

## FIR을 이용한 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 평가

강해운\*<sup>†</sup> · 강창욱\*\* · 백재원\* · 남성호\*\*\*

\*한양대학교 산업공학과

\*\*한양대학교 정보경영공학과

\*\*\*한국생산기술연구원 융합생산기술연구부

## Evaluation of Demerit-CUSUM Control Chart Performance Using Fast Initial Response

Hae-Woon Kang\*<sup>†</sup> · Chang-Wook Kang\*\* · Jae-Won Baik\* · Sung-Ho Nam\*\*\*

\*Dept. of Industrial Engineering, Hanyang University

\*\*Dept. of Information and Industrial Engineering, Hanyang University

\*\*\*Dept. of Manufacturing Convergence R&D, Korea Institute of Industrial Technology

Complex Products may present more than one type of defects and these defects are not always of equal severity. These defects are classified according to their seriousness and effect on product quality and performance. Demerit systems are very effective systems to monitoring the different types of defects. So, classical demerit control chart used to monitor counts of several different types of defects simultaneously in complex products. S.M. Na et al.(2003) proposed the Demerit-CUSUM for the improvement of the demerit control chart performance and Nembhard, D. A. et al.(2001) and G.Y. Cho et al.(2004) developed a Demerit control chart using the EWMA technique and evaluated the performance of the control chart. In this paper, we present an effective method for process control using the Demerit-CUSUM with fast initial response. Moreover, we evaluate exact performance of the Demerit-CUSUM control chart with fast initial response, Demerit-CUSUM and Demerit-EWMA according to changing sample size or parameters.

**Keywords :** Demerit-CUSUM Control Chart, Statistical Process Control(SPC), Fast Initial Response

### 1. 서론

많은 산업 현장에서 통계적 공정관리(SPC) 기법 중 관리도는 품질을 향상시키기 위해 사용되는 가장 일반적인 기법이다. 이와 같은 산업 현장에서는 p, pn, c, u 관리도 등과 같은 계수형 관리도가 많이 사용되고 있으며, 이러한 관리도들은 하나의 품질 특성치를 관리할 때 사용된다. 일반적으로 하나 이상인 여러

개의 품질 특성치들을 동시에 관리하고 모니터링하기 위한 기법으로는 다변량 관리도, Demerit 관리도가 가장 널리 사용되고 있다. 여러 산업들 중 자동차 산업, 가전 산업, 컴퓨터 산업 등에서 생산되는 제품들은 매우 복잡하게 구성되어 있으며 이러한 제품들에서는 다양한 유형의 부적합 및 결점들이 발생하고 있다. 그러나 이들의 중요도들은 모두 동일하지는 않으며 각각의 서로 다른 중요도를 갖는 클래스들로 구분 할 수 있다[6,

11]. 따라서, 이러한 중요도가 다른 부적합 및 결점들을 효율적으로 관리하고 모니터링하기 위한 방법에 대한 요구가 증가하고 있으며 이와 관련된 다양한 연구들이 진행되어 왔다. 특히, 중요도가 다른 결점들을 효율적으로 동시에 관리하기 위한 관리 방법으로 Demerit 관리도가 사용되고 있으며 이에 대한 지속적인 연구가 수행되고 있다[1, 3, 4, 5, 8, 12, 13]. 그러나 전통적인 Demerit 관리도에서는 Demerit 통계량을 이용하며 이 통계량은 포아송(Poisson)분포를 따르는 여러 확률변수들의 선형 결합으로 이루어져 있어 항상 정규분포를 따른다고 할 수 없다. 그럼에도 불구하고 Demerit 관리도는 전통적인 슈하르트(Shewhart) 관리도와 동일하게  $3\sigma$  관리한계선(control limits)을 사용함으로써 제 1종 오류를 범할 확률이 사용자가 계산한 확률과 차이가 발생한다[12]. 또한, 수행도 측면에 볼 때 Demerit 관리도는 전통적인 슈하르트(Shewhart) 관리도와 동일하게 공정에서 작은 변동(small shifts)이 발생하였을 경우 민감하게 반응하지 못하는 문제점이 있었다[11]. 이러한 문제점들을 보완하기 위하여 Na, S. M et al.(2003)은 Demerit-CUSUM 관리도를 제안하였으며 Demerit 관리도에 EWMA(Exponentially Weighted Moving Average) 기법이 적용된 Demerit-EWMA 관리도가 연구되었다[5, 12, 13].

Demerit-CUSUM 관리도의 장점으로는 통계량의 분포가 정규성을 가정하지 않아도 적용 가능하다는 점 뿐만 아니라 공정평균의 작은 변동에 대하여 민감하다는 점을 들 수 있으며 일반적으로 CUSUM이나 EWMA 기법이 적용된 관리도들이 그 수행도를 최적화하기 위해서는 각각의 관리도와 관련된 파라미터들을 어떻게 설정하고 조합하느냐에 따라 그 수행도에 많은 영향을 미친다[7, 11]. 그러나 2003년도에 연구된 Demerit-CUSUM 관리도에서는 중요 파라미터들인  $K$ (reference value)와  $H$ (decision interval) 중  $K$ 값이 실제적으로 공정이 관리상태(in-control)일 경우의 모집단 공정평균인  $\mu_0$ 의 역할을 대신하고 있어 그 영향도가 관리도 수행도 평가에 충분히 반영되지 못한 문제점이 발생하였으며 결과적으로, 그 수행도 평가가 제대로 이루어지지 못하였다.

본 연구에서는 기존의 Demerit-CUSUM 관리도를 재설계하고 파라미터들인  $K(=k\sigma)$ ,  $H(=h\sigma)$  변화들에 따른 정확한 수행도를 재평가하며, 그 수행도를 최적으로 설정하는  $k$ 와  $h$ 의 조합들을 제시하고자 한다. 또한, 공정의 셋업 단계 및 초기 가동 상태일 경우, CUSUM 기법의 민감도를 향상시키기 위하여 Lucas와 Crosier(1982)에 의해 제안된 Fast Initial Response(FIR)을 Demerit-CUSUM 관리도에 적용하고 그 수행도를 평가하며 기존의 Demerit-CUSUM 관리도, Demerit-EWMA 관리도들과의 수행도를 비교하고자 한다.

## 2. Demerit과 Demerit-CUSUM 관리도

### 2.1 Demerit 관리도

Demerit 관리도는 1928년 Dodge에 의하여 처음으로 제안되었다. Dodge[6]는 자동차 산업과 같은 복잡한 생 산품에서는 하나의 유형으로만 결점이나 부적합들이 발생하지 않는다는 것을 발견하였으며 이를 보완하기 위하여 여러 가지 형태들의 결점에 미치는 영향의 정도에 따라 아래와 같이 4개의 클래스(Class)로 분류할 것을 제안하였다.

**Class A Defects(Very Serious)** : 제품의 적동을 거의 불가능하게 하거나 수리가 용이하지 않고 사용자에게 상해를 입힐 수 있는 결점들이다.

**Class B Defects(Serious)** : 제품의 작동불능을 일으킬 가능성이 있거나 수명단축, 유지보수 비용의 증가 원인을 일으키는 결점들이다.

**Class C Defects(Moderately Serious)** : 작동불능과 같은 결점보다는 덜 심각한 결점이나 마무리 작업, 외관 등에서의 주요한 결점들이다.

**Class D Defects(Minor)** : 제품이 서비스에서는 실패하지 않지만 마무리 작업, 외관 등에서의 사소한 결점들이다.

$x_{iA}$ ,  $x_{iB}$ ,  $x_{iC}$ ,  $x_{iD}$ 를 각각  $i$  번째 샘플에서의 클래스 A, B, C, D의 결점수로 정의하고 각 결점이 서로 독립이며 Dodge가 제안한 각 클래스 별 결점들의 가중치를 Dodge[6]가 제안한  $w_A = 100$ ,  $w_B = 50$ ,  $w_C = 10$ ,  $w_D = 1$ 로 부여하면, Demerit 통계량을 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$d_i = w_A x_{iA} + w_B x_{iB} + w_C x_{iC} + w_D x_{iD}$$

또한,  $i$  번째 표본 추출에서  $N$ 개의 샘플이 사용되었다면 단위당 Demerit 수( $u_i$ )는 다음과 같다.

$$u_i = \frac{D}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{N}$$

이러한 통계량을 이용한 Demerit 관리도의 관리한계선은 다음과 같다.

$$UCL = \bar{u} + 3\hat{\sigma}_u$$

$$CL = \bar{u}$$

$$LCL = \bar{u} - 3\hat{\sigma}_u$$

여기서,

$$\bar{u} = w_A \bar{u}_A + w_B \bar{u}_B + w_C \bar{u}_C + w_D \bar{u}_D$$

$$\hat{\sigma}_u = \sqrt{\frac{(w_A)^2 u_A + (w_B)^2 u_B + (w_C)^2 u_C + (w_D)^2 u_D}{N}}$$

이다. 이러한 Demerit 관리도는  $3\sigma$  관리한계선을 사용하기 때문에 통계량에 대한 정규성 가정이 요구될 뿐만 아니라 공정평균의 작은 변동에 민감하지 못하다[11, 12].

### 2.2 Demerit-CUSUM 관리도

Demerit-CUSUM 관리도는 2003년도에 Na, S. M et al.에 의하여 연구되었다. 기존의 CUSUM 기법을 Demerit 관리도에 적용하였으며 다음과 같은 가정을 전제로 한다. 첫째, 각  $i$  클래스의 결점 발생은 독립적이며 각 모수가  $\lambda_i$ 인 포아송 분포를 따른다. 둘째, 공정평균의 변화로 인한 이상 발생 시 여러 가지 결점들이 복합적인 원인으로 인해 나타날 수 있다. 셋째, 결점에 대한 가중치는 Dodge[6]에 의한 가중치를 사용한다.

이러한 Demerit-CUSUM 관리도는 단위당 Demerit 수인  $u_i$  값을 사용하여 다음과 같은 통계량을 구한다.

$$C_i^+ = \text{Max}[0, u_i - K + C_{i-1}^+] \quad (1)$$

$$C_i^- = \text{Max}[0, K - u_i + C_{i-1}^-] \quad (2)$$

여기서,

$$C_0^+ = C_0^- = 0$$

$$K = \bar{u} = w_A \bar{u}_A + w_B \bar{u}_B + w_C \bar{u}_C + w_D \bar{u}_D$$

이다.

관리도의 판정은 CUSUM 관리도의 판정 방법과 동일하게  $C_i^+$  또는  $C_i^-$  값이  $H$  값 보다 크면 이상상태로 판정하게 된다.

### 2.3 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 평가 문제점 인식

위의 제 2.2절에서는 2003년도에 연구된 Demerit-CUSUM 관리도에 대하여 언급하였다. Hawkins(1993)와 Montgomery (2004)는 CUSUM 기법이 적용된 관리도들에서 파라미터

들을 어떻게 설정하고 조합하여 사용하느냐가 매우 중요하며, 그 관리도의 수행도에 많은 영향 및 차이가 발생함을 언급하였다. 이와 같이 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도를 정확히 평가하기 위해서는 관리도의 두 파라미터들인  $K$ 와  $H$  값들의 정확한 반영이 필수적이다. 그러나 식 (1), 식 (2)에서 보이는 바와 같이 기존의 Demerit-CUSUM 관리도에서는  $K$  값과  $\bar{u}$ 의 값이 같도록 설계되어 있어 실제적으로  $K$  값이  $\mu_0$ 의 추정량인  $\hat{\mu}_0$ 만의 역할을 대신하고 있어 파라미터로서의  $K$  값이 제대로 반영되지 못하였다. 따라서, 본 논문에서는 이러한 기존 연구의 문제점을 해결하기 위하여 Demerit-CUSUM 관리도 설계 시 위 식 (1), 식 (2)를 수정한 아래의 식 (3), 식 (4)를 적용하였으며 그 관리도의 정확한 수행도에 대한 재평가를 수행하였다.

$$C_i^+ = \text{Max}[0, u_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+] \quad (3)$$

$$C_i^- = \text{Max}[0, (\mu_0 + K) - u_i + C_{i-1}^-] \quad (4)$$

여기서,

$$C_0^+ = C_0^- = 0$$

$$K = \frac{\delta}{2} \sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_2|}{2} = k\sigma$$

$$\hat{\mu}_0 = \bar{u} = w_A \bar{u}_A + w_B \bar{u}_B + w_C \bar{u}_C + w_D \bar{u}_D$$

## 3. Demerit-CUSUM 관리도 수행도 재평가 및 비교

### 3.1 Demerit 관리도의 수행도 평가를 위한 $\lambda_i$ 의 조합

본 절에서는 기존의 Demerit-CUSUM 관리도의 설계의 문제점을 인식하고  $K$ 와  $H$  값을 정확하게 반영하여 재설계된 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도를 재평가 및 비교하고자 한다. 이를 위해서 샘플 수  $N$ 과 단위당 평균 Demerit 수  $\bar{u}$ 가 변하는 경우에 대하여  $3\sigma$  관리한계선을 적용한 Demerit 관리도와 기존의 Demerit-CUSUM 관리도와의 수행도를 비교한다. 이들 샘플 수  $N$ 과  $\bar{u}$  값의 변화에 따른 수행도 비교는 각 공정에 따라 여러 가지의  $\lambda_i$  조합들에 대한 기준 값으로  $\bar{u}$  값을 이용하도록 한다. 이러한 단위당 평균 Demerit 수의 변화에 따른 수행도를 비교하기 위해서 각 공정에 따라 여러 가지  $\lambda_i$  조합을 찾을 수 있으며, 이는 아래 식 (5)와 같은 제약식을 사용하여 주어진  $\bar{u}$  값에 대해 최소의  $ARL_0$ 를 가

지는  $\lambda_i$ 를 찾을 수 있다[12].

$$\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \lambda_4 \quad (5)$$

$\lambda_i$ 는  $\lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1$ 의 순으로 큰 값을 부여한다. 이는 가중치가 클수록 결점들의 발생빈도가 적다는 것을 의미한다. 따라서 위 식 (5)에서

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 \quad \text{또는} \quad \lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_3 \approx \lambda_4$$

를 만족하는  $\lambda_i$ 값들은 Demerit-CUSUM 관리도의  $ARL_0$ 를 최소로 하는 조합이 된다. 이때의 조합은 위의 <표 1>과 같이 조합이 구성될 수 있으며, 이를 이용한 수행도 비교 및 평가에서는 결점의 발생 빈도는 가장 낮고 중요도는 가장 높은  $\lambda_1$ 과 결점의 발생 빈도는 가장 높

고 중요도는 가장 낮은  $\lambda_4$ 에 대한 변화의 경우에 대해서만 수행한다.

### 3.2 Demerit 관리도의 수행도 재평가 및 비교

본 절에서는 재설계된 Demerit-CUSUM 관리도의 정확한 수행도 재평가를 위하여  $3\sigma$  관리한계선을 사용하는 전통적인 Demerit 관리도[6], 기존의 Demerit-CUSUM 관리도[12], 새롭게 재설계된 Demerit-CUSUM 관리도에 대한 수행도를 비교하도록 한다. 이를 위하여 샘플 수  $N$ 과 공정평균의 변동(mean shifts)의 크기에 대한 변화를 주었다. 본 논문에서는 정확한 수행도 평가를 위하여 시뮬레이션을 10,000번 반복 수행하였으며, 개발 도구로는 수학/통계 라이브러리 IMSL과 Visual C++ 6.0을 사용하였다. 위 <표 2>는 샘플 수  $N=100$ 일 경우의 각

<표 1>  $\bar{u}$ 값의 변화에 따른  $\lambda_i$ 의 조합

$\bar{u}$ \ $\lambda_i$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
0.2	0.00124223	0.00124224	0.00124227	0.00124230
1.0	0.00621118	0.00621118	0.00621118	0.00621120
1.8	0.01118012	0.01118013	0.01118013	0.01118020

<표 2>  $N = 100$ 일 경우, Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 재평가 및 비교

Mean	ARL	Demerit(1977)		Demerit-CUSUM(2003)		재설계된 Demerit-CUSUM	
		$N = 100$		$N = 100$		$N = 100$	
$\mu_0$	Mean Shift	$\lambda_1$ 변화	$\lambda_4$ 변화	$\lambda_1$ 변화	$\lambda_4$ 변화	$\lambda_1$ 변화	$\lambda_4$ 변화
0.2	1.00 $\mu_0$	49.5790		49.4755( $k=0, h=8.71$ )		49.485( $k=0.5, h=3.23$ )	
	1.25 $\mu_0$	32.3754	49.4091	39.5594	48.2026	28.15	36.445
	1.50 $\mu_0$	22.9414	49.1951	29.1647	34.6309	19.135	29.655
	1.75 $\mu_0$	17.7592	48.7209	22.1058	25.0910	14.16	24.855
	2.00 $\mu_0$	14.1973	46.8835	17.8085	19.4752	11.37	19.475
1.0	1.00 $\mu_0$	121.4780		121.5360( $k=0, h=14.35$ )		121.63( $k=0.5, h=3.82$ )	
	1.25 $\mu_0$	46.8517	60.7687	48.1459	49.7780	33.94	46.395
	1.50 $\mu_0$	23.9535	47.74	25.8849	26.2767	15.545	20.99
	1.75 $\mu_0$	13.9120	25.8365	17.7682	17.9466	9.24	11.01
	2.00 $\mu_0$	9.3141	20.2528	13.6502	13.5830	6.48	7.005
1.8	1.00 $\mu_0$	139.0820		139.4650( $k=0, h=15.49$ )		139.975( $k=0.5, h=3.89$ )	
	1.25 $\mu_0$	42.3962	67.5602	40.3816	40.8966	27.47	37.495
	1.50 $\mu_0$	18.3525	35.3931	21.2339	21.4093	11.255	13.48
	1.75 $\mu_0$	10.0462	19.6991	14.4229	14.3820	6.56	7.14
	2.00 $\mu_0$	6.2621	11.5732	10.9851	10.8997	4.455	4.705

<표 3>  $N = 300$ 일 경우, Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 재평가 및 비교

Mean		ARL	Demerit(1977)		Demerit-CUSUM(2003)		재설계된 Demerit-CUSUM	
			$N = 300$		$N = 300$		$N = 300$	
$\mu_0$	Mean Shift		$\lambda_1$ 변화	$\lambda_4$ 변화	$\lambda_1$ 변화	$\lambda_4$ 변화	$\lambda_1$ 변화	$\lambda_4$ 변화
0.2	$1.00\mu_0$		98.7210		98.6162( $k=0, h=2.935$ )		98.96( $k=0.5, h=2.173$ )	
	$1.25\mu_0$		44.9755	55.6036	51.8714	55.1189	37.36	53.635
	$1.50\mu_0$		25.8155	43.2314	29.1461	30.2527	21.105	29.63
	$1.75\mu_0$		16.2312	39.1014	20.3440	20.7434	13.345	17.09
	$2.00\mu_0$		11.3564	23.53	15.5755	15.7931	9.085	11.66
1.0	$1.00\mu_0$		158.2680		158.67( $k=0, h=8.475$ )		158.205( $k=0.75, h=1.718$ )	
	$1.25\mu_0$		36.9363	68.6435	34.2081	34.4844	25.98	37.185
	$1.50\mu_0$		13.6179	28.2563	17.7743	17.8103	9.48	11.955
	$1.75\mu_0$		6.7033	13.1830	12.0995	11.9954	5.285	5.92
	$2.00\mu_0$		4.0748	6.6214	9.2110	9.0951	3.845	4.015
1.8	$1.00\mu_0$		221.9990		221.1320( $k=0, h=13.617$ )		221.08( $k=0.75, h=1.853$ )	
	$1.25\mu_0$		33.6524	56.5158	31.0063	31.0805	20.96	25.36
	$1.50\mu_0$		10.0417	17.3114	15.8855	15.8496	6.775	7.39
	$1.75\mu_0$		4.3357	6.5948	10.7836	10.7208	4.185	4.25
	$2.00\mu_0$		2.5163	2.9636	8.2094	8.1421	2.985	3.075

관리도들의 수행도에 대한 비교 결과이며, <표 3>은  $N = 300$ 일 경우의 관리도들의 수행도를 비교한 결과이다. 위 <표 2>, <표 3>의 수행도 비교 결과를 통하여 기존의 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 평가가 정확하게 이루어지지 못하였음을 확인 할 수 있었다. 본 논문에서는 일반적으로 각 관리도 수행도 평가 및 비교들을 위하여 일반적으로 사용되는 방법인  $ARL_0$ 를 동일하게 고정한 후 공정평균의 변동이 발생하였을 경우의 평균 런 길이( $ARL_1$ )를 이용하여 관리도들의 수행도를 비교하였다. 수행도 비교 결과, 기존의 Demerit-CUSUM에 비하여 재설계된 Demerit-CUSUM 관리도의  $ARL_1$ 이  $\lambda_i$ 의 조합에 상관없이 모든 경우에서 더 좋은 수행도를 보이며, 최대 200% 이상 짧아지는 것을 확인할 수 있었으며, 이를 통해 좀 더 빨리 공정평균에 대한 변동을

감지하여 그 수행도가 현저하게 향상됨을 확인하였다.

### 3.3 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 최적화를 위한 파라미터들의( $k, h$ ) 조합

일반적으로 CUSUM 관리도 뿐만 아니라 CUSUM 기법이 적용된 관리도들을 현장에 적용하고 그 수행도를 최적화하기 위해서는 파라미터들을 어떻게 설정하고 조합하느냐가 매우 중요한 문제이다[7, 11]. 따라서, 본 절에서는 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도를 최적화하기 위해서 적용 가능한 파라미터들인  $k$ 와  $h$ 의 조합들에 대한 분석을 수행하였으며, 그 분석결과는 아래의 <표 4>, <표 5>와 같다. 이러한 분석을 수행하기 위하여 먼저, 각  $\mu_0$ 의 변화에 따라 각각의  $ARL_0$ 를 고정한 후  $ARL_1$

<표 4>  $N = 100$ 일 경우, 재설계된 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도를 최적으로 하는  $k, h$  조합

		$N = 100$																	
		$\mu_0 = 0.2$						$\mu_0 = 1.0$						$\mu_0 = 1.8$					
$(k, h)$		$ARL_0 = 49$						$ARL_0 = 121$						$ARL_0 = 139$					
$k$	$h$	0.1	0.2	0.25	0.5	0.75	1.0	0.1	0.2	0.25	0.5	0.75	1.0	0.1	0.2	0.25	0.5	0.75	1.0
		6.27	4.8	4.3	3.23	2.55	2.27	9.16	6.68	5.96	3.82	2.96	2.46	9.77	6.74	6.19	3.89	2.88	2.3

<표 5>  $N = 300$ 일 경우, 재설계된 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도를 최적으로 하는  $k, h$  조합

		$N = 300$																	
		$\mu_0 = 0.2$						$\mu_0 = 1.0$						$\mu_0 = 1.8$					
$(k, h)$		$ARL_0 = 98$						$ARL_0 = 158$						$ARL_0 = 221$					
$k$		0.1	0.2	0.25	0.5	0.75	1.0	0.1	0.2	0.25	0.5	0.75	1.0	0.1	0.2	0.25	0.5	0.75	1.0
$h$		4.85	3.59	3.24	2.17	1.67	1.44	5.97	4.2	3.73	2.29	1.72	1.33	6.74	4.8	4.21	2.58	1.85	1.46

을 최소로 하는 파라미터들의 조합들을 분석하였다. 위 <표 4>, <표 5>에서 제시한  $k$ 와  $h$ 의 조합들은 추후 생산현장에서 Demerit-CUSUM 관리도를 적용하고자 할 경우, 관리도의 수행도를 최적으로 하는 관리도를 설정하기 위한 파라미터들  $k$ 와  $h$ 에 대한 가이드라인으로 적절하게 사용될 수 있어 현장 엔지니어에게 좀 더 편리함을 제공할 수 있다. 즉, 현장 엔지니어가 생산 현장에서 Demerit-CUSUM 관리도를 적용할 경우, 공정평균의 변화량의 효율적인 탐지를 위한 Demerit-CUSUM 관리도의 중요 파라미터인  $K(=k\sigma)$ 에 대한 값만 적절하게 선정한다면 또 다른 파라미터인  $H(=h\sigma)$ 값은 위 <표 4>, <표 5>를 이용하여 쉽고 편리하게 계산이 가능하다.

#### 4. FIR를 이용한 Demerit-CUSUM 관리도

##### 4.1 FIR(Fast Initial Response)과 관리도

FIR(Fast Initial Response)은 1982년 Lucas와 Crosier에 의하여 처음으로 제안되었으며, 공정의 셋업 및 초기 생산 라인 가동 상태, 또는 공정이 매우 불안정 상태일 경우, CUSUM 기법의 민감도를 향상시키는데 매우 유용하다[10]. 일반적으로 FIR을 *headstart*라고도 하며 전통적으로  $C_0^+$ 과  $C_0^-$ 의 초기 값으로 0이 아닌  $\frac{H}{2}$ 를 사용하며 이를 50% *headstart*라고 한다[10, 11]. Lucas와 Crosier (1982)는 CUSUM 관리도에 FIR을 적용할 경우, 공정이 안정 상태일 경우, 관리 상태(in-control)에서의 평균 런 길이인  $ARL_0$ 는 약간 감소함에도 불구하고 공정이 초기 가동 상태 또는 안정화 되지 못한 공정일 경우, 이상 상태(out-of-control)를 탐지하는 능력인  $ARL_1$ 은 현저히 향상되어 그 유용성을 제시하였다. 본 논문에서는 Demerit 통계량을 이용하여 공정을 관리하는 공정에서, 새롭게 공정을 셋업(setup)하는 단계 또는 해당 공정이 매우 불안정 상태가 자주 발생하는 상태일 경우에 공정평균의 변동을 좀 더 빠르게 탐지하기 위하여 Demerit-CUSUM 관리도에 FIR을 적용하였으며, 이를 FIR Demerit-CUSUM

관리도라고 하였다. Demerit-CUSUM 관리도에 FIR의 적용을 위하여 본 논문에서도 50% *headstart*를 사용하였으며, FIR Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 평가를 위한 시뮬레이션은 재설계된 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 평가와 동일하게 수행되었다. FIR Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 분석 후 재설계된 Demerit-CUSUM, 2004년도에 연구된 Demerit-EWMA 관리도들과 그 수행도를 비교하였다.

#### 5. FIR를 이용한 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 평가

Nembhard, D. A와 Nembhard, H. B.(2001)는 Demerit 관리도에 EWMA(Exponentially Weighted Moving Average) 기법을 결합한 관리도를 처음으로 제안하였으며 Cho, G. Y.와 Jeon, Y. M.(2004)은 Demerit-EWMA 관리도의 수행도를 평가하였다. 일반적으로 CUSUM 관리도와 EWMA 관리도는 공정평균의 작은 변동에 대하여 슈하르트(Shewhart) 관리도에 비하여 좋은 수행도를 보이는 것으로 알려져 있다[11]. 또한 EWMA 관리도와 CUSUM 관리도는 공정의 작은 변동의 상대적 수행도 비교에서 일반적으로 근소한 차이가 있기는 하지만 두 관리도 모두 유사한 수행도를 보이는 것으로 알려져 있다[11, 14]. 동시에 EWMA 관리도와 CUSUM 관리도는 각각의 장점이 있으며, 특히, EWMA 관리도는 자기 상관(*autocorrelation*)이 존재하는 공정에서, CUSUM 관리도는 공정평균의 점진적인 변동이 존재하는 공정들에서 매우 유용하다[2, 9]. 위 <표 6>은 본 논문에서 제안한 FIR Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 결과이다. 본 논문에서는 FIR Demerit-CUSUM 관리도와 Demerit-EWMA와의 직접적인 수행도 비교 및 평가를 위하여 2004년 논문에서 제시한  $N = 100$ 인 경우만을 대상으로 비교하였다. 두 관리도의 비교 결과,  $ARL_0$ 의 값은 FIR Demerit-CUSUM 관리도가 5~10% 정도 Demerit-EWMA 관리도에 비하여 짧아짐을 확인할 수 있었다. 즉, 공정이 관리 상태일 경우에 있어서 오경보(false alarm)의 발생이 좀 더 증가함을 확인할

<표 6>  $N = 100$ 일 경우, FIR Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 비교

Mean		ARL	재설계된 Demerit-CUSUM		Demerit-EWMA(2004)		FIR Demerit-CUSUM	
			$N = 100$		$N = 100$		$N = 100$	
$\mu_0$	Mean Shift		$\lambda_1$ 변화	$\lambda_4$ 변화	$\lambda_1$ 변화	$\lambda_4$ 변화	$\lambda_1$ 변화	$\lambda_4$ 변화
0.2	$1.00\mu_0$		49.485( $k = 0.5, h = 3.23$ )		49.713( $\lambda_{EWMA} = 0.3$ )		47.127( $k = 0.5, h = 3.23$ )	
	$1.25\mu_0$		28.15	36.445	30.054	36.606	26.403	34.864
	$1.50\mu_0$		19.135	29.655	20.721	27.421	18.0	27.515
	$1.75\mu_0$		14.16	24.855	15.328	21.215	11.947	20.729
	$2.00\mu_0$		11.37	19.475	12.077	16.480	9.876	16.376
1.0	$1.00\mu_0$		121.63( $k = 0.5, h = 3.82$ )		121.079( $\lambda_{EWMA} = 0.3$ )		111.624( $k = 0.5, h = 3.82$ )	
	$1.25\mu_0$		33.94	46.395	35.553	45.102	28.962	40.620
	$1.50\mu_0$		15.545	20.99	16.549	21.004	11.941	16.226
	$1.75\mu_0$		9.24	11.01	9.969	11.971	6.820	7.406
	$2.00\mu_0$		6.48	7.005	7.179	7.9127	4.574	4.352
1.8	$1.00\mu_0$		139.975( $k = 0.5, h = 3.89$ )		138.718( $\lambda_{EWMA} = 0.3$ )		125.874( $k = 0.5, h = 3.89$ )	
	$1.25\mu_0$		27.47	37.495	29.219	36.298	23.595	30.853
	$1.50\mu_0$		11.255	13.48	12.093	14.175	8.315	9.10
	$1.75\mu_0$		6.56	7.14	7.249	7.834	4.570	4.356
	$2.00\mu_0$		4.455	4.705	5.272	5.393	3.085	2.841

수 있었다. 그러나  $ARL_1$  값의 경우, 공정의 이상 상태를 탐지하는 능력이 대부분의 경우에서 최대 200% 이상 향상됨을 확인 할 수 있었다.

특히,  $\mu_0$ 의 값이 증가할수록, 공정평균의 변화량(mean shifts) 또한 증가할수록 FIR Demerit-CUSUM 관리도의 수행도가 Demerit-EWMA 관리도에 비하여 현저하게 증가함을 확인 할 수 있었다. 즉, 공정의 셋업 및 초기 생산 라인 가동 상태, 또는 공정이 매우 불안정 상태일 경우에는  $ARL_0$  값의 감소에도 불구하고 Demerit-EWMA 관리도보다 FIR Demerit-CUSUM 관리도의 사용이 더욱 효과적이다.

## 6. 결 론

산업의 급속한 발달로 인하여 많은 생산현장들에서 복잡한 제품들의 비중이 증가하고 있으며, 특히, 서로 다른 중요도를 갖는 다양한 유형의 결점 및 부적합들이 발생하는 복잡한 제품들에서는 그 관리를 위하여 Demerit 관리도의 이용이 매우 효과적이다. 2003년에 제안된 Demerit-CUSUM 관리도는 이러한 전통적인 Demerit 관리도의 수행도를 향상시킬 수 있는 좋은 관리도이다. 그러나 기존의 Demerit-CUSUM 관리도는 그 수행도에 중요한

영향을 미치는 파라미터들인  $K(=k\sigma)$ 와  $H(=h\sigma)$ 를 반영한 정확한 수행도 평가가 이루어지지 못하였다. 따라서, 본 연구에서는 기존의 Demerit-CUSUM 관리도의 재설계를 통하여 중요한 파라미터들인  $K$ 와  $H$ 를 고려한 정확한 수행도를 비교 및 평가하였다. 또한 공정의 셋업 및 초기 생산 라인 가동 상태, 공정이 매우 불안정 상태일 경우, 관리도 적용을 위하여 FIR Demerit-CUSUM 관리도를 설계하고 그 수행도를 평가하였다. 그 결과 FIR Demerit-CUSUM 관리도가 Demerit-EWMA 관리도에 비하여 매우 좋은 수행도를 보임을 확인 할 수 있었다.

## 참고문헌

- [1] Chang, F. M., Chen, L. H., Chen, Y. L., and Huang, C. Y.; "Approximate distribution of demerit statistic – A bounding approach," *Computational Statistics and Data Analysis*, 52(7) : 3300-3309, 2008.
- [2] Chang, J. T., and Fricker, R. D.; "Detecting when a monotonically increasing mean has crossed a threshold," *Journal of Quality Technology*, 31(2) : 217-234, 1999.
- [3] Chimka, J. R., and Arispe, P. V.; "New Demerit Control Limits for Poisson Distributed Defects," *Quality Engineering*, 18(4) : 461-467, 2006.

- [4] Chimka, J. R., and Vanessa Cabrera Arispe, P.; "Type II Errors of Demerit Control Charts," *Quality Engineering*, 19(3) : 207-214, 2007.
- [5] Cho, G. Y., and Jeon, Y. M.; "A Study of Demerit-EWMA Control Charts," *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, 15(2) : 431-439, 2004.
- [6] Dodge, H. F., and Torrey, M. N.; "A Check Inspection and Demerit Rating Plan," *Journal of Quality Technology*, 9(3) : 146-156, 1997.
- [7] Hawkins, D. M.; "Cumulative Sum Control Charting : An Underutilized SPC Tool," *Quality Engineering*, 5(3) : 463-477, 1993.
- [8] Jones, L. A., Woodall, W. H., and Conerly, M. D.; "Exact Properties of Demerit Control Charts," *Journal of Quality Technology*, 31(2) : 207-216, 1999.
- [9] Lu, C. W., and Reynolds, M. R.; "EWMA control charts for monitoring the mean of autocorrelated processes," *Journal of Quality Technology*, 31(2) : 166-188, 1999.
- [10] Lucas, J. M., and Crosier, R. B.; "Fast Initial Response for CUSUM Quality-Control Schemes," *Technometrics*, 24(3) : 199-205, 1982.
- [11] Montgomery, D. C.; *Introduction to Statistical Quality Control*, 5th Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York : 300-416, 2005.
- [12] Na, S. M., Kang, C. W., and Sim, S. B.; "A Study of Demerit-CUSUM Control Chart and Interpretation Method," *Journal of the Korean Society for Quality Managements*, 31(1) : 132-141, 2003.
- [13] Nembhard, D. A., and Nembhard, H. B.; "A Demerit Control Chart for Autocorrelated Data," *Quality Engineering*, 13(2) : 179-190, 2001.
- [14] Vargas, V. C., Lopes, L. F., and Souza, A. M.; "Comparative study of the performance of the CuSum and EWMA control charts," *Computers & Industrial Engineering*, 46(4) : 707-724, 2004.