

확장형 칼만 필터를 이용한 철도교의 감쇠비 분석[#]

Damping Estimation of Railway Bridges Using Extended Kalman Filter

박 동 옥* · 김 남 식* · 김 성 일**

Dong-Uk Park, Nam-Sik Kim and Sung-Il Kim

(2008년 12월 30일 접수 ; 2009년 2월 26일 심사완료)

Key Words : Railway Bridge(철도교량), Damping Ratio(감쇠비), Extended Kalman Filter(확장형 칼만 필터), RMQ(root mean quad)

ABSTRACT

In high speed railway bridges, dynamic analysis is important because of high passing velocity and moving load at the regular intervals, and damping ratio is a major parameter to predict dynamic responses. In this paper, damping ratios were estimated by using half power band width method and extended Kalman filter according to acceleration signal conditions, and a relationship between estimated damping ratios and representative values of bridge vibration was derived. From the results, damping ratios estimated from total ambient vibration were more reliable than only free vibration part. In case of using extended Kalman filter, the estimated damping ratios varying with RMQ(root mean quad), as one of representative values of bridge vibration, have more feasible trend. Thus, it is shown that further studies on reliabilities of estimated damping ratios are needed.

1. 서 론

2004년 3월 개통된 경부고속철도의 교량들은 열차가 최대 350 km/h 이상의 속도로 주행하므로 동적거동이 중요하며, 열차라는 특성상 일정한 간격으로 축하중이 작용하게 되므로, 열차 주행으로 인한 교량의 공진 가능성도 높다⁽¹⁾. 철도 교량의 동적거동에 있어서, 감쇠비는 교량의 공진으로 인한 발산을 제어하는 중요한 요소이며, 이러한 감쇠비는 교량의 재료특성에 따라 다를 수 있으며, 동일재료라 하더라도 작용되는 외력의 특성에 따라 비선형적으로 변할 수 있

다. 감쇠비 평가에 가장 많이 이용되는 교량의 응답은 비교적 쉽고 정확하게 측정이 가능한 가속도 응답이다. 또한, 교량의 응답을 이용하여 감쇠비를 평가하는 방법으로 일반적으로 널리 사용되는 대수감소율(logarithmic decrement), 반동력대역법(half-power band width method) 등이 있으나, 대수감소율은 자유진동신호에서만 적용이 가능하며, 반동력대역법은 신호에 잡음(noise)이 많은 경우 정확한 감쇠비 추정이 어렵다. 이러한 단점들을 보완하고자 등장한 방법들이 상시진동신호를 이용한 방법으로 확장형 칼만 필터(extended Kalman filter)⁽²⁾를 이용한 방법, 힐버트-황 변환(Hilbert-Huang transform)⁽³⁾, 시스템 규명(system identification) 기법을 이용한 방법⁽⁴⁾ 등이 있다.

한편, 감쇠비는 임계속도 부근에서 교량의 응답에 지배적인 영향을 미치며⁽⁴⁾, 신호의 크기에 따라 변화될 수 있으므로, 철도교에서는 감쇠비를 정확히 추정하는 것이 보다 더 중요하고 할 수 있다. 감쇠비는 공용중인 교량에서 그 성능의 평가에 중요한 요소일 뿐만 아니라, 설계에 있어서도 교량의 안전

* 교신저자; 정희원, 부산대학교 사회환경시스템공학부

E-mail : nskim@pusan.ac.kr

Tel : (051)510-2352, Fax : (051)513-9596

* 부산대학교 사회환경시스템공학과

** 한국철도기술연구원 철도구조물연구실

이 논문은 2008 추계 소음진동 학술대회 우수논문으로 추천되었음.

성이나 경제성에 있어서 중요한 요소이므로, 최근 국내외 철도교량 설계 시 사용될 감쇠비의 제안을 위하여 많은 연구들이 활발히 진행되었다. 국내외 연구와 유럽에서의 연구 결과들을 살펴보면, 대부분 교량의 길이에 따라 평가하는 방법들이 주로 이루어졌다^(5,6). 유럽과 국내에서 실시한 교량의 길이에 따른 감쇠비 평가결과에 의하면, 교량의 길이가 짧을수록 감쇠비는 증가하는 추세를 보이나 감쇠비의 분산이 커지며, 시간이 짧은 교량에서는 작게는 2%에서 많게는 10%이상의 감쇠비를 보인다. 국내 외의 기준들은 이러한 교량의 길이에 따른 감쇠비의 영향을 반영하여, 설계 시의 제한 감쇠비를 1.5%내외로 제안하고 있다. 하지만, 국내외 연구결과에서 알 수 있듯이 교량의 설계에 사용되는 감쇠비의 제한값은 교량의 길이에 따른 감쇠비의 평가를 통하여 안전측으로 설정한 것이므로, 이러한 감쇠비 제한은 비경제적일 수 있다.

그러므로 이 연구에서는 감쇠비 평가에 있어서 무시할 수 없는 응답신호의 크기에 대하여 고전적인 방법들 중 가장 많이 이용되는 반동력대역법과 상시진동신호를 이용하여 감쇠비를 추정할 수 있는 확장형 칼만 필터를 이용한 방법을 상호 비교하고 보다 안정적인 감쇠비 추정방법 및 합리적인 설계 감쇠비 산정방법을 제안하고자 한다.

2. 가속도 기준

국내 철도교량 상부구조의 최대가속도 기준은 0.35g이며, 이는 궤도의 비틀림을 방지하고 자갈도상의 자갈의 비산을 방지하기 위한 기준⁽¹⁾으로, 유럽에서는 3.5 m/sec²으로 제한되고 있다⁽⁵⁾. 이러한 가속도 제한값은 실험을 통하여 얻어진 값으로써, 일정한 진폭을 가지는 조화진동신호(harmonic vibration signal)의 최대가속도 값이다. 하지만, 일반적으로 교량에서 계측되는 신호들은 일정한 진폭을 가지지 않는 상시진동신호(ambient vibration signal)들이므로 계측신호의 최대값을 이용하여 신호의 크기를 평가하기는 어렵다.

한편, 교량의 감쇠비는 진동신호의 크기에 따라 변화할 수 있으므로 이 연구에서는 계측된 신호의 진폭의 크기를 반영할 수 있는 진동신호의 대표값으로서 RMS(root mean square)값과 RMQ(root

mean quad)값을 사용하였다.

상시진동신호의 대표값으로 일반적으로 RMS값이 많이 사용된다. RMS값은 일정 시간 동안 계측된 신호의 제곱들의 평균에 제곱근을 한 값으로, 연속시간함수에 대하여 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$RMS \text{ Value} = \sqrt{\frac{\int_{T_1}^{T_2} y^2 \cdot dt}{T_2 - T_1}} \quad (1)$$

대상 신호의 RMS값이 신호의 대표값이라 할 수 있는 것에 대한 평가지표로 파고율(crest factor)이 사용된다. 파고율은 RMS값에 대한 신호의 최대값으로 식 (2)와 같이 표현할 수 있다. ISO⁽⁷⁾에서는 이러한 파고율이 9 이상인 경우에 대하여 RMS값은 그 신호에 대한 대표성을 가지기 어렵다고 간주되며, RMS대신 식 (3)과 같이 계측된 신호들의 4제곱들의 평균에 4제곱근을 한 값인 RMQ값을 사용할 것을 권장하고 있다.

$$Crest \text{ Factor} = \frac{|y|_{\max}}{RMS \text{ value}} \quad (2)$$

$$RMQ \text{ Value} = \sqrt[4]{\frac{\int_{T_1}^{T_2} y^4 \cdot dt}{T_2 - T_1}} \quad (3)$$

이러한 RMS, RMQ값을 최대가속도가 0.35 g인 조화진동신호에 대하여 계산하면 각각 0.25 g, 0.27 g정도가 된다.

3. 가속도 응답 계측

이 연구의 대상교량은 경부고속철도 대전-김천 구간에 위치한 이원고가교를 비롯하여 지탄교, 연제교, 도곡4교, 조천천교, 천안매곡교로 총 6개의 철도교이며, 각 교량의 주요특성은 Table 1과 같다. 계측은 이동하중이 고속철도일 때와 일반차량일 때 모두를 기록하였으며, 계측 기간은 열차가 교량에 진입하기 일정시간 전부터 통과 후 자유진동이 충분히 작아질 때까지 계측하였다. 또한 응답스펙트럼의 해상도를 위하여 데이터 취득속도는 최소 100 Hz이상으로 계측하였다. 모든 교량에서 명확한 계측응답결과를 사용하기 위하여 시간 중앙의 하부

Table 1 Type and span length of object bridge

Object bridge	Type	Span length(m)
Dogok bridge	Precom girder	39
Jitan bridge	Twin I-shaped girder	50
Yunjea bridge	PSC box girder	40
Yiwon bridge	Twin I-shaped girder	40
Chochunchun bridge	Preflex beam	26.5
Chunan-Meagok bridge	IPC Beam	35

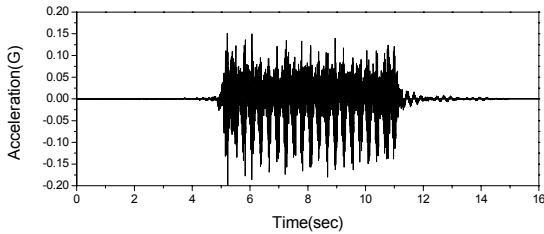


Fig. 1 Acceleration signal measured from a high speed railway bridge

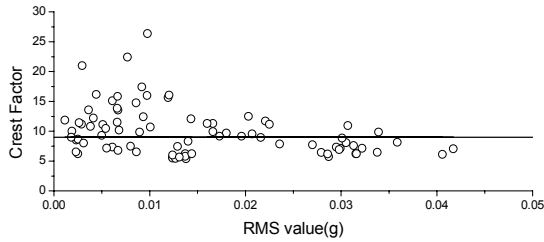


Fig. 2 Crest factors of measured signals

에서 계측된 결과를 사용하여 감쇠비를 분석하였으며, 분석에 사용된 계측신호들은 한국철도기술연구원 에서 제공하는 자료를 이용하였다. Fig. 1은 고속철도 주행 중 가속도 응답 계측 결과에 대한 예시를 보여주고 있다.

Fig. 2는 계측신호들의 RMS값의 파고율을 나타내고 있다. 감쇠비 추정에 사용된 총 82개의 신호 중 50% 이상인 42개 신호의 파고율이 9 이상을 나타내고 있어 신호의 변동성이 크다고 판단되며, 이러한 경우 신호들의 대표값으로 RMS값 보다는 RMQ값을 사용하는 것이 더 적절한 것으로 판단되었다.

4. 감쇠비 평가 방법

4. 1 Half-power Band width Method

일반적으로 감쇠비 추정에 가장 많이 이용되는

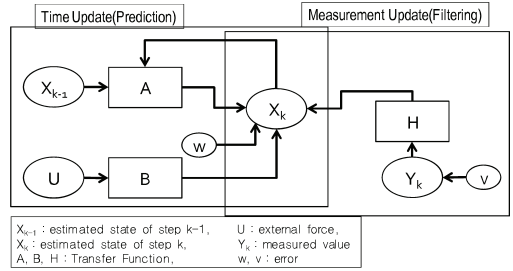


Fig. 3 Algorithm for extended Kalman filter

방법인 반동력대역법은 계측된 가속도신호의 응답 스펙트럼에서의 추정 대상 반동력대역주파수를 이용하여 감쇠비를 추정하는 방법이다.

반동력대역주파수(β_1, β_2)는 감쇠비(ξ)에 대하여 식 (4)와 같이 정의할 수 있다.

$$\beta_1^2, \beta_2^2 = \left((1 - 2\xi^2) \mp 2\xi\sqrt{1 - \xi^2} \right) \beta_n^2 \quad (4)$$

식 (4)에서 β_n^2 은 등가진동계의 고유진동수이고, ξ 에 대하여 정리하면 미소감쇠(low damping)인 경우 대상 모드의 감쇠비는 식 (5)와 같이 추정할 수 있다.

$$\xi = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta_2 + \beta_1} \quad (5)$$

4. 2 Extended Kalman Filter

확장형 칼만 필터는 백색잡음을 가지는 선형시스템의 최적필터인 칼만 필터(Kalman filter)를 비선형시스템으로 확장시킨 시스템으로 이 논문에서는 교량의 동적 시스템을 백색잡음을 고려하여 추적하는 준최적상태추정방법으로 이용하였다. 확장형 칼만 필터의 순서도(algorithm)는 Fig. 3과 같다.

가속도 신호를 이용한 감쇠비 추정을 위해 확장형 칼만 필터를 식 (6)과 같은 1자유도계의 운동방정식에 적용하면, 추정대상인 상태벡터 X 는 식 (7)과 같이 정의할 수 있다.

$$\ddot{v}_k + 2\xi_n \omega_n \dot{v}_k + \omega_n^2 v_k = U_k \quad (6)$$

$$X = \begin{Bmatrix} v(t) \\ \dot{v}(t) \\ \xi_n \\ \omega_n \end{Bmatrix} \quad (7)$$

그러므로 상태벡터 X 의 미소시간 dt 에 대한 변화율은 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dX}{dt} = \begin{Bmatrix} \dot{v}(t) \\ -2\xi_n \omega_n \dot{v}(t) - \omega_n^2 v(t) + U(t) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

한편, 계측결과 데이터는 이산시간의 형태로 주어지므로 추정대상 X 역시 이산시간에 관해 정의를 하여야 할 필요가 있다. 시간 k 에서 X 의 상태를 X_k 라 하고, 시간 k 와 $k+1$ 사이의 증분을 dX_k 라 하면, 이산시간에 따른 상태천이방정식(state transfer function) A 는 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$X_{k+1} = X_k + dX_k + W(k) \quad (9)$$

여기서, $W(k)$ 는 오차이다.

한편, 상태천이방정식의 확률함수(covariance function)는 전달함수(transfer function(A))를 이용하여 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{k+1} = AP_k A^T + Q(k+1) \quad (10)$$

여기서 $Q(k)$ 는 k 단계에서의 오차이며, \hat{P}_k 는 k 단계에서의 확정확률이다.

한편, 관측함수 Y 는 가속도를 측정하였으므로, 시간 k 에서의 가속도는 오차 $V(k)$ 를 포함하는 식 (11)과 같이 나타낼 수 있으며, 관측함수를 이용하여 상태추정에 사용될 전달함수(H)는 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_k = \{-2\xi_n \omega_n \dot{v}_k - \omega_n^2 v_k + U_k\} + V(k) \quad (11)$$

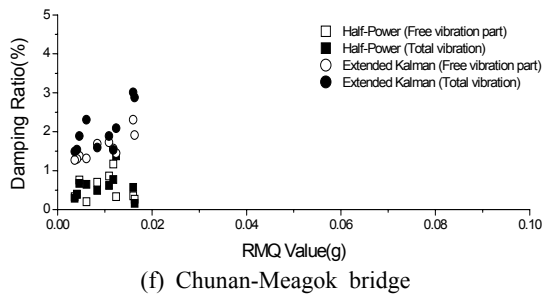
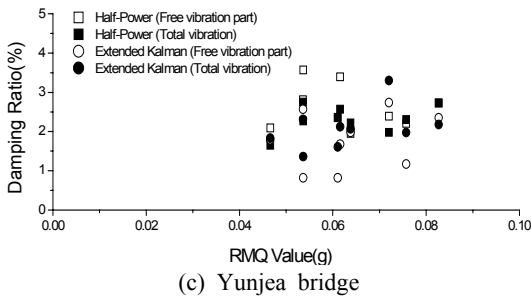
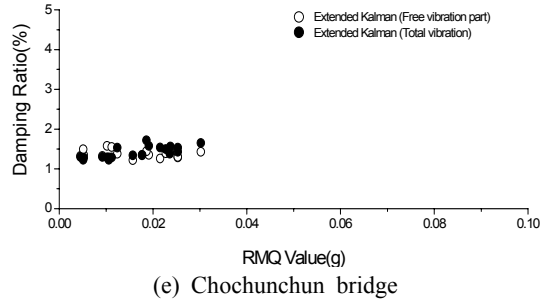
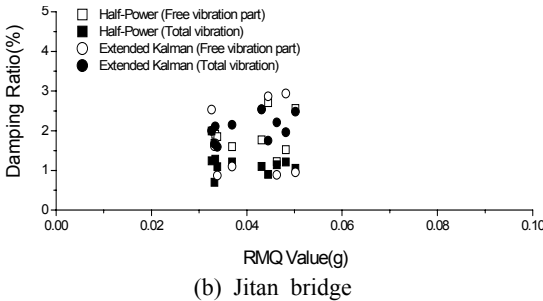
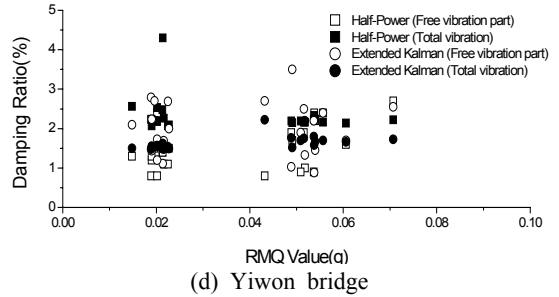
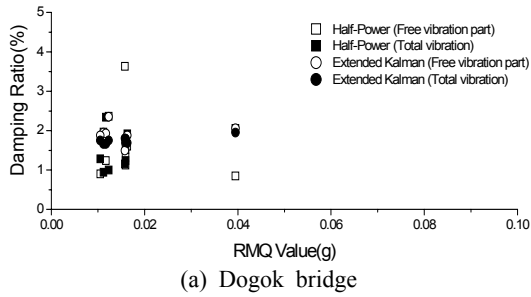


Fig. 4 Damping ratio estimation results versus RMQ values according to example bridges

$$H = \frac{dY}{dX} \quad (12)$$

위 식들을 이용하여 Fig. 3에서와 같이 k 단계에서의 상태벡터 X_k 와 상태전이방정식 A 를 이용하여 X_{k+1} 를 예상할 수 있으며, 관측데이터 Y_k 와 전달함수(H)를 이용하여 칼만 계수를 구하고, 예측된 X_{k+1} 에 대하여 보정을 하면, 최종적으로 X_{k+1} 를 확정 할 수 있다. 이 과정을 반복하여 추정대상인 이산시간상태의 변위, 속도, 모드별 감쇠비, 모드별 고유진동수를 추정할 수 있다.

5. 감쇠비 추정 결과

감쇠비의 추정은 앞서 말한 반동력대역법과 확장형 칼만 필터 2가지 방법을 자유진동 신호를 이용하여 감쇠비를 추정한 경우와 차량통과 전구간을 이용한 경우에 대하여 나누어 추정하고, 그 결과를 각각 계측 전구간의 RMS값과 RMQ값에 대하여 비교 분석하였다.

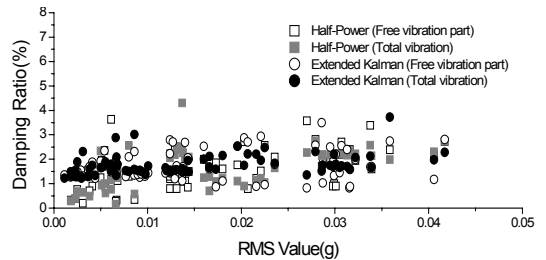
Fig. 4는 각 방법 및 구간에 따라 추정된 감쇠비를 계측된 전구간 가속도신호의 RMQ값을 기준으로 교량별로 나타낸 그래프이다. 하나의 교량에서 계측된 하나의 신호를 사용하여 감쇠비를 추정함에 있어서 추정방법이나 추정구간에 따라 감쇠비가 서로 다르게 나타나는 것을 알 수 있었다. 또한 교량별 가속도신호의 RMS, RMQ값은 측정횟수에 따라 유사하게 나타났으나, 추정된 감쇠비는 일괄성을 보이지 않았다.

Fig. 5는 교량에 대한 구분없이 계측신호의 RMS 값 및 RMQ값에 대하여 나타낸 것이며, Table 2는 Fig. 5의 각 방법에 따른 감쇠비의 평균값과 표준편차를 나타낸 것이다. Fig. 5에서 나타난 바와 같이 RMS 및 RMQ값이 증가할수록 추정 감쇠비는 증가하는 경향을 나타내었다. 또한, 추정 감쇠비의 표준편차가 가장 적은 것은 전구간을 대상으로 하여 확장형 칼만 필터를 적용한 경우이며 각 추정방법 및 구간별 평균은 1.72~1.95 %로 유사하게 나타나지만, 표준편차는 방법 별로 최대 2.5배 이상 차이가 나는 분포를 보이고 있었다.

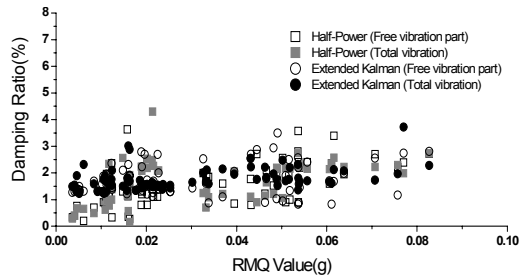
Fig. 6은 Fig. 5에서 추정 감쇠비의 표준편차가 가장 작은, 전구간을 대상으로 확장형 칼만 필터를 적

용한 경우에 대하여 지수함수 형태의 회귀선을 구한 후 1의 오차율로 상한치와 하한치를 설정하고, 호남고속철도 설계지침기준의 상부구조에서의 제한 가속도인 0.35 g까지 연장한 것이다. 앞서 밝힌 바와 같이 교량에서 계측된 가속도 신호의 최대값을 제한 가속도와 직접 비교하기 어려우므로, 각각 제한 가속도 신호의 RMS값 및 RMQ값인 0.25g, 0.27g일 때의 감쇠비를 추정하였다. RMS값에 대한 추정결과는 2.22~2.66 %였으며, RMQ값에 대한 추정결과는 2.45~2.80 %의 감쇠비가 예상이 되었다. 이는 호남고속철도 설계지침의 철근콘크리트교량의 설계 제한 감쇠비보다 약 1 %정도 높은 것으로 판단되었다.

Fig. 6에서 보여지는 회귀선에 대하여 추정감쇠비



(a) Versus RMS values



(b) Versus RMQ values

Fig. 5 Damping ratio estimation results

Table 2 Mean and standard deviation of estimated damping ratio

Estimation method	Half-power band width method		Extended Kalman filter	
	Total vibration	Free vibration part	Total vibration	Free vibration part
Mean(%)	1.79	1.95	1.77	1.72
Standard deviation (%)	0.73	0.91	0.58	0.36

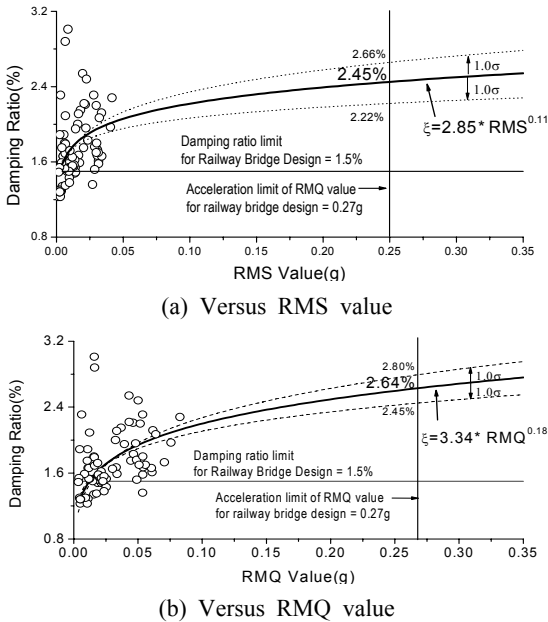


Fig. 6 Regression line of estimated damping ratio and damping ratio limit for design manual of Honam High Speed Railway(2007. 9)⁽⁸⁾

의 표준편차를 구한 결과, RMS값의 경우에는 0.16, RMQ값의 경우에는 0.15의 표준편차를 나타내어, 두 회귀선은 유사한 신뢰도를 보이고 있다고 할 수 있다.

6. 결 론

감쇠비 추정 결과 반동력대역법을 사용하는 경우 계측전구간을 대상으로 하는 것보다는 자유진동구간만을 대상으로 감쇠비를 추정하는 것이 표준편차가 더 적었으며, 추정방법 중 가장 안정적인 방법은 확장형 칼만 필터를 사용하여 계측전구간을 대상으로 추정하는 것이었다.

또한 추정방법 및 구간에 관계없이 계측신호의 RMS값 및 RMQ값이 커질수록 감쇠비는 함께 증가하는 경향을 나타내어, 이 연구에서 사용된 방법 중 가장 신뢰도가 높은 방법으로 철도교 상부구조에서의 제한가속도 신호의 대표값까지 회귀선을 연장한 결과 예상 감쇠비는 2.22~2.80%이었다.

국내 호남고속철도 설계지침기준에서는 설계시 감쇠비를 철근콘크리트 교량의 경우 1.5%, PSC교량은 1%, 강합성 교량은 0.5%로 제한하고 있으며,

이 중 제한 감쇠비가 가장 높은 철근콘크리트 교량의 제한 감쇠비 1.5%에 해당하는 감쇠비는 이 연구에서 추정된 감쇠비분포에 따르면 계측신호의 RMS값의 경우에는 0.005~0.02 g에서 RMQ값이 0.02~0.06 g에서 가장 많이 분포하고 있다. 하지만, 철도교량 상부구조 제한 가속도레벨의 RMS값인 0.24 g 혹은 RMQ값인 0.27 g에 비하면 매우 낮은 가속도 레벨이므로 현재 공용중인 교량의 감쇠비는 제한 가속도에 비해 상당히 낮은 가속도 레벨에서 평가되고 있으며, 이와 같이 낮은 가속도 레벨에서 평가된 감쇠비를 이용하여 교량 설계시 감쇠비를 제한하는 것은 매우 엄격한 기준이라 할 수 있다.

후 기

이 연구는 국토해양부 미래철도기술개발사업의 연구비지원(과제번호 07차세대고속철도A01)에 의해 수행되었으며, 계측자료 사용을 허락하여 주신 한국철도기술연구원의 관계자분들께 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Kwark, J. W., Chin, W. J., Kim, Y. J. and Kim, B. S., 2003, "Dynamic Behavior of Concrete Box Girder Bridge due to Riding Korea High-speed Train," KSCE Journal of Civil Engineering, Vol. 23, pp. 27~36.
- (2) Yi, J. H., Koo, K. Y., Kim, N. S. and Yun, C. B., 2004, "Estimation of Cable Characteristic Using Extended Kalman Filter," KSCE Journal of Civil Engineering, Vol. 24, pp. 1267~1274.
- (3) Lee, H. S. and Kang, J. S., 2003, "An SI Scheme for the Assessment of Structural Damage and Damping," Proceeding of the KSNVE Annual Spring Conference 2003, pp. 430~433.
- (4) Kim, S. I., Yu, J. Y., Mun, J. U., Hong, S. M. and Kim, J. T., 2008, "Modal Test of Railway Bridges considering the Type of Track Structures," Proceeding of the 2008 Spring Conference of the Korean Society for Railway, p. 70.
- (5) WP4 participants, 2007, "Guideline for

Load and Resistance Assessment of Existing European Railway Bridges Advises on the use of advanced methods,” Deliverable D4.2, Sustainable Bridges, p. 109.

(6) Korean Railroad Research Institute, 2008, “Research for Dynamic Stability and Dynamic Design Standard of Railway Bridge,” Korea Rail

Network Authority, p. 50.

(7) ISO, 1997, “ISO 2631 Mechanical Vibration and Shock-evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration”.

(8) Korean Railroad Research Institute, 2007, “Design Manual of Honam High Speed Railway,” Korea Rail Network Authority, pp. 6~59.