

# CG-5 상대중력계를 이용한 중력관측 및 중력망조정에 관한 연구

## Research for Gravity Measurements Using CG-5 Autograv System and Network Adjustment

황 학<sup>1)</sup> · 윤홍식<sup>2)</sup> · 이동하<sup>3)</sup>

Huang, He · Yun, Hong-Sic · Lee, Dong-Ha

### Abstract

Gravity measurement can determine the earth gravitational field, also is the fundamental to the research of earth gravitational field, geodesy and geodynamic, vertical movement of the crust, geoid surface, sea level and climate etc. Recently, National Geographic Information Institute (NGII) introduced FG-5 absolute gravity meter in order to lay a foundation for establishment of Absolute Gravity Network, and furthermore NGII plan to construct about 1,200 multi dimensional and function Unified Control Points(UCP) in nationwide. It will play an important role in development of high accuracy geoid model in South Korea. This paper explains the fundamental theory and method of relative gravity measurement, surveys the relative gravity of 21 stations using latest Scintrex CG-5 relative gravimeter. In addition, it calculates gravity values, compare and analysis gravity survey results using datum-free adjustment and weighted constraint adjustment. The results indicate show that datum-free and weighted constraint adjustment methods are available to determine high accuracy gravity achievement, datum-free method is more advantage than weighted constraint adjustment.

Keywords : relative gravity, earth tide, drift, CG-5, gravity network adjustment

### 초 록

중력측량은 지구중력장 결정, 지각의 수직운동, 지오이드면의 변화, 해수면변화, 기후변화 등 측지학적, 지구동력학적 연구의 기초이다. 국토지리정보원에서는 최근 들어 FG-5 절대중력계를 도입하여 절대중력기준망의 구축을 위한 틀을 마련하였고 다차원·다기능 기준점인 통합기준점을 전국에 약 1,200점을 설치하여 상대중력측량을 실시함으로써 한국의 고정밀 지오이드 모델의 개발에 큰 기여를 할 것으로 판단된다. 본 연구에서는 상대중력측량의 기본적인 이론 및 방법을 상세하게 설명하였고, 최신 상대중력계 Scintrex CG-5를 이용하여 총 21점에 대한 상대중력측량을 수행하였으며, 자유망조정 및 무계제한 망조정 방법을 이용하여 중력성과를 계산 및 비교·분석하였다. 결과, 두 가지 방법 모두 높은 정밀도의 중력성과 계산이 가능하지만 자유망조정이 무계제한 망조정 방법에 비해 상대적인 우위를 보여주는 것으로 나타났다.

핵심어 : 상대중력, 지구조석, 드리프트, CG-5, 중력망조정

## 1. 서 론

중력측량은 지구의 중력장을 결정하고 지각의 수직운동, 지오이드면의 변화, 해수면변화, 기후변화 등을 관측하기 위한 측지학적, 지구동력학적 연구의 기초이다. 기존에 지상, 항공, 신상중력측량을 기본 방식으로 이루어지던 중력측량은 최근 위성중력 관측기술의 발전에 힘입어 중·장파장 영역에서 비약적인 성과를 거두고

있다. 특히, GRACE(Gravity Recovery and Climate Experiment) 위성은 차수(degree) 50에서 2~3mm, 120차에서는 10cm에 가까운 지오이드 정밀도를 실현하였으며, 2009년 3월에 발사될 GOCE(Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) 위성은 200차에서 1cm의 정밀도로 전 지구 중력장모델을 구축할 예정이다(Forsberg 등, 2005). 이러한 중·장파장 영역에서의 고정밀 중력자료는 향후 지역별 cm급, 더 나아가

1) 정회원 · 성균관대학교 건설환경연구소 연구원, 박사수료(E-mail: duejihh@gmail.com)

2) 교신저자 · 정회원 · 성균관대학교 사회환경시스템공학과 부교수, 공학박사(E-mail: yoonhs@skku.edu)

3) 정회원 · 성균관대학교 건설환경연구소 연구원, 공학박사(E-mail: dhlee@geo.skku.ac.kr)

mm급의 지오이드모델 구축을 위해 기본적인 토대를 제공해주었으며, 이는 한층 더 높은 정밀도의 지상중력측량을 요구하고 있다. 지상중력측량은 삼각측량, 수준측량 등과 함께 국가의 모든 측량의 기초가 되는 기본측량의 일종으로서 국토의 중력분포를 파악하고 수직기준 정립에 중요한 역할을 할뿐만 아니라 고정밀 지오이드모델의 단파장 영역을 결정하는 기초자료로 활용된다.

한국의 지상중력측량은 1927년에 시작되어 일본, 미국, 영국 등과 공동으로 초기 중력관측의 기반을 수립하였으며, 국내 절대중력기준점의 확보를 위하여 표준과학연구원(KRIS)과 국토지리정보원(NGII)이 각각 대전(1996년)과 수원(1999년)에서 절대중력관측을 수행하였다(국립지리원, 2003). 국토지리정보원은 1975년부터 자체적인 상대중력측량을 실시하여 총 2,233점(2006년)의 중력자료를 확보하여 왔으며, 최근 들어 FG-5 절대중력계(#239)를 도입함으로써 절대중력기준망 구축을 위한 틀을 마련하였다. 또한, 다차원·다기능 기준점인 통합기준점(Unified Control Points)을 10km간격으로 전국에 약 1,200점을 배치하여 삼각점, 수준점, 중력점 등 다양한 기준점을 통합하여 활용할 수 있도록 하였는데, 통합기준점에 대한 상대중력측량 및 절대중력 성과의 결정은 한국의 고정밀 지오이드모델의 개발에 큰 기여를 할 것으로 판단된다.

본 연구에서는 통합기준점을 비롯한 대량의 상대중력측량이 이루어지는 현 시점에서 상대중력관측의 기본적인 이론과 측량방법을 고찰하였고 상대중력측량 성과에 대한 망조정 방법에 대해 논의하였다. 구체적으로 최신 상대중력계 CG-5를 소개하고, 이 장비를 이용하여 총 21점에 대한 상대중력측량을 수행하였으며, 자유망조정(datum-free adjustment) 및 무계제한 망조정(weighted constraint adjustment) 방법을 이용하여 각각의 중력관측 성과를 계산 및 비교함으로써 중력망조정이 중력성과에 미치는 영향을 분석하였다.

## 2. 상대중력측량

상대중력측량은 두 점간의 중력차 및 시간차를 결정하여 중력 값이 주어진 기지점으로부터 미지점의 중력 값을 구하는 방법으로 원리상으로는 수준측량과 매우 유사하다.

### 2.1 CG-5 중력계 및 관측

본 연구에서 사용한 CG-5 상대중력계는 캐나다 Scintrex사에서 개발한 최신 상대중력계로서 관측범위가 8,000mGal이고 관측 해상도는 0.001mGal에 달한다. 중력계에 GPS 및 정밀 시계를 탑재하여 정확한 평면위치(x, y) 결정이 가능하므로 경도, 위도 및 시간차(UTC)를 이용하여 Longman(1959)의 공식에 의해 지구조석보정을 자동으로 수행할 수 있다. 또한 실시간 프리에어(Free-Air)보정과 부계(Bouguer)보정 및 해머도표(Hammer chart)를 이용한 근사지형보정(Near Terrain Corrections)도 가능하다(Scintrex, 2008).

Scintrex CG-5는 스프링 방식의 상대중력계로서 다음과 같은 원리에 상대중력차를 결정한다. 중력계 내부에 설치된 실험 질량체(proof mass)가 받는 중력은 스프링과 정전기 복원력에 의해 균형을 이루고 있으며, 중력의 변화에 따라 변화하게 되는 실험 질량체의 위치는 높은 민감도의 정전용량 변위 변환기(capacitive displacement transducer)에 의해 감지되어 기록된다. 또한, 자동 피드백 회로(feedback circuit)는 DC 전압을 축전기판(capacitor plates)에 작용하여 정전기력으로 실험 질량체를 다시 영위치로 회복시킨다. CG-5에서 채용하는 석영탄성 시스템(quartz elastic system)은 매우 안정적인 작업환경을 조성함으로써 드리프트(drift)의 영향을 최소화하고 있으며, 경사센서도 1arc second의 해상도를 가지고 있어 ±200arc second 범위 내에서 실시간 경사보정을 수행할 수 있다. 그림 1은 CG-5 상대중력계의 모습과 내부 중력계 센서의 구조 및 위치를 표시한 것이다.

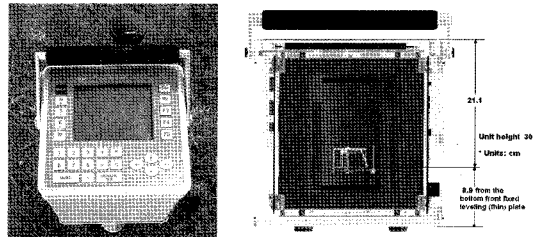


그림 1. CG-5 상대중력계(좌) 및 중력계 센서 위치(우)

현재 국내에서 많이 사용하고 있는 상대중력계로는 LaCoste & Romberg D형 및 H형, LaCoste & Romberg Graviton-EG, Scintrex CG-3와 CG-5 모델, ZLS Burriss 중력계 등이 있으며, 표 1은 대표적인 중력계들의 사양을 비교한 것으로 보다시피 상대중력계는 대부분이 스

프링을 사용하게 된다. 따라서 비교적 긴 주기의 중력 관측에서 관측점의 중력 값과 오차를 보다 정확하게 결정하기 위해서는 왕복 관측을 이용한 드리프트의 계산이 필수적이며, 흔히 사용되는 왕복 관측방법은 그림 2에서 표시한바와 같다. 또한, 중력관측망의 설계에서 환

의 구조, 기준점과 중복점의 배치 및 결합점(Tie Point)의 선정은 중력성과의 신뢰도 향상에 매우 중요한 역할을 하며, 중력관측망에 대한 과도한 제한을 방지하기 위해 중복점과 결합점을 중요한 관측점이나 기준점에 배치하지 않도록 유의해야 한다(Murray 등, 2001).

표1. CG-5 및 국내 보유 중력계 간 사양 비교

항 목	G 형 중력계	Graviton-EG	CG-3	CG-5
제조사	LaCoste & Romberg	LaCoste & Romberg	Scintrex	Scintrex
센서종류	Zero Length™ Metal Spring	Zero Length™ Metal Spring	Fused Quartz elastic system	Fused Quartz elastic system
해상도(mGal)	0.01	0.001	0.01	0.001
중복정밀도(mGal)	0.01~0.02	0.001~0.01	< 0.005	< 0.005
작업 기온	-40℃~+45℃	-10℃~+45℃	-40℃~+45℃	-40℃~+45℃
관측범위(mGal)	7000	7000	7000	8000
임음 값=중력 값	X	O	O	O
자동 경사보정	X	O	O	O
자동 기록 여부	X	O	O	O
자동 조석보정	X	O	O	O
장기간 드리프트 잔차 (mGal/day)	<0.05	<0.03	<0.02	<0.02

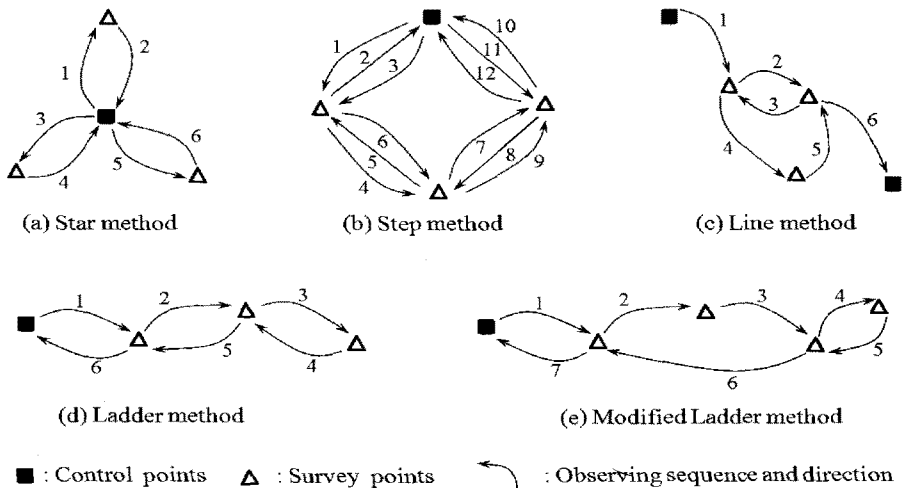


그림 2. 드리프트 결정을 위한 왕복관측방법

본 연구에서는 수원에 위치한 절대중력원점을 시점 및 종점으로 하는 총 21점에 대한 환폐합 중력측량을 수행하였고, 일별 관측은 Ladder 형식의 왕복측량을 실시하였으며, 전체 망구성에는 수원과 대전의 중력보조 점도 포함시켰다. 매개 중력관측점에서의 중력측량은 3 대회를 관측하였으며, CG-5 중력계의 관측시간을 120s, 시각 지연시간을 20s로 설정하였다. 또한, 고주파의 노이즈를 제거하는 "Auto reject"기능과 지진 등 저주파 요소를 제거하는 "Seismic filter"기능을 사용하였다.

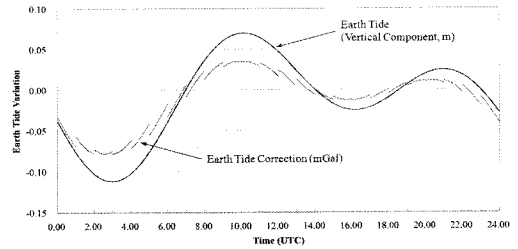


그림 3. 지구조석변화에 따른 중력 조석보정 (수원 절대중력원점, 19.Dec.2008)

## 2.2 중력보정 및 전처리

상대중력측량의 정밀도는 중력망의 설계, 중력계의 계기보정과 밀접히 관련되어 있을 뿐만 아니라 지구조석, 해양조석, 극이동(polar motion) 및 기압, 지하수, 토양습도 등 요인으로 인해 노이즈가 발생하게 된다(Torge, 1989). 따라서 중력관측망의 관측성과에 대한 망조정을 실시하기 전 중력관측 값에 대해 다음과 같은 전처리과정을 거쳐야만 한다.

### - 지구조석보정

태양과 달 등의 천체와 지구의 상대적인 위치에 따른 인력으로 인하여 지구의 고체부분은 주기적인 변형 즉 지구조석을 일으키며, 지구조석에 의한 중력의 크기변화  $\delta$ 는 지구표면 상 한 점에서의 단위질량이 받는 태양과 달의 기조력의 수직성분  $g_m$  및  $g_s$  합으로 표현된다(Longman, 1959).

$$\begin{aligned} \delta g_t &= g_m + g_s \\ &= \frac{\mu M r}{d^3} (3\cos^2\theta - 1) + \frac{3}{2} \frac{\mu M r^2}{d^4} (5\cos^3\theta - 3\cos\theta) \\ &\quad + \frac{\mu S r}{D^3} (3\cos^2\varphi - 1) \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서  $\mu$ 는 중력상수, M과 S는 달과 태양의 질량, r은 지구중심에서 측정점까지의 거리, d, D는 각각 달과 태양의 중심에서 지구 중심까지의 거리를 나타내며,  $\theta$ 와  $\varphi$ 는 달과 태양의 천정각이다. 그림 3은 2008년 12월 19일 수원 절대중력원점에서의 지구조석량(수직성분) 변화 및 그에 따른 지구조석 보정량을 그래프로 나타낸 것이다.

### - 계기보정

중력계의 드리프트는 크게 정적 드리프트(stationary drift)와 운송 드리프트(transportation drift)로 구분되는데, 정적 드리프트는 스프링의 노화, 기온 및 기압의 변화가 주된 원인이 되며, 운송 드리프트는 야외측량을 위한 이동 시의 흔들림과 급격한 온도변화의 영향에 의한 것이다. 중력계의 드리프트로 인하여 관측되는 중력관측 값 역시 시간의 흐름에 따라 일정하게 변하므로 중력관측 값에 대한 계기보정이 반드시 필요하다. 보정되는 중력계 드리프트의 값은 일반적으로 다음과 같은 저차 다항식으로 모델링된다(Torge, 2001).

$$D(t) = z(t_0) + d_1(t - t_0) + d_2(t - t_0)^2 + \dots \quad (2)$$

여기서,  $z(t_0)$ 는 관측 시작( $t_0$ )시의 중력 측정 값,  $d_1$  및  $d_2$ 는 드리프트 파라미터,  $t$ 는 관측 시각을 나타낸다.

일반적으로 중력계의 드리프트는 짧은 기간(1일 또는 수일)내에는 선형적인 변화를 나타내므로 중력관측 기간이 길지 않은 경우에는 간단히 적용하여 계산할 수 있다. 그림 4는 안정된 환경에서 관측한 CG-5 중력계의 드리프트변화를 표현한 것으로 지구조석보정 후의 드리프트 값(Grav.+Tide corr.)은 0.5574mGal/day로 결정되었고,  $R^2$  값이 0.9922로 신뢰도가 매우 높음을 알 수 있다.

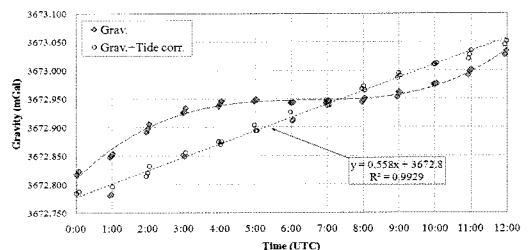


그림 4. CG-5 중력계의 드리프트 (19.Dec.2008)

- 대기압보정

대기의 압력으로 인한 중력변화는 약  $-3\sim-4\text{nm}^2/\text{hPa}$ 의 크기로 발생한다. 따라서 중력관측 성과는 대개 측정에서 측정된 대기압 수치를 이용한 대기압보정을 통하여 표준대기압( $P_n$ )에서의 중력 값으로 계산되어야 하며, 대기압 보정량( $\times 10^{-8}\text{ms}^{-2}$ )는 다음과 같이 계산된다.

$$C_p = A(P_o - P_n) \tag{3}$$

$$P_n = 1013.25 \left( 1 - \frac{0.0065H}{288.15} \right)^{5.2559} \text{ (hPa)} \tag{4}$$

여기서, A는 중력과 대기압 변화의 표준인자로  $0.30\sim 0.42 \times 10^{-8}\text{nm}^2/\text{hPa}$ 의 값을 가지며, 일반적으로 0.3을 사용한다.  $P_n$ 와 H는 각각 관측점에서의 대기압과 정표고(m)를 나타내며, 표준 대기압  $P_n$ 은 식 (4)에 표시한 바와 같이 측정점의 H 값 및 표준대기모델(DIN 5450)을 이용하여 구한다.

- 기계고보정

기계고에 대한 보정은 중력계 사용자의 오조작으로 인해 쉽게 오차를 유발할 수 있다. 그림 5에서 보듯이 실제 중력관측에서 중력관측점의 높이( $H_{\text{Point}}$ )와 중력관측을 실시한 측정점의 높이( $H_{\text{Bottom}}$ )는 반드시 일치하지 않는다는 점에 유의해야 한다. 또한, 중력계의 하단(정준대 포함)에서 상단까지의 높이( $H_{\text{Total}}$ )는 사용자가 필드에서 직접 관측하게 되며, 중력계 내부에 위치한 센서의 기준점 위치( $H_{\text{Sys}}$ )는 장비의 고유 값으로 제공된다. 따라서 실제로 중력계의 내부 센서와 중력관측점까지의 높이( $H_{\text{Red}}$ )는 식 (5)와 같으며 기계고의 보정 값  $\delta g_h$  도 이 높이 값을 이용하여 계산한다.

$$H_{\text{Red}} = H_{\text{Bottom}} + H_{\text{Total}} - H_{\text{Sys}} - H_{\text{Point}} \tag{5}$$

$$\delta g_h = 0.3086\text{m Gal/m} \times H_{\text{Red}} \tag{6}$$

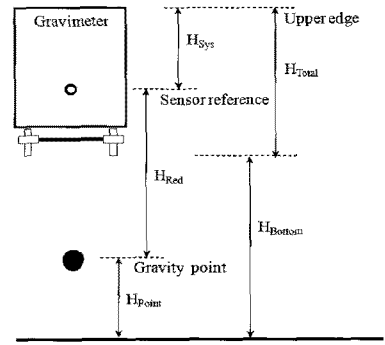


그림 5. 상대중력계의 기계고 보정

식 (6)에서와 같이 현재 수직중력구배(vertical gravity gradient)의 값은 일반적으로  $0.3086\text{mGal/m}$ 을 사용하고 있다. 그러나 각 지역에서의 수직중력구배는 위도, 표고, 지하 지질구조 및 지형 등의 영향을 크게 받으므로 중력원점 및 중력보조점 등 높은 정확도를 요하는 기준점의 중력성과를 결정하기 위해 각 관측점 별 수직중력구배를 결정할 필요가 있다.

- 극운동보정

극운동 보정은 관용국제원점(Conventional International Origin, CIO)을 기준으로 지구 순간자전축의 편이를 계산하여 결정되며 그 계산식은 식 (7)과 같다.

$$\delta g_{\text{pol}}(t) = \delta_{\text{pol}} \omega^2 R \sin 2\varphi (x(t) \cos \lambda - y(t) \sin \lambda) \tag{7}$$

여기서,  $\delta g_{\text{pol}}$ 은 1.16의 조석진폭인자를 나타내고,  $\omega$ 와 R은 지구의 회전 각속도와 지구반경, ( $\varphi, \lambda$ )는 측지좌표를 나타내며, 시각 t에서의 극좌표 (x, y)는 IERS에서 고시한 성과를 이용한다. 극운동 보정은 특정상 장주기 변화량에 속하므로 지역적인 짧은 주기 내의 중력관측에서는 간과한다.

- 해양조석부하 보정

현재 상대중력측량의 보정에서 해양조석부하는 그 변화량의 미소함으로 인하여 흔히 무시하고 계산하지 않는다. 그러나 해양조석부하의 영향은 해안선 부근에서 수십Gal의 중력변화를 초래할 수 있으며(Pertsev, 2007), 한반도의 지리적 특징상 삼면이 바다에 둘러싸여 있고 특히 서해안은 해양조석으로 인한 부하영향을 매우 심하게 받고 있다(Yun 등, 2007). 따라서 향후 보다 높은 정

밀도의 중력관측을 위해서는 해양조석부하 보정을 고려해야 할 것으로 판단된다(Neumeyer 등, 2005).

### 3. 중력망조정

상대중력측량에 있어서 기본적인 관측 값은 인접된 두 관측점 사이의 중력차이지만 상대중력측량 당시 주변의 환경변화 및 계통오차의 영향이 포함되므로 기타 측지망조정과 마찬가지로 조정이 반드시 필요하다. Gauss-Markov 모델을 토대로 하는 최소제곱법(Least Squares Method)은 측지측량 데이터의 처리에 있어서 가장 보편적으로 사용되고 있는 최적의 수학적 방법으로 측지학적 응용계산에 추가되는 잉여 파라미터(nuisance parameters)를 최소제곱조정에 함께 포함시켜 해석함으로써 최종결과에 영향 주는 외부편차와 교란을 최소화하여 미지량의 최확치를 결정할 수 있다.

#### 3.1 관측방정식

임의의 관측점에 대한 상대중력측량에 있어서 관측된 중력 값  $l$ 과 잔차  $v$ 는 환경보정을 거친 후의 중력 값  $g$ , 편의량(constant bias)  $N_0$  및 중력계의 계기보정 값  $D(t)$ 으로 구성되며, 다음과 같은 식 (8)로 표현할 수 있다 (Torge, 1989).

$$l + v = g + N_0 + D(t) \tag{8}$$

따라서, 두 점간 중력 값 차이  $\Delta l_{i,j} = l_j - l_i$ 로 정의되는 상대중력측량의 관측방정식은 다음과 같다.

$$\Delta l_{i,j} + v_{i,j} = g_j - g_i + [D(t_j) - D(t_i)] \tag{9}$$

여기서,  $t_i$ 과  $t_j$ 는 두 점  $i, j$ 에서 중력관측을 실시한 시간을 나타내고,  $v_{i,j}$ 는  $\Delta l_{i,j}$ 에 대한 잔차이며,  $N_0$ 는 상

쇄되어 소거된다. 따라서  $n$ 개의 중력관측 값을 이용하여 중력 값 및 계기보정 값을 동시에 결정하기 위해서 최소제곱법을 사용하게 되며 식 (10)과 같이 표현된다.

$$L + V = AX \tag{10}$$

$$L + V = \begin{bmatrix} 1 & \dots & -1 & (t_j^1 - t_i) + \dots & (t_j^1 - t_i)^n \\ 1 & -1 & \dots & (t_j^2 - t_i) + \dots & (t_j^2 - t_i)^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1 & 1 & \dots & (t_j^m - t_i) + \dots & (t_j^m - t_i)^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_j \\ g_i \\ \vdots \\ D_1 \\ \vdots \\ D_n \end{bmatrix} \tag{11}$$

식 (11)은 중력관측 값과 미지수간의 관계를 나타내며, 행렬  $L$ 은  $n$ 개의 중력관측 값,  $X$ 는 결정해야 할  $n$ 개의 미지수, 행렬  $V$ 는 관측오차를 나타낸다.

최소제곱법의 해법에 따라  $V^T P V = \min$ 으로 하면 다음과 같은 정규방정식이 얻어진다.

$$(A^T P A) X = A^T P L \tag{12}$$

또한, 관측 값에 대한 무게(weight)를 고려할 경우,  $L$ 의 무게 행렬  $P = \sigma_0^2 \Sigma^{-1}$ 로 표현되는데 여기서  $\sigma_0^2$ 는 단위 무게(unit weight)에 대한 선형적 편차(priori variance),  $\Sigma$ 는 행렬  $L$ 의 공분산을 나타낸다(Hwang 등, 2004).

#### 3.2 자유망조정

망조정에 있어서 기준점의 수가 부족할 경우 정규방정식이 특이행렬(singular matrix)이 되어 해를 구할 수 없게 된다. 표 2는 다양한 측지망의 랭크 부족(rank deficiency)을 나타낸 것이다.

표 2와 같이 랭크 부족의 문제점을 해결하기 위해서

표2. 각 측지망 별 랭크부족 수

차 원	망 구분	랭크부족 수	결함(defect) 요소
1D (z)	수준망	1	한 점의 표고 값
	중력망	1	한 점의 절대중력 값
2D (x, y)	삼각망	4	좌표(x,y), 방위각, 측척계수
	삼변망	3	좌표(x,y), 방위각
	다각망	3	3개의 방위각
3D (x, y, z)	GPS 기선망	3	한 점의 3차원 좌표(x, y, z)

는 중력망의 경우, 최소한 한 점의 절대중력 값이 필요하지만 이러한 기준점의 성과 또한 오차를 포함하고 있으므로 정밀도에 영향을 미칠 수 있다. 자유망조정은 바로 이러한 기준점을 미지량으로 설정하고 오차를 합리적으로 분배하는 효과적인 방법이다.

자유망조정에서는 기지점 성과가 없으므로 계산하고자 하는 미지수에 대한 유일해를 결정하기 위해서는  $V^T P V$ 가 최소가 되어야 하는 조건 외에도 식 (13)과 식 (14)의 조건을 동시에 만족시켜 미지수(x)의 미지수 벡터와 해당 여인수 행렬(cofactor matrix)  $Q_X$ 의 trace가 최소가 되어야 한다(Hwang 등, 2002).

$$(X^+)^T X^+ = \|X^+\|^2 = \min \quad (13)$$

$$\text{trace}(Q_X) = \min \quad (14)$$

식 (12)에 있어서 아무런 제한 조건이 없을 경우, 랭크 부족 수는 1이며, 이때  $\hat{X}$ 는 반드시 다음과 같은 조건을 만족시켜야 한다.

$$S^T X = 0 \quad (AS = 0) \quad (15)$$

여기서,  $S^T = [11 \cdots 100 \cdots 0]$ 이며,  $u \times r$ 의 행렬 ( $r=1$ )로서 이러한 조건이 포함되는 미지수의 해는 식 (16)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{X}^+ &= (A^T P A + S S^T)^{-1} A^T P L \\ &= (N + S S^T)^{-1} U \end{aligned} \quad (16)$$

$\hat{X}^+$ 는 공분산 행렬로 식 (17)과 같으며, 그 중 단위 무게의 posteriori variance  $\hat{\sigma}_0^2$ 은 식 (18)과 같이 표현된다.

$$\hat{\Sigma}_{\hat{X}^+} = \hat{\sigma}_0^2 (N + S S^T)^{-1} N (N + S S^T)^{-1} \quad (17)$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n - u + r} \quad (r=1) \quad (18)$$

$\hat{X}^+$ 는 실질적인 의미를 가지고 있지는 않지만 잔차  $V$ 는 유일하게 계산되는 결과로서 중력 값  $\hat{X}_g$  및 계기 보정 값  $\hat{X}_p$ 을 보정 후의 상대중력 값  $\Delta g$ 는 유일 해를 가지며 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{X}^+ = \begin{bmatrix} \hat{X}_g \\ \hat{X}_p \end{bmatrix}; \quad A = [A_g \ A_p] \quad (19)$$

$$\Delta g = A_g \hat{X}_g = V + L - A_p \hat{X}_p \quad (20)$$

따라서 망조정을 거친 중력망 내 모든 관측점의 절대 중력 값은 한 개 기준점의 절대중력 성과와 식 (20)을 이용해 결정할 수 있다.

### 3.3 무계제한 망조정

랭크 부족 문제를 해결하기 위한 방법으로 무계제한 망조정 방법을 사용할 수도 있는데, 자유망조정과는 달리 한 점 또는 여러 점의 기지점 성과를 고정점으로 사용하되 각 고정점의 표준편차를 무게로 이용하는 것이다. 따라서 무계제한 망조정은 망을 구성하는 모든 점들이 동일한 중력기준 상에 있다는 장점이 있다.

식 (21)은 무계제한 망조정의 관측방정식을 나타낸 것이며,  $L_X$ 에 대한 무게 행렬은  $P_X$ 로 표시한다.

$$V_X + L_X = A_X X \quad (21)$$

따라서,  $L$ 과  $L_X$ 로 구성되는 관측방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} V \\ V_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A_2 \end{bmatrix} \hat{X}^a - \begin{bmatrix} L \\ L_X \end{bmatrix} = \bar{A} X - \bar{L} \quad (22)$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & P_X \end{bmatrix} \quad (23)$$

$\bar{V}^T P \bar{V} = \min$  으로 최소제곱법을 이용하여 미지수의 최화치  $\hat{X}^a$ 을 나타내면 식 (24)와 같으며,  $\bar{V}^T P \bar{V} = V^T P V + V_X^T P_X V_X$ 이다.

$$\hat{X}^a = (A^T P A + A_X^T P_X A_X)^{-1} (A^T P A + A_X^T P_X A_X) \quad (24)$$

여기서  $\bar{P}_X = A_X^T P_X A_X$ 로 가정하면 식 (24)은 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\hat{X}^a = (A^T P A + \bar{P}_X)^{-1} (A^T P A + A_X^T P_X A_X) \quad (25)$$

오차전파를 고려한 미지수  $\hat{X}^a$ 의 분산-공분산행렬 (variance-covariance matrix)은 식 (26)과 같으며, 단위 무게의 posterior variance  $\hat{\sigma}_0^2$ 은 식 (27)로 표현된다. 여기서,  $n$ 은 상대중력 관측 수,  $u$ 는 미지수의 개수,  $r$ 은 고정점의 개수를 나타낸다.

$$\hat{\Sigma}_{\hat{X}^a} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A + \bar{P}_X)^{-1} \quad (26)$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\bar{V}^T P \bar{V}}{n - u + r} \quad (27)$$

#### 4. 결과 분석 및 토의

제3절에서 설명한 자유망조정 및 무계제한 망조정을 수행하기 위해 자유망조정에서는 수원 절대중력원점 (SUWN)의 성과를 이용하였고, 무계제한 망조정에서는 수원 절대중력원점 및 수원(suwn)과 대전(daej)에 위치한 중력보조점의 성과를 고정점으로 추가하여 처리하였다. 수원 절대중력원점의 경우, 국토지리정보원 고시 제 2001-82호(2001.3.6)에 의해 절대중력성고가 979918.775 ± 0.001mGal로 고시한바가 있으며, 수원 중력보조점은

1999년 11월에 관측된 중력 값으로 979918.990mGal, 대전 중력보조점은 979832.444mGal로 1981년 11월에 관측된 성과이다. 중력계산에 필요한 좌표 및 정표고 성과는 GPS 정밀관측 및 정밀수준측량을 통해 결정하였다.

표 3은 망조정 방법에 따른 계산결과를 표시한 것으로 자유망조정과 무계제한 망조에 의해 결정되는 계기보정 값 및 잔차와 중력성과에 대한 표준편차로 구분하여 정리하였다. r.m.s 관점에서 볼 때 두 망조정 방법 모두 매우 작은 값을 나타내어 중력성과의 결정 정밀도가 매우 높음을 알 수 있다. 다만 자유망조정이 무계제한 망조정 방법에 비해 계기보정 값을 보다 정확하게 결정하였으며, 잔차 및 중력성과의 표준편차에서도 0.003mGal의 상대적인 우위를 보여주고 있다. 그림 6에 표시한 중력관측량 잔차의 빈도 분포를 살펴보면 자유망조정과 무계제한 망조정에서 모두 정규분포를 이루고 있음을 볼 수 있으나 무계제한 망조정의 경우 그 분포가 집중되어 있으며 -0.25~-0.29mGal 구간에 두 점이 포함되어 있는 걸 확인 할 수 있다. 이는 무계제한 망조정 방법의 사용에 있어서 중력망의 기준을 결정하는 고정점의 성과 정밀도에 의해 그 계산결과가 많이 다르게 결정됨을 알 수 있다.

표3. 망조정 방법에 따른 계산결과 통계

구 분		자유망조정	무계제한 망조정
계기보정 값 (mGal/day)		0.5736 ± 0.0265	0.5667 ± 0.0474
잔 차 (mGal)	max.	0.010	0.010
	min.	-0.009	-0.025
	average	0.000	-0.001
	r.m.s	0.004	0.007
중력값 표준편차 (mGal)	max.	0.010	0.012
	min.	0.000	0.001
	average	0.007	0.009
	r.m.s	0.007	0.010



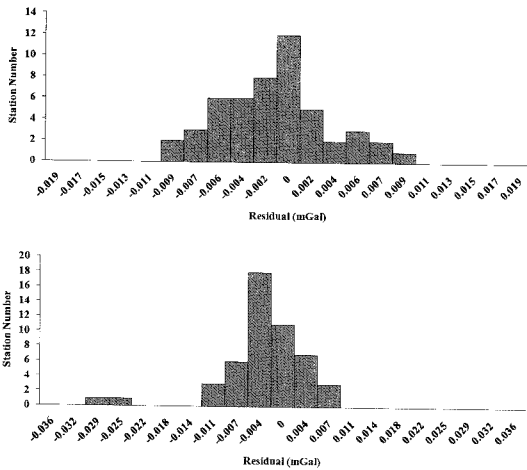


그림 6. 망조정 후 중력관측량 잔차의 빈도 분포도  
(위: 자유망조정 아래: 무계제한 망조정)

그림 7은 자유망조정의 중력 값과 무계제한 망조정을 통한 중력 값을 비교한 것이다. 보다시피 수원 절대중력 원점은 거의 변화가 없으나 수원 중력보조점 및 대전 중력보조점은 0.024mGal과 0.021mGal의 비교적 큰 차이를 보이고 있다. 기타 21점의 중력점도 평균 0.015mGal의 차이를 나타내어 고정점의 정밀도가 무계제한 망조정에서 미치는 영향이 매우 큼을 재확인 할 수 있었다.

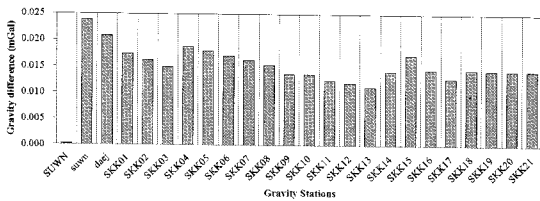


그림 7. 자유망조정 및 무계제한 망조정 간 중력값 차이

### 5. 결론 및 제언

본 연구는 고정밀 상대중력계 CG-5를 소개하고 상대 중력측량의 이론과 측량방법을 상세히 설명하였으며, 관측된 총 21점의 중력점에 대한 절대 중력값을 결정하기 위해 수원 절대중력원점과 수원 중력보조점, 대전 중력보조점을 이용하여 자유망조정 및 무계제한 망조정

을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 도출할 수 있었다.

높은 정밀도의 상대중력측량을 위해서는 왕복 관측이 필수적이며 기준점과 중복점 및 결합점을 적절히 배치하여 중력관측망을 구성해야 한다. CG-5 등과 같은 고정밀 중력계가 상대중력측량에 활용될 경우 중력보정단계에서 해양조석부하 등에 대한 고려도 필요하다.

중력망조정에 있어서 자유망조정 및 무계제한 망조정 모두 높은 정밀도를 보이고 있지만 잔차의 분포로 미루어 볼 때 자유망조정이 더욱 합리적이며, 무계제한 망조정의 경우 고정하는 기준점의 정밀도에 매우 큰 영향을 받는 것으로 나타나고 있다. 따라서 통합기준점을 비롯한 중력관측점의 정확도를 향상하기 위해서는 우선 국가적 차원에서의 절대중력기준점의 확장 및 절대중력 기준망과 중력보조점에 대한 재정비가 시급한 것으로 판단된다. 또한, 중력측량 작업규정의 재정립 및 상대중력계의 기기성능검사 방법에 대한 연구 및 관리가 필요할 것으로 사료된다.

### 참고문헌

국립지리원 (2003), 측량 및 지형공간정보 백서, 국립지리원, pp. 394-400.

Forsberg, R., Sideris, M. G., Shum, C. K. (2005), The gravity field and GGOS, *Journal of Geodynamics*, Vol. 40, No. 4-5, pp. 387-393.

Hwang, C., Wang C. G., Lee, L. H.(2002), Adjustment of relative gravity measurements using weighted and datum-free constraints, *Computers & Geosciences*, Vol. 28, No. 9, pp. 1005-1015.

Hwang, C., Lee, L. H., Yu, S. B., Chen, H. Y.(2004), Single and multi-epoch analyses of GPS baseline network: application to coordinate and velocity determinations in central Taiwan, *Journal of Surveying Engineering*, Vol. 130, No. 2, pp. 86-94.

Longman, I.M.(1959), Formulas for Computing the Tidal Accelerations Due to the Moon and the Sun, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 64, No. 12, pp. 2351-2355.

Murray A. S., Tracey, R. M.(2001), Best Practice in Gravity Surveying, Australian Government Geoscience Australia, Report.

Neumeyer, J., Pino, J., Dierks, O., Sun, H. P., Pflug, H. (2005), Improvement of ocean loading correction on gravity data

with. additional tide gauge measurements, *Journal of Geodynamics*, Vol. 40, pp. 104-111.

Pertsev, B. P. (2007), Tidal corrections to gravity measurements, *Izvestiya Physics of the Solid Earth*, Vol. 43, No. 7, pp. 547-553.

Scintrex (2008): >, CG-5 Scintrex Autograv System Operation Manual, Scintrex Limited, Canada.

Torge, W. (2001), *Geodesy*, 3rd Edition, Walter de Gruyter, Berlin, New York, pp. 178-184.

Torge, W. (1989), *Gravimetry*, Walter de Gruyter, Berlin, New York, pp. 431-456.

Yun, H.S., Lee, D.H., Song D.S. (2007), Determination of vertical displacements over the coastal area of Korea due to the ocean tide loading using GPS observations, *Journal of Geodynamics*, Vol. 43, No. 4-5, pp. 528-541.

---

(접수일 2009.01.25, 심사일 2009.02.11, 심사완료일 2009.02.16)