

논문 2009-46SC-2-9

시간지연 MIMO 비선형시스템의 MAC 제어기 설계

(MAC for MIMO Nonlinear System with Delayed Input)

장 원 량*, 김 홍 철*, 정 길 도**

(Zhang Yuanliang, Hong Chul Kim, and Kil To Chong)

요 약

본 논문에서는 입력에 시간 지연이 존재하는 비선형 다중입출력(multi-input/multi-output (MIMO)) 시스템을 위한 디지털 제어기를 제안하였다. 다중 입력 시간 지연 비선형 시스템을 테일러의 추산 방법으로 이산화하고, 이 이산형 시스템을 일반적인 비선형 시스템으로 변환할 수 있다. 결과적으로, 일반 비선형 제어기를 이산형 시간 지연 시스템에 적용할 수 있다. 본 논문에서는 MAC 제어기를 설계하고 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하여 제안된 방법의 성능을 검증하였다. 시뮬레이션의 결과 제안된 제어기는 비선형 다중입력 다중 시스템에 있어서 입력에 시간지연이 발생하더라도 시스템의 성능을 유지함을 확인할 수 있었다. 따라서 제안된 방법은 비선형 시간 지연 시스템의 제어에 유용함을 알 수 있다.

Abstract

This paper proposes a digital controller for a nonlinear multi-input/multi-output(MIMO) system with time-delayed input. A nonlinear system with multi-input time delay is discretized using Taylor's discretization method, and the discretized system can be converted into a general nonlinear system. Consequently, general nonlinear controller synthesis can be applied to the discretized time-delay system. We adopted MAC controller synthesis and verified the performance of the proposed method by conducting computer simulations. The results of the simulation showed that the proposed controller synthesis performs well and the proposed method is useful for controlling a nonlinear time-delay system.

Keywords: MAC Control; Multi-Input, Nonlinear System; Taylor Series Expansion; Time-Delay

I. 서 론

시간-지연 시스템(TDS)은 잔존효과 또는 데드타임으로 인한 시스템의 방정식 또는 차동-차이방정식에 나타난다. 인터넷기술은 시간 지연을 처리 가능한 제어 시스템의 개발을 필요로 하게 된다. 제어시스템에서의 통신에 소요되는 시간과 제어에 필요한 계산 량은 시간

지연을 무시할 수 없는 복잡한 요소로서 시간 지연을 고려해야 하는 주요한 이유이다. 뿐만 아니라, 임베디드 제어 시스템에서도 시간 지연으로 인한 통신과 증가된 계산 량의 영향은 무시할 수 없다. 또한 산업시스템과 정보 네트워크 등과 같은 시스템의 분석이 필요하거나, 이런 종류의 시스템에서 제어기를 설계할 때 시간 지연을 고려해야만 한다.

그러나 시간 지연 시스템은, 일반적으로, 무한 차원 시스템이고 분석 및 시뮬레이션이 복잡하다. 최근 연구에서는 비기억 제어기가 안정화 시간-지연 시스템에 이용될 수 있음을 보여준바 있다. 그리고 이러한 컨트롤러는 시간 지연 시스템을 위한 유용한 제어기 설계에 적용된다^[1~4]. Popescu와 Rasvan은 시간지연이 존재하

* 학생회원, 전북대학교 전자정보공학부
(Electronics and Information Department, Chonbuk National University)

** 정회원, 전북대학교 제어계측공학과
(Control and Instrumentation Department, Chonbuk National University)

접수일자: 2008년11월22일, 수정완료일: 2009년1월12일

는 시스템을 위해 불연속 상수 제어 방법을 통하여 제어를 설계하였다^[6]. 시간 지연이 존재하는 시스템을 위한 전형적인 제어 방법은 예측 제어이다^[6]. 예측 제어 기술은 비매개변수 모델, 특히, 임펄스 응답 모델에 기초하고 있다. 임펄스 응답 모델은 모델 계수를 직접 입력하거나 출력 응답의 샘플에서 모델을 통해 가정 없이 구할 수 있는 장점이 있다. 널리 알려진 스미스 예측 제어 방법은 공정제어에 실질적으로 이용되고 있다. 이 방법의 단점은 적용하고자 하는 시스템과 시간 지연에 대한 정확한 모델 방정식이 필요하다는 것이다^[6-9]. 예측기는 예측 제어의 대안 방법으로 제시되곤 한다. 이 예측기는 지연된 시간의 상태 변화를 계산하고 상태방정식의 시간 영역의 분석에 사용한다, 그리고 시간에 대해 정확히 지연되지 않은 플랜트의 상태를 얻는 것은 제어 신호를 계산하는데 필수적이다. 그러나 이 방법은 오직 센서와 제어기 사이의 시간 지연만을 보상한다. 왜냐하면 이것은 제어기의 입력에 대한 시간 지연을 보상하는 것이 불가능하기 때문이다^[10-11].

본 논문에서는, 다중 입력 시간 지연과 비선형 시스템을 위한 새로운 제어기의 설계를 제안한다. 이산화 가능한 비선형 다중 입력 지연 시스템은 확장 테일러 시리즈를 이용하였다. 그리고 이 이산 시스템은 새로운 내부 변수가 적용된 일반적인 비선형 시스템으로 변환될 수 있다. 이에 따라, 기존에 개발된 비선형 제어기를 시간-지연 시스템에 적용할 수 있다.

본 연구에서는 시간-지연 시스템을 위한 제어기로 모델 알고리즘 제어(MAC)를 적용했다. MAC는 1970년대 후반 화학 처리 산업에 응용하면서 프랑스에서 개발되었다. Richale이 최초로 개념을 제안하였고^[12], Mehra et. al.은 이 이론을 발전시켰다^[13-14]. MAC는 $k+r$ 시간의 출력 오류를 최소화하여 얻은 제어 법칙 안에서 한 단계 전에 예측하는 제어기이다. 이 제어기는 기본적으로 시스템과 예측, 참조 궤도, 최적 조건과 상태와 제약 조건을 고려한 임펄스 응답 모델을 포함한다. MAC 방법의 중요한 아이디어는 모델에 기반을 둔 참조 경로로부터 미래 시스템 출력을 예측하고, 그 편차를 반영한 정확한 기준을 정의한다. 그리고 미래에 특정 영역을 초과하는 기준을 최소화하기 위해서 정확한 제어 방법을 포함한다. 출력 과정과 예측 값 사이의 모순을 조정하여 불확실한 과정을 병합한 페루프 MAC는 특히 프로세스 모델 오류와 외란에 상대적으로 강인하다.

연구한 내용을 효율적으로 전달하기 위하여 본 논문을 다음과 같이 구성하였다. II장에서는 다중-입력 시간 지연을 가진 비선형 시스템에 대한 이산화방법을 설명하였고, III장에서는 비선형 시스템에 대한 MAC 제어기 구성을 소개한다. IV장은 다중-입력 시간-지연에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 선정된 비선형 시스템에 적용하여 제안한 제어기의 우수성을 보여준다. 그리고 V장은 본 연구의 결론을 제시한다.

II. 비선형 다중-입력 지연 시스템의 시간-이산화

다중-입력 시간 지연을 갖는 비선형 연속 제어 시스템을 위한 이산-시간 모델은 영차보류(ZOH)의 가정에 테일러 시리즈를 이용하여 얻을 수 있다. 이 이산화 방법은 연속 비선형 시스템에 상대적으로 보다 정확한 이산-시간 모델을 제공한다. 그리고 다중-입력 시간 지연을 가진 개별 시스템에 기존의 비선형 제어 방식을 적용할 수 있도록 한다. 일반적인 상태-공간내의 시간-지연 다중-입력 비선형 시스템은 다음의 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= f(x(t)) + \sum_{i=1}^a g_i(x(t))u_i(t-D_i) \\ &= f(x(t)) + u_1(t-D_1)g_1(x(t)) \\ &\quad + u_2(t-D_2)g_2(x(t)) \\ &\quad + \dots + u_a(t)g_a(x(t-D_a)) \end{aligned} \quad (1)$$

$x \in X \subset R^n$ 에서 시스템의 상태가 묘사된다. $u_i \in R$ ($i = 1 \dots a$)는 입력 변수이며, D_i ($i = 1 \dots a$)는 시간 지연이다. 그리고 $f(x)$ 와 $g_i(x)$ ($i = 1 \dots a$)는 x 에 대한 비선형 함수이다. 또한, ZOH는 단일 샘플링 영역의 입력 상수와 샘플링 주기가 고정되었다고 가정한다.

$$u_i(t) = u_i(kT) \equiv u_i(k) = constant, \quad kT \leq t < kT + T.$$

즉,

$$D_i = q_i T + \gamma_i \quad (i = 1 \dots a) \quad (2)$$

여기에서, T는 샘플링 구간이고, q_i 는 정수이며, γ_i 는 $0 < \gamma_i < T$ 의 시간 간격이다. 이 시스템에서, 입력은 $u_1(t-D_1), u_2(t-D_2), \dots, u_a(t-D_a)$. 입력의 지연은

방정식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} u_1(t-D_1) &\rightarrow (D_1 = q_1 T + \gamma_1) \\ u_2(t-D_2) &\rightarrow (D_2 = q_2 T + \gamma_2) \\ \dots & \\ u_a(t-D_a) &\rightarrow (D_a = q_a T + \gamma_a) \end{aligned} \quad (3)$$

각각에 대한 부분구간의 입력과 상태의 표시는 확장 테일러 시리즈를 이용하여 얻을 수 있다. 이것은 $\gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_a$ 로 가정하는 것이 편리하며, 다른 경우도 비슷하다. 다중-입력 시간 지연을 갖는 비선형 시스템의 일반적인 시간-이산 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다^[15].

◆ $kT \leq t < kT + \gamma_1$

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(k-q_1-1), \\ u_2 &= u_2(k-q_2-1), \dots, u_a = u_a(k-q_a-1) \\ x(kT + \gamma_1) &= x(kT) + \sum_{l=1}^M A^l(x(kT), \\ &u_1(k-q_1-1), \dots, u_a(k-q_a-1)) \frac{\gamma_1^l}{l!} \\ &\dots \end{aligned} \quad (4)$$

◆ $kT + \gamma_i \leq t < kT + \gamma_{i+1}$

여기서 $1 \leq i \leq a-1$ 이다.

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(k-q_1), \dots, u_i = u_i(k-q_i), \\ u_{i+1} &= u_{i+1}(k-q_{i+1}-1), \dots, u_a = u_a(k-q_a-1) \\ x(kT + \gamma_{i+1}) &= x(kT + \gamma_i) + \\ &\sum_{l=1}^M [A^l(x(kT + \gamma_i), u_1(k-q_1), \dots, u_i(k-q_i), \\ &u_{i+1}(k-q_{i+1}-1), \dots, u_a(k-q_a-1)) \frac{(\gamma_{i+1} - \gamma_i)^l}{l!}] \\ &\dots \end{aligned} \quad (5)$$

◆ $kT + \gamma_a \leq t < kT + T$

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(k-q_1), \dots, u_{a-1} = u_{a-1}(k-q_{a-1}), u_a = u_a(k-q_a) \\ x(kT + T) &= x(kT + \gamma_a) + \\ &\sum_{l=1}^M A^l(x(kT + \gamma_a), u_1(k-q_1), \dots, \\ &u_{a-1}(k-q_{a-1}), u_a(k-q_a)) \frac{(T - \gamma_a)^l}{l!} \end{aligned} \quad (6)$$

$x(k)$ 는 $t = t_k = kT$ 에서 x 에 대한 상태 벡터의 값이다. M 은 테일러 시리즈의 근사화 차수이다.

$A^{[l]}(x, u)$ 는 방정식 (7)을 이용하여 재귀적으로 정의한 것이다.

$$\begin{aligned} A^{[1]}(x, u) &= f(x) + u_1 g_1(x) + u_2 g_2(x) \\ &\quad + \dots + u_a g_a(x) \\ \dots \\ A^{[l+1]}(x, u) &= \\ &\quad \frac{\partial A^{[l]}(x, u)}{\partial x} (f(x) + u_1 g_1(x) + u_2 g_2(x) \\ &\quad + \dots + u_a g_a(x)) \end{aligned} \quad (7)$$

$l = 1, 2, 3, \dots$

함수 Φ_T^M 를 다음과 같이 정의 하자:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi_T^M(x(k), u_1(k-q_1-1), \\ &u_1(k-q_1), \dots, u_a(k-q_a-1), u_a(k-q_a)) \end{aligned} \quad (8)$$

함수 Φ_T^M 은 근사화 차수 M 과 샘플링 구간 T 에 종속적이다. 위에서 언급한 바와 같이, 비선형 시스템을 사용한 이산 테일러 시리즈는 기존의 오일러 방법보다 정확한 결과를 보여준다. 입력이 $u_i(k)$ 인 원래의 연속-시간 시스템 (8)을 표준 상태-공간 표본-데이터의 형태로 표현하기 위해서, 과거 입력 값을 위한 보조 상태 변수를 다음과 같이 정의해보자:

$$\begin{aligned} z_{1,1}(k) &= u_1(k-q_1-1), z_{1,2}(k) = u_1(k-q_1), \dots, \\ &z_{1,q_1+1}(k) = u_1(k-1), \\ z_{2,1}(k) &= u_2(k-q_2-1), z_{2,2}(k) = u_2(k-q_2), \dots, \\ &z_{2,q_2+1}(k) = u_2(k-1), \\ \dots \\ z_{a,1}(k) &= u_a(k-q_a-1), z_{a,2}(k) = u_a(k-q_a), \dots, \\ &z_{a,q_a+1}(k) = u_a(k-1) \end{aligned} \quad (9)$$

동력학은 아래 표시된 차분 방정식을 이용하여 표현이 가능하다.

$$\begin{aligned} z_{1,1}(k+1) &= z_{1,2}(k), z_{1,2}(k+1) = z_{1,3}(k), \dots, \\ &z_{1,q_1}(k+1) = z_{1,q_1+1}(k), z_{1,q_1+1}(k+1) = u_1(k), \\ z_{2,1}(k+1) &= z_{2,2}(k), z_{2,2}(k+1) = z_{2,3}(k), \dots, \\ &z_{2,q_2}(k+1) = z_{2,q_2+1}(k), z_{2,q_2+1}(k+1) = u_2(k), \\ \dots \\ z_{a,1}(k+1) &= z_{a,2}(k), z_{a,2}(k+1) = z_{a,3}(k), \dots, \\ &z_{a,q_a}(k+1) = z_{a,q_a+1}(k), z_{a,q_a+1}(k+1) = u_a(k) \end{aligned} \quad (10)$$

따라서 상태-공간에서 (1)의 표준 표본-데이터 표시는 다음의 인가된 비선형 이산-시간 시스템으로 주어진다.

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ z_{1,1}(k+1) \\ \vdots \\ z_{1,q_1+1}(k+1) \\ \vdots \\ z_{a,1}(k+1) \\ \vdots \\ z_{a,q_a+1}(k+1) \end{bmatrix} = \Phi_T^M \begin{bmatrix} x(k), z_{1,1}(k), z_{2,1}(k), \dots, \\ z_{a,1}(k), z_{1,2}(k), z_{2,2}(k), \dots, z_{a,2}(k) \\ z_{1,2}(k) \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ z_{a,2}(k) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_a(k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

이에 대해

$$\bar{x} = [x \quad z_{1,1} \quad \dots \quad z_{1,q_1+1} \quad \dots \quad z_{a,1} \quad \dots \quad z_{a,q_a+1}]^T,$$

$$\Psi(\bar{x}(k)) = \begin{bmatrix} \Phi_T^M \begin{bmatrix} x(k), z_{1,1}(k), z_{2,1}(k), \dots, \\ z_{a,1}(k), z_{1,2}(k), z_{2,2}(k), \dots, z_{a,2}(k) \\ z_{1,2}(k) \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ z_{a,2}(k) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ z_{a,2}(k) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

그리고 $u(k) = [u_1(k) \ u_2(k) \ \dots \ u_n(k)]^T$.

표본-데이터 표현식을 다음과 같이 좀 더 간단한 형태로 기술할 수 있다.

$$\bar{x}(k+1) = \bar{\Phi}(\bar{x}(k), u(k)) \quad (12)$$

여기에서 $\bar{\Phi}(\bar{x}, u) = \Psi(\bar{x}) + Bu$ 이다.

III. 비선형 시스템에 대한 모델 알고리즘 제어

3-1. 선형 시스템에 대한 MAC의 상태-공간 공식 아래에 기술된 이산-시간 상태-공간 모델로 표현된 시스템을 고려해보자.

$$\begin{aligned} x_m(k+1) &= Ax_m(k) + Bu(k) \\ y_m(k) &= Cx_m(k) \end{aligned} \quad (13)$$

x 는 상태 변수를 나타내고, u 는 입력을 나타내며, y 는 출력을 나타낸다. 편차변수의 모든 형태, 그리고 첨자 m 은 가공된 입력 $u(k)$ 가 주어진 모델 시뮬레이션으로 얻어진 x 와 y 의 추정을 나타낸 x_m 와 y_m 를 구분하기 위해 추가된다. 이 표기법은 y 로 표시된 측정된 출력으로부터 y_m 차별화하는데 도움이 된다. 그리고 $CA^i B = 0, i = 0, 1, \dots, r-2; CA^{r-1} B \neq 0$ 를 가정한다. r 는 시스템의 상대적인 차수이다. 즉 r 는 출력 y 에 영향을 주는 입력 $u(k)$ 이후의 샘플링 영역의 최소수이다. 방정식 (13)의 모델은 처리의 미래 응답을 예측하기 위해 온라인 시뮬레이션을 실시할 수 있다.

$$\begin{aligned} y_m(k) &= Cx_m(k) \\ y_m(k+1) &= CAx_m(k) \\ \dots \\ y_m(k+r-1) &= CA^{r-1}x_m(k) \\ y_m(k+r) &= CA^r x_m(k) + CA^{r-1}Bu(k) \end{aligned} \quad (14)$$

출력에서 향후 응답을 다음과 같이 예측할 수 있다.

$$\begin{aligned} y_m(k+1) - y_m(k) &= (CA - C)x_m(k) \\ y_m(k+2) - y_m(k) &= (CA^2 - C)x_m(k) \\ \dots \\ y_m(k+r-1) - y_m(k) &= (CA^{r-1} - C)x_m(k) \\ y_m(k+r) - y_m(k) &= (CA^r - C)x_m(k) + CA^{r-1}Bu(k) \end{aligned} \quad (15)$$

이 변화된 부분을 측정값에 추가했을 때, 다음과 같이 출력에 대한 예측 값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1) &= y(k) + (CA - C)x_m(k) \\ \hat{y}(k+2) &= y(k) + (CA^2 - C)x_m(k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+r-1) &= y(k) + (CA^{r-1} - C)x_m(k) \\ \hat{y}(k+r) &= y(k) + (CA^r - C)x_m(k) + CA^{r-1}Bu(k) \end{aligned} \quad (16)$$

\hat{y} 는 y 를 출력의 예측 값을 표시하기 위해 사용된다. 여기에서 관심을 기울여야 할 것은 방정식(16)의 출력의 예측은 측정된 출력 신호를 사용한 의미에서 “폐쇄-루프” 예측이다. 그리고 입력 $u(k)$ 는 r 샘플링 영역 이후에 출력에 영향을 주고, $r\Delta t$ 는 시스템의 전반적인 지연을 의미한다. 모든 시간 단계에서, 제어 컴퓨터는 $u(k)$ 와 $y(k)$ 를 구동되는 방정식 (16)의 출력에 대한 예측 값을 계산 할 수 있다. 여기에서 $x_m(k)$ 는 방정식 (13)의 상태 방정식을 이용하여 온라인 시뮬레이션으로 구할 수 있다.

$$x_m(k+1) = Ax_m(k) + Bu(k)$$

r 시간 단계 이후에 바람직한 출력 응답을 얻기 위해 $u(k)$ 를 어떻게 선택을 해야 하는가의 질문을 다루어야 한다. $\hat{y}(k+r)$ 가 정확한 세트-포인트 값 y_{sp} 가 되도록 $u(k)$ 를 선택한다면, 시스템을 불안정화 될 수 있도록, 출력이 외란이나 시스템 에러에 영향을 받을 수 있기 때문에 강인하지 않는 상황을 유발하게 된다. 대신에, $\hat{y}(k+r)$ 가 요구하는 방향으로 진행하고 $\hat{y}(k+r-1)$ 과 고정 값 사이의 차이를 일부 수정할 수 있도록 출력 예측 값을 설정할 수 있다. 다시 언급하면, 다음을 활용하여 $(k+r)$ 번째 단계의 출력을 원하는 값 y_d 로 정의 할 수 있다.

$$y_d(k+r) = (1-\alpha)y_{sp} + \alpha\hat{y}(k+r-1) \quad (17)$$

α 는 $0 < \alpha < 1$ 인 변경 가능한 필터 매개 변수이다. 여기에서, $\alpha \rightarrow 0$ 는 $y_d(k+r) \rightarrow y_{sp}$ 에 해당한다. 그리고 출력은 강제로 가능한 빨리 고정 값으로 수렴하도록 한다. 그에 반해 $\alpha \rightarrow 1$ 는 $y_d(k+r) \rightarrow \hat{y}(k+r-1)$ 에 해당된다. α 를 중간 값으로 선택하면, y_{sp} 와 $\hat{y}(k+r-1)$ 사이의 격차를 어느 정도 해소할 수 있는 바람직한 출력을 얻게 된다. 방정식 (17)은 MAC 논문에서 언급되는 참조 궤도를 나타낸다. 일단 참조 궤도가 결정되면 다음 문제는 $\hat{y}(k+r)$ 가 $y_d(k+r)$ 에 일치하기 위해 제어 $u(k)$ 를 선택하는 것이다.

이것은 최적화 문제로 다음과 같이 성능지수를 선택할 수 있다:

$$\min_{u(k)} [y_d(k+r) - \hat{y}(k+r)]^2 \quad (18)$$

또는 방정식 (16)과 (17) 관점에서 동등하게 다음과

같이 쓸 수 있다.

$$\min_{y(k)} [(1-\alpha)e(k) - [(CA^r - C) - \alpha(CA^{r-1} - C)]x_m(k) - CA^{r-1}Bu(k)]^2 \quad (19)$$

여기에서, $e(k) = y_{sp}(k) - y(k)$ 이다.

3-2. 비선형 시스템 MAC

앞 절에서 기술한 상태-공간 선형 MAC 설계 과정은 이산 시간 모델에 의해 시간-지연 다중-입력을 가지는 비선형 시스템으로 확장할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{x}_m(k+1) &= \bar{\Phi}[\bar{x}_m(k), u(k)] \\ y_m(k) &= h[\bar{x}_m(k)] \end{aligned} \quad (20)$$

여기에서, \bar{x} 는 상태변수 벡터를 나타내고, u 는 처리된 입력을 나타내며, y 는 출력을 나타낸다. 모든 편차변수의 형태는 \bar{x} 와 시뮬레이션의 차이를 표현하기 위해 도입하였고, 첨자 m 은 y 의 측정된 값과 추정 값을 구분하기 위해 사용되었다.

$\bar{x} \in X \subset R^n$, 그리고 $u \in U \subset R$ 를 가정한다. 여기에서 X 와 U 는 원점(명목상의 균형점)을 포함하는 개방-연결 집합이다. $\bar{\Phi}(\bar{x}, u)$ 는 $X \times U$ 에서 정의되는 해석적 벡터함수이고, $h(\bar{x})$ 는 X 에서 정의되는 해석적인 스칼라 함수이다.

시스템 (20)은 상대적 차수가 r 이라고 가정하자. 이것은 다음을 의미한다.

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial h(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \right] \left[\frac{\partial \bar{\Phi}(\bar{x}, u)}{\partial \bar{x}} \right]^l \left[\frac{\partial \bar{\Phi}(\bar{x}, u)}{\partial u} \right] &= 0 \\ \left[\frac{\partial h(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \right] \left[\frac{\partial \bar{\Phi}(\bar{x}, u)}{\partial \bar{x}} \right]^{r-1} \left[\frac{\partial \bar{\Phi}(\bar{x}, u)}{\partial u} \right] &\neq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$l = 0, 1, \dots, r-2$$

방정식 (20)에 의해 표현된 모델의 온라인 시뮬레이션은 다음과 같이 출력 y 의 미래 변화를 예측하는데 사용된다.

$$\begin{aligned} y_m(k+1) - y_m(k) &= h^1[\bar{x}_m(k)] - h[\bar{x}_m(k)] \\ y_m(k+2) - y_m(k) &= h^2[\bar{x}_m(k)] - h[\bar{x}_m(k)] \\ &\vdots \\ y_m(k+r-1) - y_m(k) &= h^{r-1}[\bar{x}_m(k)] - h[\bar{x}_m(k)] \\ y_m(k+r) - y_m(k) &= h^r[\bar{\Phi}[\bar{x}_m(k), u(k)] - h[\bar{x}_m(k)] \end{aligned} \quad (22)$$

여기에서 r 는 시스템의 상대적 차수이다. 그리고 다음 표

기법이 사용된다:

$$\begin{cases} h^0(\bar{x}) = h(\bar{x}) \\ h^l(\bar{x}) = h^{l-1}[\bar{\Phi}(\bar{x}, u)], \quad l = 1, \dots, r-1 \end{cases} \quad (23)$$

여기서 다음 형태로 표현할 수 있는 방정식 (21)을 살펴보자:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u} h^l[\bar{\Phi}(\bar{x}, u)] &= \\ \left[\frac{\partial h(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \right] \left[\frac{\partial \bar{\Phi}(\bar{x}, u)}{\partial \bar{x}} \right] \left[\frac{\partial \bar{\Phi}(\bar{x}, u)}{\partial u} \right] &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial u} h^{r-1}[\bar{\Phi}(\bar{x}, u)] &= \\ \left[\frac{\partial h(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \right] \left[\frac{\partial \bar{\Phi}(\bar{x}, u)}{\partial \bar{x}} \right]^{r-1} \left[\frac{\partial \bar{\Phi}(\bar{x}, u)}{\partial u} \right] &\neq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$l = 0, 1, \dots, r-2,$$

또한, 다음의 관계가 성립된다.

$$\begin{cases} y(k+l) = h^l[\bar{x}(k)], \quad l = 0, \dots, r-1 \\ y(k+r) = h^{r-1}\{\bar{\Phi}[\bar{x}(k), u(k)]\} \end{cases} \quad (25)$$

따라서 r는 입력 u(k)의 영향을 받는 출력 y에 대한 최소의 샘플링 구간이다. 유한한 상대적 차수 r를 이용하면, 방정식 (22)는 다음 대수학 방정식을 뜻한다.

$$h^{r-1}[\bar{\Phi}(\bar{x}, u)] = y \quad (26)$$

위 식은 u의 지역적 해가 존재한다. 해당 음함수 (implicit function)는 다음으로 표현된다.

$$u = \Psi_0(\bar{x}, y) \quad (27)$$

그리고 $X \times h(X)$ 상에서 정의가 성립하고 유일하다고 가정한다. 이런 예측 변화량이 측정된 출력 신호 y(k)에 추가되면, 다음과 같이 출력의 폐-루프 예측 값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1) &= y(k) + h^1[\bar{x}_m(k)] - h[\bar{x}_m(k)] \\ \hat{y}(k+2) &= y(k) + h^2[\bar{x}_m(k)] - h[\bar{x}_m(k)] \\ &\dots \\ \hat{y}(k+r-1) &= y(k) + h^{r-1}[\bar{x}_m(k)] - h[\bar{x}_m(k)] \\ \hat{y}(k+r) &= y(k) + h^{r-1}[\bar{\Phi}[\bar{x}_m(k), u(k)]] - h[\bar{x}_m(k)] \end{aligned} \quad (28)$$

위에서 정의된 것처럼, 선형 참조 궤도는 다음과 같다.

$$y_d(k+r) = (1-\alpha)y_{sp} + \alpha\hat{y}(k+r-1) \quad (29)$$

방정식(30)의 성능 지수를 최소화하는 측면에서 출력 예측 값이 참조궤적과 일치하도록 비선형 MAC를 유도할 수 있다.

$$\min_{u(k)} [y_d(k+r) - \hat{y}(k+r)]^2 \quad (30)$$

식 (28)과 (29)를 고려하면

$$\min_{u(k)} \{ (1-\alpha)e(k) - h^{r-1}\{\bar{\Phi}[\bar{x}_m(k), u(k)]\} + \alpha h^{r-1}[\bar{x}_m(k)] + (1-\alpha)h[\bar{x}_m(k)] \}^2 \quad (31)$$

여기서 $e(k) = y_{sp}(k) - y(k)$ 이다.

입력에 제약이 없다면 이 최소화 문제는 간단히 해석된다. 최소화한 u(k)는 비선형 방정식의 대수적 해법이다.

$$h^{r-1}\{\bar{\Phi}[\bar{x}_m(k), u(k)]\} = b(\bar{x}_m(k), e(k)) \quad (32)$$

여기서 $b(\bar{x}, e) = \alpha h^{r-1}[\bar{x}] + (1-\alpha)(h[\bar{x}] + e)$ 이다. 식 (20)에서 사용된 Ψ_0 의 정의를 참고하면, 해를 다음과 같이 표현할 수 있다.

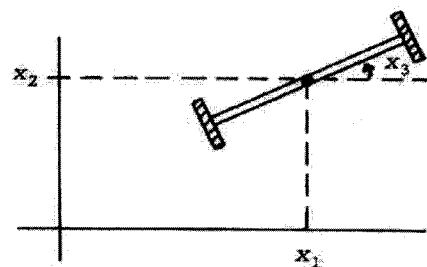
$$y(k) = \Psi_0\{\bar{x}_m(k), b(\bar{x}_m(k), e(k))\} \quad (33)$$

그러므로 유도된 제어 법칙은 식 (33)과 같다. 여기에서 $\bar{x}_m(k)$ 은 시뮬레이션에 의해 얻어진다.

$$\bar{x}_m(k+1) = \bar{\Phi}[\bar{x}_m(k), u(k)] \quad (34)$$

IV. 컴퓨터 시뮬레이션

이 절에서는, 제안된 MAC 컨트롤러의 성능을 평가하기 위하여 단순 자동차 시스템을 고려하였으며, 이 시스템은 다중-입력 시간 지연과 시간-이산 비선형 시스템의 특성을 가지고 있다. 단순화한 자동차 시스템의 앞 차축은 그림 1과 같다.



The front axis of a car.

그림 1. 자동차의 앞 차축
Fig. 1. The front axis of automobile.

앞바퀴에 연결된 축의 중심 위치는 $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ 이며, 차축의 회전량은 각도 x_3 로 표현한다. 상태 x_1, x_2 는 입력 u_1 에 의해 직접적으로 제어되고, 회전과 관련된 상태 x_3 는 u_2 에 의해 직접 제어된다. 그러므로 비선형 차분 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin x_3 \\ \cos x_3 \\ 0 \end{bmatrix} u_1(t-D_1) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2(t-D_2) \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

MAC 컨트롤러를 위한 온라인 모델은 테일러의 이산 방법의 절단정확도 $N=2$ 의 조건으로 구했다. 초기 값은 $x_1(0) = 0, x_2(0) = 0, x_3(0) = 30^\circ$ 로 가정한다. 위에서 언급한 시스템의 제어를 위해 본 논문에서 제안한 MAC 제어기를 사용하였다. 원하는 출력은 $y_{1sp} = 2.5, y_{2sp} = 2.0$ 로 가정하였으며, 샘플링 구간은 $T=0.01\text{sec}$ 이다; 그리고 입력에 존재하는 시간 지연은 $D_1 = 0.003, D_2 = 0.006, \alpha = 0$ 으로 가정하였다.

이것은 출력이 가능한 빠른 시간 내에 목표점에 도달하도록 설계되었음을 의미한다. 이 경우는 제어기가 강인하지 않으며 외란에 의해 크게 영향을 받을 수 있다. 그림 2는 MAC 제어 시스템의 응답을 보여준다.

다음으로 $\alpha = 0.2$ 에 대하여 시뮬레이션을 실시하였다. 이 경우는 $\alpha = 0$ 에 비해 출력이 천천히 수렴하였으나, $\alpha = 0$ 경우에 비해 강인하다. 그림 3은 이 경우의 MAC 제어시스템의 응답을 보여준다.

다음으로 $\alpha = 0.4$ 를 이용하여 시뮬레이션을 실시하

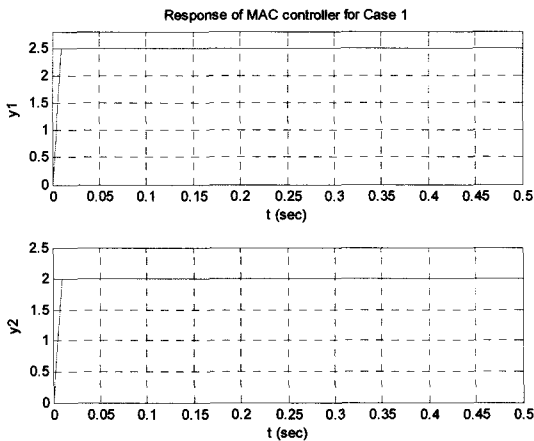


그림 2. 경우 1($\alpha = 0$)의 MAC 컨트롤러의 응답
Fig. 2. Response of MAC controller for Case 1($\alpha = 0$).

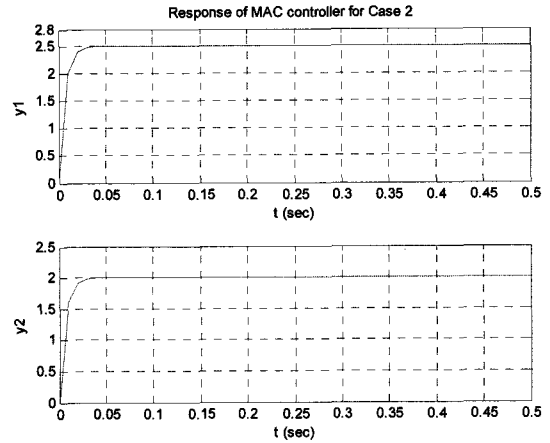


그림 3. 경우 2($\alpha = 0.2$)의 MAC 컨트롤러의 응답
Fig. 3. Response of MAC controller for Case 2 ($\alpha = 0.2$).

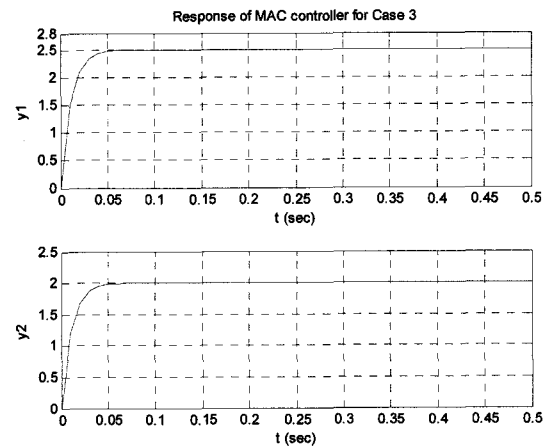


그림 4. 경우 3($\alpha = 0.4$)의 MAC 컨트롤러의 응답
Fig. 4. Response of MAC controller for Case 3 ($\alpha = 0.4$).

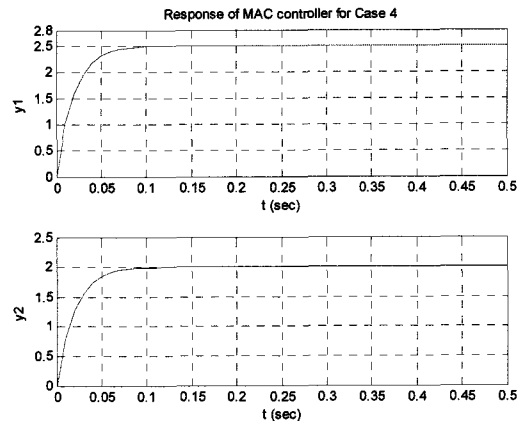


그림 5. 경우 4($\alpha = 0.6$)의 MAC 컨트롤러의 응답
Fig. 5. Response of MAC controller for Case 4 ($\alpha = 0.6$).

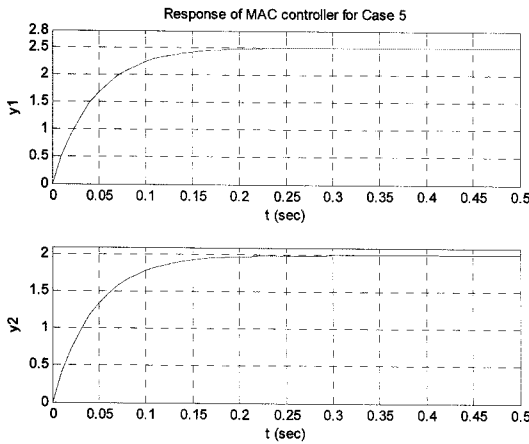


그림 6. 경우 5($\alpha = 0.8$)의 MAC 컨트롤러의 응답
 Fig. 6. Response of MAC controller for Case 5 ($\alpha = 0.8$).

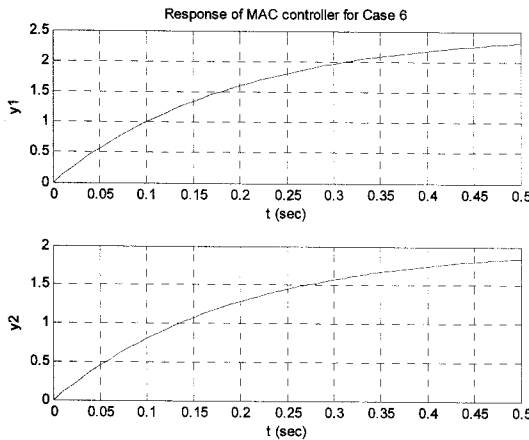


그림 7. 경우 6($\alpha = 0.95$)의 MAC 컨트롤러의 응답
 Fig. 7. Response of MAC controller for Case 6 ($\alpha = 0.95$).

였다. 그림 4는 이 경우에 대한 응답을 보여준다.

또한 $\alpha = 0.6$ 을 이용하여 시뮬레이션을 실시하였으며, 응답결과를 그림 5에 도식하였다.

$\alpha = 0.8$ 에 대한 시뮬레이션을 실시하였으며, 그림 6은 이 경우의 MAC 컨트롤러의 반응을 보여준다.

$\alpha = 0.95$ 를 선택하여 시뮬레이션을 실시하였으며, 그림 7은 이 경우의 MAC 컨트롤러의 반응을 보여준다.

위에서 실시한 시뮬레이션의 결과를 통하여 α 를 증가시킬 경우 고정점에 도달하는 시간이 증가됨을 알 수 있다. 따라서 α 는 출력이 고정 값에 시간 내에 도달하고 제어기가 견실하게 작동할 수 있도록 적절한 값으로 선정해야 한다.

V. 결 론

본 논문을 통하여 다중-입력에 시간 지연이 존재하는 비선형 시스템을 제어할 수 있는 새로운 제어기를 제안하였다. 먼저 테일러 시리즈를 이용하여 시간-지연 다중-입력을 가지는 연속-시간 시스템을 이산화 하여 차분 방정식 모델을 구했다. 그리고 이산 시스템에 대하여 보조 변수를 사용하여 일반적인 비선형 시스템으로 변환하였다. MAC 제어기 설계방법을 이용하여 변환된 시스템에 대한 디지털 제어기를 설계하였다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 방법의 성능을 확인하였다. 시뮬레이션의 결과 이산화 모델의 유용성을 확인하였으며, 제안한 제어기의 성능이 우수함을 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] K Gu. and S. I. Niculescu, "Additional dynamics in transformed time-delay systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 45, pp. 572-575, 2000.
- [2] K Gu. and S. I. Niculescu, "Further remarks on additional dynamics in various model transformations of linear delay systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 46, pp. 497-500, 2001.
- [3] P.G. Park, "A delay-dependent stability criterion for systems with uncertain time-invariant delays," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 44, pp. 876-877, 1999.
- [4] X. Li, and C.E. de Souza, "Delay-dependent robust stability and stabilization of uncertain linear delay systems: a linear matrix inequality approach," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 42, pp. 1144-1148, 1997.
- [5] D. Popescu, and Vl. Rasvan, "Robustness properties of a control procedure for systems with input delay," *IEEE MELECON 2004*, Dubrovnik, Croatia, May 12-15, 2004.
- [6] N. S. Nise, *Control Systems Engineering 2/e*, Benjamin Cummings, San Francisco, CA, pp. 594-598, 1995.
- [7] T. E. Marlin, *Process Control Design: Processes and Control System for Dynamic Performance*, 3/e, McGraw-Hill, New York, NY, pp. 621-624, 1995.
- [8] Suk Won Lee, "Performance improvement of

time-delay system controller”, Journal of Engineering Research Institute, Vol. 16, No.1, pp. 155-168, 1997.

- [9] H. R. Huh, J. H. Park, and J. M. Lee, “Compensation of time-delay using predictive controller,” Journal of IEEK, Vol.36, Issue2, 1999.

저 자 소 개

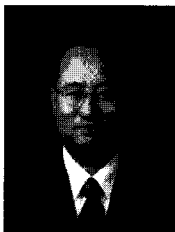


장 원 량(정회원)
 2001년 Tsinghua University
 기계공학부 학사졸업.
 2006년 전북대학교 전자정보
 공학부 석사졸업.
 2008년 현재 전북대학교 전자정보
 박사과정

<주관심분야 : Robotics, Control theory,>



김 홍 철(학생회원)
 2005년 전북대학교 정밀기계
 공학과 학사졸업.
 2008년 현재 전북대학교 전자정보
 공학부 석사과정
 <주관심분야 : RFID, Robotics,
 Localization>



정 길 도(정회원)-교신저자
 1984년 Oregon State University
 기계공학 학사졸업.
 1986년 Georgia Institute of
 Technology 기계공학
 석사 졸업.
 1992년 Texas A&M University
 기계공학 박사 졸업.

2008년 현재 전북대학교 전자정보 교수
 <주관심분야 : Time-Delay, Robotics, 인공지능,
 Web 기술>