 개수는 파레토 프론티어를 형성하는 표본의 10%를 사용하였다. 최종 수렴까지의 갱신 회수와 표본수는 case1의 경우 15회, 152개, case2의 경우 31회, 341개로 약 2배의 차이를 보이고 있다. 초기 모델의 정확도에 따라 수렴성에 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 그러나 두 case 모두 최종 수렴 결과가 해석함수를 통한 최적화 결과와 근접한 값을 얻을 수 있었고 오차 수준도 낮은 값을 유지하고 있어 본 논문에서 제시하고 있는 방법이 초기 모델의 질에 관계없이 전역 최적값을 찾아갈 수 있음을 알 수 있었다.

3.3 갱신 표본 수에 따른 차이 비교

적절한 갱신 표본수를 알아보기 위한 예제로 초기 표본수는 50개로 하였고 갱신 표본을 선택하는 방법 역시 앞서와 마찬가지로 목적함수 2번에 대해 순차 정렬한 후 각각의 경우에 맞게 선택하였다. 앞서의 1/10 경우를 포함하여 1/5, 1/3, 1/2의 총 4가지 경우에 대하여 실험을 실시하였으며 결과는 Table 3와 같다. 1/10, 1/5, 1/3, 1/2 case에 대해 표본수가 152ea, 181ea, 361ea, 533ea로 파레토 업데이트 방법의 수렴을 위한 표본의 수가 갱신 표본수가 작을수록 줄어듦을 알 수 있다. 반복계산 횟수의 경우 1/5 case에서 11회, 1/10에서 15회로 더 늘어났지만 전체적으로 볼 때 갱신 표본의 수가 많은 경우(1/3, 1/2의 경우 18회, 17회의 모델 갱신이 이루어짐) 더 많은 반복계산이 필요한 것으로 보인다. 파레토 프론티어를 형성하는 설계점이 설계 공간상의 특정 지역에 한정되어 있으므로 너무 많은 표본을 갱신 표본으로 잡는 것은 효율적이지 못한 것으로 보인다. 하지만 최적화 문제와 근사모델의 구성은 문제에 따라 많은 차이를 보이므로 이 결과값이 절대적이라고 할 수 없다. 단지 결과를 통해 모델의 갱신에 많은 실험점을 필요로 하는 것은 아니라는 점을 확인했다고 할 수 있다.

Table 3 Convergence for various number of update samples

	Analytic	Pareto Update (1/10)	Pareto Update (1/5)	Pareto Update (1/3)	Pareto Update (1/2)
Utopia Point	0.100 -2.718	0.100 -2.716	0.100 -2.716	0.100 -2.708	0.100 -2.718
Error (MSE)	×	0.1365	0.1244	0.1002	0.1138
Update 횟수	×	15	11	18	17
Sample 수	×	152ea	181ea	361ea	533ea

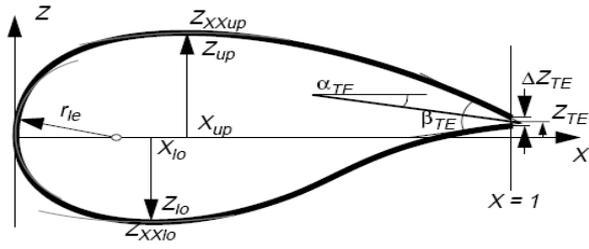


Fig. 7 PARSEC airfoil parameters

3.4 결과 요약

해석 함수(analytic function)를 이용한 세가지 예제를 통해 메타모델을 통한 최적화 기법의 효율성을 확인할 수 있었고, 크리깅 이외의 메타모델, 즉 갱신 표본에 대한 정량적인 정보를 가지고 있지 않는 모델에 선택적 표본 추출 방법을 적용함에 있어 발생할 수 있는 문제에 대한 답을 찾고자 하였다. 또한 본 논문에서 제시하고 있는 방법이 전역 최적을 보장할 수 있는지에 대해서도 알아보았다.

각 예제에서의 모든 최적화 case에 대해 메타 모델을 사용하지 않았을 경우의 1%이내의 실험점 평가만으로 최적값을 찾을 수 있었다. 100세대, 512개의 인구수로 유전 알고리즘을 통한 최적화를 실시할 경우 총 51,200ea의 실험점에 대한 평가를 필요로 한다. 그러나 메타모델을 사용한 본 논문에서는 최소 152ea에서 최대 533ea의 실험점 평가만으로 최적값을 찾아내어 메타 모델을 사용한 최적화의 효율성을 확인할 수 있었다.

또한, 첫 번째 예제(3-1-1)를 통해 파레토 프론티어가 다목적 최적화 문제에 있어 갱신 표본을 선택하는 적절한 기준이 될 수 있음을 확인할 수 있었고, 세 번째 예제(3-1-3)를 통해 모델 갱신에 있어 많은 수의 표본점을 필요로 하지는 않는다는 것을 확인할 수 있었다. 두 번째 예제에서는 본 논문에서 제시하고 있는 파레토 업데이트 방법이 전역 최적을 보장할 수 있음을 확인할 수 있었다.

다음 장에서는 파레토 업데이트 방법을 2차원 천음속 익형(2D transonic airfoil) 문제에 적용하여 이 방법이 실제 문제에서도 사용될 수 있는지에 대해서 알아보려고 한다.

4. 2차원 익형 최적설계

본 논문에서 제시하고 있는 방법을 2차원 천음속 영역 익형 설계에 적용하여 앞서 제시하였던 방법이 실제 문제에도 적용될 수 있는지 알아보려고 하였다. 설계 문제는 아래와 같다.

- Minimise : C_d
- Maximize : C_l
- Subject to : $Area \cong Area_{RAE2822}$

유동 조건은 $M_\infty=0.73$, 받음각(Angle of Attack)은 2.7로 하였다. 천음속 영역의 대표적인 익형인 RAE2822를 기준 비교 대상으로 하여 이와 근접한 단면적 조건을 유지한 상태에서 C_d 와 C_l 을 각각 최소화, 최대화 하여 RAE2822보다 향상된 양항비(L/D)를 가지는 익형을 구하였다.

4.1 설계 문제 정의

익형의 형상 정의는 PARSEC[15] 을 이용하였다. PARSEC 은 익형 형상을 조절하는 매개변수를 가능한 작게 유지하면서도 다양한 형태의 익형을 표현할 수 있도록 만들어진 방법으로 익형 표현에 사용되는 매개변수는 Fig. 7 과 같다.

매개변수 범위는 매개변수가 비교 기준이 되는 RAE2822를 표현할 수 있고, 익형이 꼬이는 현상이 없도록 설정하였다. 본 논문에서는 끝이 뾰족한 형태의 익형만 고려하여 ΔZ_{TE} 는 0으로 두었다. 매개변수 범위는 Table 4와 같다.

면적 제약 조건은 벌칙 함수(penalty function) 형태로 설정하였다. 기준 면적에서 벗어난 차이만큼을 각 목적함수에 보정함으로서 기준 면적에서 벗어나는 표본점들을 최적화 과정에서 자연스럽게 걸러낼 수 있도록 하였다.

4.2 최적화 결과

초기 표본은 70개로 하였고 유전 알고리즘은 인구수 512, 세대수 70으로 설정하여 최적화를 실시하였다. 총 23회 메타 모델 갱신과 총 표본수 222개를 사용하여 수렴된 결과를 얻을 수 있었다.

Table 4 Parameter range of search region

	r_{LE}	Z_{TE}	α_{TE}	β_{TE}	X_{UP}	Z_{UP}	Z_{XXUP}	X_{LO}	Z_{LO}	Z_{XXLO}
Lower bound	0.001	-0.01	-15°	0.5°	0.4	0.04	-0.8	0.25	-0.08	0.2
Upper bound	0.015	0.01	-1°	10°	0.55	0.1	0.2	0.45	-0.04	1.0

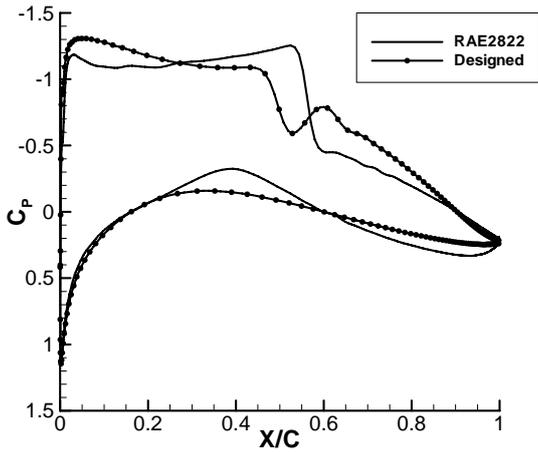


Fig. 8 Designed airfoil pressure distribution

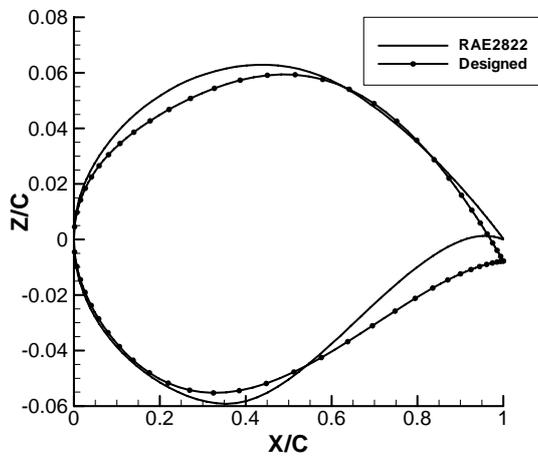
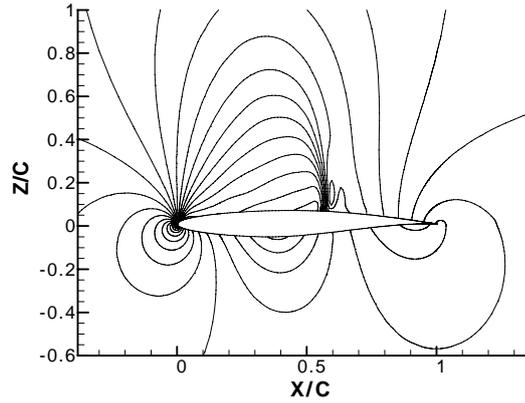
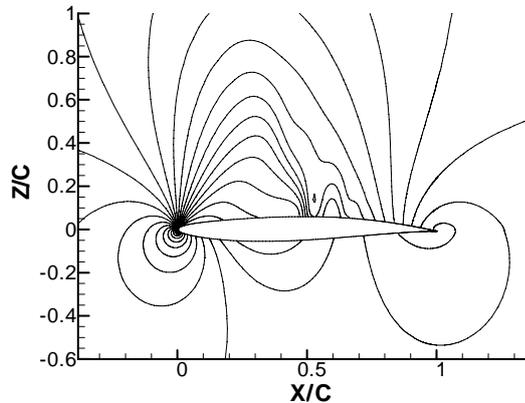


Fig. 9 Geometry of the designed airfoil



(a) RAE2822



(b) Designed airfoil

Fig. 10 Pressure contour

파레토 프론티어(Pareto frontier)를 구성하는 값들 중 가장 높은 양항비를 가지는 형상과 RAE2822의 공력 성능 비교 데이터를 Table 5에 나타내었다. 최적화를 통해 얻은 형상은 RAE2822와 동일한 면적 조건을 유지하고 있고, 양력은 증가하고 항력은 줄어들어 보다 향상된 양항비를 보여주고 있다. 최적화를 통한 형상과 압력 분포, 압력계수 등고선(contour)는 Fig. 8-10에 나타내었다. Fig. 8의 C_p 자료를 보면 RAE2822의 익형 상부에서의 보여졌던 충격파의 크기가 줄어들고 발생 시기가 지연되었으며 하부에서 RAE2822에 비해 보다 높은 압력 상태를 유지하여 전체적으로 양력이 증가했음을 알 수 있다. 익형 형상은 RAE2822에 비해 상, 하부의 최대 두께는 감소하였고 상부에서의 최대 두께 지점이 뒤로 후퇴한 것을 볼 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 인공신경망과 유전 알고리즘, 파레토 프론티어를 이용한 새로운 선택적 표본 추출 최적화 기법을 제시하였다. 기존의 선택적 표본 추출 최적화와 관련된 연구들은 갱신 표본 선택의 용이성으로 인해 크리깅 모델과 결합하여 연구된 것이 대부분이다. 크리깅 자체가 뛰어난 메타모델 기

Table 5 Comparison of aerodynamic performance

	CL	CD	L / D	Area
RAE2822	0.7798	0.01623	48.05	0.0777
Design	0.8201	0.01358	60.39	0.0772

법이지만 기존 연구는 크리깅 모델의 특성 자체에 기반을 두고 있기 때문에 타 메타모델 기법을 적용할 수 없다는 분명한 한계를 가지고 있다. 본 연구에서는 크리깅 이외에 다른 메타모델에서도 일반적으로 쓰일 수 있는 모델 갱신을 통한 최적화 기법을 제시하고 이를 해석 함수를 통한 세 개의 예제와 이차원 천음속 익형 문제를 통해 검증하였다.

해석 함수를 이용한 세 개의 예제를 통해 첫째, 동일한 표본 개수를 사용한 완전 계층법을 이용한 최적화에 비해 해의 집합인 파레토 면을 더 정확하게 예측하고 있으며 둘째, 갱신 효율 저하는 있지만 초기 메타모델의 상태가 조악하더라도 최종적으로 전역 최적값을 찾아가고 있음을 확인할 수 있었다. 또한 셋째, 갱신 표본의 수에 따른 수렴성의 차이 비교에서 해의 수렴에 많은 표본수를 필요로 하지 않는다는 점을 확인할 수 있었다. 마지막으로 설계 공간의 비선형성이 높은 이차원 천음속 익형 문제를 통하여 기본 비교 대상이 되는 RAE2822에 비해 향상된 양항비를 가지는 익형을 구함으로써 본 연구에서 제시된 기법이 실제 문제에서도 적용될 수 있음을 확인할 수 있었다.

본 연구에서는 두개의 목적함수를 가지는 문제에 대해서만 연구가 이루어 졌는데 향후, 하나의 목적함수를 가지는 경우, 또는 세 개 이상의 목적함수를 가지는 경우에 대해서 어떤식으로 표본을 선택할 것인가에 대한 연구가 추가적으로 이루어져야 할 것으로 생각된다. 또한 크리깅 모델을 사용한 최적화 기법과의 비교 연구를 통해 제시하고 있는 기법이 기존의 선택적 표본 추출 최적화 기법과 어떤 차이를 보이고 있는지에 대해 추가적으로 연구를 수행할 예정이다.

후 기

이 논문은 2008년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음 (KRF-2008-314-D00170)

참고문헌

- [1] 1989, Sack, J., Welch, W.J., Mitchell, T.J. and Wynn, H.P., "Design and analysis of computer experiments(with discussion)," *Statistical Science* 4, pp.409-435.
- [2] 1963, Matheron, G., *Principles of geostatistics*, Economic Geology, Vol.58, pp.1246-1266.
- [3] 1998, Matthias, S., William, J.W. and Donald, R.J., "Global versus local search in constrained optimization of computer models," *New Developments and Applications in Experimental Design*, edited by N.Flournoy, W.F. Rosenberger, and W.K. Wong, Institute of Mathematical Statistics, Hayward, California, Vol.34, pp.11-25.
- [4] 2004, Jeong, S.K., Yamamoto, K. and Obayashi, S., "Kriging-based probabilistic method for constrained multi-objective optimization problem," *AIAA 1st Intelligent Systems Technical Conference*, AIAA-2004-6437.
- [5] 2001, Simpson, T.W., Poplinski, J.D., Koch, P.N. and Allen, J.K., "Metamodels for computer-based engineering design: Survey and recommendations," *Engineering with Computers*, Springer London, Vol.17(2), pp.129-150.
- [6] 2004, Jin, R., Chen, W. and Sudjianto, A., "Analytical metamodel-based global sensitivity analysis and uncertainty propagation for robust design," *paper 2004-01-0429*. In *SAE Transactions*, SAE Congress, March 8-11, Detroit, USA.
- [7] 2003, Paul, K.D. and James, H.B., *Motivated metamodels: synthesis of cause-effect reasoning and statistical metamodeling*, Rand Corporation, USA.
- [8] 2007, Gorissen, D., "Heterogeneous evolution of surrogate models," *Thesis submitted for master degree of Katholieke Universiteit Leuven*, Netherlands.
- [9] 2005, Queipo, N.V., Haftka, R.T., Shyy, W., Goel, T., Vaidyanathan, R. and Tucker, P.K., "Surrogate-based analysis and optimization," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol.41, pp.1-28.
- [10] 2008, Collins, K., Bain, J., Rajmohan, N., Sankar, L., Egolf, T. and Janakiram, R.D., "Toward a high-fidelity helicopter rotor redesign framework," *AHS International 64th Annual Forum & Technology Display*, Montreal, Canada.
- [11] 1994, Fausett, L., *Fundamentals of neural networks: architectures, algorithms and applications*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- [12] 1979, McKay, M.D., Beckman, R.J. and Conover, W.J., "A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code," *technometric*, Vol.21, No.2, pp.239-245.
- [13] 2004, Arora, J.S., *Introduction to optimum design, second edition*, Elsevier academic press, pp.546-551.
- [14] 1989, Goldberg, D.E., *Genetic algorithms in search, optimization & machine learnin*, Addison-Wesley publishing, Inc., reading, Jan.
- [15] 1999, Sobieczky, H., "Parametric airfoils and wings," *Recent development of aerodynamic design methodologies -Inverse Design and Optimization*, pp.71-87.