

## 부착특성과 균열거동을 고려한 철근콘크리트 구조물의 균열폭 계산

### Crack Width Calculation Based on Bond Characteristics and Cracking Behavior of Reinforced Concrete Structures

양준호<sup>†</sup> · 김우\* · 이기열\*\*

Jun-Ho Yang · Woo Kim · Gi-Yeol Lee

**Abstract** This paper presents an analytical model for calculation of crack widths in reinforced concrete structures. The model is mathematically derived from the actual bond stress-slip relationships between the reinforcement and the surrounding concrete, and the relationships summarized in CEB-FIP Model Code 1990 and Eurocode 2 are employed in this study together with the numerical analysis result of a linear slip distribution along the interface at the stabilized cracking stage. With these, the actual strains of the steel and the concrete are integrated respectively along the embedment length between the adjacent cracks so as to obtain the difference in the axial elongation. The model is applied to the test results available in literatures, and the predicted values are shown to be in good agreement with the experimentally measured data.

**Keywords** : axial elongation, bond stress-slip relationship, crack width, linear slip, stabilized cracking stage

**요 지** 이 논문은 철근콘크리트 구조물의 균열폭 계산을 위한 해석적 모델을 제안한 것이다. 철근과 콘크리트 경계면에서 발생하는 실제와 유사한 형태의 부착응력-슬립 특성을 수치적으로 전개하기 위해서 수치해석을 통하여 균열안정화단계에서의 철근과 콘크리트 경계면에서 발생하는 슬립이 선형 분포함을 확인하고, CEB-FIP Model Code 1990과 Eurocode 2에서 제시하고 있는 부착응력-슬립 관계에 적용하였다. 이와 같은 방법을 통하여 균열과 균열 사이에서 철근의 매입길이 방향으로 발생하는 철근과 콘크리트의 변형률 차이가 균열면으로 누적되는 양을 계산할 수 있는 평형방정식을 유도하고, 이로부터 두 재료의 축방향 변형률의 차이로부터 균열폭을 계산할 수 있는 모델을 제안하였다. 이렇게 정식화된 새로운 균열폭 모델을 기존 문헌에 발표된 여러 연구자들의 실험 자료에 적용하여 그 정확성을 검증한 결과, 제안식에 의한 예측값은 현재 사용되고 있는 여러 설계기준의 균열폭 규정으로 계산한 결과에 비하여 실험값을 비교적 정확하게 예측하는 것으로 나타났다.

**주요어** : 축방향 변형률, 부착응력-슬립 관계, 균열폭, 선형 슬립, 균열안정화단계

## 1. 서론

균열의 제어는 구조물의 미관상 매우 중요할 뿐만 아니라, 철근의 부식을 유발시키는 수분이나 염분의 침투를 방지하는데 중요한 역할을 한다. 또한 콘크리트 구조물에서 발생하는 균열은 과도한 처짐의 원인이 되고, 구조물의 내

하력 및 성능을 저하시키거나 외관에 손상을 준다. 특히 철근과 콘크리트의 합성구조체로 이루어지는 철도구조물은 공용기간 동안 열차 반복하중을 지속적으로 받게 되므로 사용성능 관점에서 균열의 발생은 구조물의 강성 및 내구 성능의 감소를 유발시키는 중요한 원인이 된다.

이와 함께 최근 콘크리트 구조물의 설계 및 시공 기술의 발전에 따라서 주인장철근에는 높은 인장력이 발생하기 때문에 철근의 변형조건을 중요한 변수로 갖는 균열폭에 대해서 성능에 기반한 예측 및 허용한계를 정확하게 결정하는 과정의 중요성이 심화되고 있다.

철근콘크리트 구조물에서 주인장철근의 변형률 계산은

<sup>†</sup> 책임저자 : 정회원, 전남대학교 토목공학과, 박사과정  
E-mail : linda13@hanmail.net

TEL : (062)530-0297 FAX : (062)530-1659

<sup>\*</sup> 전남대학교 토목공학과, 교수

<sup>\*\*</sup> 교신저자, 정회원, (주)삼한 연구개발원 기술지원팀, 과장  
E-mail : kylee@samaneng.com

사용하중 단계에서의 부착응력-슬립 특성과 인장증강효과 때문에 실제로는 복잡하다. 이러한 부착 문제를 해결하기 위하여 CEB-FIP Model Code 1990(MC 90)[1]과 Eurocode 2(EC 2)[2]에서는 부착응력-슬립 관계의 등분포 가정과 평균부착응력 개념에 근거한 평균변형률을 이용하여 균열폭을 계산하도록 다음과 같이 규정하고 있다.

$$w_k = l_{s,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} - \epsilon_{cs}) \quad (1a)$$

$$l_{s,max} = \frac{d_b}{3.6\rho_{ef}} \text{ for MC 90} \quad (1b)$$

$$l_{s,max} = 3.4c + 0.425k_1k_2 \frac{d_b}{\rho_{ef}} \text{ for EC 2} \quad (1c)$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \epsilon_{so} - \beta \frac{(1+n\rho_{ef})f_{ct}}{E_s\rho_{ef}} \text{ for EC 2 \& MC 90} \quad (1d)$$

여기서,  $l_{s,max}$ 는 철근과 콘크리트 사이에 슬립이 발생한 길이(mm),  $\epsilon_{sm}$ 과  $\epsilon_{cm}$ 은 철근과 콘크리트의 평균변형률,  $\epsilon_{cs}$ 는 수축에 의한 콘크리트 변형률,  $\epsilon_{so}$ 는 균열면에서의 철근 변형률,  $d_b$ 는 철근 직경(mm),  $\rho_{ef}$ 는 유효인장단면적,  $c$ 는 피복 두께(mm),  $n$ 은 탄성계수비(= $E_s/E_c$ ),  $E_s$ 와  $E_c$ 는 철근과 콘크리트의 탄성계수(MPa),  $f_{ct}$ 는 콘크리트 인장강도(MPa),  $\beta$ 는  $l_{s,max}$ 내에서 평균변형률을 평가하는 경험적인 계수이다.

이와는 다르게 ACI 318-08[3]에서는 부착특성을 직접적으로 반영하지 못하고, 인장철근의 배치 간격을 제한하는 간접적인 방법으로 균열을 제어한다. 콘크리트구조설계기준[4]에서는 인장연단에서 가장 가깝게 위치한 철근의 응력  $f_s$ (MPa) 및 최소 피복두께  $c_c$ (mm)를 고려하고 균열폭 0.3mm를 기준으로 하여 ACI 318의 규정과 유사하게 콘크리트 인장연단에 배치되는 철근의 중심 간격  $s$ 를 다음의 두 식 중 작은값으로 제한함으로써 균열을 제어한다.

$$s = 375 \left( \frac{210}{f_s} \right) - 2.5c_c \quad (2a)$$

$$s = 300 \left( \frac{210}{f_s} \right) \quad (2b)$$

이와 함께, 수밀성이 요구되거나 미관이 중요한 구조물의 균열 검토와 시공 중 또는 완공 후에 균열이 발생한 구조물의 검토가 필요할 때에는 부록 V에서 식 (1)에 정리한 MC 90의 방법을 이용하여 직접 계산하도록 제시하고 있다.

그러나, 철도설계기준 철도교편[5]에서는 이형철근을 사

용한 휨부재의 실험결과로부터 균열폭에 영향을 주는 주요 변수들에 대한 통계적 분석 방법을 이용하여 Gergely and Lutz[6]가 제안한 다음 식을 이용하고 있다.

$$w = 1.08\beta f_s \sqrt{d_c A} \times 10^{-5} \text{ (mm)} \quad (3)$$

여기서,  $\beta$ 는 중립축에서 인장연단까지의 거리를 중립축에서 인장철근의 도심까지의 거리로 나눈 값,  $d_c$ 는 인장연단에서 가장 가까이 있는 철근 도심까지의 거리(mm),  $A$ 는 인장철근을 둘러싸면서 철근과 같은 도심을 가진 인장면적을 철근의 개수로 나눈 콘크리트 유효인장면적(mm<sup>2</sup>)이다.

그런데, 식 (3)은 앞 절에서 언급한 부착특성이나 철근의 변형률 계산 등의 직접적인 고려나 적절한 가정 없이 단순히 건조수축의 영향까지 포함하는 실험결과에 근거하여 통계적 방법에 의해 변수들 간의 상관관계로서만 유도되었다. 따라서 역학적 해석에 의한 이론적 근거를 갖는 모델로서는 적합하지 못하며, 단면형상이나 하중조건 등 변수들이 다른 시험체들의 균열폭을 예측할 경우에는 그 결과에 상당한 분산이 존재한다고 알려져 있다[7-9]. 또한 최근의 재료기술의 발전에 따라 사용이 증가되고 있는 에폭시도막 철근이나 FRP 보강근과 같은 이형철근 이외의 재료로 보강된 시험체의 경우에는 이들 재료의 물리적 특성과 부착 특성 및 균열거동의 변화를 반영한 균열폭 예측이 어려울 것이다. 이러한 문제점을 개선하기 위하여 부착 및 슬립특성을 정성적으로 반영하여 균열폭을 예측할 수 있는 선행 연구[9]를 수행하였으나, 부착전달길이와 계산식이 불완전하게 모델링되어 적용성이 제한이 따른다고 할 수 있다.

본 연구에서는 수치해석과 모델링을 통하여 사용성능 평가를 위한 하중구간에서의 균열거동과 부착특성에 대한 역학적 조건 및 물리적 현상을 반영한 균열폭 계산식의 개발을 목적으로 한다.

## 2. 균열폭 계산식

### 2.1 기반이론

#### 2.1.1 지배방정식

사용하중을 받고 있는 인장부재에서 길이가  $d_c$ 인 단면 요소에 작용하는 성분들을 표시하여 Fig. 1에 나타내었다. 철근콘크리트 부재의 균열거동은 그림에 보인 슬립  $s$ 를 포함한 부착  $\pi(s)$ 에 의해서 정의되는 다음의 세가지 조건에 의한 지배방정식으로부터 그 특성을 분석할 수 있다.

$$\text{부착에 의한 힘의 평형조건, } A_s(df_s/dx) - \sum_o \pi(s) = 0 \quad (4a)$$

$$\text{변형률 차이에 의한 변형적합조건, } ds/dx = \epsilon_s - \epsilon_c \quad (4b)$$

$$\text{합성구조계의 평형조건, } A_s(df_s/dx) + A_c(df_c/dx) = 0 \quad (4c)$$

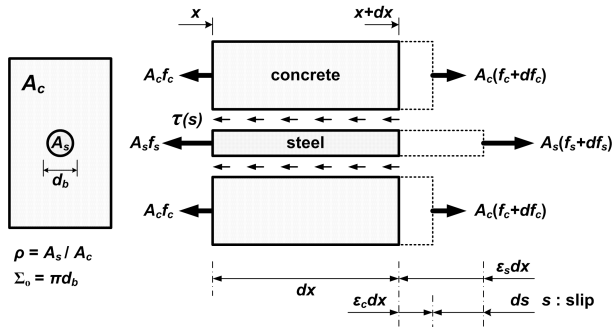


Fig. 1. Stresses and strains in a reinforced concrete elements

여기서,  $A_s$ 는 철근 단면적( $\text{mm}^2$ ),  $A_c$ 는 콘크리트 단면적( $\text{mm}^2$ ),  $f_s$ 와  $f_c$ 는 철근과 콘크리트에 작용하는 응력(MPa),  $\Sigma_o$ 는 철근의 주변장( $=\pi db$ )이다.

이상의 조건으로부터 지배방정식을 얻기 위해서는 철근과 콘크리트의 응력 상태와 경계면에서 발생하는 슬립에 대한 조건을 결정해야 한다. 즉, 사용하중 구간에서 철근과 콘크리트는 탄성 상태에 있다고 볼 수 있기 때문에 두 재료의 응력은 변형률에 비례하며, 경계면에서 발생하는 슬립은 MC 90과 EC 2에서 채택하고 있는  $\tau = \tau_{\max}[s]^\alpha$ 를 이용하면, 다음과 같은 2계 비선형 미분방정식 형태의 지배방정식이 유도된다.

$$\left(\frac{d^2 s}{dx^2}\right) - \frac{\pi d_b(1+n\rho)\tau_{\max}}{A_s E_s} s^\alpha = 0 \quad (5)$$

여기서,  $\tau_{\max}$ 는 최대부착응력(MPa),  $\alpha$ 는 부착응력-슬립 관계를 규정하는 형상함수이다.

### 2.1.2 하중단계에 따른 균열거동

균열은 작용하중  $N_o$ 에 의해서 부재에 유발되는 콘크리트 인장응력  $f_{cx}$ 가 인장강도를 초과할 때 발생한다(Fig. 2(a)-①에서 ③ 참조). 그런데, 균열 발생에 따른 철근콘크리트 부재의 거동 특성은 Fig. 2에 보인바와 같이 부착-슬립 특성에 따라 주균열이 계속적으로 발생하는 균열형성 단계와 주균열이 더 이상 발생하지 않고 변형만 증가되며 작용하중의 증가에 따라 2차균열이 발생하는 안정화단계로 구분된다.

균열형성단계에서는 Fig. 2(a)-①에 보인 바와 같이 균열과 균열 사이의 부재 내부에 슬립과 부착응력이 유발되지 않고 철근과 콘크리트의 변형률이 같은 구간이 발생하지 않는 지점( $x=0$ )에서 슬립량과 그 크기의 변화율인 일차도함수  $ds/dx$  모두 Fig. 2(a)-④와 ⑤에 보인 바와 같이 0이 된다.

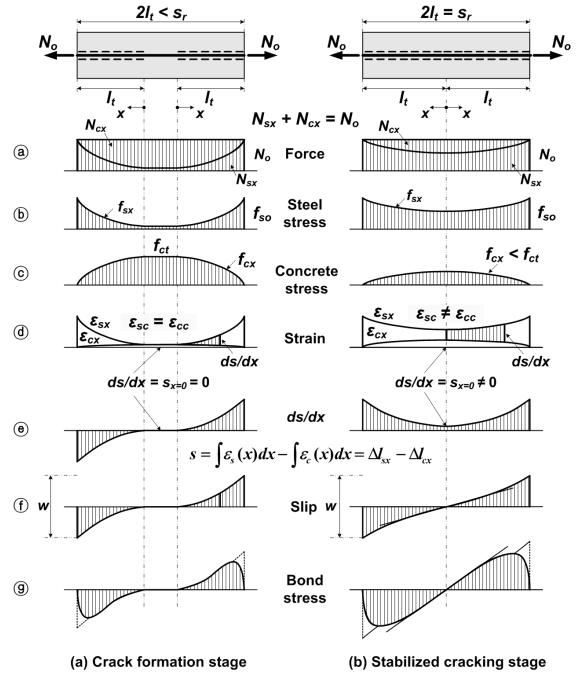


Fig. 2. Slip, stress and strain distributions between two cracks [10]

$$\left(\frac{ds}{dx}\right)_{x=0} = \epsilon_{sx} - \epsilon_{cx} = 0 \quad (6a)$$

균열안정화단계에서는 Fig. 2(b)-⑥와 ⑦에 보인 바와 같이 슬립량이 0이 되는 위치에서 철근응력은 최소가 되고, 부착응력의 크기는 Fig. 2(b)-⑧와 같이 0이 되는데, 안정화된 균열간격의 중앙 단면이 여기에 해당한다. 그런데, 철근응력이 최소가 되는 위치에서 슬립량은 0이라 할지라도 균열이 안정화되고 철근응력이 계속 증가함에 따라 Fig. 2(b)-④와 ⑤에 보인바와 같이 철근과 콘크리트의 변형률 차이가 심화됨으로서 슬립의 1차 도함수는 0이 되지 않는다.

$$\left(\frac{ds}{dx}\right)_{x=0} = \epsilon_{sx} - \epsilon_{cx} > 0 \quad (6b)$$

이상과 같은 변형 조건의 차이에 의하여 균열형성단계에서는 경계조건 식 (6a)를 이용하여 식 (5)에 대한 수학적 해를 유도할 수 있게 된다[10-12]. 이와는 반대로 안정화단계에서는 위에서 언급한 식 (6b)의 경계조건 문제 때문에 균열형성단계와 같은 수학적 전개가 불가능하다.

### 2.1.3 균열폭 이론

균열이 안정화된 철근콘크리트 부재의 균열간격  $s$ 내에서의 균열폭 발생 조건을 Fig. 3에 도해하였다. 이 그림에 의하면 균열폭은 부착에 의하여 균열면으로부터 부착응력이 전달되는 길이(부착전달길이,  $l_t$ )방향으로 발생하는 철

근과 콘크리트 변형률의 차이에 대한 누적 합 또는 양쪽 균열면에서 발생하는 슬립량의 합이다. 이를 수치적으로 정의하면 다음과 같다(Fig. 3(d), (e) 참조).

$$w = \int_{s_r} (\epsilon_{sx} - \epsilon_{cx}) dx = s_{o,L} + s_{o,R} = 2s_o \quad (7)$$

즉, 균열폭은 철근과 콘크리트 경계면에서 발생하는 부착특성과 슬립에 의해서 지배 받는다고 할 수 있으며, 식 (7)에 의하여 균열면으로 누적되는 슬립량의 두 배가 된다. 따라서, 부착응력-슬립 관계를 정의하고 슬립 함수 모델을 유도하면, 슬립량을 결정할 수 있게 된다.

본 연구에서는 직접인장부재를 대상으로 부착응력-슬립 관계를 포함하는 수치해석 모델링을 실시하였다. 그리고, 그 결과로부터 슬립 분포에 대한 함수를 정의한 후, 균열면에서의 슬립값을 얻을 수 있는 수치모델을 유도하였다.

## 2.2 모델링

### 2.2.1 부착응력-슬립 관계

두 재료의 경계면에서 발생하는 슬립량은 부착응력-슬립 관계를 이용하여 구할 수 있다. 이 관계는 많은 연구자들에 의해서 다양한 형태로 제안되었는데, 그 중에서 가장 대표적으로 사용되는 것은 Fig. 4에 보인 EC 2와 MC 90에서 채택하고 있는 통계적 평균에 의한 다음과 같은 관계이다.

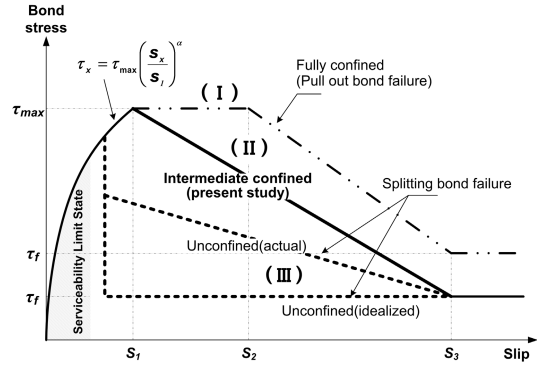


Fig. 4. Bond stress-slip relationship [9]

$$\tau_x = \tau_{\max} \left( \frac{s_x}{s_1} \right)^\alpha \quad s_x < s_1 \quad (8a)$$

$$\tau_x = \tau_{\max} \quad s_1 < s_x < s_2 \quad (8b)$$

$$\tau_x = \tau_{\max} - (\tau_{\max} - \tau_f) \frac{s_x - s_1}{s_3 - s_1} \quad s_2 < s_x < s_3 \quad (8c)$$

$$\tau_x = \tau_f \quad s_x > s_3 \quad (8d)$$

여기서,  $\tau_f$ 는 마찰에 의한 부착응력,  $s_1$ ,  $s_2$  및  $s_3$ 는 부착특성 슬립값이다.

여러 연구결과에 따르면, 이 관계는 콘크리트 피복두께에 따른 철근의 구속조건에 따라서 피복두께가  $5d_b$  이상이 되는 완전구속상태(곡선 I),  $1d_b$  이하의 피복두께를 갖는 불구속상태(곡선 III) 및  $1d_b \sim 5d_b$ 의 피복두께를 갖는 중간구속상태(곡선 II)로 각각 세분화된다. 각각의 값들 또한 콘크리트 강도에 따라 각각 달라지는데, 압축강도가 40MPa 이하인 보통강도콘크리트를 기준으로 MC 90에서 제시하는 해당 조건에 따른 값을 Table 1에 정리하였다. 본 연구에서는 현실적인 시공조건에 부합하는 중간구속상태의 부착응력-슬립 관계를 수치해석에 적용하였다. 그런데, Fig. 4-(II)와 Table 1에 정리한 값들은 균열면으로부터  $5d_b$  이상 매입된 위치에서부터 유효하며,  $5d_b$ 보다 짧은 매입 구간에서는 Table 1에 정리한 값을 계수  $\lambda$ 에 의해서 감소시키도록 규정하고 있다[1].

$$\lambda = 0.2 \frac{x}{d_b} \leq 1.0 \quad (9)$$

Fig. 2(b)-④에 보인 것과 같이 균열면을 기준으로 짧은 매입길이 구간에서는 부착응력이 집중되는 경향이 심화된다. 이로 인하여 슬립량의 변화가 발생할 수 있으므로 정확한 해석을 위해서는 이에 대한 고려가 반드시 필요하다고 할 수 있다. 본 연구에서도 각 위치에서의 정확한 해석결과를 얻기 위하여 균열면으로부터 매입위치별로 계산되는 식 (9)의 계수를 Table 1에 제시된 값들에 각각 반영하여 감소

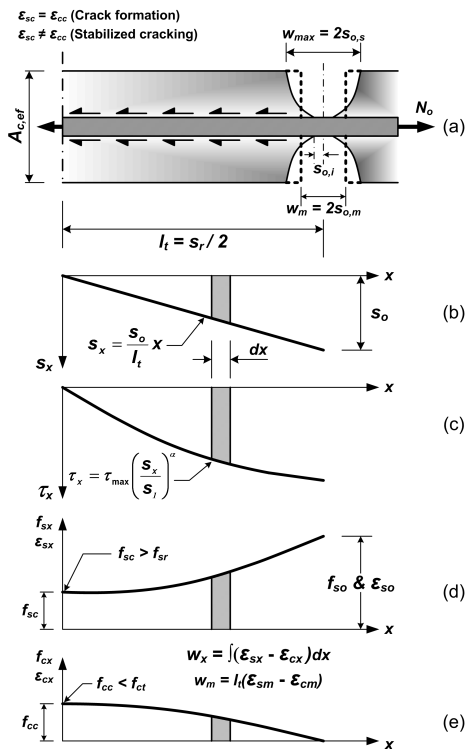


Fig. 3. Slip, stress and strain distributions in the vicinity of a stabilized single crack

시키고, 이를 식 (8)에 적용하여 Fig. 5와 같은 부착응력-슬립 관계를 정의하고, 수치해석 모델링에 이용하였다.

Table 1. Parameters for the defining bond stress-slip relationship

	Fully confined $c \geq 5d_b$	Intermediate confined $1d_b < c < 5d_b$	Unconfined $c \leq 1d_b$
$s_1$	1.0 mm	0.6 mm	< 0.6 mm
$s_2$	3.0 mm	0.6 mm	< 0.6 mm
$s_3$	rib spacing	1.0 mm	$\cong$ 1.0 mm
$a$	0.4	0.4	0.4
$\tau_{max}$	$2.5\sqrt{f_{ck}}$	$2.0\sqrt{f_{ck}}$	< $2.0\sqrt{f_{ck}}$
$\tau_f$	$0.40\tau_{max}$	$0.15\tau_{max}$	< $0.15\tau_{max}$

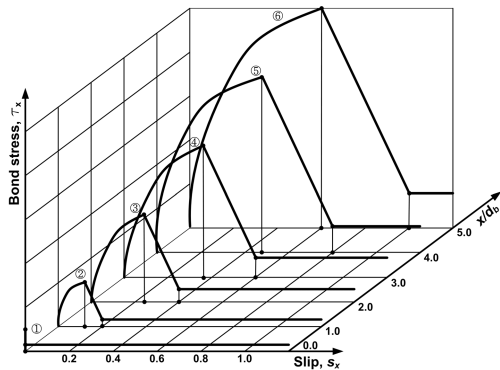


Fig. 5. Bond stress-slip relationship as a function of the distance to the crack

2.2.2 수치해석

부착전달길이 구간에서의 슬립분포를 파악하기 위한 응력 전달과정은 Fig. 6에 도해한 Step-by-Step Method를 이

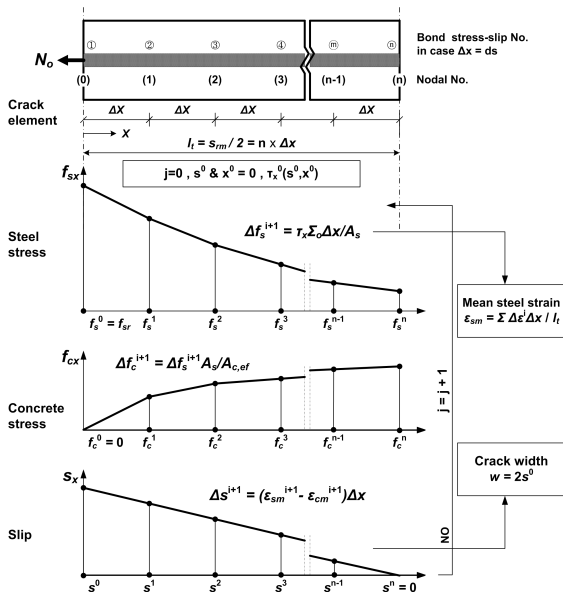


Fig. 6. Step-by-step integration method in crack element [14]

용하였다. 이 방법을 이용하여 작용하중에 의해 균열면에서의 슬립량  $s^0$ 를 가정하고, 부착전달길이 방향으로 단계적 적분을 수행하면서 부재 중앙단면에서의 슬립량  $s^n$ 이 0이 될 때까지 반복 계산하여 각 위치에서의 슬립값을 얻을 수 있다. 수치해석 알고리즘은 Fig. 7과 같으며, 알고리즘의 구현과 반복계산은 노삼영 등[13]의 연구결과를 참고하여 Microsoft사의 Excel VBA와 Regular-Falsi Method[14]를 사용하였다.

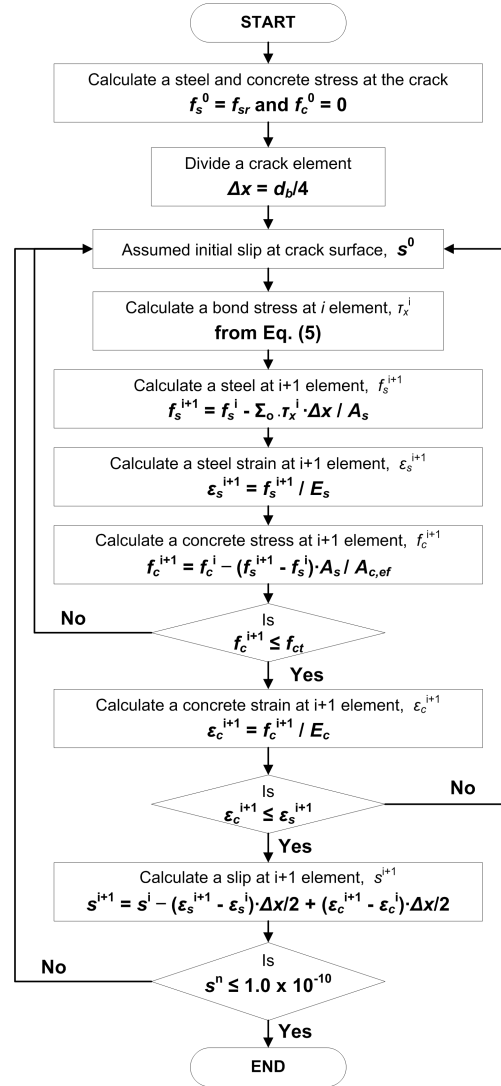


Fig. 7. Flow-chart in numerical analysis method

2.2.3 해석결과 및 슬립함수

작용하중 증가에 따른 슬립 분포를 파악하기 위하여 단위 부재의 부착전달길이에 대해서 철근직경의 1/4씩 분할하여 균열안정화단계 하중부터 항복시까지 슬립 해석을 수행하였다. 해석에 이용된 시험체는 해석을 통한 결과를 실험결과와 비교하여 타당성을 검증하기 위하여 Jiang et

al.[15]이 수행한 실험체의 제원을 그대로 이용하였으며, 그 결과를 Fig. 8에 정리하였다.

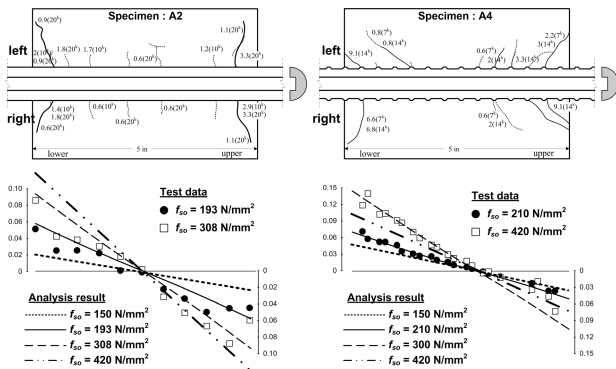


Fig. 8. Comparison of analysis and test results for slip distribution at stabilized crack stage

이 그림을 살펴보면, 균열안정상태로 간주할 수 있는 사용하중 구간 및 항복하중 구간까지 슬립 분포가 비교적 선형으로 나타났다. 이와 함께, 실험에서 측정된 슬립값을 해석 결과와 비교하였는데, 사용성능 검증의 대상인 사용하중 구간에서 슬립 분포를 선형으로 간주할 수 있을만큼 정확성이 있음을 확인할 수 있다.

슬립 분포에 대한 수치해석 결과 및 실험자료와의 비교 분석 결과를 근거로 하여 본 연구에서는 부착응력-슬립 관계 모델 구성을 위한 슬립 함수를 선형함수로 선정하였다. 이 슬립 함수는 Fig. 3(b)에 도해한 것과 같이 부착전달길이와 균열면에서 발생하는 슬립량을 기울기로 갖는 다음과 같은 형태로 구성된다.

$$s_x = \frac{s_o}{l_t} \cdot x \quad (10)$$

Fig. 2(b)-㉔에서 보인바와 같이 균열안정화단계에서는 균열형성단계와 달리 부재 중앙단면에서도 슬립의 변화율이 존재하는데, 이로 인하여 철근과 콘크리트의 변형률  $\epsilon_{sc}$ 와  $\epsilon_{cc}$ 의 차이가 발생하게 되며, 그 크기는 슬립의 1차 도함수와 같다. 그런데, 본 연구에서는 식 (10)과 같이 선형함수로 정의하였기 때문에 1차 도함수의 크기는 슬립 함수의 기울기로서 다음과 같이 일정한 값을 갖는다.

$$\left( \frac{ds}{dx} \right)_{x=0} = \frac{s_o}{l_t} = \epsilon_{sc} - \epsilon_{cc} \quad (11a)$$

식 (11a)에 중앙단면 콘크리트의 변형률  $\epsilon_{cc} = N_{cc} / (E_c A_c)$ 와 철근의 변형률  $\epsilon_{sc} = (N_o - N_{cc}) / (E_s A_s)$ 을 적용하면

$$\left( \frac{ds}{dx} \right)_{x=0} = \epsilon_{sc} - \epsilon_{cc} = \frac{N_o}{A_s E_s} - \frac{(1 + n\rho) N_{cc}}{n\rho A_c E_c} \quad (11b)$$

식 (11b)에서 중앙단면의 콘크리트 분담력  $N_{cc}$ 를 결정하게 되면 식 (10)의 슬립함수를 완성할 수 있다.

균열안정화단계가 시작되면 주균열이 발생하지 못하기 때문에, 부재 중앙단면에서 콘크리트 분담력은 인장강도 이하가 된다. 즉, 균열간격(또는 부착전달길이)의 변화에 따라서 균열하중  $N_{cr}$ 의 0.5배에서 1.0배 사이에서 다양한 값으로 나타나게 된다.

그런데, Mirza and Houde[16]의 실험결과를 분석한 Fig. 9와 같이 안정화단계에서 콘크리트의 분담력은 하중 증가에 상관없이 일정한 값(약  $0.75N_{cr}$ )으로 유지된다는 것을 관찰할 수 있다. 이에 본 연구에서는  $0.75N_{cr}$ 을 중앙단면에서 콘크리트 분담력으로 정의하고, 이를 식 (11b)에 대입하여 다음과 같은 조건식을 완성하였다.

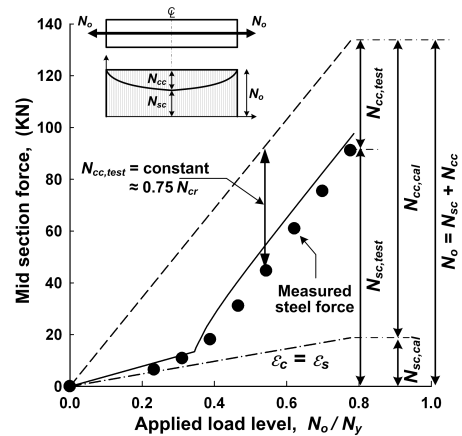


Fig. 9. Test results of midsection force in tension member

$$\frac{s_o}{l_t} = \frac{N_o}{A_s E_s} - 0.75 \frac{(1 + n\rho) f_d}{n\rho E_c} \quad (12)$$

### 2.2.4 부착전달길이와 슬립량

균열안정화단계에서의 부착전달길이는 힘의 평형조건으로부터 구할 수 있다. 즉, 균열 구간 내에서 부착응력이 유발되지 않는 유일한 영역인 중앙단면에서 작용하중은 철근 분담력과 콘크리트 분담력의 합과 같다. 균열이 발생한 부재에서 균열면으로부터 부착전달길이만큼 떨어진 중앙단면에서 부착응력에 의해 콘크리트로 전달되는 힘은  $0.75N_{cr}$ 과 같아야 하므로, 이 조건에 대해서 식 (8a)로 정의한 부착응력 함수를 이용하면 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\frac{\Sigma \sigma \bar{r}_{\max} l_t^{\alpha+1} \left( \frac{s_o}{l_t} \right)^\alpha}{(1 + \alpha) A_c s_1^\alpha} = 0.75 f_d \quad (13)$$

다음으로, 균열안정화단계에서의 변형 조건인 식 (11a)로

부터 부재 중앙단면에서 발생하는 철근의 변형률  $\epsilon_{sc} = \epsilon_{cc} + s_o/l_t$  를 식 (11b)로 정리하면 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$N_o = (1+n\rho)N_{cc} + A_s E_s \frac{s_o}{l_t} \quad (14)$$

이상과 같이 결정된 식 (13)과 식 (14)를 결합하여 정리 하게 되면 부착전달길이를 결정할 수 있다.

$$l_t = \left[ \frac{0.75(1+\alpha)A_c f_{ct} (s_1 A_s E_s)^\alpha}{\Sigma_o \tau_{\max} \{N_o - (1+n\rho)N_{cc}\}^\alpha} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (15)$$

식 (15)는 작용하중을 포함하고 있는데 본 연구의 목적에 부합하기 위한 균열안정화단계 조건에 따라 이 값 대신 균열안정화 시작하중  $N_{o,m}$ 를 도입하여야 한다. 콘크리트구조설계기준 부록 V에서는 균열안정화 조건을 다음과 같이 제시하고 있다.

$$f_s > \frac{(1+n\rho_{ef})}{\rho_{ef}} f_{ct} \quad (16)$$

철근에 발생하는 응력이 식 (16)의 우변항 이상이 되면 안정화가 시작되었다고 할 수 있기 때문에 이 값을 하중으로 정리하면  $A_c f_{ct}(1+n\rho)$ 로 정의할 수 있다.

이상과 같은 조건 및 앞 절에서 제시한 상수 값들을 이용하여 식 (15)를 정리하면 부착전달길이는 철근비, 직경 및 콘크리트 강도에 대한 함수로서 결정할 수 있게 된다.

$$l_t = 0.15 \left[ \left( \frac{E_s}{f_{ct}} \right)^\alpha \frac{d_b}{\rho^{1-\alpha}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (\text{mm}) \quad (17)$$

균열면 슬립량은 식 (17)로 정의한 부착전달길이를 식 (12)에 대입하여 다음의 식으로부터 얻을 수 있다.

$$s_o = 0.15 \left( \frac{1}{\rho^{1-\alpha} f_{ct}^\alpha} \frac{d_b}{E_s} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}} \left[ f_{so} - 0.75 \frac{1+n\rho}{\rho} f_{ct} \right] \quad (18)$$

이상으로부터 부착전달길이와 균열면 슬립량을 결정하게 되면 균열폭 계산에 필요한 조건식을 모두 얻을 수 있다.

### 2.3 균열폭 계산식

앞 절의 정의로부터 유도되는 균열면 슬립량은 철근과 콘크리트가 직접 맞닿는 부착 경계면에서 발생하는 값이다. 그런데, 사용성 평가를 위해 균열폭을 측정하거나 검토하는 위치는 재료 경계면이 아닌 콘크리트 표면이기 때문에 본 연구에서는 이 값을  $s_{o,i}$ 라고 정의한다(Fig. 10(a) 참조).

균열면에서 콘크리트의 실제 변형 상태를 도해한 Fig. 10(a)와 같이 최대 균열폭은 콘크리트 표면에서의 슬립량  $s_{o,s}$ 에 해당한다. 이 크기를 계산하기 위해서는 콘크리트의 비균질성과 각 위치에서 발생하는 슬립량을 고려하여 균열 단면의 변형 분포를 수치적으로 모델링해야 한다. 그러나 이러한 과정은 현실적으로 많은 어려움이 따른다.

따라서 본 연구에서는 Fig. 10(b), (c)와 같이 철근으로부터 전달되는 부착력에 의해 일축 상태의 변형이 발생하는 인장부재로 간주하였다. 이 가정에 의하여 단면의 위치에 상관없이 등분포의 변형이 발생한다는 등가개념을 균열폭 계산에 직접적으로 적용할 수 있다. 즉, 평균 슬립량  $s_{o,m}$ 을 계산한 후, 이 값과 식 (7)의 조건에 의해 평균 균열폭  $w_m$ 의 정의가 가능해진다. 콘크리트 균열면에서의 평균 슬립량은 Fig. 10-(b), (c)에 보인 철근과 콘크리트의 변형량  $\Delta l_{sm}$ 과  $\Delta l_{cm}$ 의 차이와 같으며, 본 연구에서 제안하는 균열폭 모델의 기준식이 된다. 작용하중과 부착응력에 의하여 발생하는 철근과 콘크리트의 변형량은 각각 다음과 같이 계산된다.

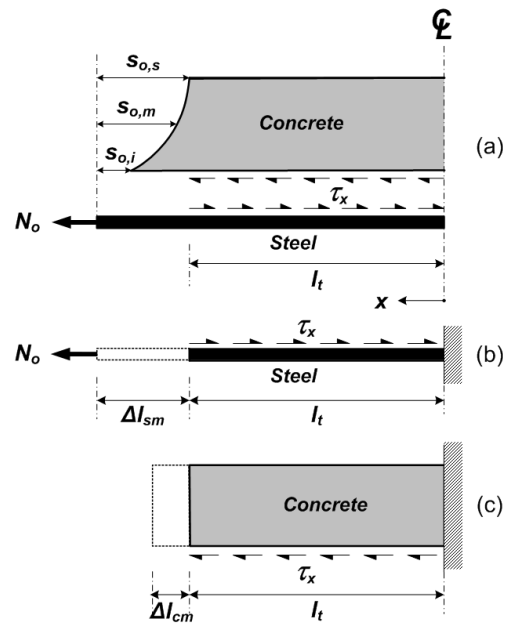


Fig. 10. Steel and concrete deformation of cracked section and its idealization

$$\Delta l_{sm} = \frac{N_o l_t}{A_s E_s} - \int_0^{l_t} \frac{\tau_{\max} \Sigma_o}{A_s E_s s_1^\alpha} \left( \int_x^{l_t} \left( \frac{s_o}{l_t} \right)^\alpha x^\alpha dx \right) dx \quad (19a)$$

$$\Delta l_{cm} = \int_0^{l_t} \frac{\tau_{\max} \Sigma_o}{A_c E_c s_1^\alpha} \left( \int_x^{l_t} \left( \frac{s_o}{l_t} \right)^\alpha x^\alpha dx \right) dx \quad (19b)$$

평균 균열폭은 식 (7)에 의하여 균열면에서 발생하는 평균 슬립량의 두 배에 해당한다. 따라서 식 (19)로부터 계산

되는 평균 변형량을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$w_m = 2l_t(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = 2(\Delta l_{sm} - \Delta l_{cm}) = 2s_{o,m} \quad (20)$$

이상과 같은 조건에 의해 결정되는 균열폭 계산식을 유도하기 위하여 식 (19)를 각각 계산한 후, 이를 식 (20)에 대입하여 정리하면 부착특성과 균열거동을 포함하여 계산할 수 있는 다음과 같은 평균 균열폭 모델이 결정된다.

$$w_m = 2 \frac{l_t}{E_s} \left[ f_{so} - \frac{4(1+n\rho)l_t \tau_{\max} s_{o,z}^\alpha}{(2+\alpha)d_b s_1^\alpha} \right] \quad (21)$$

### 3. 균열폭 계산식의 검증

균열안정화단계에서의 부착특성과 균열거동을 고려할 수 있는 제안 균열폭 모델은 부재의 기하학적 조건과 재료의 특성값 및 부착특성 상수값만을 이용하여 단기하중 상태에서의 균열폭 예측이 가능하다. 여러 연구자들에 의해 수행된 실험결과와 비교를 통하여 제안 모델의 정확성 및 우수성을 검증하였다.

일반적인 휨부재의 경우에는 작용하중에 의해 유발되는 인장력을 콘크리트 단면 전체가 부담하지 않고, 중립축 아래의 인장철근을 둘러싸고 있는 일정한 크기의 콘크리트 면적만이 저항한다. 이와 같이 철근콘크리트 부재 단면 중에서 휨 또는 인장하중을 부담하는 콘크리트 면적을 유효인장단면적  $A_{c,ef}$ 라고 한다. 따라서 식 (21)을 이용하여 콘크리트 휨부재의 균열폭을 예측하기 위해서는 유효인장철근비를 사용하여야 할 것이다. 이를 위하여 본 연구에서는 EC 2, MC 90 및 콘크리트구조설계기준에서 대표적인 휨부재인 보에 대해 규정하고 있는 다음과 같은 유효인장단면적  $A_{c,ef}$ 을 이용하여 계산하였다.

$$A_{c,ef} = b \times 2.5(h-d) \quad (22)$$

여기서,  $b$ 는 휨부재의 폭,  $h$ 는 휨부재의 높이,  $d$ 는 휨부재의 유효깊이이다.

또한, 식 (21)은 철근콘크리트 휨부재의 유효인장단면에 해당하는 인장부재의 균열폭 계산식이라 할 수 있다. 이 식을 교량과 같은 휨부재에 적용하기 위해서는 휨부재의 기하학적 특성인 작용하중에 의한 곡률을 고려하여야 한다. 이에 본 연구에서는 ACI-224[17]에서 제시하는 다음의 곡률  $\beta$ 를 식 (21)에 곱하여 균열폭을 계산하였다.

$$\beta = (d-c)/(h-c) \quad (23)$$

여기서,  $c$ 는 압축연단으로부터 중립축까지의 거리이다.

Fig. 11은 Bilal et al.[18], 강영진 등[19], 고원준 등[20]이 수행한 실험 결과를 본 연구에서 제안한 식 (21) 및 현행 설계기준 규정인 철도설계기준-철도교편, MC 90 및 EC 2와 비교하여 나타낸 것이다. 이 그림을 살펴보면, 본 연구의 제안식으로 계산한 균열폭은 균열형성단계 이후 균열안정화단계에서 다른 설계기준 규정보다 실험결과를 비교적 정확하게 예측함을 알 수 있다. 그러나, 철도설계기준과 EC 2에서 제시하고 있는 균열폭 예측식은 실험결과를 과대평가하고 있으며, 이와는 반대로 MC 90의 규정은 실험결과를 대체적으로 과소평가하는 것으로 나타났다.

특히 EC 2와 MC 90의 경우에는 시험체에 따라서 예측값의 차이가 크게 발생하는데, 이와 같은 이유는 두 설계기준에서 제시하고 있는 평균변형률의 크기는 식 (1d)로서 동일하지만, 균열폭 계산에 큰 영향을 주는 또 다른 변수인 최대균열간격에 대해서 식 (1b) 및 식 (1c)와 같이 서로 다르게 규정하기 때문이라 판단된다. 즉, MC 90에서는 부재의 인장철근비와 철근직경만을 사용하여 계산하기 때문에

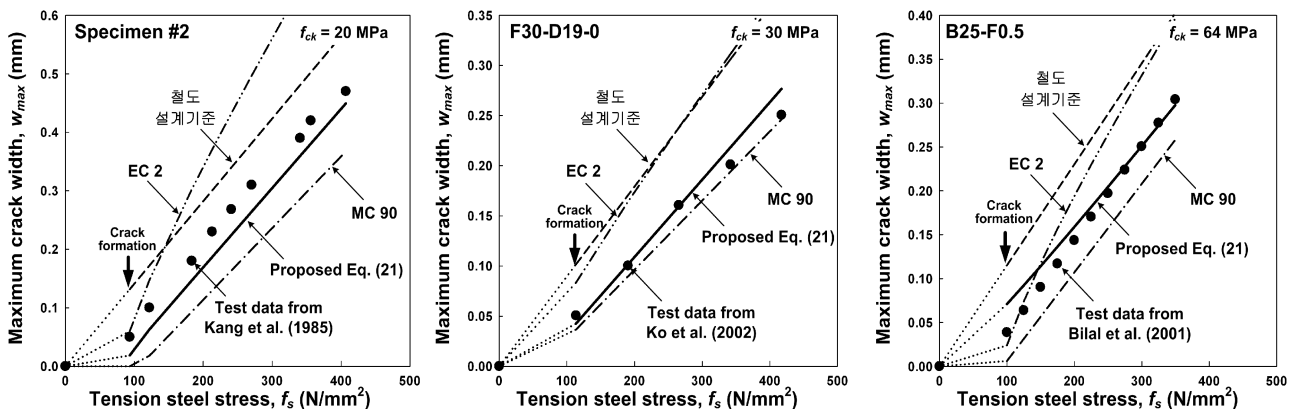


Fig. 11. Comparison of predicted crack width in RC flexural members



균열간격이 작게 평가되지만, EC 2에서는 이들 변수와 함께 피복두께의 영향까지 고려하여 계산하므로 MC 90에 비하여 상대적으로 균열간격이 크게 평가되어 두 규정의 균열폭 예측값에는 차이가 발생하게 된다.

이상의 결과를 종합하면, 본 연구의 제안식 (21)을 이용하여 부재의 설계나 사용성을 검토할 때 안전성을 확보할 수 있을 것이다.

#### 4. 결론

본 연구는 철근콘크리트 구조물의 사용하중 단계에서 발생하는 균열폭을 정확하게 하기 위하여 부착특성과 균열거동을 고려할 수 있는 새로운 모델을 제안한 것이다. 균열안정화단계에서의 슬립 분포가 선형이라는 수치해석 결과를 이용하여 부착응력-슬립 관계를 유도하고, 이로부터 힘의 평형조건과 변형적합조건을 이용하여 부재의 기학학적 조건과 합성거동의 근간이 되는 부착특성만을 변수로 갖는 균열폭 계산식을 유도하였다. 제안된 균열폭 모델은 역학적인 일관성을 확보하고 있으며, 여러 실험자료 및 설계기준 규정과의 비교를 통하여 검증한 결과, 그 적용성 및 정확성이 비교적 양호함을 확인하였다.

또한 이형철근 이외의 보강재가 사용된 콘크리트 구조부재의 균열폭을 예측함에 있어서도 사용되는 보강재료와 콘크리트의 부착특성의 변화를 직접적으로 반영할 수 있도록 제안되었기 때문에 본 연구의 예측식은 범용성을 확보하고 있다고 할 수 있으며, 향후 실험을 통한 검증 및 계수 조정과 같은 보완 연구가 필요하다.

#### 참고 문헌

- CEB-FIP(1991), "CEB-FIP model code 1990," Comite Euro International Du Beton, Paris, pp.87-109.
- European Committee for Standardization(2002), "Eurocode 2- Design of concrete structures," European Committee for Standardization, Brussels, pp.130.
- ACI Committee 318(2008), "Building code requirements for structural concrete and commentary(ACI 318-08)," ACI, Farmington Hill MI, pp.135-137.
- 한국콘크리트학회(2007), "건설교통부 제정 콘크리트구조설계 기준," 한국콘크리트학회, pp.340-348.
- 한국철도시설공단(2004), "철도설계기준-철도교편," 한국철도시설공단, pp.307-310.
- P. Gergely and L. A. Lutz(1968), "Maximum crack width in reinforced concrete flexural members," Causes, Mechanism, and Control of Cracking in Concrete ACI Special Publication SP-20, ACI, Michigan, pp.87-117.
- E. G. Nawy(1968), "Crack control in reinforced concrete structures," ACI Journal, Vol. 65, No. 10, pp.825-836.
- R. I. Gilbert(2008), "Control of flexural cracking in reinforced concrete," ACI Structural Journal, Vol. 105, No. 3, pp.301-307.
- 김 우, 이기열, 김장현(2006), "부착응력-미끌림 관계에 기반한 철근콘크리트 부재의 균열폭 산정," 한국콘크리트학회 논문집, 제 18권, 제 1호, pp. 91-100.
- G. Balazs(1993), "Cracking analysis bases on slip and bond stresses," ACI Materials Journal, Vol. 90, No. 4, pp.340-348.
- H. C. Chan, Y. K. Cheung, and Y. P. Huang(1992), "Crack analysis of reinforced concrete tension members," ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 8, pp.2118-2131.
- Y. Shunsheng and C. Jiakui(1988), "Bond slip and crack width calculations of tension members," ACI Journal, Vol. 85, No. 4, pp.414-422.
- 노삼영, 장성문, 김효혜(2007), "균열발생 후 철근 부식을 고려한 철근콘크리트 인장부재의 균열거동," 대한건축학회 논문집 (구조계), 제 23권, 제 9호, pp.99-106.
- S. C. Chapra and R. C. Candle(2002), "Numerical methods for engineers," McGraw Hill, NY, pp.124-127.
- D. H. Jiang, S. P. Shah, and A. T. Andonian(1984), "Study of the transfer of tensile force by bond," ACI Journal, Vol. 81, No. 3, pp.251-259.
- M. S. Mirza and J. Houde(1979), "Study of bond stress-slip relationships in reinforced concrete," ACI Journal, Vol. 76, No. 1, pp.19-46.
- ACI Committee 224(2002), "Control of cracking in concrete structures," ACI Manual of Concrete Practice, pp.224R-18.
- S. H. Bilal and H. H. Mohamad(2001), "Effect of fiber reinforcement on bond strength of tension lap splices in High-strength concrete," ACI Structural Journal, Vol. 98, No. 5, pp.638-647.
- 강영진, 오병환(1985), "철근콘크리트 휨부재의 균열폭 및 균열간격의 결정," 대한토목학회 논문집, 제 5권, 제 4호, pp.103-111.
- 고원준, 박선규(2002), "부착특성을 고려한 철근콘크리트 부재의 휨 균열폭 산정," 대한토목학회 논문집, 제 22권, 제 4-A호, pp.825-835.

접수일(2009년 8월 17일), 수정일(2009년 9월 11일),  
게재확정일(2009년 12월 4일)