Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering
Vol. 32, No. 4, pp.142－152, December 2009.

복합화물의 재고를 고려한 선박 운송계획에 관한 발견적 해법

원석희 · 황승준†

한양대학교 경상대학 경영학부

A Heuristic Solution for the Inventory Constrained Ship Routing for Multi-Commodity Bulk

Suk Hee Won · Seung-June Hwang†

Department of Business Administration, Hanyang University, Ansan, Gyeonggi, Korea

We developed two heuristic methods to solve the problem considering a fleet of ships delivering chemical products from terminals to terminals. We need to decide how much of each product to carry, on which ship, subject to the conditions that all terminals must have sufficient products to meet demand, and the stock levels of the products cannot exceed the inventory capacity of that terminal. Mathematical formulation and the optimal objective value for the small size problems are compared with two greedy heuristic methods developed in terms of solution qualities and computing time. Numerical experiments on test problems indicate that the heuristics are effective at finding good solutions quickly.

Keywords : Ship Routing, Inventory Routing, Heuristic Method

1. 서 론

이 논문을 통하여 재고를 고려한 다양한 사이즈의 복합 벌크 화물을 수송하는 선박 운행계획의 수립과 관련한 발견적 방법(Randomized greedy heuristic method)을 통한 솔루션 획득 방법에 대하여 논하고자 한다.

네트워크 모형을 활용한 트럭의 최적 운송계획 수립과 관련하여 국내외를 불문하고 상당히 많은 논문들이 제시되고 있다. 하지만 선박의 최적 운행계획 수립과 관련한 연구는 상대적으로 트럭의 운송계획 수립과 관련한 연구에 비하여 양적인 측면에서 미미한 것이 현실이다. 특히, 전세계 상품 물동량 중 약 90%의 물량과 70%의 가치가 배를 통하여 운송[7]되고 있는 현실과 국내 생산제품의 상당량이 선박을 통한 수출을 하고 있는 현실을 고려해 볼 때 선박의 효율적인 운송계획 수립은 그 의미가 크다고 하겠다. 또한 선박의 경우 1회 운항 및 유지와 관련하여 소요되는 비용이 일반 트럭의 경우와 비교할 때 상당히 크므로 효율적인 운송계획 수립의 중요성은 더 커진다고 볼 수 있다. Chajakis[2]의 연구에 의하면 선박을 이용하여 제품운송을 주로하는 정유사의 경우 7% 로지스틱 비용의 절감에 따르는 정유사 이윤 증가가 약 2% 이르는 것으로 조사되었다.

특히 본 논문은 여러 화학제품의 재고수준을 일정 수준으로 유지하기 위한 수단으로 선박을 이용하는 경우 최소비용을 실현하는 운송 스케줄을 얻기 위한 Inventory Routing and Scheduling 문제라고 할 수 있다. 즉 어느 시점에 어느 거점에 도달하여 어떤 제품을 얼마나 싣거나 내릴 것인가, 또한 다음 목적지는 어디인가에 관한 최적 의사결정을 모델링 하는 문제이다. Hwang[5]은 벌크 화물의 선박물류와 관련한 문헌 연구를 하였는데 그 중

논문접수일 : 2009년 09월 12일 논문수정일 : 2009년 11월 04일 게재확정일 : 2009년 12월 02일
† 교신저자 sjh@hanyang.ac.kr
※ 이 논문은 2007년 한양대학교 일반연구비 지원으로 연구되었음(HY-2007-G).

에서도 본 논문은 재고를 고려한 선박 운행 최적화 문제를 다룬 Christiansen[3]과 Christiansen and Nygreen[4]의 연구에서 다루어진 선박운행 최적화 수리모형에서 사용된 변수선언의 방법과 고려된 제약조건에서 유사하나 하나의 선박이 다루고 있는 화물의 종류가 다양하다는 측면에서 그 차이가 있다고 할 수 있다. 나중에 Al-Khayyal and Hwang[1]은 선박의 모양과 크기 그리고 운송할 수 있는 화학제품의 종류가 다양한 경우를 상정하여 최적화 모델을 설정하고 100개가 넘는 샘플문제를 생성하여 computation time을 측정함으로써 문제의 복잡성에 대하여 연구하였는데, 문제의 사이즈가 조금씩만 증가 하더라도 그에 따르는 솔루션 타임은 기하급수적으로 증가된다는 사실을 실증적으로 보였다. 따라서 본 논문에서는 Al-Khayyal and Hwang[1]에서 다루어진 수리모델을 기반으로 복잡하고 최적 솔루션을 구하는데 상당한 시간이 소요되는 문제를 빨리 효율적으로 풀 수 있는 발견적 해법에 대하여 다루고자 한다.

1.1 문제의 가정

본 논문에서 다루고자 하는 문제는 다음과 같다. 다양한 형태의 선박이 항구와 항구사이를 운행하고 있으며 이 선박들의 목적은 각 항구에서 보관 또는 생산 중인 화학제품의 재고수준이 일정 수준내로 유지하도록 하는 것이다. 각 항구에는 여러 종류의 화학제품들이 보관되고 있는데, 항구에 따라 특정 화학제품은 생산되기도 하고 소비되기도 한다. 예를 들어 A항구에서는 벤젠을 생산하지만 나프타는 생산하지 않고 B항구에서 생산되는 나프타를 선박을 통하여 수입해서 사용 한다고 가정할 수 있다. 이와는 반대로 B 항구는 A항구에서 생산된 벤젠을 수입해서 사용하고 있다고 가정할 수 있다. 이 경우 A항구와 B항구는 선박을 이용하여 각각 상호 보완적으로 제품을 교환할 수 있다. 즉, 선박을 이용하여 항구 A와 B의 나프타와 벤젠 탱크의 재고수준이 유지되고 있는 것 이다. 이 논문에서는 벤젠의 제품 입장에서 바라볼 때 A 항구는 생산항구, B 항구는 소비항구로, 나프타의 제품 입장에서 보면 A항구는 소비항구, B항구는 생산항구로 제품에 따라 항구의 성격을 명명하고자 한다.

선박들은 생산항구와 소비항구를 운행하면서 일정한 속도로 생산되거나 소비되어지는 화학제품의 재고수준이 유지되도록 하는 역할을 하고 있다. 하나의 선박에는 다른 여러 종류의 화학제품을 실을 수 있는 여러 개의 컴파트먼트가 존재하며 각 컴파트먼트들은 특정 화학제품만을 실을 수 있도록 고안되어 있다. 어떤 특정 선박의 경우 여러가지 화학제품 중 벤젠과 나프타를 동시에 운반할 수 있는 컴파트먼트를 각각 가지고 있다고 가정해 보자. 이 선박이 A항구에 정박하면 A항구에서 생산되는 벤젠이 A항구의 벤젠 저장탱크를 넘치기 전에 선박의 벤젠용 컴파트먼트로 퍼내야 하고 A항구에서 소비되고 있는 나프타는 나프타 저장탱크의 재고가 바닥나지 않도록 선박의 나프타를 보관하는 컴파트먼트에서 A항구의 나프타 저장탱크로 채워 넣어야 한다. 이렇게 함으로써 각 항구별로 여러종류의 화학제품들의 재고수준이 일정수준 이내에 유지되도록 할 수 있다.

1.2 수리모형

이 문제는 선박의 운행과 관련한 비용을 최소화 하는 것이 목적이다. 동시에 4가지 종류의 제약조건을 만족해야 한다. 첫번째 제약조건은 네트워크 흐름과 관련되어 있고 두번째 제약조건은 선박의 운송제품의 양과, 세번째는 항구의 시간제약, 그리고 제품별 재고수준의 유지와 관련되어 있다. 즉, 여러 항구에 보관중인 화학제품들이 특정수준내의 재고를 유지하게 하기 위한 선박의 최소비용 운영방법을 제시하고자 한다.

선박의 운행과 관련한 변수로 x_{imjnv}를 정의 하였는데 0, 1 값을 취하는 이진 변수이다. 만약 선박 v가 항구 i를 m번째로 방문한 후 항구 j를 n번째로 방문하면 이 의사결정변수는 1을 아니면 0 값을 취한다. 여기서 인덱스 i와 j는 항구를 의미하고 m과 n은 각 항구별로 방문되어지는 횟수를 의미한다. 이 문제를 네트워크 흐름문제로 해석해 보면 (i, m)이라는 상태에서 (j, n)이라는 상태로 선박 v가 이동하는 네트워크 디자인 문제로 해석할 수 있다.

1.2.1 목적식

목적식은 선박의 운행비용을 최소화 하는 것이다. 선박의 운행비용은 C_{ijv}로 설명되어 지는데 선박 v가 항구 i와 j사이를 운행하는데 소요되는 비용을 의미한다. 또한 파라메터 C_{Wik} 제품 k를 항구 i에서 선박에 싣거나 내리게 되면 발생하는 비용이다. 여기서 의사결정변수 o_{imvk}는 제품 k가 항구 i에서 m번째로 선박 v에 의해서 서비스 되면(싣거나 내리면) 1이고 아니면 0이 되는 이진 변수 이다. 선박 운행과 관련한 비용을 최소화 하는 식은 다음과 같다.

$$\sum_{v \in V} \sum_{(i,m,j,n) \in A_v} C_{ijv} x_{imjnv} + \sum_{i \in H_T} \sum_{m \in M_i} \sum_{v \in V} \sum_{k \in K_v} C_{Wik} o_{imvk}. \tag{0}$$

집합 V는 선박을 나타내는 인덱스 v의 총 집합이고, H_T는 모든 항구의 집합이다. 집합 M_i는 항구 i에

대하여 생성된 방문회수를 나타내는데 예를들어 항구 i에 대하여 계획기간 동안 총 5회의 방문을 선정하였다면 $M_i=\{1,2,3,4,5\}$가 될 것이다. 집합 K_v는 선박 v가 운반할 수 있는 모든 제품을 포함하는 집합이다. 집합 A_v는 선박 v가 운항할 수 있는 네트워크 상의 모든 아크를 의미하는데 이때의 아크는 (i, m, j, n)로 표현되어진다.

1.2.2 네트워크 제약식

아래의 제약식은 선박의 운행을 추적하는데 필요한 제약식들이다. 여기서 $S_T := \{(i, m) : m \in M_i, \text{ for } i \in H_T\}$는 항구와 방문횟수 페어인 의 모든 집합을 의미한다. 또한 $S_0 := \{(i_v, m_v) : v \in V\}$는 모든 선박 $v \in V$에 대한 초기 상태 (i_v, m_v)를 나타내고 있다. 초기 상태를 제외한 페어 (i, m)은 집합 $S_N := S_T \setminus S_0(i_v, m_v)$으로 표현된다. 초기 상태에 ρ_i개의 선박이 항구 i에 위치할 경우 임의적으로 방문번호 $m_v \in \{1, 2, \cdots, \rho_i\}$를 모든 선박 $v \in \{v_1, v_2, \cdots, v_{\rho_i}\}$에 대해 할당하게 된다.

$$\sum_{(j,n)\in S_T} x_{jnimv} - \sum_{(j,n)\in S_N} x_{imjnv} - z_{imv} = 0, \quad \text{for every } (v, i, m) \in V \times S_T, \tag{1}$$

$$\sum_{(i,m)\in S_T} z_{imv} = 1, \quad \text{for each } v \in V, \tag{2}$$

$$\sum_{v\in V}\sum_{(j,n)\in S_T} x_{jnimv} + y_{im} = 1, \quad \text{for every } (i,m) \in S_T, \tag{3}$$

$$y_{im} - y_{i(m-1)} \ge 0, \quad \text{for every } (i,m) \in S_N. \tag{4}$$

제약식 (1)은 항구 i에 m번째 도착한 선박 v는 항구 i를 떠나거나 항구 i에서 항로를 마쳐야 함을 의미하고 있다. 여기서 의사결정변수 z_{imv}은 선박 v가 항구 i에서 m번째 방문하면서 항로를 마치는 경우 1아니면 0인 이진변수이다. 그러므로 제약식 (2)에 의해서 모든 선박은 어떤 페어 (i, m)에서 항로를 마쳐야 함을 의미하고 있다. 다음으로 제약식 (3)은 모든 페어 (i, m)은 최대한 한번 방문될 수 있음을 의미한다. 여기서 변수 y_{im}은 페어 (i, m)이 방문되지 않았었을 때 1이고 방문되면 0인 이진변수이다. 즉, 페어 (i, m) 방문되지 않았다면 $y_{im}=1$이고 $\sum_{v\in V}\sum_{(j,n)\in S_T} x_{jnimv}=0$이 되므로 방문되지 않은 페어 (i, m)으로 어느 선박 v도 도착하지 않았음을 의미하게 된다. 반대로 페어 (i, m) 방문 되었다면 $y_{im}=0$이므로 $\sum_{v\in V}\sum_{(j,n)\in S_T} x_{jnimv}=1$이 되며 이는 페어 (i, m)으로 어떤 선박이 방문하였음을 의미하게 된다. 마지막으로 제약식 (4)에 의하여 항구 i가 몇 번 방문되었는지를 확인할 수 있으며 모든 항구 i에 대하여 $m-1$번째 방문이 일어나지 않은 경우 다음 방문인 m번째 방문은 일어날 수 없음을 의미한다.

1.2.3 제품 적재 제약식

이 제약식들은 선박에 적재된 제품의 적재량을 추적할 수 있도록 구성되어 있다. 집합 k_v는 선박 v가 운반할 수 있는 제품을 의미한다. 반면 집합 K_i^H는 항구 i에서 보관하고 있는 제품을 의미한다.

$$l_{imvk} + J_{jk}q_{jnvk} - l_{jnvk} + CAP_{v_k}x_{imjnv} \le CAP_{v_k}, \quad \text{for every } v \in V, \text{ and every } (i, m, j, n, k) \in A_v \times K_v, \tag{5}$$

$$l_{imvk} + J_{jk}q_{jnvk} - l_{jnvk} - CAP_{v_k}x_{imjnv} \ge -CAP_{v_k}, \quad \text{for every } v \in V, \text{ and every } (i, m, j, n, k) \in A_v \times K_v, \tag{6}$$

$$Q_{vk} + J_{ik}q_{i_v m_v vk} - l_{i_v m_v vk} = 0, \quad \text{for each } v \in V \text{ and every } k \in K_v \tag{7}$$

$$l_{imnk} \le \sum_{(j,n)\in S_T} CAP_{v_k}x_{jnimv}, \quad \text{for each } v \in V \text{ and every } (k, i, m) \in K_v \times S_N, \tag{8}$$

$$q_{imvk} \le CAP_{v_k}o_{imvk}, \quad \text{for each } v \in V \text{ and every } (k, i, m) \in K_v \times S_T. \tag{9}$$

제약식 (5)와 (6)는 선박 v가 페어 (i, m)에서 (j, n)으로 운항할 때 지켜야할 사항을 명시하고 있다. 여기서 i_{jnvk}은 선박 v가 페어 (j, n)에서 서비스를 마친 후 선적되어 있는 제품 k의 양을 의미한다. 이 재고량은 페어 (j, n)이 서비스 되기전의 제품 k의 양과 페어 (j, n)에서 서비스되는 제품 k의 양인 q_{jnvk}의 양의 합과 동일하다. 파라메터 J_{ik}는 항구 i가 제품 k의 생산항구일 때 1이고 소비항구일 때는 -1이다.

제약식 (7)은 초기 상태의 페어 (i_v, m_v)에서의 선박 v에 실려 있는 제품 k의 양인 Q_{vk}와 서비스 후의 변화량에 대한 관계를 설명하고 있다.

제약식 (8)은 서비스를 마치고 난 후 선박에 남아있는 제품 k의 양인 l_{imvk}는 선박 v의 제품 k 수용 한계량 CAP_{vk}보다 작아야 함을 의미하고 있다. 제약식 (9)는 페어 (i, m)에서 제품 k의 서비스량인 q_{imvk}는 한계량 CAP_{v_k}보다 적음을 의미하고 있다.

1.2.4 시간 제약식

이 제약식들은 서비스 시간과 운행시간과의 관계를 제약하고 있다. 변수 t_{im}과 t_{Eim}은 각각 항구 i의 m번째 서비스의 시작시간과 종료시간의 변수이다. 계획기간은 파라메터 t로 표시 되었다.

$$t_{im} - t_{i(m-1)} \geq 0, \quad \text{for every } (i, m) \in S_N \tag{10}$$

$$t_{im} + \sum_{v \in V} \sum_{k \in K_v} TQ_{ik} q_{imvk} + W_i \sum_{v \in V} \sum_{k \in K_v} o_{imvk} - t_{Eim} = 0, \quad \text{for every } (i, m) \in S_T, \tag{11}$$

$$t_{Eim} + T_{Sijv} - t_{jn} + 2Tx_{imjnv} \leq 2T, \quad \text{for every } v \in V, \text{ and every } (i, m, j, n) \in A_v. \tag{12}$$

제약식 (10)은 항구 i에서 $(m-1)$번째 도착이 m번째 도착보다 먼저 일어나야 함을 제약하고 있다. 제약식 (11)은 각각의 페어 (i, m)에서의 서비스 종료 시간에 대하여 표현하고 있다. 서비스 종료시간은 서비스 시작시간과 서비스에 소요되는 시간의 합과 같다. 여기서 TQ_{ik}는 항구 i에서 제품 k의 단위량 당 소요되는 서비스 시간을 의미한다. 제약식 (12)은 페어 (j, n)에서의 서비스 시작 시간에 대하여 제약하고 있다. 만약 선박 v 페어 (i, m)에서 페어 (j, n)으로 출발하면, 즉 네트워크 운행변수 $x_{imjnv} = 1$이면 페어 (j, n)의 도착시간 t_{jn}은 페어 (i, m)에서의 출발시간인 t_{Eim}과 항구 i에서 j로의 선박 v의 운행시간 T_{ijv}을 합한 것과 같아야 한다.

1.2.5 재고 제약식

이 제약식들은 재고수준이 항구의 물리적 탱크의 한계 안에서 관리되고 있음을 나타내고 있다. 변수 s_{imk}는 항구 i에 m번째 선박이 방문하는 시점에 보관 중인 제품 k의 보관량을 의미하고 변수 s_{Eimk}는 서비스를 마치고 난 다음의 재고량을 의미한다. 변수 p_{im}은 $(m-1)$번째 선박이 출발하기 전에 m번째 선박이 도착하게 되면 1, 아니면 0을 의미하는 이진변수이다. 파라메터 J_{ik}는 항구 i가 제품 k의 생산항구이면 즉, 단위시간당 항구 i에서 제품 k의 생산량 $R_{ik} > 0$이면 $+1$, 그 반대로 $R_{ik} < 0$이면 $J_{ik} = -1$이다. 파라메터 S_{MNik}는 항구 i에서 허용되는 제품 k의 최소 보관량으로서 항상 이 수준 이상의 재고를 유지하는 정책을 취하고 있다.

$$s_{i1k} = IS_{ik} + J_{ik} R_{ik} t_{i1}, \text{ for every } (i,k) \in H_N \times K_i^H, \tag{13}$$

$$s_{imk} - \sum_{v \in V} J_{ik} q_{imvk} + J_{ik} R_{ik} (t_{Eim} - t_{im}) - s_{Eimk} = 0, \quad \text{for every } (i, m, k) \in S_T \times K_i^H, \tag{14}$$

$$t_{im} - t_{Ei(m-1)} \geq [p_{im} - 1]\, T, \text{ for every } (i, m) \in S_N, \tag{15}$$

$$[t_{im} - t_{Ei(m-1)}] \leq Tp_{im}, \text{ for every } (i, m) \in S_N, \tag{16}$$

$$s_{Ei(m-1)k} + J_{ik} R_{ik} [w_{im}^1 - w_{im}^2] = s_{imk}, \quad \text{for every } (i, m, k) \in S_N \times K_i^H, \tag{c1.a}$$

$$w_{im}^1 \geq 0, \quad \text{for every } (i, m) \in S_N, \tag{c1.b}$$

$$w_{im}^1 \geq t_{im} + Tp_{im} - T, \text{ for every } (i, m) \in S_N, \tag{c1.c}$$

$$w_{im}^1 \leq t_{im}, \quad \text{for every } (i, m) \in S_N, \tag{c1.d}$$

$$w_{im}^1 \leq Tp_{im}, \quad \text{for every } (i, m) \in S_N, \tag{c1.e}$$

$$w_{im}^2 \geq 0, \quad \text{for every } (i, m) \in S_N, \tag{c1.f}$$

$$w_{im}^2 \geq t_{Ei(m-1)} + Tp_{im} - T, \quad \text{for every } (i, m) \in S_N, \tag{c1.g}$$

$$w_{im}^2 \leq t_{Ei(m-1)}, \quad \text{for every } (i, m) \in S_N, \tag{c1.h}$$

$$w_{im}^2 \leq Tp_{im}, \quad \text{for every } (i, m) \in S_N. \tag{c1.i}$$

$$S_{MNik} \leq s_{imk} \leq S_{MXik}, \quad \text{for every } (i, m, k) \in S_T \times K_i^H, \tag{17}$$

$$S_{MNik} \leq s_{Eimk} + J_{ik} R_{ik} T (y_{i(m+1)} - y_{im}) - J_{ik} R_{ik} (v_{im}^1 - v_{im}^2) \leq S_{MXik}, \quad \text{for every } (i, m, k) \in S_T \times K_i^H, \tag{c2.a}$$

$$v_{im}^1 \geq 0, \quad \text{for every } (i, m) \in S_T, \tag{c2.b}$$

$$v_{im}^1 \geq t_{im} + y_{i(m+1)} - T, \quad \text{for every } (i, m) \in S_T, \tag{c2.c}$$

$$v_{im}^1 \leq t_{Eim}, \quad \text{for every } (i, m) \in S_T, \tag{c2.d}$$

$$v_{im}^1 \leq y_{i(m+1)}, \quad \text{for every } (i, m) \in S_T, \tag{c2.e}$$

$$v_{im}^2 \geq 0, \quad \text{for every } (i, m) \in S_T, \tag{c2.f}$$

$$v_{im}^2 \geq t_{Eim} + y_{im} - T, \quad \text{for every } (i, m) \in S_T, \tag{c2.g}$$

$$v_{im}^2 \le t_{Eim}, \quad \text{for every } (i, m) \in S_T, \qquad (c2.h)$$

$$v_{im}^2 \le y_{im}, \quad \text{for every } (i, m) \in S_T. \qquad (c2.i)$$

제약식 (13)은 초기 재고량과 관련한 제약식이다. 여기서 재고량 s_{i1k}는 계획기간의 시작 후 첫번째 선박이 도착하여 서비스를 시작하는 시점의 항구 i에 보관 중인 제품 k의 재고량을 의미한다. 즉, 파라메터 IS_{ik}는 항구 i에 보관된 제품 k의 초기 보관량이다. 변수 t_{i1}는 첫번째 선박이 항구에 도착하는 시간을 의미한다. 만약 계획기간 초기에 이미 선박이 항구 i에 정박 중이라면 변수 $t_{i1}=0$으로 설정되어진다. 이 경우 $s_{i1k}=IS_{ik}$ 관계가 성립된다. 제약식 (14)는 선박의 서비스와 생산, 소비에 따른 항구의 재고량이 일치되도록 제약하고 있다. 여기서$t_{Eim}-t_{im}$은 항구 i의 m번째 서비스 시작과 끝시간의 시간 간격을 의미한다. 제약식 $(c1.a)$-$(c1.i)$는 하기의 비선형 제약식

$$s_{Ei(m-1)k}+J_{ik}R_{ik}[t_{im}-t_{Ei(m-1)}]p_{im}=s_{imk}, \quad \text{for every } (i,\ m,\ k) \in S_N \times K_i^H$$

을 선형화한 동일한 표현이다. 비선형을 형성하는 변수의 곱셈형태인 $t_{im}p_{im}$은 w_{im}^1으로 $t_{Ei(m-1)}p_{im}$은 w_{im}^2으로 치환 되었다. 이러한 선형화와 관련하여 Hwang and Seo[6]의 설명을 참조할 수 있다. 제약식 (17)과 $(c2.a)$-$(c2.i)$는 제품의 재고량이 일정한 수준내에서 관리되어지고 있음을 표현하고 있다. 이 제약식$(c2.a)$-$(c2.i)$ 또한 하기의 동일한 비선형 제약식

$$S_{MNik} \le s_{Eimk}+R_{ik}(T-t_{Eim})(y_{i(m+1)}-y_{im}) \le S_{MXik}, \quad \text{for every } (i,\ m,\ k) \in S_T \times K_i^H.$$

을 선형화한 결과이다. 여기서 비선형을 형성하는 변수의 곱셈형태인 $t_{Eim}y_{i(m+1)}$은 v_{im}^1으로 $t_{Eim}y_{i(m+1)}$은 v_{im}^2으로 치환 되었다. 상기의 제약식은 m번째 서비스가 끝나고 $m+1$번째 서비스가 시작하기 전까지의 재고량이 최대와 최소 재고량 사이에서 유지되도록 제약함으로써 전 계획기간동안 재고량이 일정 수준내에 유지되도록 제약될 수 있음을 나타낸다.

1.3 수학적 모형의 크기

상기와 같이 선박의 운행계획을 최적화 하는 수학적 모형은 상당히 많은 변수를 동원하게 된다. 예를 들어 5척의 선박이 5종류의 제품을 10개의 항구에 운송하는 모델을 가정할 때 한 항구당 단 3번의 방문을 허락하는 경우에 이진 변수의 수는 3740개에 달하고 그 외의 의사결정 변수도 5500개에 달하며 제약식은 35810개에 달하게 된다. 만약 계획기간이 증가하여 각 항구별로 더 많은 방문을 허용할 경우 의사결정 변수와 제약식의 수는 기하급수적으로 증가하여 일반적인 최적화 문제해결 방법으로의 접근이 거의 불가능하게 되며 이에 소요되는 계산시간 또한 기하급수적으로 증가하는 경향을 보인다.

2. 발견적 방법을 활용한 해찾기

최적해를 찾기에는 본 모델의 복잡도가 높은 관계로 현실적인 활용성을 높이기 위해서는 발견적 방법을 사용하는 것이 적합할 것으로 판단된다. 다만 이경우에도 소규모의 문제에 대한 최적해를 구하고 발견적 방법을 통한 최적해와 비교하여 최적해와 발견적 방법을 통해 얻은 해의 차이에 대한 분석을 제시함으로써 여기서 소개되는 발견적 방법의 효용성에 대한 판단을 할 수 있다.

이 장에서는 두 가지의 발견적 방법을 제시하고 있다. Harbor-First Heuristic으로 명명된 방법과 Ship-First Heuristic으로 명명된 방법을 통하여 가능해를 지속적으로 반복 탐색하여 얻은 해 중 가장 운행비용이 적게 소요되는 가능해를 최종해로 결정하는 방법이다. 두 발견적 방법 모두 Iterative한 알고리듬을 사용하고 있으며 운항계획을 수립함에 있어서 랜덤하게 생성된 값을 이용하여 운행 경로와 항구에서 서비스하는 제품의 양을 결정하게 된다. 한번의 Iteration을 수행하는데 소요되는 계산 시간이 짧으므로 최대한 계산 시간이 허용하는 한도내에서 최대한 많은 Iteration을 테스트 할 수 있다. 또한 많은 Iteration을 거치게 되면 더 좋은 가능해를 얻을 가능성이 높아진다.

2.1 Harbor-First Heuristic

첫 번째 Iteration에서 우선 항구 중에 가장 급하게 제품에 대한 서비스가 필요한 항구를 찾는다. 이렇게 응급한 항구를 찾고 난 뒤에 그 응급항구에 서비스를 수행할 수 있는 후보 선박들을 찾아내고 그 중 가장 비용이 적게 소요되는 선박을 그 응급항구로 운송 시킨 후 서비스 가능한 모든 제품에 대하여 최대한의 서비스를 제공하게 된다.

2.1.1 응급항구의 선택

우선 가장 응급하게 서비스 받아야 하는 항구를 다음의 방법으로 계산할 수 있다. 여기서 항구 i에 대하여

응급시간 U_i는 다음과 같이 계산한다.

$$U_i = CHT_i + \min_{k \in K_i^H} U_{ik} \tag{18}$$

where

$$U_{ik} = \begin{cases} \dfrac{S_{MXik} - CS_{ik}}{R_{ik}} & \text{if } J_{ik} = +1 \\ \dfrac{CS_{ik} - S_{MNik}}{R_{ik}} & \text{if } J_{ik} = -1 \end{cases}$$

여기서 CHT_i는 항구 i에 대하여 0으로 초기화된 값으로서 언제든지 서비스 받게 될 때마다 서비스가 제공된 시점을 기억하기 위한 변수 이다. 또한 CS_{ik}는 CHT_i 시간 에서 항구 i의 제품 k의 재고수준을 의미한다. 이 값은 초기값으로 IS_{ik}로 초기화 되어있다. 만약 항구 i가 제품 k의 생산항구라면 항구의 보관량의 최대치인 S_{MNik}와 재고수준 CS_{ik}의 차이만큼 재고 누적을 위한 공간이 생기게 되고 이를 단위시간당 생산량인 R_{ik}로 나누게 되면 항구 i에서 제품 k를 실어 내기까지의 시간이 계산된다. 이렇게 계산된 항구 i의 모든 제품 k의 응급시간 중 가장 작은 시간을 계산해 냄으로써 모든 항구 중 가장 응급하게 서비스 되어야 할 항구를 찾을 수 있다. 만약 모든 항구의 응급시간 $U_i \geq T$이면, 즉 모든 응급시간이 계획기간 T보다 길면 Iteration은 종료하게 된다. <그림 1>은 CS_{ik}, CHT_i, 그리고 U_{ik}의 관계에 대하여 제품 k에 대한 소비항구일 때와 생산항구일 때를 나누어 설명하고 있다. 그러므로 각 항구는 어떤 선박에 의하여 $U_i < T$시간 이전에 서비스 되어져야 한다.

2.1.2 선박의 선택

항구 i가 가장 응급한 항구라는 가정하에 어떠한 선박이 현 시점의 위치 CP_v에서 항구 i에 서비스를 하는 것이 가장 비용이 작게 소요되는지 계산한다. 그러기 위하여 현 지점 CP_v에 응급항구 i까지의 운항시간 $T_{CP_v iv}$과 선박 v가 움직일 수 있는 가장 이른 시간인 CT_v의 합이 응급시간 U_i보다 작은 선박들이 무엇인지 확인해야 하는 절차가 필요하다.

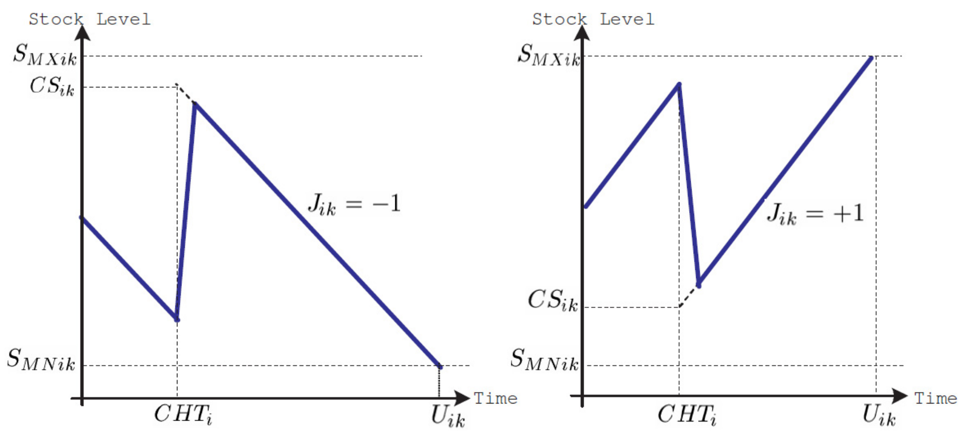
$$CT_v + T_{CP_v iv} \leq U_i \tag{19}$$

이제 UK_i를 U_i를 결정짓게 하는 제품이라고 하자. 즉 $UK_i \in \text{argmin}\{U_{ik} : k \in K_i^H\}$을 의미한다. 상기의 조건 (19)을 만족하는 선박 중 충분한 제품 UK_i를 선적하고 있는($J_{iUK_i} = -1$인 경우) 또는 제품 UK_i를 충분히 담아낼 수 있는 공간을 가진($J_{iUK_i} = +1$인 경우) 선박을 찾아야 한다. 우리는 이 선박을 후보선박 이라고 부르도록 한다. 후보선박 중 우리는 두가지 선택기준으로 판단하여 어떤 선박을 응급항구에 보내게 될지를 결정하게 된다.

첫 번째 선택의 기준은 가장 운항비용이 싼 선박을 선택하는 방법이 있다. 후보선박들 중 현재의 위치 CP_v에서 응급항구 i까지의 운항 비용 $C_{CP_v iv}$이 가장 싼 선박을 선택하는 것이다. 두 번째 선택방법은 응급항구 i에서 서비스할 수 있는 양 ($\sum_{k \in K_i^H} SQ_{ivk}$)이 가장 큰 선박을 선택하는 방법이 있다. 여기서 서비스 양 SQ_{ivk}은 아래의 2.1.3절에 설명되어 있다.

소개된 두 가지의 선박 선택의 조건을 가중치를 부여하여 함수 $f_s(v)$를 아래와 같이 고안 하였다.

$$f_s(v) := \omega_t C_{CP_v iv} + \frac{\omega_q}{\sum_{k \in K_i^H} SQ_{ivk}} \tag{20}$$



<그림 1> 항구 i에서 제품 k의 재고변화와 응급시간의 계산

여기서 ω_t와 ω_q는 운항비용과 서비스 양에 관련된 가중치이다. 우리는 후보 선박들 중 가장 작은 함수값 $f_s(v)$를 갖는 선박을 선택하게 된다. 여기서 $f_s(v)$는 운항비용 $C_{CP_v iv}$이 적거나 서비스 가능한 총량 $\sum_{k \in K_i^H} SQ_{ivk}$이 많으면 작은 값을 갖게 된다. 여기서 ω_t와 ω_q는 운항비용과 서비스 양에 대한 가중치로서 이 가중치를 랜덤하게 발생시키게 되면 선택되는 선박이 바뀌게 된다. 하지만 두개의 값 $C_{CP_v iv}$와 $\sum_{k \in K_i^H} SQ_{ivk}$의 스케일(단위)가 다르기 때문에 아래와 같은 가중치간의 관계를 구성하였다.

$$\omega + \frac{\omega_q}{\Omega} = 1, \tag{21}$$

여기서 $\Omega := (\min_{v \in V_c}\{C_{CP_v iv}\})(\max_{v \in V_c}\{\sum_{k \in K_i^H} SQ_{ivk}\}$를 의미하는데 V_c는 후보선박의 집합이다. 예를들어 선박 1과 2가 V_c의 원소라고 하자. 선박 1과 2에 대하여 운행비용 $C_{CP_v iv}$이 각각 20과 10이고 서비스 양 $\sum_{k \in K_i^H} SQ_{ivk}$ 각각 100과 50이라고 하자. 만약 $\omega_t = 0.5$이면 $\omega_q = 500$이 된다 (왜냐하면 $\Omega = 1000$). 그러므로 $\omega_t = 0.5$일 때 선박 1, 2의 $f_s(v) = 15$가된다. 만약 $\omega_t < 0.5$라면 $f_s(1) < f_s(2)$이 되기 때문에 운행비용보다 서비스 양에 더 많은 가중치를 주게 되며, 이에 따라 선박1을 응급항구에 보내는 선박으로 선택하게 될 것이다.

2.1.3 서비스 양

선박 v가 응급항수 i에 대하여 서비스를 수행한다고 할 때 식 (23)의 SQ_{ink}는 최대 서비스 가능량을 의미한다. 즉 SQ_{ink}는 선박 v와 항구 i의 제품 k 재고량을 고려하여 계산되어질 수 있다. 우선 선택된 선박 v가 항구 i에 도착하는 시점의 제품 k의 재고량 계산은 다음과 같다.

$$TempST_{ik} = CS_{ik} + J_{ik}R_{ik}(CT_v + T_{CP_v iv} - CHT_i), \tag{22}$$

여기서 계산량 $CT_v + T_{CP_v iv} - CHT_i$는 선박 v가 항구 i에 도착하는데 소요되는 시간이다. 그리고 최대 서비스 가능량은 다음과 같이 계산된다.

$$SQ_{ivk} = \begin{cases} \min\{TempST_{ik} - S_{MNik},\ CAP_{vk} - CQ_{vk}\} & \text{if } J_{ik} = +1 \\ \min\{S_{MXik} - TempST_{ik},\ CQ_{vk}\} & \text{if } J_{ik} = -1 \end{cases} \tag{23}$$

여기서 CQ_{vk}는 현재시각 CT_v에서 선박 v에 실려있는 제품 k의 양을 의미한다. 이 값은 초기에 $CQ_{vk} = Q_{vk}$로 초기화 된다.

2.1.4 선박과 항구정보의 갱신

상기의 식 (23)에 의하여 선박 v가 응급항구 i에서 SQ_{ink}만큼의 제품 k를 서비스 하고 나면 식 (22)에 의하며 항구 i의 제품 k 재고량은 CS_{ik}로 변하게 된다.

이 경우

- 선박 v가 항구 i에 도착한 시점에 서비스가 시작되므로 항구 i의 현재시간은 다음과 같이 갱신된다.

$$CHT_i \leftarrow CT_v + T_{CP_v iv}$$

- 선박 v의 현위치는 다음과 같이 갱신된다.

$$CP_v \leftarrow i$$

- 선박 v가 새로운 서비스를 위해 출발할 수 있는 가장 이른 시간은 항구 i에서 서비스를 마친 시간이므로 선박 v의 현재시간 CT_v는 다음과 같이 갱신된다.

$$CT_v \leftarrow CHT_i + \sum_{\{k \in K_i^H | SQ_{ivk} \neq 0\}} (W_i + TQ_{ik} SQ_{ivk})$$

- 선박 v가 항구 i에서 서비스를 마치고 난 다음 선박 v에 있는 재품 k의 재고량 CQ_{ik}는 다음과 같이 갱신된다.

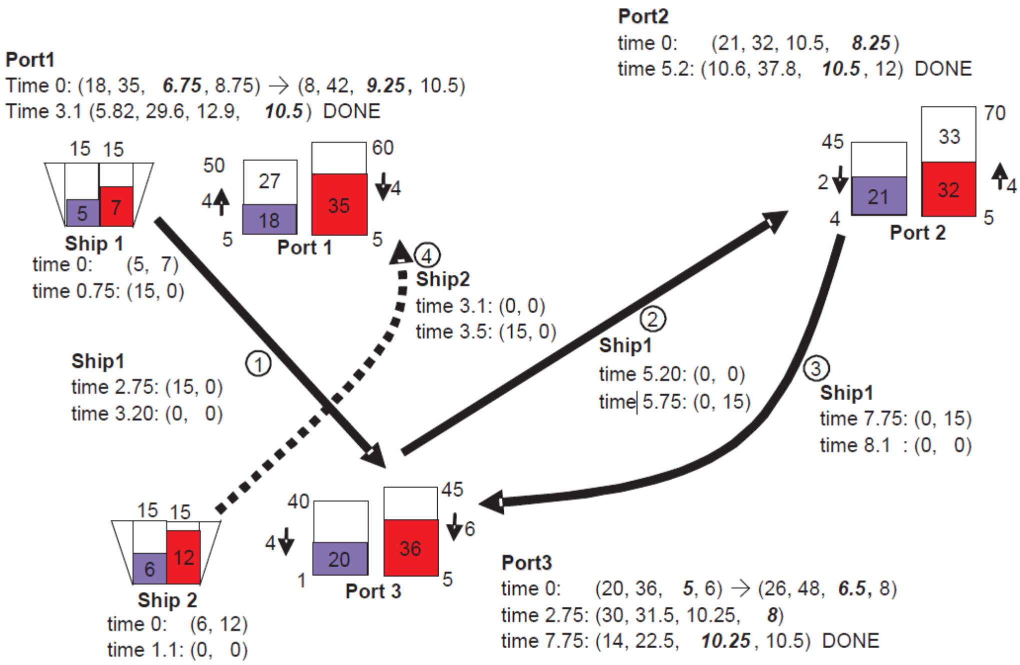
$$CQ \leftarrow CQ_{vk} - J_{ik} SQ_{ivk}.$$

이 프로세스는 제 2.1.1절, 제 2.1.2절, 제 2.1.3절 그리고 제 2.1.4절의 응급 항구의 선택, 선박의 선택, 서비스 양의 결정 그리고 선박과 항구정보의 갱신의 네가지 절차를 지속적으로 반복하게 되며 $U_i \geq T,\ \forall i \in H.$인 상태가 되면 종료된다. 즉 모든 항구의 응급시간이 계획기간을 초과하면 종료하게 된다. 다만 각 Iteration에서 랜덤하게 생성되는 $(w_t,\ w_q)$에 따라서 항상 가능해가 도출되는 것은 아닐 수 있다. 하지만 랜덤하게 생성된 이 가중치를 변화시키면서 전체 프로세스를 반복적으로 시행했을 때 테스트 문제에서 모두 가능해를 생성하였다.

2.1.5 사례

아래의 <그림 2>는 Harbor-First Heuristic이 작동되는 상황을 묘사하고 있다. 선박은 초기에 서비스 할 수 있는 최대량을 서비스 한다고 가정한다.

<그림 2>에서 우리는 항구 i의 상태를 현재시각과 제품별 재고정보 그리고 응급시간 CHT_i : $(CS_{i1},\ CS_{i2}, UT_{i1}$



<그림 2> Harbor-First Heuristic을 응용한 사례 : 항구 3곳, 선박 2대, 제품 2개, 계획기간 10 단위기간

UT_{i2})으로 표시하였다. 선박 v의 정보는 현재시간과 선박내 재품별 재고량으로 표시되었다. <그림 2>에서 선박 1의 이동은 실선으로, 선박 2의 이동은 점선으로 각각 표시하였다. 실선과 점선위의 동그라미 속 번호는 알고리듬의 Iteration이 진행됨에 따라 결정되는 순서에 의해서 부여되었다. 예를들어 첫 번째 스텝에서 선박 1을 최초 위치에서 3번 항구로 보내기로 결정되었는데, 항구 3의 응급시간이 5로서 모든 항구 중에 가장 응급했기 때문이다. 더불어 선박 1이 선택된 이유는 선박 1이 유일한 후보선박이었기 때문이다.

2.2 Ship-First Heuristic

이 절에서 위의 제 2.1절에서 소개된 Harbor-First Heuristic 방법에서 변형된 발견적 방법에 대하여 소개한다. 우선 모든 선박에 대하여 랜덤하게 생성된 순서를 부여한 후, 부여된 선박의 순서에 따라 서비스할 항구를 선택한다. 항구를 선택하는 방법은 위의 제 2.1절의 식 (20)에서 소개된 선박을 선택하는 방법과 유사하다. 항구를 선택하는 식은 다음과 같다.

$$f_H(i) := \omega_t C_{CP_v iv} + \frac{\omega_q}{\sum_{k \in K_i^H} SQ_{ivk}} \tag{24}$$

우리는 후보 항구 중 최소의 $f_H(i)$ 값을 가지는 항구를 선택하게 되는데 식 (18)에 의해서 계산된 항구의 응급시간 U_i가 계획기간 T보다 작고 선박 v에 대하여 조건 (19) 만족하는 항구를 선택하게 된다. 여기서 주어지는 랜덤 가중치 ω_t와 ω_q에 의해 다른 항구들이 선택되게 된다.

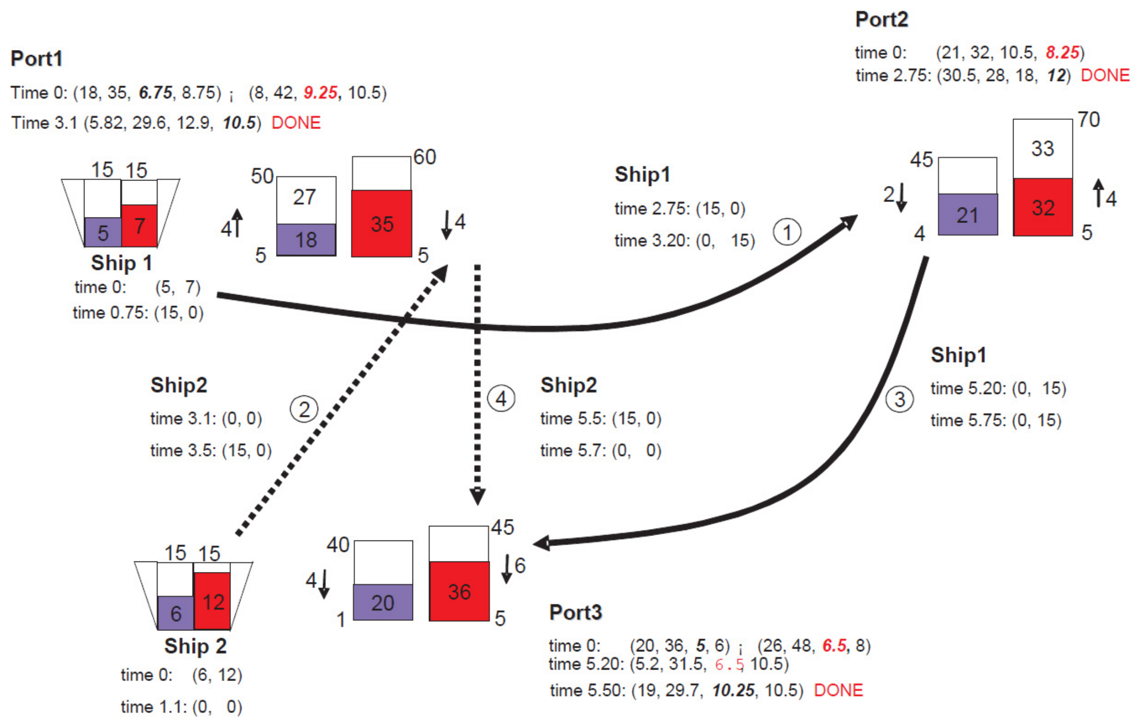
랜덤하게 생성된 선박의 순서 중 첫 번째 선박에 대하여 식 (24)에 의하여 결정된 $f_H(i)$ 값이 최소인 항구 i로 운항이 결정되면 선박의 순서에서 첫 번째 선박은 제외되고 새로운 선박이 첫 번째 선박으로 인식된다. 이 과정이 Ship-First Heuristic의 첫 번째 스텝에 해당한다. Ship-First Heuristic의 각 스텝에서 항구의 응급성 계산, 항구와 선박의 현재 재고량 및 현재시간이 갱신되는데 이는 앞의 제 2.1절에서 소개된 방법과 동일하다. 이 알고리듬은 모든 항구의 응급시간이 계획기간보다 길게되면 중단된다.

2.2.1 사례

<그림 3>는 Ship-First Heuristic를 적용하여 얻어진 가능해이다. 우리는 모든 선박에 대하여 최초지점에서 서비스 가능량을 모두 서비스 하는 것으로 가정하였다. 선박에 대하여 생성된 랜덤한 순서는 {1, 2, 1, 2, ⋯}이다. 얻어진 가능해는 <그림 2>의 Harbor-First Heuristic의 가능해와 차이가 있음을 알 수 있다.

3. 가능해 도출을 위한 계산 시간

이 절에서는 테스트용 문제를 생성하고 생성된 문제



<그림 3> Ship-First Heuristic의 가능해 사례(선박 순서 1, 2, 1, 2), 항구 3곳, 선박 2대, 제품 2개, 계획기간 10 단위기간.

에 대하여 수리모형을 적용후 ILOG CPLEX 7.500 버전의 솔버를 SUN E450 서버를 이용하여 얻은 최적해(Optimal Cost) 값과 Harbor-First Heuristic과 Ship-First Heuristic 방법을 통하여 생성된 가능해와의 차이에 대하여 비교 분석하고자 한다. 여기서 triple (·, ·, ·)는 테스트를 위하여 생성된 문제의 설정값 ($|H_T|$, $|V|$, $|K|$), 즉 항구의 개수, 선박의 대수, 제품의 개수를 의미한다.

아래의 <표 1>에서 각각의 발견적 방법을 5000번씩 시행하여 얻은 최소 목적식 값을 정리 하였다. 그리고 발견적 방법 오차(%)는 아래와 같이 계산되었다.

$$\frac{\text{최소목적식 값} - \text{최적목적식 값}}{\text{최소목적식 값}} \times 100$$

여기서 최소목적식 값은 두개의 발견적 방법을 통하여 얻은 가능해의 목적식 값 중 최소값을 의미한다. 즉 각각의 발견적 해법을 수행하고 난 뒤 각 발견적 해법이 제시하는 목적식 값들 중 최소의 비용을 발생시키는 방법의 목적식 값을 의미한다. 최적목적식 값은 CPLEX를 통하여 얻은 최적해를 통하여 얻은 값을 의미한다. 이 결과에서 중요한 시사점은 CPLEX를 통하여 최적해를 구하기 위해 소요되는 계산시간이 문제의 사이즈가 증가함에 따라 기하급수적으로 증가한다는 사실이다. 예를들어(3, 3, 2) 사이즈의 문제의 경우 CPLEX로 최적해를 찾기 위해 25,284(초)의 시간이 소비되었다. 하지만 발견적 방법을 통하여 해를 얻는데 소요되는 시간은 상대적으로 매우 짧다는 것을 알 수 있다. 그럼에도 불구하고 최적해에 근접하는 오차율을 보이고 있다.

좀더 큰 사이즈의 문제를 다루기 위하여 10개의 테스트 문제를 생성하였는데 이 10개의 문제는 항구 6개, 선박 4대, 제품 3개 즉 (6, 4, 3) 문제이다. 우선 이 10개의 문제에 대하여 CPLEX가 첫 번째 가능해를 찾을 때까지 소요되는 계산시간과 그 때의 목적식 값을 기록하

<표 1> 발견적 방법의 오차(%)와 계산시간(초)

Test 문제	Harbor-First		Ship-First		발견적방법 오차
	목적식 값	계산시간	목적식 값	계산시간	
(3, 3, 2)	101.2	31.2	73.5	27.4	12.5
(3, 3, 3)	96.5	34.2	84.7	29.2	11.1
(4, 2, 2)	90.2	30.4	51.3	26.5	24.0
(4, 2, 3)	54.7	35.7	67.3	31.0	8.2

<표 2> CPLEX와 두개의 발견적 방법을 통한 가능해

테스트 문제	CPLEX		Harbor-First		Ship-First		최고해	Heuristic 계산 시간
	가능해	계산 시간	가능해	계산 시간	가능해	계산 시간		
1	172.9	244,908	253.1	72.8	158.4	49.8	158.4	122.6
2	251.4	287,003	232.3	73.5	342.8	48.9	232.3	122.4
3	210.9	144,494	179.3	71.2	198.7	50.1	179.3	121.3
4	421.0	89,371	197.5	75.3	212.7	49.2	197.5	124.5
5	251.0	109,823	184.7	75.3	314.3	47.8	184.7	123.1
6	248.4	215,744	352.7	74.5	198.5	46.7	198.5	121.2
7	261.7	175,428	336.4	72.1	385.4	49.5	336.4	121.6
8	167.5	57,487	245.8	75.3	198.4	48.3	198.4	123.6
9	195.7	58,332	185.7	74.6	275.6	50.1	185.5	124.7
10	157.6	185,424	374.5	71.5	167.4	49.5	167.4	121
Average	233.8	153,801	254.1	73.61	245.2	49.0	203.8	122.6

였다. 현실적으로 CPLEX를 이용하여 최적해를 찾는데까지 며칠 이상의 컴퓨팅 타임이 필요한 관계로 여러 테스트 문제를 실험하여 결과를 얻는데는 어려움이 있었다. 이런 이유로 CPLEX의 Branch and Bound를 통한 해 탐색 과정에서 발견된 첫 번째 가능해를 찾는데 소요되는 계산시간을 비교를 위한 기준시간으로 설정하였다. 다음으로 두 가지의 발견적 방법을 각각 5000번씩 수행하여 얻은 가능해의 목적식 값과 소요된 계산시간을 기록하여 아래의 <표 2>에 정리 하였다. 여기서 최고해는 두 발견적 방법을 통하여 도출된 가능해 중 가장작은 작은 목적식 값(최소목적식 값)을 의미한다. 또한 Heuristic 계산시간은 두 발견적 방법을 모두 푸는데 소요되는 총 계산시간이다.

<표 2>에서 보듯이 평균적으로 두 발견적 방법을 통하여 얻은 가능해는 CPLEX를 활용하여 얻은 첫번째 가능해 값보다 우수하다고 볼 수 있다. 즉, 테스트 문제에서 문제 7, 8과 10번을 제외한 나머지 10개 중 7개 문제에서 더 좋은 가능해를 보여주고 있다. 또한 해를 찾기 위해 소요된 계산시간에서도 CPLEX를 활용하여 첫번째 가능해 값을 얻는 시간보다 발견적 해법을 이용할 때 소요되는 시간이 월등히 적음을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구는 항만에서 보유하고 있는 화학 제품의 재고수준을 유지하면서 선박을 이용한 제품 운송비용을 최소화 하는 최적화에 대한 수학적 모형을 바탕으로 두가지 종류의 발견적 방법을 제시함으로써 최적해를 구하는 것보다 상대적으로 쉽고 빠르고 품질이 우수한 가능해를 도출할 수 있음을 보였다. 각 발견적 방법의 계산결과 및 이에 따른 가능해의 질적인 평가를 최적화 모델을 통하여 도출된 최적해와 비교 분석 함으로써 발견적 방법에 대한 신뢰성을 확보할 수 있었다. 이는 수리모형이 가지고 있는 한계, 즉 계획기간 T가 길어지면서 항구별로 고려해야할 방문회수가 증가하게 되는점, 그리고 고려해야할 항구의 수나 선박의 수, 제품의 수가 증가하면서 초래되는 수리모형의 복잡도 증가에 따른 해찾기의 어려운 문제점을 극복하기 위한 좋은 대안이 된다고 생각된다. 최적화 모형을 통하여 가능해를 찾는 것 조차 상당한 계산시간을 요하게 되는데 비하여 발견적 방법을 활용한 가능해 찾기는 상대적으로 월등히 짧은 시간에 효율적이고 좋은 가능해를 제공할 수 있으므로 문제의 사이즈가 증가함에 따라 그 효용성이 더욱 커진다고 볼 수 있기 때문이다.

본 연구의 활용성 측면에서 생각해 보면 여기서 다루고 있는 화학제품을 확대하여 적용하면 곡물이나 광석 등 다양한 벌크 화물의 재고를 고려한 복합 수송과 관련한 의사결정 문제에 대한 해를 찾는데 적용할 수 있을 것이다. 또한 이 문제에서 다루고 있는 항만은 큰 관점에서 물류문제에서 발생되는 모든 형태의 거점으로 판단할 수 있을 것이다. 선박의 경우 1회 운항과 관련하여 소요되는 비용이 트럭이나 기차, 파이프라인, 등 기타 운송수단에 비하여 막대하다고 볼 수 있다. 특히 삼면이 바다로 쌓여 있고 수출과 수입의 물동량이 방대한 대한민국의 경우에는 본 연구를 통하여 제시된 선박의 최적운행과 관련한 연구를 활용하여 물류 비용의 절감효과를 얻을 수 있을 것으로 기대한다.

참고문헌

[1] Al-Khayyal, F. and Hwang, S. J.; "Inventory constrained maritime routing and scheduling for multi-commodity liquid bulk, Part I : Applications and model," European Journal

of Operational Research, 176 : 106-130, 2007.

[2] Chajakis, E.; Management Science for Marine Petroleum Logistics, Decision Making : Recent Developments and Worldwide Applications, S. H. Zanakis, G. Doukidis and C. Zopounidis (Eds.), Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2000.

[3] Christiansen, M.; "Decomposition of a combined inventory and time constrained ship routing problem," *Transportation Science*, 33 : 3-16, 1998.

[4] Christiansen, M. and Nygreen, B.; "A method for solving ship routing problems with inventory constrains," *Annals of Operations Research*, 81 : 357-378, 1998.

[5] Hwang, S. J.; "Maritime Transportation of Bulk Materials : An Operations Research Perspective," *Journal of the Korean Society of Supply Chain Management*, 7 : 9-21, 2007.

[6] Hwang, S. J. and Seo, D. W.; "Convex Underestimates of Sums of Products of Linear Functions," Journal of the *Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, 30 : 83-88, 2007.

[7] Psaraftis, H.; "Foreword to the focused issue on maritime transportation," *Transportation Science*, 33 : 1999.