

## 주파수 전달함수를 이용한 신 포괄 곡선맞춤법

민천홍\* · 박한일\*\* · 배수룡\*\*\* · 전재진\*\*\*

\*한국해양대학교 대학원

\*\*한국해양대학교 해양공학과

\*\*\*국방과학연구소

## New Global Curve-Fitting Method Using Frequency Response Function

Cheon-Hong Min\*, Han-Il Park\*\*, Soo-Ryong Bae\*\*\* and Jae-Jin Jeon\*\*\*

\*Graduate School of Korea Maritime University, Busan, Korea

\*\*Department of Ocean Engineering, Korea Maritime University, Busan, Korea

\*\*\*Agency of Defence Development, Jinhae, Korea

**KEY WORDS:** Structural vibration 구조진동, Curve-fitting 곡선맞춤, Frequency response function 주파수 전달함수, Nonproportional damping 비비례 점성, System identification 시스템추정, Experimental modal analysis 실험모드해석

**ABSTRACT:** Several damping materials have been employed to reduce the vibration of structures. While it is important to estimate the damping matrix when analyzing damped composite structures using the finite element method (FEM), at present, there is no FEM program that can correctly estimate the damping matrix. In this paper, a new global curve-fitting method is proposed for identifying the system parameters of non-proportional damping structures using a frequency response function. An experimental test for a cantilever beam attached damping material was carried out to verify the performance of the method proposed in this study.

### 1. 서 론

현재 해양구조물, 선박 및 잠수함 등의 고성능, 대형 구조물의 진동저감을 위해 감쇠 능력을 향상 시킨 복합재의 사용이 증가하고 있다. 이러한 감쇠구조물의 구조해석은 일반적으로 유한요소해석(Finite element method, FEM) 프로그램을 사용한다. 유한요소해석 시 구조물의 특성 행렬을 정확하게 추정하는 것은 매우 중요한 일이나, 감쇠구조물의 경우 정확한 특성 행렬을 구성하는 것은 매우 어려운 일이다. 이러한 이유로 실제 구조물의 동적 특성과 유한요소 모델의 동적 특성은 차이가 나고, 이러한 오차는 구조물의 설계, 유지, 보수 등의 문제에서 좋지 않은 결과를 가져왔다. 그러므로 유한요소 모델의 정확도 향상을 위해 감쇠구조물의 진동 특성을 실험을 통해 추정하여야 한다.

실험을 통해 유한요소 모델의 특성행렬을 업데이트 하는 방법을 SI(System identification)이라고 한다. 기존의 방법으로 Pilkey and Inman(1997), Lee and Kim(2001), Phani and Woodhouse(2007) 등의 방법이 있다. 이상의 방법들은 구조물의 진동 특성을 실험을 통해 추정하여 특성행렬을 추정하는 역산법(Inverse method)이다. 여기서 구조물의 진동 특성은 고유진동수(Natural frequency), 감쇠비(Damping ratio), 모드형상(Mode shape) 등과 같은 시스템 파라미터(System parameter)

로 표현되어 왔다.

이러한 시스템 파라미터를 실험을 통해 계측하는 것을 실험진동해석법(Experimental modal analysis, EMA)이라고 한다. EMA는 국부 곡선맞춤(Local curve-fitting)과 포괄 곡선맞춤(Global curve-fitting)으로 나뉘어진다. 국부 곡선맞춤은 진동 응답점 각각을 개별적으로 곡선맞춤하는 방법으로 Non-linear least squares method(NLLS)(민천홍 등, 2008a; 2008b), the PolyMAX method(Peeters et al., 2004) 등과 Theoretical and experimental modal analysis(Maia and Silva, 1997), Modal testing(Ewins, 2000) 등에 기존의 다양한 방법들이 소개되어 있다. 국부 곡선맞춤은 각각의 응답점의 진동 특성은 정확히 추정할 수 있는 반면에 구조물 전체의 진동 특성을 명확히 추정할 수는 없다. 특히, 각 응답점에서의 고유진동수와 모드 감쇠비가 다르게 추정되기 때문에 전체 구조물의 동적 특성 해석 시 오차가 발생하게 된다. 반면에 포괄 곡선맞춤은 각각의 응답 데이터를 하나로 묶어 해석하는 방법으로 구조물 전체 시스템을 정확히 파악할 수 있는 장점이 있으나 구조물의 각 점에서의 응답특성을 정확히 추정할 수 없는 단점도 있다.

본 연구에서는, 이러한 단점들을 제거하고 정확한 곡선맞춤을 위해 국부 곡선맞춤과 포괄 곡선맞춤의 장점들을 이용한 새로운 포괄 곡선맞춤기법을 제안한다. 또한, 외팔보 실험을 통해

연구에서 제안한 새로운 기법의 정확성을 검증하였다.

## 2. 신 포괄 곡선맞춤법 (New Global Curve-fitting Method)

본 연구에서는 감쇠 복합구조물의 진동 특성을 파악하기 위한 곡선맞춤법을 제시한다. 우선 구조물의 진동특성은 비비례 감쇠 시스템(Nonproportional damping system)으로 가정하였고 기존의 NLLS법을 기초로 하였다. 새로운 곡선맞춤법은 다음과 같은 순서에 의해 진행된다. 첫째, NLLS법을 이용하여 구조물의 동적특성을 계산한다. 계산된 동적 특성 중에 모드형상은 각 응답점에 따라 변화하는 값으로 국부 곡선맞춤의 경우가 포괄 곡선맞춤에 비해 정확한 값을 구할 수 있다. 그러나 고유진동수와 모드 감쇠비는 각 점마다 다른 값으로 계산되기 때문에 오차를 포함한다. 다음으로 국부 곡선맞춤의 계산결과 중에 모드형상은 유지한채로 고유진동수와 모드 감쇠비를 정하는 방법으로 곡선맞춤하면 각 점의 모드형상을 유지하면서 일치된 고유주파수와 모드 감쇠비를 얻을 수 있다.

본 논문에서는 NLLS기법을 간단히 소개하고, 자세한 NLLS 기법은 참고문헌(민천홍 등, 2008a)으로 대신한다. 비비례 감쇠 시스템의 가속도 전달함수는 식 (1)과 같다.

$$L(\omega) = \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{-\omega^2(U_r + jV_r)}{j(\omega - \omega_{dr}) + \sigma_r} + \frac{-\omega^2(U_r - jV_r)}{j(\omega + \omega_{dr}) + \sigma_r} \right\} + C + jD - \omega^2 E - j\omega^2 F \quad (1)$$

여기서,  $\omega$ 는 주파수(Frequency),  $\omega_{dr}$ 은 감쇠고유진동수(Damped natural frequency),  $\sigma_r = \omega_{dr}\zeta_r$ 로 정의되는 모드감쇠율(Modal delay rate)이다. 또한  $U_r, V_r$ 은 각각 모드형상의 실수부와 허수부를 나타낸다. 일반적으로 실험범위는 제한된 범위를 가진다. 그러므로 제한된 영역에 의해 발생하는 오차를 나타내는 항을 포함하여야 한다. 식 (1)의  $C, D$ 는 추가질량(Residual mass)의 실수부와 허수부를 각각 표현한다. 또한  $E, F$ 는 추가강성(Residual stiffness)의 실수부와 허수부를 각각 표현한다.

진동실험에 의해 주어지는 전달함수의 실험데이터를 식 (1)의 형태로 표현하기 위해서는 식 (1) 중의  $4n + 4$ 개의 미지수 즉,  $\omega_{dr}, \sigma_r, U_r, V_r, C, D, E, F$ 가 필요하다. 이것들을 통합하여  $\gamma(h = 1 \sim 4n + 4)$ 로 하고 이들의 초기치를  $\gamma_{hs}$ 라 하면 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\gamma = \gamma_{hs} + \Delta\gamma \quad (2)$$

식 (2)를  $\Delta\gamma$ 에 관해 테일러급수 전개하고 근사적으로 1차 항까지 취하면 다음과 같다.

$$L(\omega, \gamma_h) \approx L(\omega, \gamma_{hs}) + \sum_{h=1}^{4n+4} \frac{\partial L}{\partial \gamma_h}(\omega, \gamma_{hs}) \cdot \Delta\gamma_h = A_{Re} + jA_{Im} \quad (3)$$

$m$ 개의 각진동수  $\omega$ 에 대해, 실험에 의해 가속도전달함수(Accelerance)의 실수부  $L_{Rei} = L_{Re}(\omega = \alpha)$ , 허수부  $L_{Imi} = L_{Im}(\omega =$

$\alpha)$ 가 데이터로 얻어진다고 하자. 또 근사식의 실수부와 허수부를 각각  $A_{Rei}, A_{Imi}$ 로 하자. 이때의 오차함수는 실수부와 허수부 오차의 제곱으로 정의 할 수 있으므로 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda = \sum_{i=1}^m \{ (L_{Rei} - A_{Rei})^2 + (L_{Imi} - A_{Imi})^2 \} \quad (4)$$

$\lambda$ 를  $\Delta\gamma$ 로 미분하고 0으로 두면 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \Delta\gamma_h} = 2 \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{\partial A_{Rei}}{\partial \Delta\omega_{dr}} (A_{Rei} - L_{Rei}) + \frac{\partial A_{Imi}}{\partial \Delta\omega_{dr}} (A_{Imi} - L_{Imi}) \right\} = 0 \quad (5)$$

이 방정식을 풀면 초기치 값에 대한 변수의 값을 구할 수 있다. 이를 반복적으로 구하면 원하는 값에 수렴하게 된다.

본 연구에서는 포괄 곡선맞춤을 위하여 다음과 같은 새로운 방법을 제시한다.  $\gamma_{hs}$ 의  $4n + 4$ 개의 미지수 중에서  $U_r, V_r, C, D, E, F$ 은 그대로 사용하고  $\omega_{dr}, \sigma_r$ 는 한점에서 계산된 값으로 모두 수정하여 식 (3)에 대입하여 계산하면 오차값은  $\omega_{dr}, \sigma_r$ 에 의해 결정된다. 그러므로 식 (6)에 의해 새로운  $\omega_{dr}, \sigma_r$ 값을 계산할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \{L(\gamma_h) - L(\gamma_{hs})\}_1 \\ \{L(\gamma_h) - L(\gamma_{hs})\}_2 \\ \vdots \\ \{L(\gamma_h) - L(\gamma_{hs})\}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ \frac{\partial L(\gamma_h)}{\partial \omega_{dr}} \right\}_1 & \left\{ \frac{\partial L(\gamma_h)}{\partial \sigma_r} \right\}_1 \\ \left\{ \frac{\partial L(\gamma_h)}{\partial \omega_{dr}} \right\}_2 & \left\{ \frac{\partial L(\gamma_h)}{\partial \sigma_r} \right\}_2 \\ \vdots & \vdots \\ \left\{ \frac{\partial L(\gamma_h)}{\partial \omega_{dr}} \right\}_N & \left\{ \frac{\partial L(\gamma_h)}{\partial \sigma_r} \right\}_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\omega_{dr} \\ \Delta\sigma_r \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서, 좌변의  $\{L(\gamma_h) - L(\gamma_{hs})\}_1$ 은  $[m \times 1]$ 의 크기를 갖는 벡터이고 아래첨자 1~N은 응답 위치를 나타낸다. 그러므로 식 (6)의 좌변은  $[mN \times 1]$ 의 크기의 벡터가 된다. 우변의  $\left\{ \frac{\partial L(\gamma_h)}{\partial \omega_{dr}} \right\}_1$

은  $[m \times 1]$ 의 벡터이고,  $\left\{ \frac{\partial L(\gamma_h)}{\partial \sigma_r} \right\}_1$ 도 역시  $[m \times 1]$ 의 벡터이다.

그러므로 우변의 행렬은  $[mN \times 2]$ 의 크기를 갖는다. 첨자 1~N은 응답 위치를 역시 나타낸다. 그런데 식 (6)의 우측 행렬은 정방행렬이 아니므로 우측행렬의 유사역행렬(Pseudoinverse matrix)을 구하여 식 (6)의 좌측에 각각 곱하여  $\Delta\omega_{dr}, \Delta\sigma_r$ 를 구한다.  $\Delta\omega_{dr}, \Delta\sigma_r$ 이 계산되면 각각의 응답점에서 모두 같은  $\omega_{dr}, \sigma_r$ 을 계산할 수 있다.

## 3. 실험검증

### 3.1 실험장치 구성 및 실험방법

연구에서 제시한 새로운 방법을 검증하기 위하여 다음과 같은 외팔보 실험을 수행하였다. 외팔보는 기초층의 경우 강철을 사용하고 고정부 부분을 10mm로 두껍게 하여 외팔보의 경계조건을 만족 시키도록 제작되었다. 기초층의 두께는 2mm, 폭은 20mm, 길이는 290mm로 실제 고정부의 길이 4mm를 제외한

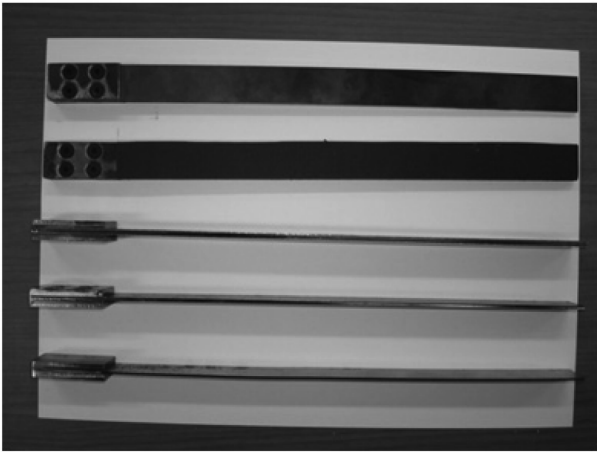


Fig. 1 Specimens

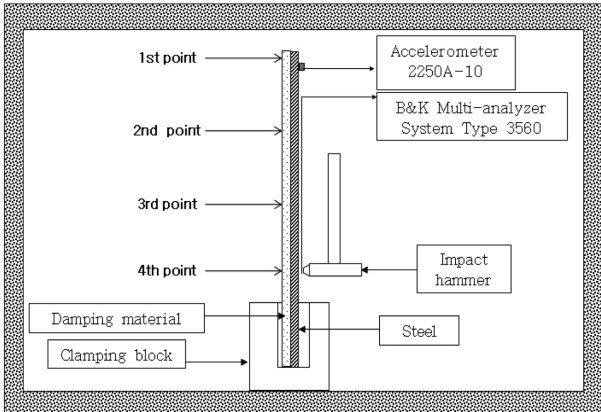


Fig. 2 Experimental setup

보의 길이는 250mm가 된다. 또한 감쇠체를 한쪽면에 부착하여 고감쇠 복합재의 성격을 갖도록 하였다. 부착된 감쇠체는 국내

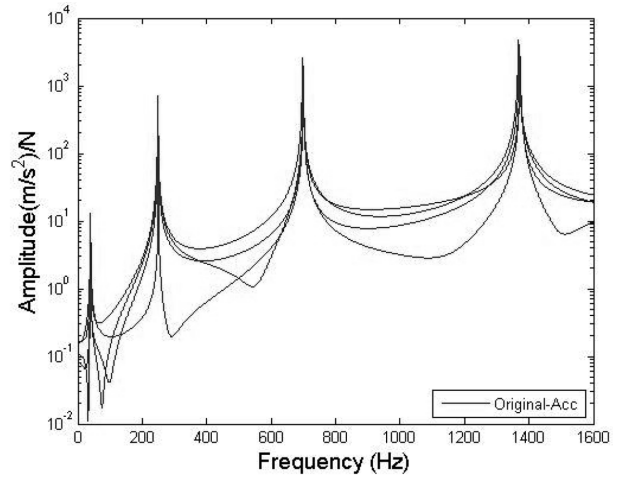


Fig. 3 Overlay curve-fitted plot of the composite beam by NLLS method

의 A사에서 생산된 두께 4mm, 밀도 2000kg/m<sup>3</sup>의 제진성 방진 시트를 사용하였다. Fig. 1은 실험에 사용된 시편이다.

모드해석을 수행하기 위해 시편에 4개의 점을 표시 하였다. 그 중 고정된 1개의 점에 충격망치(Impact hammer)를 사용하여 가진하고 가속도계 센서를 각 4점으로 이동해가며 응답 가속도를 계측 하였다. 한 점당 3번의 반복 실험을 수행하고 평균 값을 데이터로 사용하였다. 실험에 사용된 FFT 분석기는 B&K 사의 2채널 3560B를 사용하였다. Fig. 2는 실험장치 구성도를 보여준다.

3.2 곡선맞춤

곡선맞춤의 첫 단계는 NLLS기법을 이용하여 각 점을 곡선맞춤하는 것이다. NLLS기법을 이용한 곡선맞춤의 자세한 방법은 참고문헌(민천홍 등, 2008a)으로 대신한다. Fig. 3은 각 점에서

Table 1 Comparison with identified natural frequencies by local and global curve-fitting method

	1st point		2nd point		3rd point		4th point	
	Local	Global	Local	Global	Local	Global	Local	Global
1st natural Freq.	39.67	39.52	39.68	39.52	39.86	39.52	39.97	39.52
2nd natural Freq.	248.51	248.51	250.24	248.51	249.47	248.51	249.19	248.51
3rd natural Freq.	697.32	697.32	700.62	697.32	700.41	697.32	699.95	697.32
4th natural Freq.	1367.2	1367.2	1370.1	1367.2	1372.9	1367.2	1378	1367.2

Table 2 Comparison with identified delay rates by local and global curve-fitting method

	1st point		2nd point		3rd point		4th point	
	Local	Global	Local	Global	Local	Global	Local	Global
1st delay rate	0.1937	0.3508	0.483	0.3508	0.1318	0.3508	0.2368	0.3508
2nd delay rate	0.2736	0.273	0.2108	0.273	0.2464	0.273	0.259	0.273
3rd delay rate	0.4995	0.5061	0.4179	0.5061	0.4129	0.5061	0.4476	0.5061
4th delay rate	0.8381	0.8034	0.7983	0.8034	0.75	0.8034	0.7643	0.8034

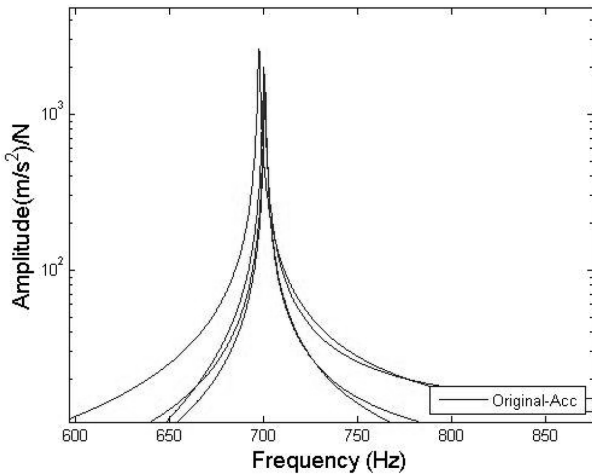


Fig. 4 Enlargement overlay curve-fitted plot of the composite beam by NLLS method at the third resonance point

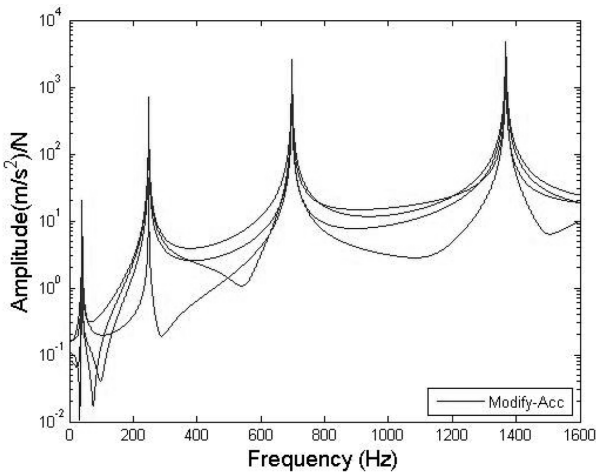


Fig. 5 Overlay curve-fitted plot of the composite beam by new global curve-fitting method

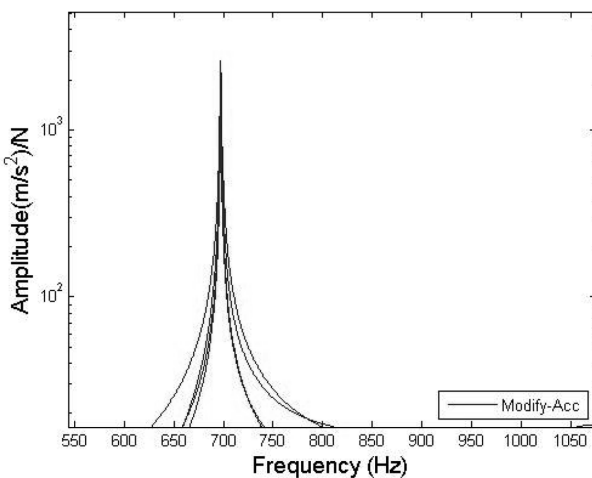


Fig. 6 Enlargement overlay curve-fitted plot of the composite beam by new global curve-fitting method at the third resonance point

NLLS기법으로 곡선맞춤된 주파수 전달함수 데이터를 겹쳐 그린 것이다. 1600Hz 범위에서 총 5개의 모드 중 횡방향 모드가 아닌 것으로 파악되는 3번째 모드를 제외한 4개의 모드를 계산하였다. Table 1은 각 점에서 국부 곡선맞춤과 포괄 곡선맞춤을 이용하여 추정된 고유진동수  $\omega_n$ 이고, Table 2는 각 점에서 국부 곡선맞춤과 포괄 곡선맞춤을 이용하여 추정된 모드감쇠율  $\sigma_n$ 이다.

Fig. 4는 Fig. 3의 3번째 모드의 공진점(Resonance point)을 확대한 것이다. 각 점의 공진점이 각각 다른 것을 알 수 있다. 이러한 오차는 구조물의 시스템 추정 결과에 오차를 발생시킨다.

다음으로 식 (6)을 이용하여 초기값을 수정하여 다시 곡선맞춤을 수행한다. Fig. 5는 본 연구에서 제시한 새로운 기법을 이용하여 곡선맞춤된 각 점의 주파수 전달함수 데이터를 겹쳐 그린 것이다. 또한 Fig. 6은 3번째 모드의 공진점을 확대한 것이

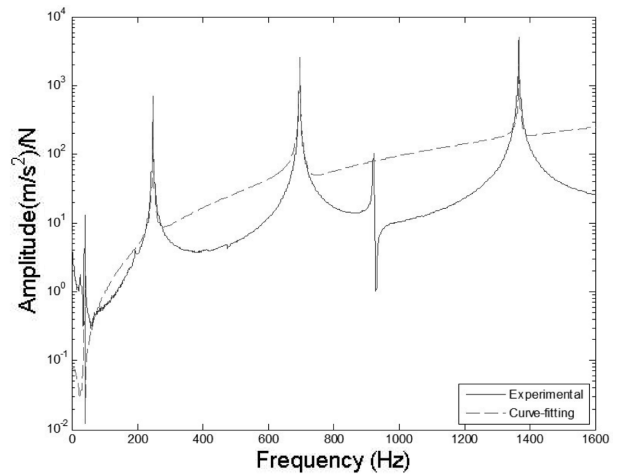


Fig. 7 Comparison of the experimentally measured plot and curve-fitted plot of the composite beam by existing global curve-fitting method at the first sensor position point

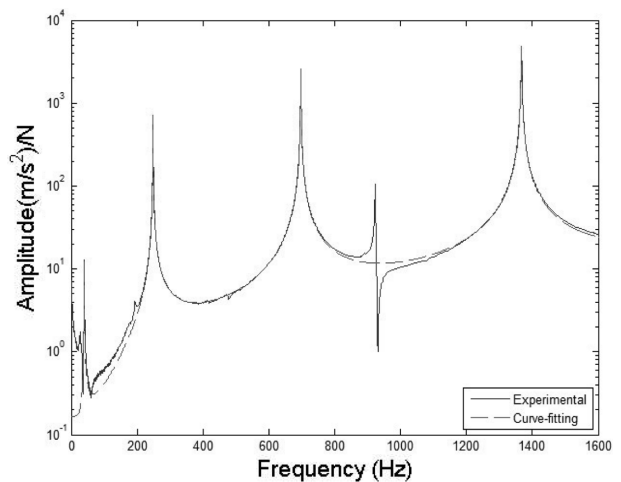


Fig. 8 Comparison of the experimentally measured plot and curve-fitted plot of the composite beam by new global curve-fitting method at the first sensor position point

다. Fig. 4와는 다르게 각 모드에서 정확히 일치한다. Fig. 7은 기존에 제시된 방법들 중 참고문헌(Ewins, 2000)를 이용한 곡선 맞춤 결과이다. 이 방법은, 각점에서 측정된 전달함수를 모두 더하여 곡선맞춤하는 방법이다. 곡선맞춤된 결과 중 고유진동수와 모드감쇠비만을 채택한 후, 각 점에서 측정된 전달함수를 개별적으로 다시 곡선맞춤하여 모드형상을 계산하는 방법이다. 이 경우 공진점 영역을 제외하고는 오차가 크게 나타난다. 그에 반해 본 연구에서 제시한 방법의 공진점 영역 뿐만 아니라 전체 영역에서 정확히 곡선맞춤된 결과를 보여준다. Fig. 8은 1번 응답점에서 곡선맞춤된 데이터를 실험 데이터와 비교한 것이다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 기존의 포괄 곡선맞춤 기법의 단점을 보완하는 새로운 포괄 곡선맞춤법을 제안하였다. 새롭게 제안된 기법은 기존의 국부 곡선맞춤 기법에서 모드형상을 계산하고 나머지 고유진동수 및 모드 감쇠비는 전체 응답을 참고하여 계산하는 특징을 가진다. 본 연구에서는 새롭게 제시된 기법을 검증하기 위하여 외팔보 실험을 수행하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 새롭게 제시된 포괄 곡선맞춤 기법은 비공진 영역에서의 오차가 발생하는 기존 방법의 단점을 보완하여 모든 주파수 영역에서 정확한 곡선맞춤 결과를 보여줬다.

(2) 기존의 국부 곡선맞춤 기법을 활용함으로써 해석자가 다양한 국부 곡선맞춤 기법을 활용하여 정확한 계산을 수행할 수 있다.

#### 후 기

본 연구는 국방부가 지원한 수중운동체 특화연구센터(UVRC)의 지원에 의해 수행되었습니다.

#### 참 고 문 헌

- 민천홍, 박한일, 배수룡 (2008a). "다자유도 곡선맞춤법을 이용한 감쇠보 모델의 실험 진동해석", 한국해양공학회지, 제22권, 제1호, pp 70-74.
- 민천홍, 박한일, 배수룡 (2008b). "비선형 최소제곱법을 이용한 점탄성 감쇠를 갖는 원통셀의 실험 진동해석", 한국해양공학회지, 제22권, 제3호, pp 41-46.
- Ewins, D.J. (2000). *Modal Testing 2*, Research Studies Press Ltd.
- Lee, J.H. and Kim, J. (2001). "Identification of Damping Matrices from Measured Frequency Response Functions", *Journal of Sound and Vibration*, Vol 240, No 3, pp 545-565.
- Maia, N. and Silva, J. (1997). *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press Ltd.
- Peeters, B., Auweraer, H.V., Guillaume, P. and Leuridan, J. (2004). "The PolyMAX Frequency-domain Method: A New Standard for Modal Parameter Estimation?", *Shock and Vibration*, Vol 11, pp 395-409.
- Phani, A.S. and Woodhouse, J. (2007). "Viscous Damping Identification in Linear Vibration", *Journal of Sound and Vibration*, 303, pp 475-500.
- Pilkey, D.F. and Inman, D.J. (1997). "An Iterative Approach to Viscous Damping Matrix Identification", *Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference*, Orlando, FL. Society for Experimental Mechanics, Inc., pp 1152-1157.

2009년 7월 10일 원고 접수

2009년 11월 4일 심사 완료

2009년 12월 21일 게재 확정