

최성운[†] · 유정상

경원대학교 산업정보시스템공학과

Analysis of Measurement Precisions Using Measurement Experimental Design for Split Plot

Sung-Woon Choi[†] · Jung-Sang You

Department of Industrial Engineering, Kyungwon University

The study presents two measurement split-plot models with a restricted randomization to save cost and time. Split-plot models are used to handle HTCM (Hard To Control Measurement) factors such as high temperature and long-time catalyst control. The models developed are represented by the processes for estimating the measurement precisions, that is, gauge R&R. The study also introduces three-step procedures to identify resolution, improve R&R reduction, and evaluate the precision effect.

Keywords : Measurement Split-Plot Models, Restricted Randomization, HTCM, Measurement Precisions, Gauge R&R

1. 서론

공정개선에 적용되는 통계적 공정관리(SPC : Statistical Process Control)와 제품기술 및 생산기술의 연구 개발과 생산조건의 최적화를 추구하는 실험계획(DOE : Design of Experiment)은 품질 및 경영혁신의 중요한 도구이다. 이렇게 완벽하게 개발, 설계, 생산된 제품이라도 데이터를 고객이 요구하는 규격(Specification)과 비교하기 위한 측정(Measurement, Test, Analysis)이 잘못될 경우 품질개선 노력은 수포로 돌아가게 된다.

최근 이러한 중요성을 인식하여 측정오차(Error)를 줄이기 위한 체계적인 연구가 활발히 진행되고 있다. 측정오차는 경영관리적인 노력에 의해 개선되어지는 측정 정확도(Accuracy)와 기술실무적인 관점의 측정 정밀도(Precision)로 구성된다. 측정 정확도는 회귀분석, $\bar{x}-R$ 관리도, 불확도합성(Propagation of Uncertainty)의 통계적 방법으로 선

형성, 안정성, 교정주기 등을 개선, 관리 할 수 있다. 그러나 측정 정밀도는 계측자, 부품, 다양한 측정환경의 기술적 조건에 의해 영향을 받으므로 요인별 정밀도를 추정하고 평가하는 새로운 도구의 필요성이 요구되고 있다. 측정 정밀도를 효율적으로 분석할 수 있는 기법은 실험계획[4]으로 Gauge(Gage) R&R의 정밀도 연구에서 측정 DOE는 새로운 연구 영역으로 자리매김을 하고 있다. 기존의 측정 DOE연구에서는 계측자, 부품 등을 샘플링하는 랜덤변량 인자로 가정하거나 부품의 재사용 여부에 따라 교차설계(Crossed and Factorial Design)와 지분설계(Nested Design)로 모형을 제안하고 있다. 그러나 고도의 정밀도를 요하는 생명화학 장치산업에서는 측정조건인 고온도와 같이 비용이 많이 들거나 촉매와 같이 장시간이 소요되는 경우 완전랜덤화 설계(CRD : Completely Randomized Design)에 의해 실험을 실시하는 것이 곤란한 HTCM(Hard to Control Measurement)에 직면하게 된다. 이 경우

논문접수일 : 2009년 10월 31일 논문수정일 : 2009년 11월 06일 게재확정일 : 2009년 11월 30일

[†] 교신저자 swchoi@kyungwon.ac.kr

※ 본 논문은 2009년도 경원대학교 지원에 의한 연구임.

실험전체를 랜덤화하지 않고 시간과 비용의 관점에서 HTCM이 어려운 순서로 분할구(Split-Plot)로 나누어 실험을 실시하는 분할 실험계획[1-2, 5-7]이 사용된다.

따라서 본 연구에서는 불순물 함유량의 상한규격과 적정 전류의 양쪽규격을 대상으로 측정하는 계측기, 계측자, 위치, 날짜 등의 측정요인에 대한 정밀도를 2가지 유형의 측정 단일분할법(1단 분할법)모형을 제안한다. 제안된 2가지 모형은 HTCM에 의해 랜덤화가 어려운 1차인자인 부품으로 선정한 경우와 2차 인자로 부품과 계측조건 위치로 선정한 경우로 두 모형에 대한 측정 정밀도 평가 단계[3]를 제시한다.

2. 1차 단위 A, 2차 단위 B 단일분할법 측정 모형

게이지 실험계획을 이용한 측정 정밀도 측정 프로세스 단계[3]는 다음과 같다.

1단계는 측정 실험목표의 설정으로 상한규격(USL : Upper Specification Limit), 하한규격(LSL : Lower Specification Limit), 양쪽규격(LSL~USL)의 고객 요구사항을 정한다.

2단계는 상한규격인 경우 망소특성(STB : Smaller-The-Better), 하한규격인 경우 망대특성(LTB : Larger-The-Better), 양쪽규격인 경우 망목특성(NTB : Nominal-The-Best)의 측정 특성치를 설정한다.

<표 1> 1차 단위 A 단일 분할법 실험순서

R ₁				R ₂			
A ₁		A ₂		A ₁		A ₂	
B ₁	B ₂	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂

3단계는 측정 특성치에 영향을 주는 인자(Factor)의 선정으로 고정값의 재현성이 있는 경우 모수인자로, 랜덤하게 재현성이 없는 경우 변량인자로 구분하며 두 인자의 구성요소에 따라 모수모형, 변량모형, 혼합모형으로 분류된다. 특히 혼합모형의 경우 교호작용의 성질에 따라 제약, 비제약 모형으로 나눈다. 측정대상이 되는 부품을 동일하게 사용하는 경우 교차인자, 유사한 부품을 사용하는 경우 지분인자로 구분되며 구성요소에 따라 교차모형, 지분모형, 결합모형으로 분류된다.

4단계는 측정 인자의 세분화된 값인 측정수준처리의 설정이다.

5단계는 완전랜덤화의 반복(Replication)과 제약된 인자 수준조건하의 되풀이(Repetition)에 의한 실험순서를 결정한다.

6단계는 분산분석(ANOVA)의 모집단 모수의 표현에 대한 샘플통계량의 대비에 의한 인자, 수준, 반복, 되풀이의 관계를 표현한 측정 데이터 구조모형의 설정이다.

7단계는 ANOVA에 의한, SS(Sum of Square of Deviation),

<표 2> 1차 단위 A 단일분할법 SS, DF, MS

측정 정밀도요인	교락요인	SS	DF	MS
R		$lm \sum_k (\bar{y}_{\cdot k} - \bar{\bar{y}})^2$	$r - 1$	MS_R
A		$mr \sum_i (\bar{y}_{i \cdot} - \bar{\bar{y}})^2$	$l - 1$	MS_A
E ₁	A × R	$m \sum_i \sum_k (\bar{y}_{i \cdot k} - \bar{y}_{i \cdot} - \bar{y}_{\cdot k} + \bar{\bar{y}})^2$	$lr - l - r + 1$	MS_{E_1}
B		$lr \sum_j (\bar{y}_{\cdot j} - \bar{\bar{y}})^2$	$m - 1$	MS_B
A × B		$r \sum_i \sum_j (\bar{y}_{i \cdot j} - \bar{y}_{i \cdot} - \bar{y}_{\cdot j} + \bar{\bar{y}})^2$	$lm - l - m + 1$	$MS_{A \times B}$
E ₂	B × R	$l \sum_j \sum_k (\bar{y}_{\cdot jk} - \bar{y}_{\cdot j} - \bar{y}_{\cdot k} + \bar{\bar{y}})^2$	$mr - m - r + 1$	MS_{E_2}
	A × B × R	$\sum_i \sum_j \sum_k (y_{ijk} - \bar{y}_{i \cdot j} - \bar{y}_{i \cdot k} - \bar{y}_{\cdot jk} + \bar{y}_{i \cdot} + \bar{y}_{\cdot j} + \bar{y}_{\cdot k} - \bar{\bar{y}})^2$	$lmr - lm - lr - mr + l + m + r - 1$	
T		$\sum_i \sum_j \sum_k (y_{ijk} - \bar{\bar{y}})^2$	$lmr - 1$	

<표 5> 1차 단위 A×B 단일분할법 SS, DF, MS

측정 정밀도 요인	교락요인	SS	DF	MS=SS/DF
<i>R</i>		$lmn \sum_p (\bar{y}_{\dots p} - \bar{\bar{y}})^2$	$r - 1$	
<i>A</i>		$mnr \sum_i (\bar{y}_{i\dots} - \bar{\bar{y}})^2$	$l - 1$	MS_A
<i>B</i>		$lnr \sum_j \bar{y}_{\cdot j \dots} - \bar{\bar{y}})^2$	$m - 1$	MS_B
<i>A × B</i>		$nr \sum_i \sum_j (\bar{y}_{ij\dots} - \bar{y}_{i\dots} - \bar{y}_{\cdot j \dots} + \bar{\bar{y}})^2$	$lm - l - m + 1$	$MS_{A \times B}$
<i>E₁</i>	<i>A × R</i>	$mn \sum_i \sum_p (\bar{y}_{i\cdot p} - \bar{y}_{i\dots} - \bar{y}_{\cdot p} + \bar{\bar{y}})^2$	$lr - l - r + 1$	MS_{E_1}
	<i>B × R</i>	$ln \sum_j \sum_p (\bar{y}_{\cdot j p} - \bar{y}_{\cdot j \dots} - \bar{y}_{\cdot p} + \bar{\bar{y}})^2$	$mr - m - r + 1$	
	<i>A × B × R</i>	$n \sum_i \sum_j \sum_p (\bar{y}_{ijp} - \bar{y}_{ij\cdot} - \bar{y}_{i\cdot p} - \bar{y}_{\cdot j p} + \bar{y}_{i\dots} + \bar{y}_{\cdot j \dots} + \bar{y}_{\cdot p} - \bar{\bar{y}})^2$	$lmr - lm - lr - mr + l + m + r - 1$	
<i>C</i>		$lmr \sum_k (\bar{y}_{\cdot \cdot k} - \bar{\bar{y}})^2$	$n - 1$	MS_C
<i>A × C</i>		$mr \sum_i \sum_k (\bar{y}_{i\cdot k} - \bar{y}_{i\dots} - \bar{y}_{\cdot k} + \bar{\bar{y}})^2$	$ln - l - n + 1$	$MS_{A \times B}$
<i>B × C</i>		$lr \sum_j \sum_k (\bar{y}_{\cdot j k} - \bar{y}_{\cdot j \dots} - \bar{y}_{\cdot k} + \bar{\bar{y}})^2$	$mn - m - n + 1$	$MS_{B \times C}$
<i>A × B × C</i>		$r \sum_i \sum_j \sum_k (\bar{y}_{ijk} - \bar{y}_{ij\cdot} - \bar{y}_{i\cdot k} - \bar{y}_{\cdot j k} + \bar{y}_{i\dots} + \bar{y}_{\cdot j \dots} + \bar{y}_{\cdot k} - \bar{\bar{y}})^2$	$lmn - lm - ln - mn + l + m + n - 1$	$MS_{A \times B \times C}$
<i>E₂</i>	<i>C × R</i>	$lm \sum_k \sum_p (\bar{y}_{\cdot \cdot kp} - \bar{y}_{\cdot \cdot k} - \bar{y}_{\cdot p} + \bar{\bar{y}})^2$	$nr - n - r + 1$	MS_{E_2}
	<i>A × C × R</i>	$m \sum_i \sum_k \sum_p (\bar{y}_{i\cdot kp} - \bar{y}_{i\cdot k} - \bar{y}_{i\cdot p} + \bar{y}_{\cdot \cdot kp} + \bar{y}_{\cdot j \dots} + \bar{y}_{\cdot k} + \bar{y}_{\cdot p} - \bar{\bar{y}})^2$	$lnr - ln - lr - nr + l + n + r - 1$	
	<i>B × C × R</i>	$l \sum_j \sum_k \sum_p (\bar{y}_{\cdot j kp} - \bar{y}_{\cdot j k} - \bar{y}_{\cdot j p} - \bar{y}_{\cdot kp} + \bar{y}_{\cdot j \dots} + \bar{y}_{\cdot k} + \bar{y}_{\cdot p} - \bar{\bar{y}})^2$	$mnr - mn - mr - nr + m + n + r - 1$	
	<i>A × B × C × R</i>	$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_p (\bar{y}_{ijkp} - \bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{i\cdot kp} - \bar{y}_{ij\cdot p} - \bar{y}_{i\cdot k} + \bar{y}_{i\cdot p} + \bar{y}_{\cdot j k} + \bar{y}_{\cdot j p} + \bar{y}_{\cdot kp} - \bar{y}_{i\dots} - \bar{y}_{\cdot j \dots} - \bar{y}_{\cdot k} - \bar{y}_{\cdot p} + \bar{\bar{y}})^2$	$lmnr - mnr - lnr - lmr - lmn + lm + ln + lr + mn + mr + nr - l - m - n - r + 1$	
<i>T</i>		$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_p (\bar{y}_{ijkp} - \bar{\bar{y}})^2$	$lmnr - 1$	

측조건 위치 B는 3군데(*m*), 계측자 C는 3명(*n*)으로 모 3회(*r*)의 실험순서를 랜덤하게 실시한다.
 두 교차 고정모수 인자이고 되풀이(Repitition) 인자 R은 <표 5>의 ANOVA 검정 결과 측정정밀도 요인 R, A, B,

<표 6> 1차단위 A×B 단일분할법 EMS와 F₀비

측정정밀도 요인	EMS	F ₀ 비
R	$\sigma_{E_2}^2 + n\sigma_{E_1}^2 + lmn\sigma_R^2$	MS_R / MS_{E_1}
A	$\sigma_{E_2}^2 + n\sigma_{E_1}^2 + mn r\sigma_A^2$	MS_A / MS_{E_1}
B	$\sigma_{E_2}^2 + n\sigma_{E_1}^2 + lnr\sigma_B^2$	MS_B / MS_{E_1}
A×B	$\sigma_{E_2}^2 + n\sigma_{E_1}^2 + mr\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_{E_1}$
E ₁	$\sigma_{E_2}^2 + n\sigma_{E_1}^2$	MS_{E_1} / MS_{E_2}
C	$\sigma_{E_2}^2 + lmr\sigma_C^2$	MS_C / MS_{E_2}
A×C	$\sigma_{E_2}^2 + mr\sigma_{A \times C}^2$	$MS_{A \times C} / MS_{E_2}$
B×C	$\sigma_{E_2}^2 + lr\sigma_{B \times C}^2$	$MS_{B \times C} / MS_{E_2}$
A×B×C	$\sigma_{E_2}^2 + r\sigma_{A \times B \times C}^2$	$MS_{A \times B \times C} / MS_{E_2}$
E ₂	$\sigma_{E_2}^2$	

A×B, E₁, C, A×C, B×C, A×B×C는 모두 α=5%에서 유의적으로 판정되었다.

$MS_R = 60, MS_{E_1} = 10, MS_A = 100, MS_B = 80, MS_{A \times B} = 60, MS_{E_2} = 5, MS_C = 50, MS_{A \times C} = 70, MS_{B \times C} = 55, MS_{A \times B \times C} = 40$ 이다.

$\sigma_R^2 = (MS_R - MS_{E_1}) / lmn = (60-10) / 5 \cdot 3 \cdot 3 = 1.11, \sigma_A^2 = (MS_A - MS_{E_1}) / mn r = (100-10) / 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3.33, \sigma_B^2 = (MS_B - MS_{E_1}) / lnr = (80-10) / 5 \cdot 3 \cdot 3 = 1.56, \sigma_{A \times B}^2 = (MS_{A \times B} - MS_{E_1}) / mr = (60-10) / 3 \cdot 3 = 5.56, \sigma_{E_1}^2 = (MS_{E_1} - MS_{E_2}) / n = (10-5) / 3 = 1.67, \sigma_C^2 = (MS_C - MS_{E_2}) / lmr = (50-5) / 5 \cdot 3 \cdot 3 = 1.00, \sigma_{A \times C}^2 = (MS_{A \times C} - MS_{E_2}) / mr = (70-5) / 3 \cdot 3 = 7.22, \sigma_{B \times C}^2 = (MS_{B \times C} - MS_{E_2}) / lr = (55-5) / 5 \cdot 3 = 3.33, \sigma_{A \times B \times C}^2 = (MS_{A \times B \times C} - MS_{E_2}) / r = (40-5) / 3 = 11.67, \sigma_{E_2}^2 = MS_{E_2} = 5$ 이다.

$\sigma_{R\&R}^2 = (\sigma_C^2 + \sigma_{A \times C}^2 + \sigma_{B \times C}^2 + \sigma_{A \times B \times C}^2) + (\sigma_{E_1}^2 + \sigma_{E_2}^2) = (1.67 + 1.00 + 7.22 + 3.33) + (1.67 + 5) = 29.89, \sigma_P^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_{A \times B}^2 + \sigma_R^2 = 3.33 + 1.56 + 5.56 + 1.11 = 11.56, \sigma_T^2 = \sigma_{R\&R}^2 + \sigma_P^2 = 29.89 + 11.56 = 41.45$ 이다. 그리고 $SNR = 1.414\sigma_P / \sigma_{R\&R} = 1.414 \cdot 3.4 / 5.47 = 0.88, R\&RTR = \sigma_P / \sigma_T = 3.4 / 6.44$

= 0.53, $PTR = 6\sigma_P / \text{Tolerance} = 6 \cdot 3.4 / 10 = 2.04$ 로 나타났다. 3가지의 측정 평가지표가 모두 부족한 것으로 판정되어 측정 개선의 노력이 요구된다.

5. 결 론

본 연구에서는 부품, 계측조건 위치 등의 인자가 비용과 시간의 관점에서 완전 랜덤화 설계로 실험순서를 시행하기 어려울 경우 분할구에 의해 측정하는 단일 분할법 게이지 R&R 모형을 제시하였다. 첫 번째 모형은 1차 단위가 부품 교차 인자, 2차 단위가 계측자 교차인자의 계측조건 날짜 블록 되풀이 실험순서인 경우이고 두 번째 모형은 1차 단위가 부품과 계측조건 위치 교차 인자, 2차 단위가 계측자 교차 인자의 계측조건 날짜 블록 되풀이 실험순서인 경우로 추정 정밀도의 산출 프로세스 단계를 제시하였다.

참고문헌

- [1] 최성운; “분할법에서 EMS 알고리즘을 이용한 폴링분산검정”, 대한안전경영과학회지, 10(3) : 245-251, 2008.
- [2] 최성운; “지분인자, 블록인자와 되풀이 유형에 따른 실험계획의 랜덤화 순서”, 대한안전경영과학회 춘계 학술대회 발표문집 : 177-183, 2009.
- [3] 최성운; “측정 정밀도 추정을 위한 게이지 실험계획 프로세스 개발 및 적용”, 대한안전경영과학회 추계 학술대회 발표문집 : 557-563, 2009.
- [4] Box G. E. P., Hunter W. G. and Hunter J. S.; Statistics for Experiments : An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building, Wiley, 1978.
- [5] Bzrich H., Bancroft T.A., Hartley H. O.; “Power of Analysis of Variance Test Procedures for Certain Incompletely Specified Models, I,” The Annals of Mathematical Statistics, 27(4) : 1017-1043, 1956.
- [6] Harter, H. L.; “On the Analysis of Split-Plot Experiments,” Biometrics, 17(1) : 144-149, 1961
- [7] Hines W. G. S.; “Pragmatics of Pooling in ANOVA Tables,” The American Statistician, 50 : 127-139, 1996.