한국수학사학회지 제22권 제1호(2009년 2월), 25 - 40

푸리에 일생, 푸리에 후학의 소계보와 L^1-수렴성에 관한 테라코브스키의 정리

조선대학교 수학과 이정오
jolee@chosun.ac.kr

본 논문에서는 푸리에의 생애와 18세기 말 그의 스승과 19세기부터 20세기까지는 그의 제자와 후학들의 소계보를 살펴보고 특히, 비교적 덜 접근된 러시아 수학자들의 푸리에 급수의 L^1-수렴성에 대한 연구결과들 중 푸리에 계수 성질을 이용한 푸리에 급수 수렴성에 대해 매우 의미 있는 연구를 이룩한 콜모고로프, 테라코브스키의 연구결과에 관심을 갖고 이들의 연구 결과를 비교하여 조사하였다.

주제어 : 푸리에, 푸리에 급수의 L^1-수렴성, 푸리에 계수

0. 서론


장 밥티스트 조제프 푸리에1)
(1768.3.21.- 1830.5.16)

프랑스 파리에는 프랑스혁명 100주년을 기념하기위해 세워진 에펠탑2)이 있다. 이탑 중간부분의 4개면에 각각 18명 총72명의 이름이 새겨져 있는데 여기에 바로 수학자 푸리에(Jean-Baptiste Joseph Fourier)가 있다. 역사적으로 프랑스 혁명과 나폴레옹 그리고 푸리에는 운명 같은 인연으로 얽혀져있는 단면을 푸리에의 생애를 통하여 보게 된다.

푸리에게는 스승 라그랑주의 학문적 영향이 컸으며 그의 제자는 디리클레와 플라나(Plana)가 있었고 지금까지 33,400명의 후학3)이 있는 것으로 조사되고 있다. 2006년 일본 오사카 대학의 아키시마 연구소에서는 물 위에 글씨를 쓰는 아메바

1) Jules Boilly가 제작한 석판화(1823).
2) http://www.tour-eiffel.fr/teiffel/uk/documentation/dossiers/page/savants.html
3) Mathematics Genealogy Project, Department of Mathematics, North Dakota State University 인용[1]

(AMOEBA)라는 장치를 개발하여 '한 위치에는 여러 파동이 함께 존재하고 서로 보강간섭과 상쇄간섭을 한다는 원리'를 이용 물 위에 여러 개의 파동을 중첩시킴으로써 글씨를 만드는 것이었다. 파동을 적당히 합성시키면 문자뿐 아니라 훨씬 복잡한 모양도 만들 수 있고 아무리 복잡한 파동도 간단한 파동의 합으로 나타낼 수 있는 것도 모두 푸리에 급수를 사용하여 가능한 것이다. 또한, 여객기의 거대한 엔진 소음을 여객기 실내에서는 거의 듣지 못하며 여행을 즐길 수 있는 이유는 파동 간섭현상을 이용 엔진의 소음과 같은 주파수와 위상이 정반대인 소음을 여객기 실내에 발생시켜 소음을 상쇄시킬 수 있는 것도 푸리에 급수 원리를 이용한 덕분에 가능하다.([7],[2],[4])

고속 푸리에 변환은 첨단 의료장비인 CT의 제작원리인데 CT는 X선을 방출하는 스캐너를 환자 주변으로 360도 회전시키면서 신체 내부의 단면 사진을 얻는 기계다. 그러나 X선 스캔에 의한 정보는 단지 신체의 밀도분포 함수일 뿐이고, 이 함수에서 영상을 조합해 내는 것은 푸리에 변환으로 가능하다. 자기공명영상(MRI)도 같은 원리가 이용된다.([7],[2],[3])

우리 일상생활에 편리함을 더한 푸리에 급수는 푸리에가 연구 초기 결과를 1807년 38세 때 '고체상의 열전도에 관한 소고'를 발표하여 세상에 알려지기 시작하였다. 1811년 에는 프랑스 과학원의 문제에 해를 제시하여 과학원 수학대상을 받기도 하였다.

$$\varphi(y) = a\cos\frac{\pi y}{2} + a'\cos 3\frac{\pi y}{2} + a''\cos 5\frac{\pi y}{2} + \cdots \quad 4)$$

Multiplying both sides by

$$\cos(2i+1)\frac{\pi y}{2},$$

and then integrating from $y=-1$ to $y=1$ yields

$$a_i = \int_{-1}^{1}\varphi(y)\cos(2i+1)\frac{\pi y}{2}\,dy$$

열전도의 방정식은 수리 물리학의 중추적 신경이라 할 수 있는 경계치 조건하에서 해를 구한 것이다. 그는 마침내 53세가 되던 1822년 열의 이론 분석(Théorie analytique de la chaleur) 이라는 저서를 발표하게 된다. 이 저서는 미리 지정된 초기 경계조건에 알맞도록 미분방적식의 해를 구하여 경계치문제를 해결하는데 결정적 기여를 한 고전으로 꼽히고 있다.([4],[5]) 푸리에해석은 복잡한 주기함수를 간단하게 표현하기 위해 소리, 빛 등의 파동연구에 널리 이용되며 오늘날 조화해석으로 수학의 한 분야를 이루었다. 푸리에급수는 순수수학과 응용수학 그리고 물리, 전기, 음향, 신호등에 사용되고 있다.

본 논문에서는 1장에서 우여곡절의 인생을 살아간 천재 수학자 푸리에 생애를 살펴보고 2장에서는 푸리에의 스승과 제자들 그리고 후학들에 대한 단순 계보를 18세기말부터 20세기 중반에 걸쳐 조사한다. 특히, 3장에서는 푸리에 계수의 성질을 이용한 푸

4) 고체상의 열전도에 관한 소고의 논문 중에서 pp. 218-219.[4]

리에 급수의 L^1-수렴성을 보인 콜모고로프의 결과를 확장한 테라코브스키의 정리를 고찰한다.

1. 수학자 푸리에의 일생

푸리에의 가정환경, 성장배경, 교육과정 그리고 혁명정부의 나폴레옹과 열전도 연구에 이르기까지 프랑스혁명시대의 역사적 격변기의 중심에 있었던 천재 수학자 푸리에 인생의 삶을 18세기 중반부터 19세기 초반까지 살펴보고자 한다.

(1) 어려움을 극복한 청소년기

프랑스 파리에서 남쪽으로 약 170km 떨어진 곳에 위치한 욘 강(江) 연안에 있는 부르고뉴 주(레지옹:Region) 욘(Yonne) 데파르트망(Department)의 수도인 오제르라는 도시가 있다. 이곳은 역사적으로 로마가 세운 도시이지만 상공업의 중심지이고 제조업이 발달하여 디종(Dijon)에서 만들어진 양질의 포도주를 활발하게 거래한 곳이기도 하다. 바로 이곳 오제르에서 약 240년 전 수학자이며 실험 물리학자이었고 정치가였던 장 밥티스트 조셉 푸리에는 1768년 3월 21일 양복점가게 아들로 태어난다. 그의 아버지는 첫 부인과 사별하여 재혼하였는데 모두 12자녀 중 9번째였다. 푸리에가 9살이 되던 해에 새어머니가 사망하고 아버지마저 이듬해에 사망하게 되자 그는 오제르의 베네딕투스파의 주교에게 위탁되어 천주교의 학교에서 라틴어와 프랑스어를 배웠고 매우 영민함을 보였다. 11살이던 1780년에는 오제르 고등왕립군사학교에 진학하여 수학에 대한 매우 진지한 관심을 보였으며 1783년 14살 때 6권으로 이루어진 수학과목(Bézout)을 모두 마쳐 주위 사람들을 놀라게 하였고 역학일반론(Bossut)에 대한 연구로 최우수상을 받았다. 18살이 되던 1787년 그는 출생 신분상의 차별 때문에 군인이 되는 길을 단념하고 성직자가 되기로 결심하고 베네딕토회 대수도원에 들어간다. 그러나 여전히 수학에 대한 관심은 계속되었고 오제르 고등왕립군사학교의 본아르(Bonard) 교수와도 서신을 주고받았다.([2],[3],[4],[13])

(2) 프랑스 혁명기의 푸리에

성직자가 되기 위한 교육을 받으면서도 성직자가 되기로 한 그의 결정은 여전히 유동적이었다. 그가 20세가 되던 1789년에 프랑스 혁명이 일어나자 다시 뜻을 바꾸어 베네딕토회 대수도원을 떠나 파리로 오게 된다. 수학에 대한 그의 열정은 당시 그가 쓴 한 편지 내용에는 “이 나이에 뉴턴과 파스칼은 이미 불멸의 학문적 이론들을 발표하였는데 나도 정말 수학에 큰 영향을 주고 싶다.”고 썼다.

이 편지는 그가 21살이 되던 생일 바로 다음날 그는 본아르 교수에게 보낸 편지내

용[5]이다. 1790년 그가 공부했던 고등 왕립 군사학교의 선생님이 된다. 24살이 되던 1793년 그는 지방혁신위원회에 합류하고 정치에 참여하게 되는데 당시의 프랑스 혁명의 이상에 마음을 빼앗겨 정치학에 관심을 가진 그는 열정적인 연설과 말솜씨로 위원회에서 상당한 인기가 있었으나 복잡한 혁명기간의 갈등 때문에 투옥되어 한때 목숨이 위태로운 상황까지도 직면하게 된다.([4],[6],[15])

(3) 에꼴 폴리테크 대학과 푸리에

푸리에는 25살 되던 1794년 투옥에서 풀려나 파리에 있는 에꼴 노르마레(École Normale)[6]에서 공부하도록 지명 되었는데 여기서 첫 해의 훈련교사과정 중 가장 우수한 학생이었다. 당시 그를 가르친 스승은 라그랑주, 리플라스, 몽주 등 이었고 푸리에는 스승 라그랑주를 유럽의 최초 과학자라고 높게 칭송하였으나 라플라스에 대해서는 특별히 칭송하지는 않았고 몽주에 대해서는 목소리가 크고 활동적이었으며 배움이 많은 분이라고 평가하였다. 이듬해 1795년 그는 에꼴 노르마레 학교에서 강의를 하게 되면서 라그랑주, 리플라스, 몽주와 더욱 좋은 관계를 유지하였으며 심오한 수학적 연구를 시작하게 된다. 에꼴 노르마레(École Normale)는 몽주의 주도로 다시 만들어진 에콜 폴리테크(École Polytechnique)[7] 대학으로 곧바로 이름이 바뀌게 되고 이 대학에서 강의를 계속하게 되었으나 불운하게도, 푸리에는 이전의 투옥 전력으로 체포되어 또 다시 구속된다. 결국, 그의 제자들과 라그랑주, 라플라스, 몽주의 탄원 그리고 정치적 기후의 변화로 인해 다시 석방되어 그해 9월 에콜 폴리테크 대학으로 다시 돌아와 강의를 계속하게 된다. 그의 나이가 28살이던 1797년 그는 라그랑주 뒤를 이어 해석학 학과장으로 임명되었고 이 시기에 그는 뛰어난 강의로 명성이 컸지만 독창적인 연구가 이루어진 것은 아니었던 것으로 보인다.([8],[10])

(4) 나폴레옹과 푸리에

당시 스물두 살 선배인 수학자 몽주와 푸리에는 나폴레옹에게 큰 신임을 받았던 수학자였다. 나폴레옹의 군대가 이집트 침공하게 되자 1798년 푸리에도 이집트원정에 과학 고문으로 합류하게 되어 그의 인생에 새로운 전환점을 맞이하게 된다. 선배 수학자 몽주와 맬러스등도 함께 원정대의 문화공작에 동참하여 초기에는 큰 성과를 거두기도 했다. 푸리에는 프랑스 형태의 정치적 기구처럼 행정기관을 만들었고 특히 이집트에 교육시설을 설치하는데 도움을 주고 고고학 탐사를 실시하였으며 이집트 카이

---

5) The MacTutor History of Mathematics archive, Mathematical Institute, University of St Andrews, SCOTLAND[5]

6) 나폴레옹 집권하에 설립된 사범학교 성격으로 교사를 양성하던 학교.

7) Ecole Polytechniqu는 1794년 9월 나폴레옹의 명으로 '조국, 과학, 영광을 위하여'란 이념으로 수학자 몽주의 주도로 설립되었는데 오늘날 파리테크 대표 대학으로 세계최고 이공계 명문 대학 중 하나이다.

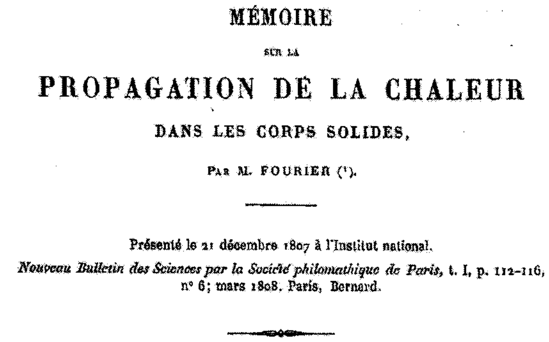
로 연구소를 설립하는데 많은 도움을 주게 된다. 당시 이 연구소 수학분과에는 12명 회원이 있었고 푸리에와 몽주 그리고 나폴레옹도 또한 회원이었다. 푸리에는 카이로 연구소의 간사로 선출되어 이집트 점령기간 3년 동안 과학과 문학에 대한 이집트 유적물을 수집하는 일도 담당한다.

1799년 나폴레옹이 파리로 돌아가 절대 권력을 가지게 되자 푸리에는 카이로에 서 행정관으로 체류하다가 1801년 귀국하여 에콜 폴리테크에서 해석학 교수로 다시 근무하게 된다. 33살이던 1802년 그는 나폴레옹의 요청을 거절하지 못하고 학계와 파리를 떠나 그르노블로에서 이제르 데파르트망(Department)의 지사로 임명되어 뛰어난 행정 능력을 발휘한다. 지역의 습지 배수 공사와 그르노블에서 토리노까지의 새 고속도로를 건설하였고 또한, 거대한 양의 이집트 자료들을 정리하여 책으로 발간하는 일을 맡아 고대 이집트 문명에 대해 이집트의 묘사(Description de l'Égypte)라는 긴 역사적 서두를 남기게 된다. 이 노력으로 그는 1809년 나폴레옹으로 부터 남작작위를 수여받게 되었다.([2],[9],[13])

(5) 열전도에 관한 연구

그르노블에 있는 동안 행정업무를 수행하는 한편, 35세가 되던 1804년경에 열 이론에 대한 중요한 수학적 연구를 시작하여 그가 38세 되던 1807년 '고체에서 열의 전도에 관한 소고'라는 연구논문을 완성하였다. 이 연구논문은 라그랑주, 라플라스, 몽주, 라크루아로가 위원으로 구성된 파리연구소에 제출된다. 지금은 이 논문에 대해 매우 높이 평가하지만 당시에는 논란거리가 되었다. 발표된 논문에 대해 두 가지의 이의가 있었는데 라그랑주와 라플라스가 1808년에 제기한 첫 번째 이의는 푸리에 급수인 함수들에 대한 푸리에 확장에 관한 것이었다. 푸리에가 더 명확한 설명을 추가하였지만 여전히 그들을 설득하는데 실패하였고 두 번째 이의는 비오(Biot)[9]가 열전도 방정식에 대한 인용과 유래에 대해 푸리에에게 제기한 이의이다. 푸리에는 비오의 1804년도 논문을 참고문헌에 포함시키지 않았지만 비오의 논문은 분명하게 틀린 논문이었다. 그럼에도 불구하고 이런 이의는 라플라스와 후학 푸아송도 제기하였다. 파리 연구소에서는 1811년 수학대상(大賞)의 경쟁 부분 주제를 '고체에서 열전도'로 결정하여 학계에 알리자 푸리에는 1807년

8)


MÉMOIRE

SUR LA

PROPAGATION DE LA CHALEUR

DANS LES CORPS SOLIDES,

PAR M. FOURIER (1).

Présenté le 21 décembre 1807 à l'Institut national.

Nouveau Bulletin des Sciences par la Société philomathique de Paris, t. I, p. 112-116, nº 6; mars 1808. Paris, Bernard.

8) '고체상의 열전도에 관한 소고' 출처: Oeuvres de Fourier/publiées par les soins de M. Gaston Darboux, sous les auspices du ministère de.

9) French physicist, astronomer and mathematician.

발표한 논문과 함께 고체와 복사 방사열에 대한 무한냉각에 대한 추가 연구결과를 제출한다. 푸리에 외 단지 한 사람만 논문을 위원회에 제출하였고 라그랑주, 라플라스, 맬러스, 르장드르 등으로 이루어진 심사위원들은 푸리에게 상과 상금 수여를 결정한다. '임의의 함수는 삼각급수로 나타내진다'는 그의 획기적인 창안은 해석학과 수리물리학에 신기원을 이룩하게 되지만 당시 라플라스, 르장드르 그리고 라그랑주의 심사보고서는 엄밀함의 여제를 남기고 있다는 비우호적인 평가를 내렸고 때문에 당시 푸리에의 논문은 곧바로 출판되지 않았다. 푸리에 급수로 표현 가능한 함수의 조건을 찾는 문제는 처음 발표한 푸아송의 논문의 오류를 코시가 발견하고, 코시의 논문의 오류를 디리클레가 발견하여 엄밀하게 증명하는데 약 20년이 걸렸다.([4],[16],[17],[18])

19세기 초 적분과 함수에 대한 정확한 개념의 부족으로 수학적 엄밀성이 결여되었지만 그의 제자 디리클레와 후학 리만과 르베그에 의해 엄밀성을 더하여 푸리에 결과를 표현하게 된다. 결과적으로 고체 내에서의 열전도에 관한 연구로 열전도방정식(푸리에방정식)을 유도하여 이 방정식을 풀기 위한 푸리에해석으로 불리는 이론을 전개하게 되고 선형미분방정식의 해를 구하는 중요 도구로서 태양 흑점, 조수, 날씨 같은 여러 자연 현상을 연구하는 수리물리학에 많은 영향을 주었다.([11],[13])

1815년 나폴레옹 세력이 몰락하여 엘바 섬에 유배되자 푸리에는 루이18세에게 충성을 맹세하였으나 나폴레옹의 일시적 부활로 맹세를 다시 번복하여 추방당하고 결국 다시 복직하여 통계국장으로 파리에서 조용한 학문연구 생활을 하게 된다. 이후 1816년 프랑스 학사원 회원으로 추천되어 1817년 과학 아카데미에 선출되었고 1822년 종신 간사가 되었다. 푸리에가 과학 아카데미 간사로 선출된 직후 과학 아카데미에서는 그의 대상 수상작 논문이 담긴 저서 '열의 해석적 이론'을 출판하게 된다. 이 출판은 푸리에의 정치적 판단 의도가 아니라 푸리에가 죽기 전에 출판되도록 들랑브르(Delambre)[10]의 도움으로 이루어진 것이었다. 1822년 완성된 저서에는 '푸리에의 정리'가 포함되어 있으며, '푸리에 급수'는 후에 수리물리학 발전에 크게 공헌하게 된다. 그는 이듬해인 1823년 왕립학회 명예회원이 되고 1830년 5월 16일 파리에서 프랑스 수학자 푸리에는 62세 나이로 작고한다. 현재 그의 업적을 기리기 위해 푸리에 이름을 붙여 부르는 달의 분화구가 있고 그르노블 대학의 수학 교실에는 푸리에 연구소가 있다. 푸리에는 정치적 격변기 속에서 지조보다는 쉬운 길을 선택하다가 오히려 배척을 당하는 수모를 당하며 많은 우여곡절을 겪는 수학자였다.([4],[9],[14],[19])

2. 푸리에의 학문적 계보

18세기말 푸리에 스승과 19세기 초부터 말까지 푸리에 제자와 후학들을 프랑스, 독일, 러시아에 이르기까지 학문적 계보를 살펴보고 아울러 19세기중반부터 20세기중반까지 푸리에의 후학 중 바이어슈트라스부터 콜모고로프까지의 소계보와 수학자 콜모

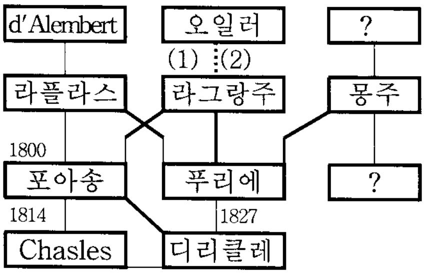
10) 천문학자, 혁명이 일어난 직후인 1792년 6월 미터법을 창안한 인물

고로프 그리고 힐버트부터 테라코브스키까지 소계보를 조사한다.

(1) 푸리에 스승 라플라스, 몽주 그리고 라그랑주

18세기말 푸리에는 그의 스승 라그랑주, 라플라스, 몽주를 그의 나이 25살이던 1794년파리에 소재한 에꼴 노르마레(École Normale)에서 만나게 된다. 스승 라플라스가 45세였을 때 푸리에를 지도하였으며 푸리에는 그 당시 스승 라플라스를 평가하기를 매우 젊어 보였고 목소리는 조용했지만 분명하였고 말솜씨는 유창하지는 않았다고 전한다. 또한 그의 외모는 준수하였고 그는 매우 간편한 옷차림을 하고 키는 중간정도였다고 모습을 묘사하고 있다. 그의 교수법은 주목할 만한 것은 없지만 수업진도가 빨랐다고 한다.

푸리에 중심의 스승 계보[11]



스승 몽주가 49세였을 때 푸리에는 그의 제자였다. 몽주의 외모는 평범하였으나 매우 목소리가 크고 의욕이 넘쳤으며 독창적으로 학습을 지도하였고 학식이 풍부한 분이었다고 한다. 특히 기하학, 물리학, 화학에 재능이 있었으며 그가 가르치는 주제는 매혹적이었다고 전하고 있다. 스승 몽주는 매우 명쾌하게 설명하고 심지어 너무 분명하게 말해서, 오히려 진도가 느린 편이었으며 학생들에게 개별 실용적인 수업을 제공하였다고 한다. 구어체를 사용하여 중요한 부분을 정확하게 설명하는 능력뿐만 아니라 자신의 훌륭한 지식에도 사려 깊은 표현으로 공적으로 사적으로도 존경받았던 인물로 푸리에는 평가하고 있다.

푸리에가 가장 학문적으로 많은 영향을 받은 사람은 스승 라그랑주였다. 스승 라그랑주가 59세였을 때 푸리에는 그의 제자였다. 라그랑주는 누구에게도 배운 적이 없었지만 스스로 공부하여 깨달은 천재였다고 한다. 푸리에는 유럽 최초의 과학자가 스승 라그랑주라고 칭송하였고 외모는 실제보다 더 나이가 들게 보였으며 강한 이탈리아 엑센트와 철자 s를 z로 발음하였다고 기록하고 있다. 라그랑주는 매우 수수한 검정과 갈색의 의상을 줄곧 입고 구어체를 사용하고 때로는 어린이처럼 순박하게 말을 더듬는 어려움을 가지고 있었으며 매우 비범한 인물이었다고 전한다. 토론조로 말하며 더러 학생들을 당황하게 만들었고 그의 진정한 스승을 묘사하였다.([5],[8],[13])

(2) 19세기 푸리에부터 힐버트까지

푸리에는 제자 디리클레(Gustav Dirichlet)를 포함한 두 명의 제자와 지금까지 조사

11) Mathematics Genealogy Project 자료인용[1].

된 33,400명의 후학이 있는 것으로 밝혀지고 있다. 디리클레[12]가 독일 본 대학으로 돌아 가기 전 1827경 스승 푸리에와 포아송에게 배웠으며 디리클레는 본 대학교[14]로 돌아가 5명의 제자와 현재까지 조사된 후학 약 33,000명을 두었다.

라이프니츠(Rudolf Otto Sigismund Lipschitz)는 디리클레로부터 학위를 받은 5명의 제자 중 한사람이었는데 그는 베를린 대학(Universität Berlin)에서 1853년 학위[15]를 받았다. 라이프니츠는 디리클레뿐만 아니라 옴(Martin Ohm)으로부터 학문적 지도를 받았으며 그의 제자로는 클라인이 유일하다.

푸리에부터 힐버트까지 학문계보[13]

Jean-Baptiste Fourier
1827
Gustav Peter Lejeune Dirichlet
1853
Rudolf Otto Sigismund Lipschitz
1868
C. Felix (Christian) Klein
1873
C. L. Ferdinand von Lindemann
1885
David Hilbert

클라인(C. Felix (Christian) Klein)은 라이프니츠의 유일한 제자였으며 1868년 본대학교(Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn)에서 라이프니츠로부터 학위[16]를 받았고 클라인의 제자는 57명이나 되었다.

린데만(Carl Louis Ferdinand von Lindemann)은 클라인의 제자였고 1873년 독일의 뉘른베르크대학(Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg)에서 학위[17]를 받고 47명의 제자를 두었다.

힐버트(David Hilbert)는 1885년 독일의 쾨닉스베르크대학(Königsberg)에서 스승 린데만에게 학위[18]를 받았고 1900년 수학적 문제들로 구성된 23개 목록을 제시하였고 그후 파리의 수학대회의 강연에서 수학 공리주의 방향을 새롭게 제시하였다. 그는 1895년 괴팅겐대학 교수로 임명된 이후 76명의 제자를 두었다.([1],[2],[4])

(3) 바이어슈트라스부터 콜모고로프까지 (19세기 중반 - 20세기 초반)

12) 학위논문 'Partial Results on Fermat's Last Theorem, Exponent 5, Mathematics Subject Classification'
13) Mathematics Genealogy Project 자료인용[1].
14) Rheinische Friedrich-Wilhelms Universität Bonn
15) 학위논문제목 'Determinatio status magnetici viribus inducentibus commoti in ellipsoide'.
16) 학위논문제목 'Über die Transformation der allgemeinen Gleichung des zweiten Grades zwischen Linien-Koordinaten auf eine kanonische Form'.
17) 학위논문'Über unendlich kleine Bewegungen und über Kraftsysteme bei allgemeiner projektivischer Maßbestimmung'.
18) 학위논문'Über invariante Eigenschaften specieller binärer Formen, insbesondere der Kugelfunctionen'

콜모고로프까지의 소계보[19]

Karl Theodor Wilhelm Weierstraß
1866
Nicolai Bugaev
1901
Dimitri Fedorowitsch Egorov
1915
Nikolai Nikolayevich Luzin
1925
Andrei Nikolayevich Kolmogorov

바이어슈트라스(Weierstraß)는 뮌스터에서 교사로 있던 중 크리스토프 구데르만에게 타원 함수에 대한 강의를 듣고 큰 흥미를 갖게 되어 연구를 시작하였고 그의 연구 결과가 수학계에 알려지자 베를린 대학의 교수로 초청을 받게 된다. 입실론-델타 논법, 고른 수렴의 개념을 고안했으며, 미적분학의 기초를 견고히 하였다.

그는 쾨닉스베르크대학에서 1854년 명예학위를 받았고 1857년엔 베를린 대학의 수학 학과장이 되고 41명의 제자를 두었다.

니콜라이 부가에프(Nicolai Bugaev)는 1863년 석사논문으로 '무한급수의 수렴성에 관해서'라는 제목으로 쓰고 그는 학문적 완성을 위해 다시 독일의 베를린으로 가서 2년 반 동안 그의 스승인 바이어슈트라스에게 다시 배워 1866년 박사논문[20]을 쓰고 1867년 모스크바대학의 교수로 임명된다. 그의 제자는 두 명이었다. 이고로프(Dimitri Fedorowitsch Egorov)는 모스크바대학에서 1901년 스승 부가에프로부터 학위를 받았고 당시 미분기하와 수치해석의 명성 높은 수학자였다. 1921년 모스크바에서 수학 협회의 회장으로 선출되었고 1923년에는 모스크바 주립 대학의 이사가 되었다. 영적인 믿음이 강해 공개적으로 마르크스주의자들을 반대하며 교회를 옹호했다. 이런 연유로 1930년 모스크바의 수학 사회에서 추방되었고 감옥에 투옥되어 단식 농성을 하면서 비참한 최후를 맞는다. 그의 제자로는 13명이 있었다.

루진(Nikolai Nikolaevich Luzin)은 모스크바대학에서 1915년 스승 이고로프로부터 적분과 삼각급수라는 논문제목으로 학위를 받고 제자로는 16명이 있었는데 그 중에는 콜모고로프(Kolmogorov)와 같은 위대한 러시아의 수학자가 있었다.([1],[2],[16])

(4) 20세기 러시아의 대표적인 수학자 콜모고로프

콜모고로프(Andrei Nikolayevich Kolmogorov)는 탐보프에서 1903년에 태어났으나 그가 어렸을 때 어머니가 죽자 부유한 귀족으로 저택에서 살던 할아버지 집에서 숙모에 의해서 돌보아 진다. 그의 아버지는 러시아 혁명운동에 참여하여 러시아의 남북전쟁에서 실종되었다. 그의 숙모가 사는 마을의 학교를 다녔는데 그의 문학 솜씨와 수학의 노력들은 학교 신문에 인쇄되기도 했다고 한다. 1910년 그의 숙모는 그를 입양하고 함께 모스크바로 이사하여 그는 고등학교에 입학 1920년에 졸업하게 된다.

19) Mathematics Genealogy Project 자료 인용[1].
20) 학위논문 'Number Identities Connected with Properties of the Symbol E'

1920년 콜모고로프는 모스크바 주립 대학과 화학 기술 연구소에서 공부를 시작하여 다방면에 해박한 그의 지식으로 큰 명성을 얻게 된다. 학부학생으로 러시아 역사 세미나에 참가하여 15세기와 16세기에 걸친 그의 연구결과가 처음으로 연구논문이 실렸다. 또한, 1921년에는 집합론과 푸리에 급수에 관한 이론에 대한 몇 가지 결과들을 내놓았고 1922년에는 '거의 모든 점에서 발산하는 푸리에 급수'를 만들어 국제적인 인지도를 높여 나아갔다. 이 시기에 그는 수학에 인생을 헌신하기로 결심하게 되어 1925년 모스크바대학을 졸업하고 그의 스승 루진 지도아래 연구를 시작하게 되었고 또한, 확률론에 깊은 관심을 갖게 되었다.

1925년 스승 루진에게 모스크바대학에서 학위를 받고 1930년 괴팅겐과 뮌헨 등 독일여행과 프랑스 파리를 방문하는 긴 첫 번째 해외여행을 떠난다. 이듬해인 1931년 분석 방법에 의한 확률론의 선구적인 연구내용이 독일어로 출판되고 그는 모스크바대학에서 교수가 되었다. 1933년에는 확률론 기초라는 책을 출판하게 되는데 이것은 근대 확률론의 공리적 기초 서적으로 이 분야에서 세계 최고의 전문가로 명성을 구축하게 된다. 1935년에는 모스크바 주립 대학에서 확률론의 첫 회장이 되었고 1939년 소련 과학 아카데미의 정회원으로 선출됐다. 그는 무려 79명의 제자를 지도할 정도로 일생 동안 가르치는 일을 활발하게 해왔다. 1971년 그는 드미트리 멘델레예프 연구선박에 승선하여 해양 탐사대에 합류하는 열정을 보였고 특히, 위대한 구소련 백과사전에 많은 기사를 썼다. 1987년 그는 모스크바에서 84세 나이로 세상을 떴으나 그를 평가하는 러시아 수학자들은 다음과 같은 평판을 남겼다. "모든 수학자들은 콜모고로프가 그 어떤 수학자보다 훌륭하다고 믿고 있다. 그 이유를 공개적으로 묻지 않는다. 왜냐면 그들은 이해력이 뛰어난 사람들이기 때문이다."([3],[4],[5])

(5) 힐버트부터 테라코브스키까지 (20세기 초반부터 - 20세기 중반까지)

힐버트부터 테라코브스키까지 학문계보21)

David Hilbert

1904

Sergej Natanovic Bernstein

1948

Sergey Borisovich Stechkin

1959

Sergei Aleksandrovich Telyakovskii

번쉬타인(Sergej N. Bernstein)은 프랑스 소르본대학에서 1904년 그의 스승 힐버트와 피가르 두 명의 스승으로부터 배움을 받아 학위를 받았다. 학위논문명은 복소변수함수였고 그는제자를 5명 두었다.

스테츠킨(Sergey B. Stechkin)은 러시아인으로 러시아 모스크바대학에서 스승 번스타인으로부터 함수론에 관한 연구로 1948년 학위를 받았는데 그는 러시아의 저명한 수학자 중 한 사람으로

21) Mathematics Genealogy Project 자료 인용[1].

평가받고 있고 제자로는 21명을 두었다.([1],[13])

테라코브스키(Sergei Aleksandrovich Telyakovskii)는 1959년 그의 스승 스테츠킨으로부터 학위를 받았고 제자를 3명 두었다. 1940년 러시아 과학원(Russian Academy of Science)에 의해 설립됐고 부설로 오일러 수학연구소(Euler International Mathematical Institute)를 두고 있는 모스크바에 소재한 유명한 스테클로프 수학연구소(Steklov Mathematical Institute)의 함수론 학과에서 수리물리학자와 수석과학연구원 교수로 현재 근무하고 있다. 연구의 주요 분야는 함수의 근사, 특별 삼각급수, 극값의 속성 등을 연구하고 있으며 그는 현재까지 총 48편의 논문을 발표하였는데 최근 2007년 Refinement of the Dirichlet - Jordan and Young's theorems on Fourier series of functions of bounded variation"22)"과 2002년 "On the Rate of Convergence of Fourier Series of Functions of Bounded Variation"23)등 푸리에 급수의 수렴성에 관한 논문은 지금까지 모두 20편에 달하고 있다.([22],[23])

3. 콜모고로프의 결과를 확장한 푸리에 급수 L^1-수렴성에 관한 테라코브스키의 정리

2장에서 소개된 푸리에 후학 중 특히 비교적 덜 접근된 러시아 수학자들로서 푸리에 급수 수렴성에 대해 매우 의미 있는 연구를 이룩한 푸리에 후학 콜모고로프, 테라코브스키의 연구결과에 관심을 갖고 이들의 연구 결과를 비교하여 푸리에 계수 특성을 이용한 푸리에 급수의 L^1-수렴성에 대한 고전적 결과임을 소개하고 콜모고로프의 결과를 확장한 테라코브스키가 그 결과를 조사한다.

(1) 콜모고로프와 테라코브스키의 푸리에 급수의 L^1-수렴성

푸리에 급수는 수학, 물리학, 공학에 이르기까지 오늘날 폭넓게 이용되고 있다. 주기 함수를 삼각함수의 가중치로 나누는 수학적 툴로서 가중치 혹은 푸리에 계수가 본래 함수와 일대일 대응인 성질을 이용하는데 본래 함수보다 해석하고 다루기 쉽기 때문에 폭넓게 쓰이고 있다. 푸리에가 그의 논문을 발표할 당시 '모든 (신호)함수는 삼각함수의 선형의 합으로 표현할 수 있다'는 이론이었지만 불연속 (신호)함수를 정확하게 표현할 수 없었다. 당시에 해석학은 깁스현상24)을 정확하게 설명할 수 있을 만큼 성숙하지 못하였기 때문이었다.

22) A. S. Belov, S. A. Telyakovskii, Mat. Sb., 2007, 198:6, 25 - 40
23) S. A. Telyakovskii Mat. Zametki, 2002, 72:6, 949 - 953
24) 불연속을 포함하는 파형이 푸리에 급수로 합성되었을 때 불연속값 근처에서 나타나는 불일치 현상.

푸리에 급수의 장점은 완비내적공간(L^2-공간)에서 신호함수를 삼각함수의 무한급수로 표현할 수 있어 신호를 삼각함수 성분으로 분리할 수 있기 때문에 신호에 어떤 주파수 성분이 포함되어 있는지를 쉽게 찾아낼 수 있는 좋은 도구가 된다.

우리가 일상생활에서 흔히 접할 수 있는 MP3 플레이어는 이런 원리를 이용한 것에서 시작되었고 전자공학, 진동해석, 음향학, 광학, 신호처리와 화상처리 데이터 압축, 데이터 신호의 스펙트럼을 이용하여 통신 시스템 설계를 최적화하는데 사용하고 있다. 또한 천문학자들은 분광기를 통해 별에서 방사하는 빛의 주파수를 분해함으로써 별을 이루는 화학물질을 알아내는데 사용하고 있다.([13],[14],[16],[24],[25])

푸리에 급수의 수렴성은 '푸리에 급수로 표현되는 무한급수가 본래의 함수에 수렴하느냐' 라는 문제인데 결국 '어떻게(무슨 의미로) 수렴하는가?'라는 문제로 다시 귀결된다. 함수의 수렴은 흔히 점별(pointwise)수렴, 균등(uniform)수렴, L^2공간(L^2-sense)에서의 수렴과 L^1공간(L^1-sense)에서의 수렴성 등으로 나눌 수 있다.

점별수렴[25]의 경우 연속함수임에도 불구하고 어떤 점에서 수렴하지 않는 경우가 있는 것은 이미 밝혀졌고 균등수렴[26]의 경우는 점별수렴 보다 강한 조건인데 점별 수렴이 성립하지 않으므로 일반적으로 성립하지 않는다. L^2-의미의 수렴성[27]은 항상 보장된다. 즉 모든 푸리에 급수는 원래의 함수로 수렴하게 된다. 우리의 관심은 L^1-의미의 수렴성[28]인데 '바나흐공간에서는 일반적으로 노름(norm)에 대한 수렴성을 보장하지 못한다.' 때문에 L^1-공간에서 수렴성을 조사하는 것은 훨씬 복잡하고 어려워진다. 이 어려움을 극복하기위해 '수렴하는 푸리에 계수 족들의 특성'을 이용하는 것이다. 결국, 푸리급수의 L^1-수렴성은 푸리에 계수 수열에 대한 부가적인 가정을 통해 푸리에 급수의 부분합을 특성화하여 노름(norm)에서 수렴성을 보이게 된다. 고전적인 결과들 중 하나로 러시아수학자 콜모고로프가 1923년에 발표한 정리를 살펴보자.

콜모고로프는 볼록$\left(\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)|\Delta^2 a_n| < \infty\right)$계수를 가진 코사인 급수를 일반화하여 모든 볼록 수열 족은 모든 유계변동인 영 수열인 BV족의 부분 족이 된다는 것을 밝혔다. 콜모고로프는 $m \geq 1$인 정수에 대하여

$$\Delta^m a_k = \Delta(\Delta^{m-1} a_k) = \Delta^{m-1} a_k - \Delta^{m-1} a_{k+1}$$

일때, 만약 $\sum_{k=1}^{\infty}|\Delta^m a_k| < \infty$ 이면 영급수 $\{a_k\}$은 BV^m족에 속한다고 정의하고

25) Javier Duoandikoetxea, "Fourier Analysis", Graduate Studies in Mathematics Vol. 29, AMS.
26) Jerald B. Folland "Fourier Analysis and Its Applications", Wadsworth & Brooks/Cole Mathematics Series, 2002. Theorem 2.5
27) C.S.Rees, C.V.Stanojevic "Theory and Applications of Fourier Analysis ", Marcel Dekker, Inc 1981.
28) C.S.Rees, C.V.Stanojevic "Theory and Applications of Fourier Analysis ", Marcel Dekker, Inc 1981.

$$\|S_n(f)-f\|_{L^1} = o(1) \text{ ----------- } (1)$$

$$a_n \log n = o(1), \quad n \to \infty \text{ --------- } (2)$$

(1)과 (2)는 서로 동치조건임을 증명하였다. 당시 그가 발표한 정리는

「 만약 $a_n = o(1)$, n → ∞ 이고 급수

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)|\Delta^2 a_n| < \infty$$

이면 코사인급수 $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$ 는 임의의 함수 f의 코사인 급수이고 두 관계식 (1)과 (2)는 서로 필요충분조건이다.」[29]([20])

이였고 이를 다시 일반화하여 확장한 정리를 1973년 테라코브스키가 발표하게 된다.

테라코브스키는 1973년 콜모고로프 의해 소개된 준 볼록 계수 족을 포함한 푸리에 계수를 S족의 개념으로 일반화하여 만약 단조 감소 수열 $\{A_k\}_{k=0}^{\infty}$이 임의의 k에 대하여 $\sum_{k=0}^{\infty} A_k < \infty$ 이고 $a_k \to 0$ 일때 $|\Delta a_k| \leq A_k$을 만족하면 영 수열 $\{a_k\}_{k=0}^{\infty}$은 S족에 속한다. 즉 $\{a_k\} \in S$ 라고 정의하였다. 당시 그가 발표한 정리는

「 $\{a_n\}_{n=0}^{\infty} \in S$ 이면 코사인 급수

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$$

는 임의의 함수의 푸리에 급수이고 (1)과 (2)는 서로 동치관계이다.」[30]([21]) 이였다.

(2) 결어 ; 콜모고로프와 테라코브스키의 정리의 차이점

푸리에 해석을 연구한 푸리에 후학 중 프랑스에서 독일로 독일에서 러시아로 구경을 넘어 연구되는 과정의 후학 계보를 조사하면서 비교적 덜 접근된 러시아 수학자들로서 푸리에 급수 수렴성에 대해 매우 의미 있는 연구를 이룩한 콜모고로프, 테라코브스키의 연구결과에 관심을 갖고 이들의 연구 결과를 비교하여 푸리에 계수 특성을 이용한 푸리에 급수의 L^1-수렴성에 대한 고전적 결과임을 소개하고 콜모고로프의 결과를 확장한 테라코브스키가 그 결과를 조사하였다. 테라코브스키 논문의 중요성은

29) Sur l'ordre de grandeur des coefficients de la serie de Fourier-Lebesgue, Bull. Internat. Acad. Polon. Sci. Lett. CI. Sci. Math. Nat. Ser. A Sci. Math. (1923), 83-86.

30) Concerning a sufficient condition of Sidon for the integrability of trigonometric series, Math, Notes 14 (1973), 742-748.

두 가지 측면으로 생각할 수 있다. 첫째는 시돈(Sidon)의 조건[31]을 간결한 동치형태로 표현했고 둘째는 S족도 L^1-수렴족에 속함을 보여 더욱 일반적인 결과를 이끌어낸 공헌이다. 다시 말하면 콜모고로프가 보인 푸리에 급수의 L^1-수렴성 결과가 테라코브스키에 의해 보다 일반화 되었는데 이는 콜모고로프의해 소개된 준 볼록 계수족을 S족에 포함한 푸리에 계수 개념으로 테라코브스키가 일반화한 것이라고 결론지을 수 있다.

참고 문헌

1. *Mathematics Genealogy Project Department of Mathematics*, North Dakota State University, 2008.
2. I Grattan-Guinness, J R Ravetz, *Biography in Dictionary of Scientific Biography*, New York, 1970-1990.
3. Biography in Encyclopaedia Britannica [Available on the web].
4. Wikipedia Encyclopedia [Available on the web].
5. http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Fourier.html
6. J Herivel, Joseph Fourier. *The Man and the Physicist*, Oxford, 1975.
7. 한국과학기술정보연구원, 푸리에 급수, 사이언스 21 No. 119, 2006.
8. F Arago, Joseph Fourier, *Biographies of Distinguished Scientific Men*, London (1957), 242-286.
9. S Bochner, *Fourier series came first*, Amer. Math. Monthly 86(1979), No. 3, 197-199.
10. A C Bose, Fourier, *his life and work*, Bulletin of the Calcutta Mathematical Society 7 (1916), 33-48.
11. L Charbonneau, *Fourier l'homme et le physicien d'après John Herivel*, Rev. Histoire Sci. Appl. 29(1976), No. 1 63-72.
12. W A Coppel, J B, *Fourier-on the occasion of his two hundredth birthday*, Amer. Math. Monthly 76 (1969), 468-483.
13. A Dahan-Dalmédico, *Réalité physique et objets mathématiques chez Fourier, in Faire de l'histoire des mathématiques* : documents de travail (Paris,1987), 1-255.
14. I Grattan-Guinness, *Joseph Fourier and the revolution in mathematical physics*, Journal of the Institute of Mathematics and its Applications 5(1969),

31) Sidon, S. Hinreichende Bedingungen fur den Fourier charakter einer Trigonometrischen Reihe. J. London Math. Soc. 14 (1939), 158-160.

230-253.

15. J Langins, *Une lettre inédite de Fourier sur l'enseignement destiné aux ingénieursen 1797*, Rev. Histoire Sci. Appl. 34(3-4) (1981), 193-207.
16. V A Nikiforovskii, Mathematician, statesman, citizen (on the 225th anniversary of the birth of Jean Baptiste Joseph Fourier) (Russian), Vestnik Ross. Akad. Nauk 63(8) (1993), 743-746.
17. F S Shoucair, *Joseph Fourier's analytical theory of heat: a legacy to science and engineering*, IEEE transactions on education 32 (1989), 359-366.
18. S Takata, J B Fourier in the history of thermal radiation research, Historia Sci. 2(3) (1993), 203-221.
19. H Yoshida and S Takata, The growth of Fourier's theory of heat conduction and his experimental study, Historia Sci. 1(1) (1991), 1-26.
20. A. N. Kolmogorov, Sur l'ordre de grandeur des coefficients de la serie de Fourier- Lebesgue, Bull. Internat. Acad. Polon. Sci. (1923), 83-86.
21. S. A. Telyakovskii, Concerning a sufficient condition of Sidon for the integrability of trigonometric series, Math, Notes 14 (1973), 742-748.
22. S. A. Telyakovskii Mat. Zametki, 72(6) (2002), 949 - 953.
23. A. S. Belov, S. A. Telyakovskii, Mat. Sb., 198(6) (2007), 25 - 40.
24. 장승준, 함수공간에서의 일반화된 푸리에-파인만 변환에 관한 고찰, 한국수학사학회지, 20(2007), No. 3, 73-90,
25. 김화준, 유계변동과 관련된 Waterman의 연구에 대하여, 한국수학사학회지, 19(2006), No. 2 115-124.

The Life of Fourier, The minor Lineage of His Younger Scholars and a Theorem of Telyakovskii on L^1-Convergence

Department of Mathematics, ChoSun University Jung Oh Lee

This study concerns with John B. Fourier's life, his teachers, his younger scholars and the L^1-convergence of Fourier series. First, we introduce the correlation between the French Revolution and Fourier who is significant in the history of mathematics. Second, we investigate Fourier's teachers, students and a minor lineage of his younger scholars from 19th century to 20th century. Finally, we compare the theorem of Telyakovskii with the theorem of kolmogorov on L^1-convergence of Fourier series.

Key Words : Fourier, L^1-Convergence of Fourier series, Fourier coefficients

2000 Mathematics Subject Classification : 42A20, 42A32.

ZDM Subject Classification : A3, I3

접수일 : 2009년 1월 5일　　수정일 : 2009년 1월 30일　　게재확정일 : 2009년 2월 10일