

# 비선형 불확실성을 갖는 내연기관의 강인한 토크제어 Robust Torque Control for an Internal Combustion Engine with Nonlinear Uncertainty

김영복 · 김준호  
Y. B. Kim and J. H. Kim

(접수일 : 2009년 10월 7일, 수정일 : 2009년 10월 28일, 채택확정 : 2009년 10월 30일)

**Key Words** : Integral Compensator(적분 보상기), Two-degree-of-freedom Servosystem(2자유도 서보계), Robust Stability(강인안정성), Nonlinear Type Uncertainty(비선형불확실성)

**Abstract** : If an internal combustion engine is operated by consolidated control, the minimum fuel consumption is achieved satisfying the demanded objectives. For this, it is necessary that the engine is operated on the ideal operating line which satisfies minimum fuel consumption. In this context of view, there are many tries to achieve given object. However, the parameter in the internal combustion engines are variable and depend on the operating points. Therefore, it is necessary to cope with the uncertainties such that the optimal operating may be possible. From this point of view, this paper gives a controller design method and a robust stability condition for engine torque control which satisfies the given control performance and robust stability in the presence of physical parameter perturbation. Exactly, the present paper considers a robust stability of this 2DOF servosystem with nonlinear type uncertainty in the engine system, and a robust stability condition for the servosystem is introduced. This result guarantees that if the plant uncertainty is in the permissible set defined by the given condition, then a gain tuning can be carried out to suppress the influence of the plant uncertainties.

## 1. 서 론

내연기관 시스템의 제어에는 연비향상이나 배기 가스 규제대책 등에 대처하기 위한 공연비 제어, 아이들(Idle)회전수 제어, 자동차 자동변속기의 변속시 발생하는 쇼크를 없애기 위한 엔진토크의 제어 등이 분야에 있어서의 제어 범위가 넓어져, 제어성능이 자동차 성능의 개선에 기여하는 정도는 상당히 커지게 되었다. 잘 알려져 있는 바와 같이 기관의 출력이 일정한 경우, 고회전, 저토크 운전보다 저회전, 고평토크 영역에서 기관을 운전하는 것이 기관마찰의 경감에 의해서 연료소비율이 향상되게 된다. 그래서 무단 변속기가 장착된 자동차용 기관의 경우에는 기관의 트로틀 밸브의 개폐각과 변속기의 변속비를 동시에 제어한다. 그렇게 함으로써 차량측의 요구속도와 요구토크를 동시에 만족시키고 앞에

서 기술한 저회전, 고평토크의 기관운전에 의해 연료 소비율 최적화운전이 가능하게 된다.

Fig. 1은 기관의 토크와 속도와의 관계를 나타내고 있으며 그림 중 경사선은 연료소비율이 최소인 점들을 연결한 것이다<sup>1)</sup>. 양단의 속도 일정선은 Over-Run Limit와 낮은 속도에 의한 기관계의 과대진동 방지용의 한계로서 이것으로부터 연료소비를 최적운전선(이상선)이 결정되어 진다. 그러나 가속기(Accelerator)와 트로틀밸브가 직접 결합된 엔진 시스템에서는 앞에서 언급한 이상선상에서의 제어는 불가능하다. 그래서 Driver by Wire라고 불리어지는 트로틀밸브의 개폐각과 변속기의 변속비를 동시에 제어하는 통합 제어방식이 요구되어지고 변속기도 무단 변속기가 필요하게 된다. 이러한 시스템의 제어에 있어서 제어성능을 개선하기 위해서는 시스템의 특성을 정확히 파악하는 것이 필요하다.

내연기관 시스템의 구성요소에는 흡기계, 연료분사계, 연소실, 기관회전계 등이 있고, 물리 파라미터의 값들은 기관의 운전영역에 따라 크게 달라지기

김영복(책임저자) : 부경대학교 기계시스템공학과  
E-mail : kpjiwoo@pknu.ac.kr, Tel : (051)629-6197  
김준호 : 목포해양대학교 기관시스템공학부

때문에 비선형특성이 상당히 강하게 포함되어 있는 대표적인 제어대상이다. 따라서 그러한 비선형성에 대한 보상이 필요 불가결하다. 일반적으로는 기관의 운전영역에 따라 구분선형화 하여 gain-scheduling 으로 비선형 보상을 행하는 방법이 있으나 기관의 노후화, 대기조건의 변화 등 파라미터의 변화가 예측 불가능할 경우에는 이에 대한 보상이 상당히 어려워 바람직한 제어성능을 기대하기가 어렵다.

따라서 본 논문에서는 이러한 대상 시스템의 파라미터 변동에 대해서도 강인한 제어계를 구성하기 위한 제어계 설계법을 소개한다. 본 논문에서 소개하는 제어계 설계법은 2자유도 서보계설계법<sup>2-11)</sup>에 기초한 것으로 비선형특성이 강한 제어대상에 대해서도 충분한 목표치 추종성능을 달성할 수 있도록 하는 서보계의 강인 안정조건을 제시한다. 이 조건을 기반으로 비선형특성이 강하게 포함되어 있는 내연기관의 토크제어시스템 설계문제에 대해 고찰하고 그 유용성을 확인하도록 한다.

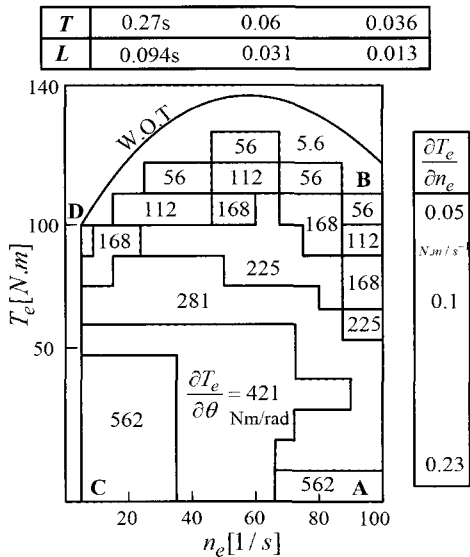


Fig. 1 Parameter variation in operating range

## 2. 문제의 정식화

본 논문에서는 불확실성으로서 비선형적인 특성을 갖는 좀 더 일반적인 경우의 제어계의 안정성과 응답특성에 대해 고찰한다. 그래서 만일 제어대상에 매칭조건(Matching Condition)을 만족하는 비선형의 모델링 오차에 대해 적분 보상기를 포함하지 않는 서보계가 안정하다면 2자유도계로 제어계를 구성한 후에도 원래의 제어계의 안정성을 보장하는

적분보상제인이 존재함을 명확히 한다. 이러한 결과는 적분보상제인의 적절한 조정에 의해 제어대상의 불확실성에 적극적으로 대처할 수 있으며 과도응답 특성도 개선할 수 있게 된다. 이 결과를 비선형특성을 강하게 포함하고 있는 내연기관의 토크제어문제에 적용하여 그 유용성을 검증한다.

본 논문에서는 일반성을 고려하여 대상으로 하는 시스템이 다음식과 같이 직달항을 포함하고 비선형의 모델링 오차를 갖는 경우에 대해 고찰한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + f(x(t), u(t), t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + h(x(t), u(t), t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x$ 는  $n$ 차원의 상태,  $u$ 는  $m$ 차원의 제어입력,  $y$ 는  $m$ 차원의 제어출력이며  $A, B, C, D$ 는 적당한 크기의 실수행렬이다. 이러한 시스템에 대해서 스텝상의  $m$ 차원 목표신호로서

$$r(t) = \begin{cases} r_+ & (t \geq 0) \\ r_- & (t < 0) \end{cases} \quad r_+, r_- \in R^m \quad (2)$$

를 생각한다. 목표치  $r_+$ 는 시각  $t=0$ 에서 주어진다고 한다. 그리고 목표신호  $r_+$ 에 제어출력이 추종하도록 하는 제어계를 구성하기 위해서 ( $A, B$ )는 가안정, ( $C, A$ )는 가검출 및 다음의 조건을 만족한다.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = n + m \quad (3)$$

또한 식 (1)에서  $f(x(t), u(t), t), h(x(t), u(t), t)$ 는 제어대상의 모델링 오차를 나타내는 비선형 함수이다. 본 논문에서는 비선형 함수  $f(x(t), u(t), t), h(x(t), u(t), t)$ 가 매칭조건을 만족하고 상태  $x(t)$ 에만 의존하는 시불변 함수만 고려한다. 즉

$$\begin{bmatrix} f(x, u, t) \\ h(x, u, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} g(x) \quad (4)$$

$$\forall x \in R^n, \forall u \in R^m, \forall t \in R$$

를 만족하는 비선형 함수  $g(x)$ 가 존재한다고 한다. 그래서  $g(x)$ 는 연속이고 그것의  $x$ 에 관한 편미분은 유계, 즉

$$\left\| \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right\|_2 \leq k \quad \forall x \in R^n, \exists k > 0 \quad (5)$$

을 만족하는 실수  $k$ 가 존재한다고 한다.

제어대상이 선형인 경우에는 제어계가 안정이면

제어출력이 목표신호에 일치하도록 하는 평형상태  $x(\infty)$ 와 평형입력  $u(\infty)$ 가 일의적으로 존재한다. 그러나 제어대상이 비선형일 때에는 제어계의 평형상태가 일의적이지 않은 경우가 존재하며, 이때에는 초기치에 의해서 정상상태가 달라지기 때문에 서보계의 구성이 불가능해진다. 그래서 우선 평형상태  $x(\infty)$ 와 평형입력  $u(\infty)$ 의 일의성에 대해서 고찰한다. 평형상태  $x(\infty)$ 와 평형입력  $u(\infty)$ 가 일의적으로 존재한다는 것은 식 (6)이  $[x(\infty)^T, u(\infty)^T]^T$ 에 대해서 일의적으로 해를 갖는 것과 등가이다.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ r_+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AB \\ CD \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ u(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} g(x(\infty)) \quad (6)$$

식 (3)으로부터 식 (6)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} AB \\ CD \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ r_+ \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x(\infty) \\ u(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} AB \\ CD \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} g(x(\infty)) \quad (7) \\ &= \begin{bmatrix} x(\infty) \\ u(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} g(x(\infty)) \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} x(\infty) &= [I_n \ 0] \begin{bmatrix} AB \\ CD \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ r_+ \end{bmatrix} \quad (8) \\ u(\infty) &= [0 \ I_m] \begin{bmatrix} AB \\ CD \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ r_+ \end{bmatrix} - g(x(\infty)) \end{aligned}$$

와 같이 구할 수 있으며 식 (3)과 매칭조건이 성립하는 경우에는 언제나 일의적으로 해가 존재한다.

### 3. 서보계의 강인한 안정성과 적분보상계인

만일 제어대상에 불확실성이 존재하지 않는다면 적분보상을 행하지 않은 추종계(Tracking System)는 다음 식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + BF_0)x(t) + B(H_0r(t) + g(x)) \quad (9) \\ y(t) &= (C + DF_0)x(t) + D(H_0r(t) + g(x)) \end{aligned}$$

여기서 평형상태  $x(\infty)$ 를 이용하여 상태의 편차를 다음과 같이 정의한다.

$$\tilde{x}(t) = x(t) - x(\infty) \quad (10)$$

따라서 편차계는

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= (A + BF_0)\tilde{x}(t) + B\tilde{g}(\tilde{x}(t), x(\infty)) \quad (11) \\ e(t) &= -(C + DF_0)\tilde{x}(t) - D\tilde{g}(\tilde{x}(t), x(\infty)) \end{aligned}$$

와 같이 구해진다. 단

$$\begin{aligned} \tilde{g}(\tilde{x}(t), x(\infty)) &= g(x(t)) - g(x(\infty)) \quad (12) \\ &= g(\tilde{x}(t) + x(\infty)) - g(x(\infty)) \end{aligned}$$

이다.

지금까지의 내용을 기본으로 하여 이제부터는 제어계의 강인한 안정성에 대하여 고찰한다. 우선 식 (9)의 시스템을 Fig. 2와 같이 선형부  $\tilde{L}$ 와 비선형부  $NL$ 로 분리해서 나타낸다.

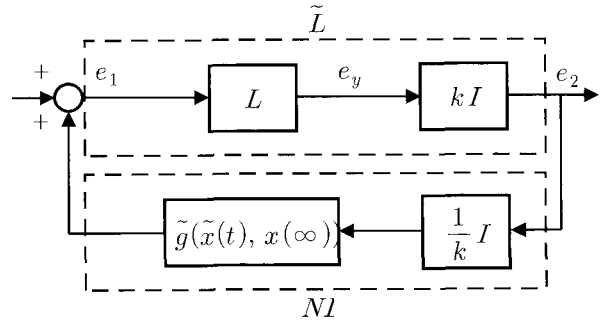


Fig. 2 System representation in linear and nonlinear part

정리 1 식 (5)에 대해서

$$\begin{aligned} 0 \leq \|\tilde{g}(\tilde{x}(t), x(\infty))\|_2 \leq k, \quad (13) \\ \forall \tilde{x}(t), \forall x(\infty) \in R^m, \exists k > 0 \end{aligned}$$

가 성립한다. 따라서 small gain 정리에 의해 선형부가 내부안정하고 다음의 조건이 성립하면 추종계는 강인 안정하다.

$$\|k(sI - A - BF_0)^{-1}B\|_\infty < 1 \quad (14)$$

식 (2)의 제어대상에 비선형의 모델링 오차  $g(x)$ 가 존재한다고 하면 2자유도 적분형 서보계는 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A + B(F_0 + GF_1) & BG \\ -C - D(F_0 + GF_1) - DG \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad (15) \\ &+ \begin{bmatrix} BH_0 \\ I - DH_0 \end{bmatrix} r(t) + \begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix} g(x) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \tilde{w}(t) &= w(t) - w(\infty) \quad (16) \\ &= w(t) + F_1x(\infty) - F_1x(0) - w(0) \end{aligned}$$

라 두면 편차 시스템은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \dot{\tilde{w}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+B(F_0+GF_1) & BG \\ -C-D(F_0+GF_1) & -DG \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix} \tilde{g}(\tilde{x}(t), x(\infty)) \quad (17)$$

이 편차 시스템에 대해

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ F_1 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

의 좌표변환을 행하면 식 (17)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+BF_0 & BG \\ 0 & (F_1B-D)G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ F_1B-D \end{bmatrix} \tilde{g}(\tilde{x}(t), x(\infty)) \quad (19)$$

이렇게 표현된 시스템을 선형부분과 비선형부분으로 분리해서 나타낸다. 우선 선형부분은

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+BF_0 & BG \\ 0 & (F_1B-D)G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ F_1B-D \end{bmatrix} e_1(t) \quad (20)$$

$$e_2(t) = k \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$$

와 같이 나타낼 수 있으며 이것의 전달함수를  $\hat{H}(s)$ 라 하면 그것은

$$\begin{aligned} \hat{H}(s) &= k \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sI-A-BF_0 & -BG \\ 0 & sI-F_1BG-DG \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} B \\ F_1B-D \end{bmatrix} \\ &= k(sI-A-BF_0)^{-1} \cdot B \{ I + G(sI-F_1BG-DG)^{-1}(F_1B-D) \} \\ &= k(sI-A-BF_0)^{-1} B \cdot \hat{H}_1(s) \end{aligned} \quad (21)$$

와 같이 표현된다. 단,

$$\hat{H}_1(s) = I + G(sI-F_1BG+DG)^{-1}(F_1B-D) \quad (22)$$

이다. 여기서

$$\|\hat{H}(s)\|_{\infty} \leq \|k(sI-A-BF_0)^{-1}B\|_{\infty} \cdot \|\hat{H}_1(s)\|_{\infty} \quad (23)$$

이다.

정리 2 제어대상에 비선형의 모델링 오차를 포함하는 2자유도 적분형 서보계가 강인 안정하기 위해서는 식 (14)와 small gain 정리에 따라 다음의 조

건이 성립해야 한다<sup>12)</sup>.

$$\|\hat{H}_1(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (24)$$

증명 : 참고문헌 12) 참조.

여기서 정리 2의 조건  $\|\hat{H}_1(s)\|_{\infty} \leq 1$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은

$$P(F_1BG-DG) + (F_1BG-DG)^T P = -G^T G - E^T E \quad (25)$$

$$(B^T F_1^T - D^T) P = -G \quad (26)$$

를 만족하는  $P(\geq 0)$ 와  $E$ 가 존재하는 것이다.

식 (26)으로부터

$$G = -(F_1B-D)^T P \quad (27)$$

로 주어지고, 제어대상이 안정하기 위해서는 행렬  $(F_1B-D)G$ 가 안정이면 된다.

그러므로  $(F_1B-D)G$ 가 안정하기 위한 필요충분조건에 따라 2자유도 적분형 서보계가 최적 서보계가 되도록 하는 적분보상계인  $G$ 로서 다음과 같은 형태의 것을 도입한다.

$$G = -(F_1B-D)^T W \quad (W > 0) \quad (28)$$

이것으로부터 최적 서보계가 되도록 하는 적분보상계인  $G$ 는 2자유도 적분형 서보계가 비선형불확실성에 대해 강인 안정하기 위한 적분보상계인 중의 하나가 된다는 것을 알 수 있다.

## 4. 제어대상의 표현과 제어계 설계사양

### 4.1 제어대상의 표현

본 논문에서 제어대상으로 하고 있는 기관시스템(차량)의 제원과 사용하는 기호는 Table 1과 같다<sup>1)</sup>. 그리고 대상으로 한 자동차의 구동계 즉, 엔진·무단변속기·부하계의 블록선도는 Fig. 3과 같이 나타낼 수 있다.

입력(목표신호)은 트로틀밸브각도  $\theta$ [rad]이고 제어출력은 엔진토크  $T_e$ [Nm]로 선정했다. 내연기관은 특성상 시간지연을 가지며 연료분사율은 트로틀밸브각도와 엔진회전수의 함수로 기술할 수 있다.

그리고 연소계통을 1차요소로 간주하면 연소계의

전달함수는 식 (29)와 같이 나타낼 수 있다. 단, 여기서 시간지연함수  $e^{-Ls}$ 는 Pade의 2차 근사법으로 근사화 한다.

$$T_e = \frac{1}{1+Ts} e^{-Ls} e^{-Ls(g(\theta, n_e))} \quad (29)$$

여기서  $T$ 는 시정수[s],  $L$ 은 시간지연[s],  $\theta$ 는 트로틀밸브각도이다. 이때 엔진토크( $T_e$ ) 발생후의 기관회전계 운동방정식을 식 (30)~(33)으로 나타낸다.

그리고 관성모멘트는 무단변속기의 변속비( $R_m$ )를 고려하여 기관축 주위로 등가변환하고 차량질량도 회전부하로 환산한다.

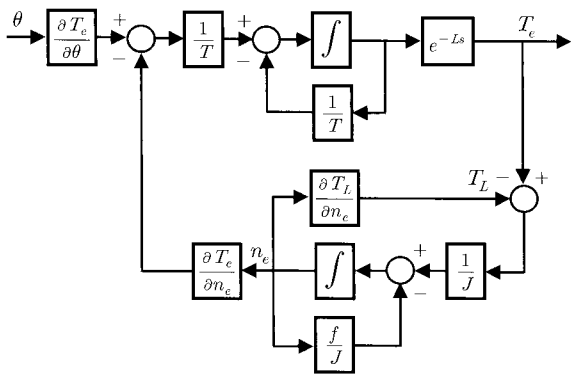


Fig. 3 Block diagram of controlled system

Table 1 Summary of variables for physical system

Parameter	Value	Unit
Inertia Moments	( $J$ )	
engine	( $J_e$ )	0.032 $\text{kgm}^2$
CVT	( $J_v$ )	0.066 $\text{kgm}^2$
diff. gear+tire	( $J_t$ )	3.943 $\text{kgm}^2$
Friction	( $f$ )	1.000 $\text{kgm}^2/\text{s}$
CVT gear ratio	( $R_m$ )	0.4345 ~2.34
Final gear ratio	( $R_w$ )	5.69
Vehicle mass	( $M$ )	1305 kg
Front project area	( $A$ )	1.8 $\text{m}^2$
Coeffi. of drag	( $C_d$ )	0.36
Tire radius	( $r_t$ )	0.273 m
Gradient of road	( $\delta$ )	0.0 rad
Coeffi. of roll. resist	( $\mu$ )	0.018
Air specific gravity	( $\rho$ )	1.166 $\text{kg}/\text{m}^3$
gravity	( $g$ )	9.8 $\text{m}/\text{s}^2$

$$T_e - T_L = J\dot{n}_e - fn_e \quad (30)$$

$$T_L = \frac{r_t F_L}{R_m R_w} \quad (31)$$

$$F_L = \rho C_d A V^2 / 2 + Mg(\mu + \sin\delta) \quad (32)$$

$$J = J_e + \frac{J_v}{R_m^2} + \frac{J_t}{(R_m R_w)^2} + 2\pi M \left( \frac{r_t}{R_m R_w} \right)^2 \quad (33)$$

이때 사용한 각 기호 가운데  $T_L$ 은 부하토크,  $n_e$ 는 엔진속도,  $F_L$ 은 주행저항,  $V$ 는 차량속도를 각각 나타낸다. 이것으로부터 제어대상을 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (34)$$

여기서,  $x(t)$ 는 상태벡터,  $u(t)$ 는 입력벡터,  $y(t)$ 는 출력벡터이며 각 계수행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} & \frac{12}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T} & -\frac{1}{T} \frac{\partial T_e}{\partial n_e} \\ -1 & -\frac{L}{J} & \frac{1}{J} & -\frac{1}{J} \left( \frac{\partial T_e}{\partial n_e} + f \right) \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{T} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C = [0 \ -L \ 1 \ 0]$$

#### 4.2 설계사양

제어기 설계시 구체적으로 다음 사항을 고려한다.

(1) 물리 파라미터의 변동에 대한 강인한 안정성

Fig. 1에 기관의 전 운전영역에서의 파라미터 변동을 나타내고 있다.

여기서  $T, L, \partial T_e / \partial \theta, J, T_e / \partial n_e, \partial T_L / \partial n_e$ 이 비선형특성을 나타내는 대표적인 파라미터들이고,  $T, L$ 은 기관의 회전속도  $n_e$ 에,  $\delta T_e / \delta \theta, \delta T_e / \delta n_e$ 는 기관 운전점( $T_e, n_e$ )의 변동에 따라 변한다. 기타 파라미터들도 다양한 형태로 그 범위도 광범위하게 변함을 그림으로부터 알 수 있다. 따라서 기관을 전 영역, 전 변속비 영역에서 운전하는 경우에는 기관 시스템내의 파라미터들이 크게 변하기 때문에 제어계의 안정성 확보 뿐만 아니라 바람직한 제어성능을 달성하기가 어려우므로 강인한 제어계 설계법이 요구되어짐을 알 수 있다.

(2) 비선형불확실성에 대한 강인한 제어성능

비선형특성을 나타내는 파라미터 중  $\partial T_e / \partial \theta$ 는 그 변동범위가 5.6~562로 크기 때문에 변동에 따른

시스템안정성 및 제어성능에 미치는 영향이 클 수 밖에 없을 것이다. 따라서 이 파라미터가 포함되어 있는 계수행렬  $B$ 는 다음 식으로 나타내며, 이것은 매칭조건을 만족한다.

$$B = B_0 + \delta B \quad (36)$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_0} \left( \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right)_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \delta B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T} \left( \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{T_0} \left( \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right)_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

여기서,  $1/T_0 \cdot (\partial T_e / \partial \theta)_0$ 는  $1/T \cdot (\partial T_e / \partial \theta)$ 의 공칭값을 나타내며, 식 (9)에서의 비선형특성을 다음식과 같이 표현한다.

$$B(g(x)) = \delta B \theta = B_0 \Delta \theta \quad (37)$$

단, 식 (37)에서  $\Delta$ 는 다음과 같다.

$$\Delta = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right) \left\{ \frac{1}{T_0} \left( \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right)_0 \right\}^{-1} - 1 \quad (38)$$

#### 4.3 제어계 설계 순서

위에서 정의한 비선형특성  $1/T \cdot (\partial T_e / \partial \theta)$ 를 제외한 파라미터와 그 변동범위는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 0.435 &\leq R_m \leq 2.34, \\ 0.036 &\leq T \leq 0.27, \\ 0.013 &\leq L \leq 0.094, \\ 0.002 &\leq \partial T_f / \partial n_e \leq 0.4, \\ 0.05 &\leq \partial T_e / \partial n_e \leq 0.23 \end{aligned} \quad (39)$$

이러한 파라미터변동에 대해서도 제어계의 안정성이 보장되고 최적서보계 구성이 가능하도록 하는 적분보상게인  $G$ 를 구하는 것이 본 논문에서의 최종목표라 할 수 있다. 즉, 식 (39)의 파라미터변동에 대해 제어계의 안정성이 보장되도록 식 (25) 및 식 (28)에 주어진 행렬  $P (> 0)$ ,  $G (< 0)$ 를 구하는 것을 의미한다. 이때 정정행렬  $P$ 는 파라미터변동을 고려하여 나타낸 시스템행렬의 각 단점에서 주어지는 선형행렬부등식(LMI)을 동시에 만족하는 것을 선택하면 식 (28)의 안정한 행렬  $G$ 가 구해진다. 따라서 기존의 2자유도 적분형 서보계 설계순서에 따라 각각의 게인값을 구하면 자동적으로 불확실성에 강인한 제어계 구성이 가능하게 된다.

본 논문에서는 최적제어이론에 따라  $A + BF_0$ 가 안정하도록 하는 상태피드백게인  $F_0$ 를 구하며 이것

으로부터 각각의 게인은 다음과 같이 계산된다.(직달항  $D$ 가 없을 경우)

$$\begin{aligned} F_0 &= -R^{-1} B^T P \\ F_1 &= C(A + BF_0)^{-1} \\ H_0 &= -\{C(A + BF_0)^{-1} B\}^{-1} \end{aligned} \quad (40)$$

## 5. 시뮬레이션

이하에서는 지금까지의 결과를 기초로 하여 비선형불확실성 등을 포함하고 있는 내연기관 시스템을 대상으로 강인한 제어계를 설계하고 시뮬레이션을 수행한다. 설계하고자 하는 제어계는 강인한 추종성을 갖는 2자유도 적분형 서보계이다. 즉, 제어대상인 내연기관시스템에 비선형특성을 갖는 불확실성이 존재할 경우에도 제어계의 강인한 안정성이 보장되고, 적분 보상 게인의 조절에 의해 불확실성의 영향을 억제시킬 수 있는 2자유도 적분형 서보계의 유효한 특성을 확인한다.

먼저, 상태피드백 게인  $F_0$ 는 식 (39)의 파라미터 변동에 의해 각 단점행렬로 구성되는  $A_i + B_i F_0$  ( $i = 1 \dots n$ )가 안정하도록 하는 것이며, 이것으로부터 식 (40)의 각각의 게인은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} F_0 &= [1.628 \quad -1.027 \quad -3.678 \quad -0.037] \\ F_1 &= [-0.540 \quad -2.160 \times 10^{-5} \quad -6.164 \times 10^{-5} \quad 0.151] \\ H_0 &= 2.083 \\ G &= -0.480 W \end{aligned} \quad (41)$$

여기서 적분보상게인  $G$ 는 식 (29)에 정의된 것과 같이 안정한 게인( $G = -(F_1 B - D)^T W$  ( $W > 0$ ))이고,  $W$ 는 양의 상수값으로 조정 가능한 것으로 선택한다. 즉, 시뮬레이션에서 적분보상의 효과를  $W$ 의 조정으로 확인하도록 한다.

그리고 비선형특성은 식 (37)과 식 (39)의 관계로부터

$$\begin{aligned} B(g(x)) &= B_0 \Delta \theta \\ &= B_0 \Delta_m \alpha \sin(T_e, n_e) \theta \end{aligned} \quad (42)$$

와 같이 두고,  $\Delta_m$ 은  $\Delta$ 의 평균값,  $\alpha (> 0)$ 는 비선형특성의 영향정도를 나타내는 상수값으로 정의한다.

Fig. 1에 나타난 것과 같이, 물리 파라미터는 10~200배 까지 변한다. 따라서 기관을 전 운전영역, 전 변속비 영역에서 운전하는 경우에는 기관 시스템내의 파라미터들이 크게 변하기 때문에 이에 대

한 제어계의 강인성이 요구되어짐을 알 수 있다. 그래서 시뮬레이션조건으로 Table 2와 같이 대표적인 파라미터가 최대 및 최소값을 갖는 지점(Fig. 1에서의 A, B, C, D)을 단점으로 설정하고, 그 각각의 지점에서 시뮬레이션을 수행하였다. 그 결과를 Fig. 4 ~ Fig. 7에 나타내었다.

시뮬레이션에는 적분보상게인의 효과를 확인하기 위하여 적분보상 게인의 가조정 파라미터  $W$ 를 증가시켰을 때의 각각의 응답특성을 관찰하였다. 시뮬레이션결과로부터 알 수 있듯이 식 (42)와 같은 비선형불확실성이 존재함에도 제어계의 강인 안정성이 보장되고 또한 적분보상게인을 증가시킴에 따라 응답특성(추종성능)이 개선됨을 알 수 있다.

Table 2 Parameters at load side

$R_m$	0.435(min)		2.34(max)	
Condition	Ⓐ, Ⓑ	ⓒ, Ⓓ	Ⓐ, Ⓑ	ⓒ, Ⓓ
$\delta T_L / \delta n_e$	0.4	0.002	0.05	0.003
$J$	10.2		0.36	

## 6. 결 론

내연기관 시스템은 흡기계, 연료분사계, 연소실, 기관회전계 등으로 구성되고 물리 파라미터 값들은 기관의 운전영역에 따라 크게 달라진다. 또한 비선형특성이 강하게 포함되어 있는 대표적인 제어대상이기도 하기 때문에 그러한 비선형성에 대한 보상이 필요 불가결하다. 이를 위해 일반적으로는 기관의 운전영역에 따라 구분선형화 하여 Gain-scheduling기법으로 비선형 보상을 행하는 방법이 있다. 그러나 기관의 노후화, 대기조건의 변화 등 파라미터 변화가 예측 불가능할 경우에는 이에 대한 보상이 지극히 곤란하고 바람직한 제어성능을 기대하기도 어렵다. 따라서 본 논문에서는 이러한 제어대상의 파라미터 변동에 대해서도 강인한 제어계를 구성하기 위한 제어계 설계법을 소개하였다. 이 설계법은 2자유도 서보계 설계법에 기초한 것으로, 본 논문에서는 비선형특성을 강하게 포함하고 있는 제어대상에 대해서도 충분한 목표치 추종성능을 달성할 수 있도록 하는 서보계의 강인 안정조건을 제시하였다. 이 조건을 내연기관의 토크제어계 설계문제에 적용하여 그 유용성을 확인하였다. 또한 이 조건은 적분보상게인에 독립적이기 때문에 자유로운 게인조정을 가능하게 한다. 따라서 그러한 강

인안정조건하에서는 적분보상게인의 적절한 조절에 의해 기관시스템이 비선형불확실성에 대해서도 적극적으로 대처할 수 있을 뿐 만 아니라 과도응답 특성도 개선할 수 있음을 시뮬레이션을 통해 확인하였다.

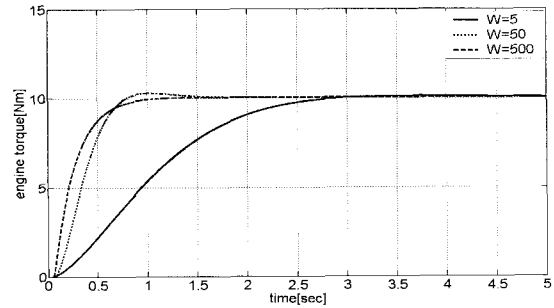


Fig. 4 Step responses obtained at operating point Ⓐ

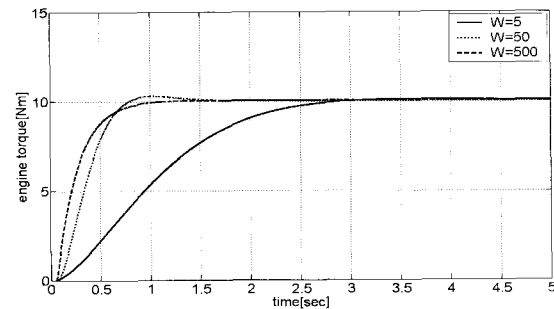


Fig. 5 Step responses obtained at operating point Ⓑ

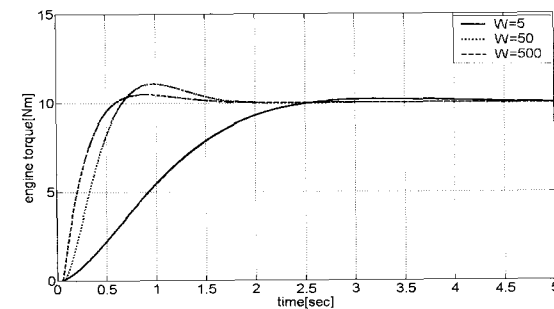


Fig. 6 Step responses obtained at operating point ⓒ

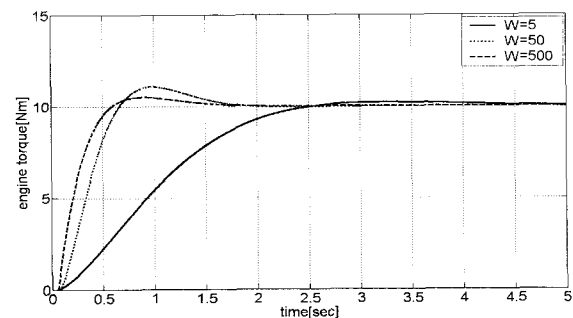


Fig. 7 Step responses obtained at operating point Ⓓ

## 후 기

본 연구는 국토해양부 ‘고효율 항만하역시스템 개발사업’의 지원으로 수행되었음.

## 참고문헌

1. T. Takiyama and S. Morita, 1994, "Robustness of Controlling Internal Combustion Engines", JSME(C), Vol. 60, No. 572, pp. 1303~1307.
2. E. J. Davison, 1976, "The Robust Control of a Servomechanism Problem for Linear Time Invariant Multivariable Systems", IEEE Trans. AC-21-1, Vol. 25, No. 34.
3. O. A. Sebakhy and W. M. Wonham, 1976, "A Design Procedure for Multivariable Regulators", Automatica, Vol. 12, pp. 467~478.
4. 古田, 原, 1980, "サーボ技術と現代制御論", 計測と制御, Vol. 19, No. 10, pp. 953~961.
5. Y. Fujisaki and M. Ikeda, 1992, "A Two-degree-of-freedom Design Optimal Servo-system", Proc. of 31st IEEE CDC, pp. 3588~3589.
6. Y. Fujisaki and M. Ikeda, 1991, "Synthesis of Two-degree-of-freedom Servosystems", Trans. SICE, Vol 27, No. 8, pp. 907~914.
7. Y. Kim, Y. Fujisaki and M. Ikeda, 1994, "Robust Stability and High-gain Compensation of a Two-degree-of-freedom Servosystem", The 17th SICE Symposium on Dynamical System Theory, pp. 325~330.
8. M. Kobayashi, Y. B. Kim, M. Ikeda Y. Fujisaki, 1995, "On Robust Stability of Two-degree-of-freedom Servosystem Incorporating an Observer", The 39th Annual Conference of iSCIE, pp. 263~264.
9. Y. B. Kim, M. Ikeda, M. Kobayashi, Y. Fujisaki, 1995, "High-gain Compensation of a Two-degree-of-freedom Servosystem Incorporating an Observer", The 24th SICE Symposium on Control Theory, pp. 107~110.
10. Y. B. Kim, Y. Fujisaki and M. Ikeda, 1998, "Robust Stability of Two-degree-of-freedom Servosystem with a Tuning Gain", Trans. on SICE, Vol. 34, No. 10, pp. 1411~1418.
11. Y. B. Kim, M. Ikeda and Y. Fujisaki, 1996, "Robust Stability of a Two-degree-of-freedom Servo-system with Unstructured Uncertainty", Memoirs of The Graduate School of Science & Technology, KOBE Univ., 14-B, pp. 73~80.
12. 김영복, 1999, "비선형 불확실성을 갖는 서보계의 강인성에 관한 고찰(II) : 강인안정성조건", 한국해양공학회지, 제 13권, 제 3호, pp. 99~105.