

논문 2009-46SP-2-9

# LDA를 이용한 얼굴인식에서의 Small Sample Size 문제 해결을 위한 Resampling 방법

( A Resampling Method for Small Sample Size Problems in Face  
Recognition using LDA )

오재현\*, 곽노준\*\*

( Jae-Hyun Oh and Nojun Kwak )

## 요약

본 논문에서는 LDA를 이용한 얼굴 인식에서 발생하는 small sample size 문제를 해결하기 위한 효율적인 방법인 resampling 방법을 제안한다. 기존에는 regularization method를 사용하여 small sample size 문제를 해결하였는데, 이 방법을 사용하면 클래스내 분산행렬의 특이성을 없앨 수 있지만, 클래스내 분산행렬과 상수를 곱하는 과정에서 상수 값을 임의로 정해 주어야 하고, 이 상수 값에 따라 인식률이 개선되지 않을 수 있다는 문제점이 발생한다. 제안된 resampling 방법을 이용하여 학습 데이터의 수를 늘리면, regularization method보다 개선된 인식률을 얻을 수 있고, 또한 경험적으로 상수 값을 지정해주는 과정을 거치지 않아도 되는 장점이 있다.

## Abstract

In many face recognition problems, the number of available images is limited compared to the dimension of the input space which is usually equal to the number of pixels. This problem is called as the 'small sample size' problem and regularization methods are typically used to solve this problem in feature extraction methods such as LDA. By using regularization methods, the modified within class matrix becomes nonsingular and LDA can be performed in its original form. However, in the process of adding a scaled version of the identity matrix to the original within scatter matrix, the scale factor should be set heuristically and the performance of the recognition system depends on highly the value of the scalar factor. By using the proposed resampling method, we can generate a set of images similar to but slightly different from the original image. With the increased number of images, the small sample size problem is alleviated and the classification performance increases. Unlike regularization method, the resampling method does not suffer from the heuristic setting of the parameter producing better performance.

**Keywords :** LDA, small sample size problem, regularization method, resampling

## I. 서론

얼굴인식 분야에서 패턴은 입력 변수의 집합으로 표현될 수 있으며, 클래스의 분류를 잘하기 위해 입력 변수에서 새로운 특징을 만들어 내는 특징 추출이 중요하

다. 이 때, 클래스를 분류해 낼 수 있는 정보를 유지한 채 입력 변수의 차원을 줄이는 것이 필요하다. 입력 차원을 줄이면, 특징 벡터를 간결하게 다루는 효과를 얻으며, 입력 차원이 커질 때 발생하는 차원의 저주 (the curse of dimensionality) 같은 문제를 해결하는 효과를 얻을 수 있다. 얼굴 인식 분야에서 많이 사용되는 차원 감소 (dimensionality reduction) 방법에는 LDA (Linear Discriminant Analysis), PCA (Principal Component Analysis), 그리고 ICA (Independent Component Analysis) 등의 방법이 있다. LDA는 각 클래스 간 떨

\* 학생회원, \*\* 정회원, 아주대학교 전자공학과  
(Division of Electrical and Computer Engineering,  
Ajou University)

※ 이 연구는 2008학년도 아주대학교 교내연구비 지원  
(20083770)에 의하여 이루어졌음.

접수일자: 2008년6월30일, 수정완료일: 2009년3월3일

어진 정도 (class separability)를 최대화하는 것이 목적<sup>[1]</sup>이며, PCA는 재구성 오차 (reconstruction error)를 최소화 하는 방법을 사용한다. 또한 SVM 방법에서는 결정경계면을 데이터 점과 만날 때까지 확장한 폭을 선형 분류기의 마진이라 정의한다. 마진이 최대화되는 마진의 중심을 이등분하는 평면을 최적 분류 초평면이라 하며, 이러한 평면을 떠받치고 있는 데이터를 support vector라 정의한다. 즉, SVM에서는 결정경계면까지의 거리가 최대가 되도록 결정경계면을 정한다<sup>[2]</sup>.

본 논문에서는 LDA를 이용한 얼굴인식에서 발생하는 small sample size 문제의 효율적 해결을 위한 방법을 제시하고자 한다. LDA는 특징 벡터의 차원을 감소시키는 기법 중의 하나로서, 클래스간 분산과 클래스내 분산의 비율을 최대화 하는 방법을 이용하여 데이터에 대한 특징 벡터의 차원을 축소한다. 얼굴 인식 분야에서 가장 많이 사용되는 방법 중 하나인 LDA는 클래스내 분산의 특이점에 의해 발생하는 small sample size 문제가 발생하게 될 때 인식률이 저하되는 문제점을 안고 있다<sup>[3]</sup>. 예를 들어, 만약 입력샘플의 차원이 입력샘플의 수보다 크게 되면, 클래스내 분산 행렬은 특이성을 가진 행렬 (singular matrix)이 되어 LDA를 직접 적용할 수 없게 된다.

이러한 문제의 해결을 위해 얼굴 인식 분야에서 기존에 이루어진 연구 방법에서는 regularization method를 통해 차원을 감소시키지 않은 상태로 클래스내 분산 행렬의 특이점을 없애는 방법을 사용한다<sup>[4]</sup>. 이는 클래스내 분산의 고유 값에 비해 매우 작은 스칼라  $\alpha$ 와 단위 행렬을 곱한 값을 클래스내 분산에 더해주는 방법이다. 이 방법을 이용하면 클래스내 분산행렬의 특이성이 없어져, small sample size 문제를 해결해 줄 수 있게 된다. 하지만  $\alpha$ 값을 직접 경험적으로 지정해 주어야 하며,  $\alpha$ 값에 따른 인식률도 역시 변화하게 되어 안정적인 인식률을 낼 수 없다는 문제점이 발생하게 된다.

본 논문에서는 영상에서 서로 다른 샘플링을 반복적으로 수행하는 resampling 방식을 이용하여 small sample size 문제의 해결방안을 제안하며 기존의 방법에 비해 얻을 수 있는 장점을 제시하고자 한다. 일반적으로 얼굴인식에서 학습을 시키기 위한 샘플의 수는 제한이 있고, 이러한 제한된 수의 샘플을 가지고 small sample size 문제를 해결하고 인식률을 높이기 위해 하나의 얼굴 영상에 대해 resampling 을 수행하여 여러 장의 얼굴 영상을 추출해 냄으로써 학습을 시킬 수 있

는 데이터의 양을 늘린다. 또한 인접한 수 개의 픽셀들을 무작위로 추출하는 resampling 방법을 이용하여 또한 학습 데이터의 수를 더 늘릴 수 있게 된다.

이 논문에서 얻은 주요한 결과는 다음과 같다. LDA를 이용하여 얼굴 인식을 수행할 때 발생하는 small sample size 문제를 해결하기 위해서 기존의 regularization method를 사용하게 되면 클래스내 분산의 특이성을 없앨 수 있게 되지만, 클래스내 분산 행렬과  $\alpha$ 와 단위행렬을 곱하여 더하는 과정에서  $\alpha$ 의 값을 임의적으로 정해주어야 되고 이 값에 따라 인식률이 개선되지 않을 수 있다는 단점이 있다. Resampling 개념을 이용하여 학습 데이터의 수를 늘리면 regularization method보다 향상된 인식률을 얻을 수 있으며,  $\alpha$  값을 임의로 정해주는 과정을 거치지 않아도 되는 개선된 결과를 얻을 수 있게 된다.

이 논문의 각 장의 내용은 다음과 같다. 제II장에서는 얼굴 인식에 대한 방법 중에서 LDA를 이용한 얼굴 인식과 small sample size 문제에 대하여 살펴본다. 제III장에서는 resampling 방법과 인식률 향상의 이론적 검토에 대해 살펴본다. 제IV장에서는 regularization method와 resampling 개념을 이용한 시험결과를 분석한다. 그리고 제V장에서는 결론을 제시한다.

## II. 얼굴 인식과 Small Sample Size 문제

이 장에서는 얼굴 인식에서 일반적으로 사용되는 방법인 LDA에 대해 설명하고, small sample size 문제에 대해 정의하고 문제의 원인에 대해 설명한다.

### 1. LDA를 이용한 얼굴 인식

LDA는 클래스간의 분산 행렬 (between-class scatter matrix)과 클래스내 분산 행렬 (within-class scatter matrix) 간의 비율을 최대화하는 방법을 통해 데이터에 대한 특징벡터의 차원을 줄이는 방법이다. 즉 클래스 분리를 최대화 하는 벡터의 방향을 찾아 그 방향으로 사영을 시켜 차원을 감소시키게 된다. 같은 클래스내의 데이터들은 서로 가깝게 모여 있고, 동시에 다른 클래스의 평균간의 거리는 최대화하는 방향을 찾게 된다<sup>[1]</sup>.

LDA에서는 최적화된 사영을 찾기 위해 클래스내 분산 행렬인  $S_w$ 와 클래스간 분산 행렬  $S_B$ 의 개념을 도입한다. 열벡터  $x$ 들로 이루어진 표본 집합에 대하여  $S_w$

와  $S_B$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$S_i = \sum_{x \in w_i} (x - \mu_i)(x - \mu_i)^T, \mu_i = \frac{1}{N_i} \sum_{x \in w_i} x \quad (1)$$

$$S_w = \sum_{i=1}^C S_i \quad (2)$$

$$S_B = \sum_{i=1}^C N_i (\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T$$

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{x \in w} x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C N_i \mu_i \quad (3)$$

여기에서  $w_i$ 는 클래스를 나타낸다. 또한  $C$ 는 클래스의 수,  $N_i$ 은 각 클래스에 속하는 샘플의 수,  $N$ 은 모든 표본 집합의 개수를 나타낸다.

LDA의 목적을 달성하기 위해 목적 함수  $J(w)$ 을 클래스간 중심이 멀리 떨어져 있게 하기 위해 데이터의 중심간 거리를 클래스의 평균의 차이를 최대화하고, 동일 클래스의 표본들은 인접하게 분포할 수 있도록 LDA의 개념을 고려하여 (4)와 같이 정의한다.

$$J(W) = \frac{W^T S_B W}{W^T S_w W} \quad (4)$$

$J(W)$ 을 최대로 하는 값을 찾아 고유벡터를 구하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다. 이 식을 Fisher's Linear Discriminant 라 한다. 이 식을 최대화하는 최적화된 변환행렬  $W$ 을 찾아냄으로써 LDA를 수행한다.

## 2. Small Sample Size 문제와

### regularization method

패턴인식 분야에서 발생하는 문제들 중 하나인 small sample size 문제는 클래스내 분산 행렬의 특이점 (singularity)에 의해 발생하게 된다. 즉, 만약 입력샘플의 차원이 입력샘플의 수보다 크면,  $S_w$ 는 singular matrix가 되어 LDA를 직접 적용할 수 없다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 기존의 연구에서는 regularization method를 주로 사용한다<sup>[4]</sup>. 이 방법은 특이점 문제를 해결하기 위해 클래스내 분산 행렬을 아래의 방법을 통해 값을 조절한다.

$$S_w \leftarrow S_w + \alpha I \quad (5)$$

즉 식 (5)에서 볼 수 있듯이  $S_w$ 의 고유값에 비해 매우 작은  $\alpha$ 와 단위행렬을 곱한 값을  $S_w$ 에 더해주는 방법으로 이를 통해 인식률을 높이는 효과를 얻을 수 있다. 하지만, 이 때  $\alpha$ 값을 경험적으로 정해주어야 하는 문제점이 생기게 된다.  $\alpha$ 값을 증가시키면 행렬 내의 모든 방향의 고유값을 증가시키는 결과를 낳게 되고,  $\alpha$ 값을 감소시키면 클래스내 분산 행렬이 변화 정도가 미미하게 되어  $\alpha$ 값이 0이 되면 원래의 클래스내 분산 행렬과 같은 값을 가지게 된다. Regularization method는 다음에서 설명하는 바와 같이 클래스내 분산 행렬을 구하는 과정에서 무작위로 발생한 노이즈를 더해주는 과정을 통해 클래스내 분산 행렬의 특이성을 없애주는 방법이라고 해석 할 수 있다.

$$S_w = XX^T = [x_1, \dots, x_n] [x_1, \dots, x_n]^T$$

$$= \sum_{i=1}^n X_i X_i^T \quad (6)$$

$$S_{wk} = [x_1 + k_1, \dots, x_n + k_n] \begin{bmatrix} (x_1 + k_1)^T \\ \vdots \\ (x_n + k_n)^T \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{i=1}^n (x_i + k_i)(x_i^T + k_i^T)$$

$$= \sum_{i=1}^n x_i x_i^T + k_i x_i^T + x_i k_i^T + k_i k_i^T \quad (7)$$

$$S_w'$$

$$= E[S_{wk}] = \sum_{i=1}^n X_i X_i^T + \sum_{i=1}^n k_i k_i^T = S_w + nc I \quad (8)$$

식 (6)을 통해 regularization method의 방법을 검토해 보면, 총  $n$ 명의 사람의 영상이 있고 각 영상이  $p$ 개의 픽셀로 구성되어 있을 때  $X$ 행렬은  $p \times n$  행렬로 구성되어 있고,  $x_1 \dots x_n$ 은 각각  $p \times 1$  벡터이고  $S_w$ 는  $p \times p$  행렬이 된다. 식 (7)의  $S_{wk}$ 는  $x_1 \dots x_n$  각각의 얼굴 영상에 독립한 랜덤 노이즈 성분인  $k_1 \dots k_n$ 을 더해 주어 나온 결과이다. 식 (7)에서 볼 수 있듯이  $k_1 \dots k_n$ 의 노이즈 성분을 평균이 0인 랜덤 변수 (zero mean random variable)로 보면  $k_i x_i^T$ ,  $x_i k_i^T$  각각의 기대 값 (expectation value)은 0이 되어 식 (8)에서  $c$ 는  $k_i$ 의 분산 값을 나타낸다. 식 (8)에서  $nc$  값을

$\alpha$ 로 놓은 것이 바로 식 (5)의 regularization method의 개념을 나타낸 식이다.

### III. Resampling 방법과 인식을 향상의 이론적 검토

#### 1. 인접한 픽셀 간의 Resampling 방법

본 논문에서는 영상에서 resampling 하는 방식을 통해 small sample size 문제를 해결하는 방법을 제안한다. 얼굴인식에서 학습을 시키기 위한 샘플의 수는 제한이 있고, 이러한 제한된 수의 샘플을 가지고 small sample size 문제를 해결하고 인식률을 높이기 위해 하나의 얼굴 영상에 대해 resampling을 수행하여 여러 장의 얼굴 영상을 추출해냄으로써 학습을 시킬 수 있는 데이터의 양을 늘린다.

그림 1은 하나의 얼굴 영상을 4장의 영상으로 resampling을 수행하는 과정을 보여 준다. 인접한 4개의 픽셀을 각각 하나의 resampling된 영상을 만드는 데에 사용하여 얼굴 영상 하나의 크기는 줄어들지만 학습

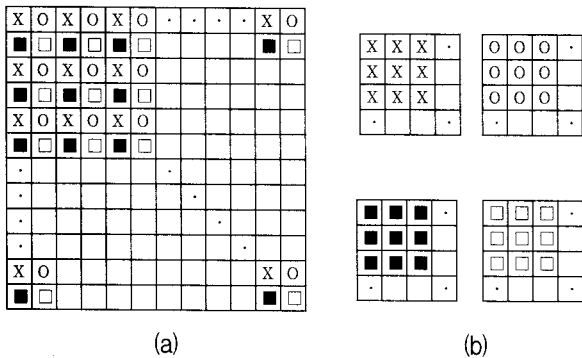


그림 1. 원 영상(a)과 인접한 4픽셀에 대해 resampling을 수행한 영상(b)

Fig. 1. Original image(a) and images resampled from four adjacent pixels(b).

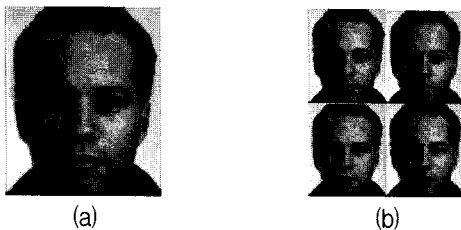


그림 2. 얼굴 영상의 원 영상(a)과 4개의 픽셀에 대해 resampling한 결과(b)

Fig. 2. Original image (a) of face image and result that do resampling about 4 pixels (b).

데이터의 수를 4배로 늘리게 된다. 이와 동일한 방식으로 인접한 9개의 픽셀에 대해 resampling 방식을 수행하여 학습 데이터의 수를 9배로, 인접한 16개의 픽셀에 대해 학습 데이터의 수를 16배로 늘리는 방식을 수행할 수도 있다.

그림 2는 이러한 방식으로 수행된 얼굴 영상의 원 영상과 resampling된 결과를 나타낸 것이며, FERET 데이터의 경우 resampling 방법을 수행한 결과 120×100으로 구성된 하나의 얼굴 영상으로부터 60×50 얼굴 영상 4개가 나오게 된다.

#### 2. 인접한 픽셀들 중 무작위로 Resampling하는 방법

또 다른 방법으로 인접한 픽셀들 가운데 무작위로 resampling을 수행하여 학습데이터의 수를 늘리는 방법을 사용한다. 규칙적인 위치의 픽셀들에서 resampling

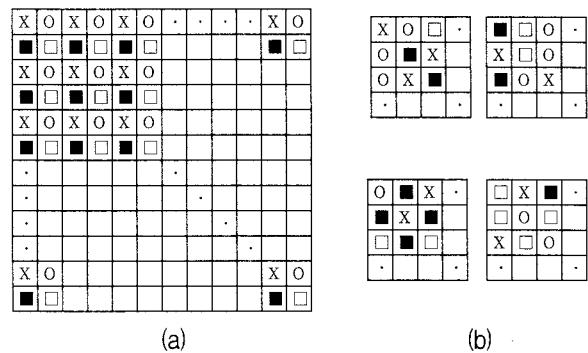


그림 3. 원 영상(a)과 인접한 4픽셀에 대해 무작위로 resampling을 수행한 영상(b)

Fig. 3. Original image (a) and images resampled randomly from four adjacent pixels(b).

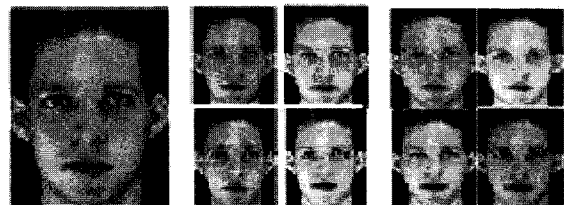


그림 4. 원 영상(a)과 인접한 4픽셀에 대해 규칙적으로 resampling한 얼굴 영상(b)과 무작위로 resampling을 수행한 얼굴 영상(c)

Fig. 4. Original image (a) and face image that do resampling regularly about 4 pixels that adjoin(b) and face image that display concept that achieve resampling randomly about 4 pixels that adjoin (c).

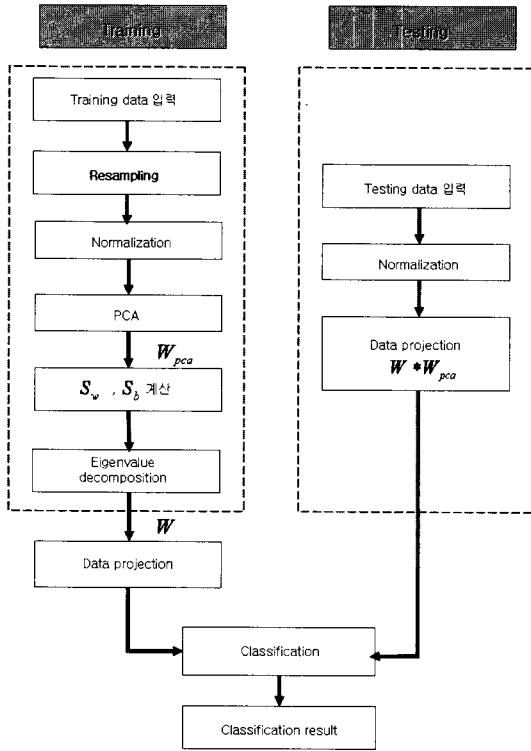


그림 5. Resampling을 수행한 후 LDA를 이용한 얼굴인식의 흐름도  
 Fig. 5. Flow chart of face recognition using LDA after resampling.

을 수행하는 것이 아니라 인접한 4개의 픽셀들 중 무작위로 하나의 픽셀을 추출하여 새로운 영상을 만드는 과정을 통해 학습 데이터의 수를 늘린다. 그림 3은 원 영상과 인접한 4픽셀에 대해 무작위로 resampling을 수행한 영상이다. 그림 4는 인접한 4픽셀에 대해 규칙적으로 resampling한 얼굴 영상과 무작위로 resampling을 수행한 얼굴 영상의 결과를 나타낸다.

Resampling을 수행한 후 LDA를 이용한 얼굴인식은 전처리 과정을 포함한 그림 5의 다음과 같은 과정을 통해 이루어진다.

가. 학습 데이터의 입력

얼굴 인식에서 사용되는 FERET 데이터<sup>[11]</sup>와 AT&T 데이터<sup>[12]</sup>는 하나의 행이 한 사람의 얼굴 영상의 정보를 포함하고 있다. FERET 데이터는 학습 데이터 (Training data), 갤러리 데이터 (Gallery data), 프로브 데이터 (Probe data)로 구성된다. 학습 데이터는 총 200명의 사람이 각 2장씩 총 400장의 얼굴 영상으로 구성되어 있고, 각각의 영상의 크기는 120×100으로 구성되어 있다. AT&T 데이터의 경우는 112x92 크기의 얼굴

영상에 대해 학습 데이터로 40명 각 사람당 5장의 영상을 사용한다.

나. Resampling

인접한 픽셀을 각각 하나의 resampling된 영상을 만드는 데에 사용하여 얼굴 영상 하나의 크기는 줄어들지만 학습 데이터의 수를 늘리게 된다. 인접한 4개의 픽셀을 하나의 resampling된 영상을 만드는 데에 사용하여 얼굴 영상 하나의 크기는 줄어들지만 학습 데이터의 수를 4배로 늘리게 된다. 이와 동일한 방식으로 인접한 9개의 픽셀에 대해 resampling 방식을 수행하여 학습 데이터의 수를 9배로, 인접한 16개의 픽셀에 대해 학습 데이터의 수를 16배로 늘리는 방식을 수행할 수도 있다.

다. 정규화

정규화는 얼굴 인식에서 외부 환경 요인에 의해 인식을 저하시키는 바이어스를 제거시키는 과정으로, 무의미하고 중복되는 정보에 의한 인식을 저하에 미치는 영향을 줄이는 과정이다<sup>[10]</sup>. LDA의 경우 정규화를 해주으로써 평균을 0으로 만들어 정확한 고유 벡터의 방향을 찾을 수 있다. 각 행이 하나의 사람에 대한 정보를 담고 있는 데이터 행렬  $Tr$ 에 대해서 각 행을  $i$ 로 표현하고 열을  $j$ 로 표현하면 아래와 같은 방법으로 정규화를 수행한다. 식 (9)에서 mean은 평균, std는 표준편차를 의미한다.

$$Tr(i, j) = \frac{Tr(i, j) - mean(j)}{std(j)} \tag{9}$$

라. PCA

LDA를 통한 얼굴 인식을 수행할 때 LDA를 바로 적용하면, 학습 집합에 없는 데이터 표본, 학습 집합과 다른 배경을 가진 데이터 표본이 주어졌을 때 LDA의 성능이 떨어진다. 또한 고차원의 영상 벡터가 입력으로 들어오게 되면 방대한 계산으로 인해 어려움을 초래한다. 따라서 PCA를 통해 차원을 감소시키고 LDA변환을 이용하여 얼굴인식을 수행한다<sup>[9]</sup>.

마.  $S_w$ 와  $S_b$ 을 계산

PCA를 수행하여 차원을 감소시킨 결과를 이용하여  $S_w$ 와  $S_b$ 을 계산한다. 열벡터  $x$ 로 이루어진 얼굴의 표

본 집합에 대해 다음과 같이 계산한다.

바. 고유값 분해 (Eigenvalue decomposition)

$S_w$ 의 고유값과 고유벡터를 구하고, 고유값이 큰 순서대로 나열하여 각각 그에 해당하는 고유벡터를 각 열에 해당하도록 행렬을 만든다. 즉 첫 번째 행에는 고유값이 가장 큰 값에 해당하는 고유벡터가 들어가고, 두 번째 행에는 고유값이 그 다음으로 큰 값에 해당하는 고유벡터가 들어간다. 이를  $Mat_{sorted}$ 로 놓는다.

고유값을 순서가 큰 순서대로 나열하여 대각 성분의 값에 고유 값의 루트 값의 역수를 대입하여 행렬을 만든다. 즉 대각 성분은 고유 값이 큰 순서대로 고유 값의 루트의 역수를 대입한 값이고, 나머지 성분은 0이 되는 행렬을 만들게 된다. 즉 역행렬을 만드는 과정을 거치는 것이고, 이 행렬을  $Mat_{invroot-eig}$ 로 놓는다.

$$W_1 = Mat_{sorted} * Mat_{invroot-eig} \tag{10}$$

$$S_{w1} = W_1' * S_w * W_1 \tag{11}$$

$$S_{b1} = W_1' * S_b * W_1 \tag{12}$$

$S_{b1}$ 에 대해서도 고유값 분해를 수행하여  $W_2$ 을 구한다.

$$W_{lda} = W_1 * W_2 \tag{13}$$

사. 사영 (Data projection)

최적화된 변환행렬인  $W_{lda}$ 와 PCA를 이용하여 차원을 감소시킨 결과와 곱을 하여 사영을 하고, 클래스 분리를 최대화 하는 벡터의 방향을 찾아 그 방향으로 사영을 시켜 차원을 감소시킨다. 같은 클래스 내의 데이터들은 서로 가깝게 모여 있고, 동시에 다른 클래스의 평균간의 거리는 최대화하는 방향을 찾게 된다.

아. 테스트 데이터의 입력과 정규화

입력된 테스트 데이터에 대하여 정규화를 수행한다. 여기서 mean은 평균, std는 표준편차를 나타낸다.

$$Test(i,j) = \frac{Test(i,j) - mean(j)}{std(j)} \tag{14}$$

자. 사영 (Data projection)

Training과정에서 구한 weight 값을 이용하여 테스

트 데이터와 곱하여 사영을 수행한다.

차. 분류 (Classification)

K-nearest neighbor 알고리즘은 기계학습 알고리즘에서 가장 흔하게 사용되는 방법으로서 자신의 이웃하는 데이터들의 대다수에 해당하는 클래스 값으로 분류되는 방법을 말한다. K=1로 된다면 자신과 가장 가까이 위치하는 이웃의 클래스 값으로 자신의 클래스가 결정되게 된다. 실험 과정에서는  $l_2 - norm$ 을 이용하여 계산을 수행한다.

IV. Resampling 방법의 인식을 향상의 이론적 검토

주어진 얼굴 영상의 데이터가 n 장 존재하고 각 영상이 m 픽셀로 구성되어 있다고 했을 때, n 장의 얼굴 영상을 resampling 방법을 통해 수를 늘리게 되면 n은 증가하고, m이 줄어드는 결과를 낳게 된다. 이는 그림 9를 통해 확인 할 수 있다.

이러한 방식을 사용하게 되면 입력 샘플의 차원이 입력 샘플의 수보다 크게 되어 발생하는 small sample size문제가 해결될 수 있다. 학습데이터의 수가 적게 되면 데이터의 과대적합 (Overfitting) 현상이 나타나, 전체 모집단은 가지고 있지 않고 학습 데이터 집합만 가지고 있는 특징까지도 기계학습 알고리즘이 학습을 하여 인식이 저하되는 결과를 낳는다.

학습 데이터의 수를 resampling방법을 통해 늘려주게 되면, 원 영상과는 동일하지는 않지만 유사한 영상들이 만들어진다. 인접한 픽셀들로부터 값을 추출하여 다시 영상을 조합했기 때문이다. 이를 통해 클래스내

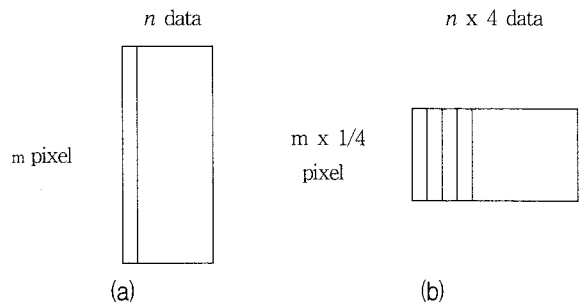


그림 6. Resampling을 통한 인식을 증가의 개념을 이해하기 위한 그림

Fig. 6. Recognition rate increasement through resampling.

분산 행렬의 특이성을 없애주는 효과를 얻을 수 있는 것이다.

Regularization method는 행렬의 대각성분만을 고려하여 특이성을 없애주게 되지만, resampling 방법은 행렬의 대각성분 뿐 아니라 그 외의 행렬 성분을 고려하여 특이성을 없애주는 방법인 것이다. Regularization method는 클래스내 분산 행렬을 구하는 과정에서 무작위로 발생한 노이즈를 더해주는 과정을 통해 클래스내 분산 행렬의 특이성을 없애주는 방법인 반면, resampling method는 얼굴 영상의 인접 픽셀의 연관성을 고려한 노이즈 성분을 더해주는 과정이라 볼 수 있다. 따라서 그림 6에서 볼 수 있듯이 데이터의 양을 늘리는 방식을 수행함으로써 LDA를 이용한 얼굴인식의 인식률을 향상시킬 수 있게 된다.

### III. 실험

#### 1. FERET 데이터에 대한 인식률

##### 가. Regularization method를 이용한 시험 결과

FERET 데이터는 학습 데이터, 갤러리 데이터, 프로브 데이터로 구성된다<sup>[11]</sup>. 학습 데이터는 총 200명의 사람이 각 2장씩 총 400장의 얼굴 영상으로 구성되어 있고, 갤러리 데이터는 792장의 얼굴영상으로 구성되어 있으며, 프로브 데이터 역시 792장의 얼굴 영상으로 구성되어 있다. 각각의 영상의 크기는 120×100으로 구성되어 있다. 표 1은 FERET 데이터에 regularization method를 적용한 후 다양한 개수의 특징을 LDA로 추출하여 인식률을 나타낸 것이다. 이 때 분류는 1-NN (one nearest neighbor)를 이용하였다.

표 1에서  $\alpha$  값을 조절해 줌으로써 인식률이 높아지는 것을 볼 수 있다.  $\alpha$  값을 0.1로 주고 특징을 100개 뽑았을 때 인식률이 95.83%로 regularization method를 사용하기 전에 비해 인식률이 향상되는 것을 볼 수 있다. 하지만  $\alpha$  값을 0.001로 정하면 인식률이  $\alpha$ 를 0.1로 정했을 경우보다는 낮아지는 것을 볼 수 있다. 또한  $\alpha$ 를 0.5로 했을 경우에는 특징을 100개로 사용했을 때  $\alpha = 0.1$ 일 때 보다 95.45%로 인식률이 떨어짐을 볼 수 있다. 그림 7은  $\alpha$  값을 변화시키면서 regularization method를 수행한 결과인 표 1을 그래프로 나타낸 것이다. 실험에서 보듯이 regularization method를 통해 small sample size 문제를 해결하기 위해서는  $\alpha$  값을 직접 경험적으로 지정해 주어야 한다. 이 때,  $\alpha$  값에 따른

표 1. FERET 데이터에 대한 regularization method를 수행한 인식률

Table 1. Recognition rate using regularization method for FERET data.

No. of featur res	LDA original	Reg $\alpha=0.7$	Reg $\alpha=0.5$	Reg $\alpha=0.3$	Reg $\alpha=0.1$	Reg $\alpha=0.01$	Reg $\alpha=0.001$	Reg $\alpha=0.0001$
5	49.49	68.81	69.32	69.19	66.79	53.91	49.24	49.62
10	79.29	89.39	90.28	90.91	89.77	84.09	80.43	79.55
15	86.87	93.31	93.56	93.69	92.8	88.38	87.12	86.74
20	89.52	94.07	94.07	94.19	93.81	90.66	89.9	89.52
25	91.41	94.07	94.7	94.95	94.32	92.17	91.54	91.41
50	93.18	94.7	95.08	95.45	95.33	93.69	93.31	93.18
75	93.81	94.82	95.08	95.71	95.45	94.7	93.81	93.81
100	94.07	95.71	95.45	95.83	95.83	94.7	94.07	94.07

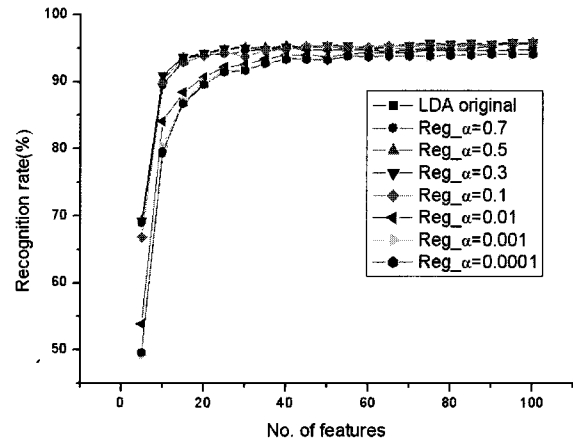


그림 7. FERET 데이터에 대한 regularization method를 수행한 인식률

Fig. 7. Recognition rate using regularization method for FERET data.

인식률도 역시 변화하게 되어 안정적인 인식률을 낼 수 없다는 문제점이 발생한다.

##### 나. Resampling 방법을 이용한 시험 결과

FERET 데이터에 대해 각각 근처의 4픽셀, 9픽셀, 16픽셀에서 resampling을 통해 각각 학습 데이터를 4배, 9배, 16배로 늘린 후 수행한 LDA의 인식률을 표 2를 통해 나타내었다. Resampling을 수행하기 전에 특징의 개수가 100개일 때를 기준으로 94.07%에서 Resampling을 수행한 후에는 96.72%, 96.59%, 96.34%까지 인식률이 상승하게 된다. 표 1과 표 2를 비교해 보았을 때 regularization method는  $\alpha$  값의 변화에 따라 인식률의 변화 정도가 resampling을 수행했을 때 얻는

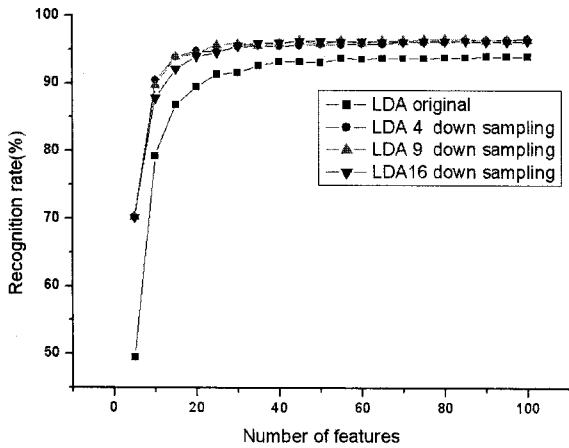


그림 8. FERET 데이터에 대한 인식률 그래프  
Fig. 8. Graph of recognition rate for FERET data.

표 2. FERET 데이터에 대한 resampling을 수행한 LDA의 인식률  
Table 2. Recognition rate using LDA from schematically resampled FERET data.

No. of feature	LDA original	LDA 4 d-s	LDA 9 d-s	LDA 16 d-s
5	49.49	70.33	70.33	70.2
10	79.29	90.53	89.77	87.88
15	86.87	93.94	93.94	92.17
20	89.52	94.82	94.44	94.07
25	91.41	94.7	95.71	94.57
50	93.18	95.83	95.96	96.34
75	93.81	96.21	96.59	96.34
100	94.07	96.72	96.59	96.34

표 3. FERET 데이터에 대해 얼굴영상의 인접한 픽셀 중 무작위로 resampling을 수행한 결과  
Table 3. Recognition rate using LDA from randomly resampled FERET data.

No. of feature	random original	random 4 d-s	random 9 d-s	random 16 d-s
5	53.28	67.93	70.08	71.34
10	82.58	90.03	90.03	87.63
15	89.65	92.17	93.31	91.79
20	92.3	93.43	94.7	93.18
25	94.44	94.44	95.58	94.7
50	95.33	94.57	96.21	95.33
75	95.58	94.95	96.34	95.45
100	95.58	95.08	96.46	95.83

결과에 의한 인식률의 변화보다 크다는 것이다. 특히 특징의 개수가 5개일 때 표 1에서는 49.24%부터 69.32% 까지 인식률이 변한다. 반면 표 2에서는 70.2%

에서 70.33% 까지 인식률이 변한다.

즉 몇 배로 resampling을 수행하는가에 크게 영향을 받지 않고 regularization method에 비해 더욱 향상되며 안정적인 인식률을 낼 수 있다.

표 3은 FERET 데이터에 대해 얼굴영상의 인접한 픽셀 중 무작위로 resampling을 수행한 결과를 나타낸 것이다. 이 방법 역시 regularization method에 비해 향상되고 안정적인 결과를 얻을 수 있다. 그림 8은 표 3의 결과를 그래프로 나타낸 것이다. Resampling방법의 인식률 향상 정도를 살펴보면, 특징이 5개 일 때는 1.01% 향상된 것을 볼 수 있고, 특징이 100개 일 때는 0.89% 향상한 것을 볼 수 있다.

## 2. AT&T 데이터에 대한 인식률

### 가. Regularization method를 이용한 시험 결과

AT&T 데이터에 대한 실험에서는 112x92 크기의 얼굴영상에 대해 학습 데이터로 40명 각 사람당 5장의 영상을 사용했고, 테스트 데이터로 40명 각 사람 당 5장의 영상을 사용하여 실험을 수행하였다<sup>[12]</sup>.

Regularization method를 사용하기 전에는 특징을 100개 뽑게 될 경우 74.5%정도의 인식률을 나타내게 되고,  $\alpha$ 값을 0.7로 놓았을 경우 86% 까지 인식률이 상승하는 것을 볼 수 있다. 그림 9는 표 4의 결과를 그래프로 나타낸 것이다. 하지만 regularization method를 통해 small sample size문제를 해결할 때에는  $\alpha$ 값을 경험적으로 지정해 주어야 한다는 문제점이 발생하게 된다.

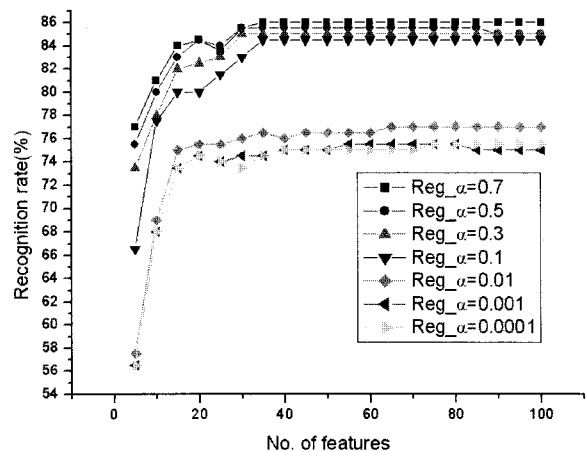


그림 9. AT&T 데이터에 대한 regularization method를 수행한 인식률  
Fig. 9. Recognition rate using regularization method about AT&T data.



표 4. AT&T 데이터에 대한 regularization method를 수행한 인식률

Table 4. Recognition rate using regularization method for AT&T data.

No. of feature	LDA original	Reg $\alpha=0.7$	Reg $\alpha=0.5$	Reg $\alpha=0.3$	Reg $\alpha=0.1$	Reg $\alpha=0.01$	Reg $\alpha=0.001$	Reg $\alpha=0.0001$
5	56.5	77	75.5	73.5	66.5	57.5	56.5	56.5
10	68	81	80	78	77.5	69	68	68
15	73.5	84	83	82	80	75	73.5	73.5
20	74.5	84.5	84.5	82.5	80	75.5	74.5	74.5
25	74	83.5	84	83	81.5	75.5	74	74
50	75	86	85.5	85	84.5	76.5	75	75
75	74.5	86	85.5	85	84.5	77	75.5	75.5
100	74.5	86	85	85	84.5	77	75	75.5

또한 위 실험에서  $\alpha$ 를 0.0001로 놓았을 경우 인식률이 75.5%로 나오는 것을 통해,  $\alpha$ 값에 의한 인식률의 결과가 크게 차이가 나게 되는 것을 볼 수 있다.

그림 9에서 볼 수 있듯이  $\alpha$ 값이 0.01보다 작게 되면 인식률이 77% 이상 올라가지 않는 문제점이 나타난다.

나. Resampling방법을 이용한 시험 결과

AT&T 데이터에 대해 resampling방법을 사용하여 학습 데이터의 수를 늘리게 되면 표 5에서 볼 수 있듯이 특징의 개수가 100개를 기준으로 74.5%이었던 인식률을 4배, 9배, 16배로 학습데이터를 늘렸을 때 각각 90%, 92.5%, 93.5%로 인식률이 상승되는 것을 볼 수 있다. 얼굴 영상의 인접한 픽셀들 중에 무작위로 추출하여 resampling을 수행한 경우에도 인식률이 89%, 93.5%, 95% 정도로 resampling을 하기 전보다 인식률이 높게 나타나는 것을 볼 수 있다. 또한 특징의 개수가

표 5. AT&T 데이터에 대한 LDA와 resampling을 수행한 인식률

Table 5. Recognition rate using LDA from schematically resampled AT&T data.

No. of feature	LDA original	LDA 4 d-s	LDA 9 d-s	LDA 16 d-s
5	56.5	79	77	83.5
10	68	85.5	85	89.5
15	73.5	85.5	88.5	90.5
20	74.5	87	91	91.5
25	74	90	93	93
50	75	90.5	93.5	94.5
75	74.5	90.5	93.5	94
100	74.5	90	92.5	93.5

표 6. AT&T 데이터에 대해 얼굴영상의 인접한 픽셀 중 무작위로 resampling을 수행한 결과

Table 6. Recognition rate using LDA from randomly resampled AT&T data.

No. of feature	random original	random 4 d_s	random 9 d_s	random 16 d_s
5	58.5	74.5	79.5	84
10	72	80.5	87	89
15	75	85.5	89.5	90.5
20	78.5	86	89.5	92
25	80	87.5	92	93
50	81.5	89.5	93.5	94.5
75	81.5	89.5	92.5	95
100	81.5	89	93.5	95

5개일 때  $\alpha$ 값의 변화에 따른 인식률을 표 4에서 살펴보면 56.5%부터 77%까지 변화하지만, 표 5에서는 79%에서 83.5%까지 변화하는 것을 볼 수 있다. 즉 더욱 향상되고 안정적인 인식률을 얻을 수 있는 것을 볼 수 있다. 무작위로 resampling한 결과인 표 6에서 볼 수 있듯이 근처의 수개의 픽셀로부터 resampling을 수행하여 학습데이터의 수를 늘린 후 LDA를 수행하게 되면 resampling을 4배, 9배, 16배 할 경우 각각 89%, 93.5%, 95%의 인식률이 나오는 것을 볼 수 있다. 얼굴 영상에서 인접한 수개의 픽셀 간에는 픽셀 값의 차이가 크게 나지 않고, 이러한 방식으로 resampling을 수행해도 얼굴 영상의 정보를 그대로 유지한 채로 학습 데이터의 수를 늘릴 수 있고, regularization method에 비해 향상되고 안정적인 인식률을 얻을 수 있다.

그림 10은 AT&T 데이터에 대해 resampling을 수행

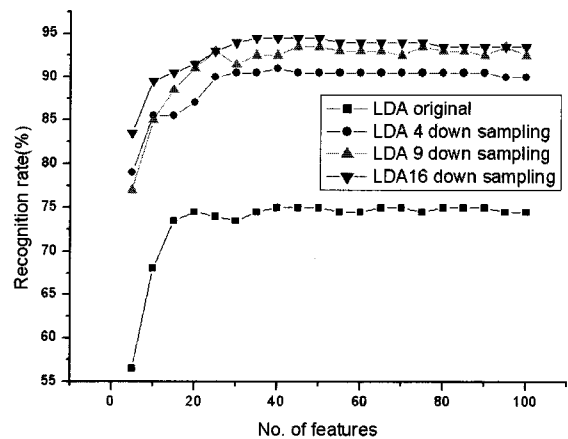


그림 10. AT&T 데이터에 대해 resampling을 수행한 LDA의 인식률 그래프

Fig. 10. Recognition rate for LDA that applying resampling about AT&T data.

한 LDA의 인식률 그래프를 나타낸 것이다. 특징의 개수를 5개 일 때는 인식률이 6.5% 향상된 것을 볼 수 있고, 100개일 때는 인식률이 7.5% 향상된 것을 볼 수 있다.

## V. 결 론

LDA를 이용하여 얼굴 인식을 수행할 때에 발생하는 small sample size문제를 해결하기 위해서 기존에는 regularization method를 사용하여 차원을 감소시키지 않은 상태로 클래스내 분산행렬의 특이점을 없애는 방법을 사용한다.  $S_w$ 와  $\alpha$ 와 단위행렬을 곱하여 더하는 과정에서  $\alpha$ 의 값을 임의적으로 정해야 되고 이 값에 따라 인식률이 개선되지 않을 수 있다는 단점이 있다.

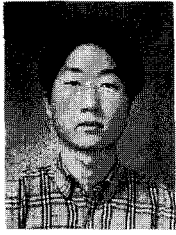
Resampling 방식에서는 근처의 몇 개의 픽셀을 기준으로 한 픽셀씩 뽑아내어 데이터를 늘리는 방식을 수행하여 데이터를 몇 배로 늘려줄 것인가를 정하는 과정에서 이를 변수라 생각할 수 있다. 이 방식을 통해 변수를 4, 9, 또는 16으로 변화를 시키며 LDA를 수행한 결과를 보면 regularization method를 수행했을 때에 비해서 향상된 인식률이 나온다.

본 논문에서는 Resampling 개념을 이용하여 학습 데이터의 수를 늘리게 되면 regularization method보다 나은 인식률을 얻을 수 있으며,  $\alpha$ 값을 임의로 정해주는 과정을 거치지 않아도 되는 개선된 결과를 얻을 수 있다는 것들을 실험적으로 입증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] J. Yang, Y. Yu, and W. Kunz, "An efficient LDA algorithm for face recognition," Proceedings of the Sixth International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Vol.33, No.10, 2000.
- [2] B. Heisele, P. Ho, and T. Poggio, "Face recognition with support vector machines: global versus component-based approach," In Proc. 8th International Conference on Computer Vision, Vol.2, pp.688-694, July, 2001.
- [3] L. F. Chen, H. Y. M. Liao, J. C. Lin, M. T. Ko, and G. J. Yu, "A New LDA-based Face Recognition System Which Can Solve the small sample size problem," Pattern Recognition, Vol.33, No.10, 2000.
- [4] Rui Huang, Qingshan Liu, Hanging Lu and Songde Ma, "Solving the small sample size problem of LDA," 16th International Conference on Pattern Recognition, Vol.3, pp. 29-32, 2002.
- [5] 한학용, 패턴인식개론, 한빛미디어, 2005.
- [6] M. Turk, A. Pentland, "Face recognition using eigenfaces," Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 586-591, 1991.
- [7] P. J. Phillips, H. Wechsler, J. Huang, and P. J. Rauss, "The FERET database and evaluation procedure for face recognition algorithm," Image and Vision Computing, Vol 16, No.5, pp. 295-306, 1988.
- [8] Gonzalez.R.C., Woods.R.E., Eddins.S.L., "Digital Image Processing Using MATLAB," Prentice-Hall, pp. 12-64, Inc, 2004.
- [9] 홍은혜, 고병철, 변혜란, "PCA와 LDA를 이용한 실시간 얼굴 검출 및 검증기법," 정보과학회논문지 : 소프트웨어 및 응용, 31(2), pp. 213~223, Feb, 2004.
- [10] Ganhua Li, Xuanping Cai and Xianshuai Li, "An Efficient Face Normalization Algorithm Based on Eyes Detection," Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ, pp.3843-3848, Oct, 2006.
- [11] National Institute of Standards and Technology, the FERET database.  
<http://www.itl.nist.gov/iad/humanid/feret/>
- [12] AT&T Laboratories Cambridge, AT&T database.  
<http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/face/database.html>

## 저 자 소 개



오 재 현(학생회원)  
 2006년 아주대학교 전자공학과  
 학사 졸업.  
 2008년 아주대학교 전자공학과  
 석사 졸업.  
 2008년~현재 아주대학교  
 전자공학과 박사.

<주관심분야 : 컴퓨터 비전, 신호처리>



곽 노 준(정회원)  
 1997년 서울대학교 전기 컴퓨터  
 공학부 졸업.  
 1999년 서울대학교 전기 컴퓨터  
 공학부석사 졸업.  
 2003년 서울대학교 전기 컴퓨터  
 공학부박사 졸업.

2003년 3월~2006년 8월 삼성전자 정보통신총괄  
 통신연구소 표준연구팀 책임연구원.

2006년 9월~2007년 2월 서울대학교 전기컴퓨터  
 공학부 BK조교수.

2007년 3월~현재 아주대학교 전자공학과  
 조교수.

<주관심분야 : 컴퓨터 비전, 영상 처리>