

# Monte Carlo 모의를 이용한 지점 간 확률가중모멘트의 교차상관관계

## Cross Correlations between Probability Weighted Moments at Each Sites Using Monte Carlo Simulation

신 흥 준\* / 정 영 훈\*\* / 허 준 행\*\*\*

Shin, Hongjoon / Jung, Younghun / Heo, Jun-Haeng

### Abstract

In this study, cross correlations among sample data at each site are calculated to obtain the asymptotic cross correlations among probability weighted moments at each site using Monte Carlo simulation. As a result, the relations between the asymptotic cross correlations among probability weighted moments and the inter-site dependence among sample data at each site are nearly a linear relation with slope 1. The smaller ratio of concurrent data size to entire sample size is, the weaker the relationship grows. Simple power function which the correction term in power function accounts for the differences of the sample size between two sites was fitted to each case to estimate the parameter. It is noted that this result can be used in the various researches which include the estimation of the variance of quantile considering cross correlations.

**keywords** : Monte Carlo simulation, cross correlation, probability weighted moment, regional frequency analysis

### 요 지

본 연구에서는 지점 간 확률가중모멘트의 교차상관관계를 구하기 위해 Monte Carlo 모의를 이용하여 이를 지점 간 표본자료의 교차상관성에 대한 관계식으로 확장하여 근사값을 구하고자 하였다. 모의실험 결과 각각의 확률가중모멘트간 교차상관계수는 지점 간 표본자료의 교차상관계수와 자료크기가 동일하고 동시간 자료일 경우 기울기 1인 선형관계를 보이며, 자료크기에 따른 동시간 자료의 비율이 작아질수록 선형적인 관계는 점점 약해지게 된다. 따라서 자료크기에 따른 영향을 고려하기 위하여 보정항을 추가한 제곱함수식을 제시하였으며, 이 식에 발생된 자료를 적합시켜 각각의 경우에 따른 매개변수를 추정하였다. 이 결과를 이용하여 지역빈도해석의 지점 간 교차 상관성을 고려한 수문추정량의 분산 추정 등의 연구에 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

**핵심용어** : Monte Carlo 모의, 교차상관관계, 확률가중모멘트, 지역빈도해석

\* 연세대학교 대학원 토목공학과 박사과정

Ph.D. Candidate, School of Civil and Environmental Engineering, Yonsei Univ., Seoul, Korea, 120-749

\*\* 연세대학교 대학원 토목공학과 박사과정

Ph.D. Candidate, School of Civil and Environmental Engineering, Yonsei Univ., Seoul, Korea, 120-749

\*\*\* 교신저자, 연세대학교 사회환경시스템공학부 토목환경공학과 교수

Corresponding Author, Professor, School of Civil and Environmental Engineering, Yonsei Univ., Seoul, Korea, 120-749

(e-mail: jhheo@yonsei.ac.kr)

## 1. 서론

지점빈도해석을 이용하여 확률수문량을 추정하는 경우 일반적으로 자료의 부족으로 불확실성이 증가되고, 따라서 추정된 확률수문량의 신뢰성에 영향을 주므로 좀 더 정확한 추정량을 얻기 위해서는 추가적인 자료가 필요하다. 이러한 접근은 일반적으로 수문학적 사상들이 동일한 수문학적 거동을 한다는 가정 하에 다른 지점들로부터 추가적인 자료를 얻어 수행하는 지역빈도해석이라고 할 수 있다. 지역빈도해석을 특정 지점의 확률수문량 추정에 사용하기 위해서는 사용되는 자료들이 서로 동일한 확률분포형을 가지며, 시간적으로 서로 독립이라는 가정을 사용하게 된다. 이러한 가정 사항들이 충족되지 않는다면 지역빈도해석에서 추정되는 확률수문량은 편이가 발생하며 이로 인해 불확실성이 커지는 것이 일반적이다.

Stedinger (1983)는 지역 내의 동시간 수문자료간의 상관관계는 상관성이 있는 자료로부터 추정되는 모멘트와 마찬가지로 정확성이 떨어지게 되며, 이로 인해 지역 내의 지점 간 상관성이 확률수문량의 추정에 편이(bias)를 발생시키지는 않지만 표본의 변동성(variability)은 증가시킬 수 있다고 하였다. Hosking and Wallis (1988)는 Monte Carlo 모의와 확률가중모멘트를 이용하여 동질한 지역 내 지점들 간의 상관관계가 지역빈도해석에 의한 확률수문량의 정확도에 미치는 영향을 살펴보았으며, 지점빈도해석과의 비교를 통해 지점 간 상관성은 빈도해석을 통한 확률수문량의 정확도를 감소시키나, 지점 간 상관성이 존재한다 할지라도 지점빈도해석보다 지역빈도해석에 의한 결과가 더 우수하다는 것을 밝혀냈다. Stedinger and Lu (1995)는 지점빈도해석에서 형상매개변수의 분산은 해석적으로 구할 수 있으나, 형상매개변수들 간의 교차상관관계를 고려한 분산은 매우 복잡하고 부정확함을 보인바 있으며, Stedinger (1983), Hosking and Wallis (1988), Gabrielle and Arnell (1991), Madsen (1996) 등은 지점간 상관성이 다변량 정규분포자료의  $p$ 차 모멘트 추정량에 미치는 영향을 실제 관측값의 교차상관관계를 이용하여 다음과 같이 표현하였다.

$$\rho(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j) = \rho_{ij}^p \quad (1)$$

여기서  $\rho(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j)$ 는 지점  $i$ 와  $j$ 사이의  $p$ 차 모멘트 추정량 간의 상관성이며,  $\rho_{ij}^p$ 는 지점  $i$ 와  $j$ 사이의 동시간 자료 간의 상관성이다.

Madsen and Rosbjerg (1997)은 Stedinger (1983)가 다변량 정규분포자료로부터 구한 결과를 바탕으로, 지점  $i$ 와  $j$ 에 대한 L-모멘트비(L-CV)의 상관관계와 동시간 지점자료와의 상관관계는  $p=2$ 임을 보였으며, Kjeldsen and Jones (2006)은 bootstrap기법을 이용하여 L-Skewness간의 상관관계와 동시간 지점자료와의 상관관계가  $p=3$ 임을 보인바 있다. 또한 Martins and Stedinger (2002)는 Monte Carlo 모의를 통하여 generalized pareto 분포와 generalized extreme value 분포의 형상매개변수간의 교차상관관계 및 log Pearson type 3 분포의 왜곡도계수에 따른 교차상관관계의 특징에 대한 연구를 수행한 바 있다.

지수홍수법(index flood method)을 이용한 지역빈도해석의 경우 지역빈도해석을 통한 확률수문량의 불확실성 추정에는 지점 간 자료들이 서로 독립적이라는 가정이 필요한데, 이러한 가정은 실제 상황에는 전혀 맞지 않기 때문에 지점 간 표본자료들의 상관성이 지역빈도해석에 의해 추정되는 확률수문량에 어떤 영향을 미치는지 아는 것은 매우 중요하다고 할 수 있다. 하지만 이를 위해서는 지역빈도해석에서 채택된 분포형에 대한 확률가중모멘트의 상관관계가 반드시 필요한데, 각 지점에는 하나의 확률가중모멘트  $B_0, B_1, B_2$ 만 존재하기 때문에 지점 간 확률가중모멘트간의 상관관계는 알 수가 없었다. 따라서 본 연구에서는 지점 간 동시간대 자료와 Monte Carlo 모의를 이용하여 표본자료의 상관관계를 확률가중모멘트의 상관관계로 확장하고자 하였고 이를 이용하여 두 자료간의 관계식을 제시하였다.

## 2. Monte Carlo 모의

Monte Carlo 모의는 근사적으로 유도된 수식의 수치적인 평가를 위해 사용되는 방법으로, 임의로 가정된 통계적 성질을 가지는 여러 가지 표본자료를 무작위로 발생시키고, 이렇게 발생된 자료가 주어진 반복 횟수로부터 생성된 모집단이라고 가정한다. 본 연구에서는 generalized logistic 분포를 이용하여 동질지역 내의 각 지점 간 표본자료들의 상관성과 확률가중모멘트의 상관성에 대한 관계를 살펴보기 위해 아래와 같은 과정을 통해 모의를 수행하였다.

(1) 지역 내의 지점을 M개라고 가정하고 지점 간 상관관계를 발생시킨다. 이를 위해 임의의 지역을 길이 1의 단위 정사각형(unit square)으로 가정하고 임의의 지점 M개를 선택한다. 다음과 같이 Hosking and Wallis (1988)에서 사용된 알고리즘을 이용하여 M개의 지점 중 임의의 두 지점  $i$ 와  $j$ 의 거리를  $d_{ij}$ 로 가정하고 이로

인한 상관계수를 Eq. (2)와 같이 가정하였다. 계수  $\alpha$ 는  $\rho_{ij}$ 의 평균(mean)이  $\rho_{mean}$ 과 같아지도록 조정하여 지점 간 상관계수를 계산한다.

$$\rho_{ij} = \exp(-\alpha d_{ij}) \quad (2)$$

- A. 지점 간 표본자료의 상관계수는 일반적으로 양의 값을 가지기 때문에 본 연구에서도 양의 상관계수만 존재하는 위 식을 이용하여 지점 간 상관계수를 가정하였다.
- B. 임의의 지점 M개의 좌표는 (0,1)의 uniform 분포에서 발생시켜 구한다.
- C. Hosking and Wallis (1997)에 의하면 지역 내 지점의 수가 20개를 넘으면 늘어난 지점 개수로 인한 지역빈도해석의 이득이 없다고 하였기 때문에 본 연구에서는 M개의 지점을 20개로 가정하고 수행하였다.

(2) Eq. (2)를 이용하여 지점 간 교차상관계수  $\rho_{ij}$ 를 계산하고, 이를 각각의 성분으로 가지는 분산-공분산 행렬과 평균 0인 이변량 정규 (bivariate normal) 변량  $z_i$ 와  $z_j$ 를 발생시킨다.

(3) 발생된 이변량 정규 변량을 주변분포(marginal distribution), 즉 generalized logistic 분포형에 적용하여  $i$ 지점의 자료  $x = F^{-1}(\Phi(z_i))$ ,  $j$ 지점의 자료  $y = F^{-1}(\Phi(z_j))$ 로 변환시킨다.

(4) 전체  $x, y$ 자료를 이용하여 지점 간 표본 상관계수  $\hat{\rho}_{ij}$ 와 각 지점별로 표본 확률가중모멘트  $\hat{B}_0, \hat{B}_1, \hat{B}_2$ 를 계산한다.

(5) (1)-(4)의 과정을  $n = 10000$ 회 반복하여  $\hat{\rho}_{ij}$ 의 평균  $\bar{\rho}_{ij}$ 과 확률가중모멘트간 상관계수를 다음의 Eq. (3)을 이용하여 계산한다.

$$\hat{\rho}_{B_r^x, B_s^y} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{B}_{r,i}^x - \bar{B}_r^x)(\hat{B}_{s,i}^y - \bar{B}_s^y)}{\left\{ \sum_{i=1}^n (\hat{B}_{r,i}^x - \bar{B}_r^x)^2 \sum_{i=1}^n (\hat{B}_{s,i}^y - \bar{B}_s^y)^2 \right\}^{1/2}} \quad (3)$$

Table 1. The Sample Size used in the Monte Carlo Experiments

Series	$n_i$	$n_{ij}$	$n_j$	$N_i = n_i + n_{ij}$	$N_j = n_j + n_{ij}$
1	0	30	0	30	30
2	0	30	20	30	50
3	0	30	40	30	70
4	20	30	20	50	30
5	20	30	40	50	50
6	40	30	40	70	70

(6) (1)-(5)의 과정에서  $\rho_{mean}$ 을 0.2, 0.4, 지점의 자료 개수를 다음의 Table 1과 같이 자료개수  $N_i = n_i + n_{ij}$ 인  $i$ 지점의  $x$ 자료,  $N_j = n_j + n_{ij}$ 인  $j$ 지점의 자료  $y$ 에 대하여 모의를 수행하였다. 여기서  $n_i$ 는  $j$ 지점과 자료기간이 다른  $i$ 지점만의 자료개수,  $n_j$ 는  $i$ 지점과 자료기간이 다른  $j$ 지점만의 자료개수,  $n_{ij}$ 는  $i$ 지점과  $j$ 지점이 자료기간이 같은 동시간대 자료개수이다.

### 3. 결과

#### 3.1 모집단 지역 내 지점 간 교차상관계수의 발생

다음의 Fig. 1은 모의를 통해 발생된 각 지점 간 표본자료의 상관계수를 나타낸 그림이다. (a)는  $\rho_{mean} = 0.2$ 이며, (b)는  $\rho_{mean} = 0.4$ 로 지역 내 지점 간 상관계수를 점으로 나타낸 것이며, 점이 클수록 상관계수가 큰 값을 나타낸다.

#### 3.2 모집단 지역 내 지점 간 확률가중모멘트의 교차상관관계

다음의 Fig. 2는 Monte Carlo 모의를 통하여 지점 간 표본자료의 상관성과 확률가중모멘트간의 상관성 관계를 여러 가지 표본크기에 대하여 나타낸 그림으로,  $\rho_{mean}$ 의 값에 따라 발생하는 자료가 밀집되는 부분만 바뀌므로 여기서는  $\rho_{mean} = 0.2$ 인 경우만 나타내었다. Fig. 2 (a)-(f)의 경우 각각  $i$ 지점과  $j$ 지점의  $\rho(\hat{B}_{0,i}, \hat{B}_{0,j})$ ,  $\rho(\hat{B}_{0,i}, \hat{B}_{1,j})$ ,  $\rho(\hat{B}_{0,i}, \hat{B}_{2,j})$ ,  $\rho(\hat{B}_{1,i}, \hat{B}_{1,j})$ ,  $\rho(\hat{B}_{1,i}, \hat{B}_{2,j})$ ,  $\rho(\hat{B}_{2,i}, \hat{B}_{2,j})$ 의 관계를 나타낸 것으로, 대부분의 경우 거의 직선관계를 보이며 각 지점의 전체 자료에 대한 두 지점의 동시간대 자료의 비율이 높을수록 지점 간 표본자료의 상관성과 확률가중모멘트간의 상관성이 기울기 1인 선형관계를 보인다. 이는 두 지점 간 자료의 동시간대 자료비율이 작아질수록 표본자료간의 상관성과 확률가중모멘트간의 상관관계의 기울기가 점점 작아지는 선형관계라고 할 수 있다. Fig. 2의 (g)와 (h)의 경우 L-모멘트비에 대한 결과를 나타낸 것인데,

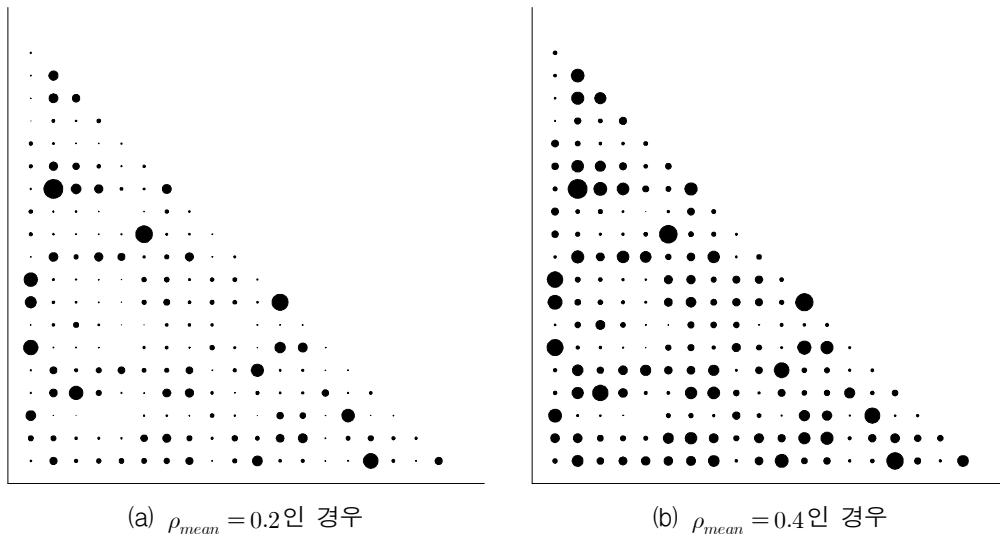


Fig. 1. The off-diagonal Elements of the Simulated Correlation Matrices

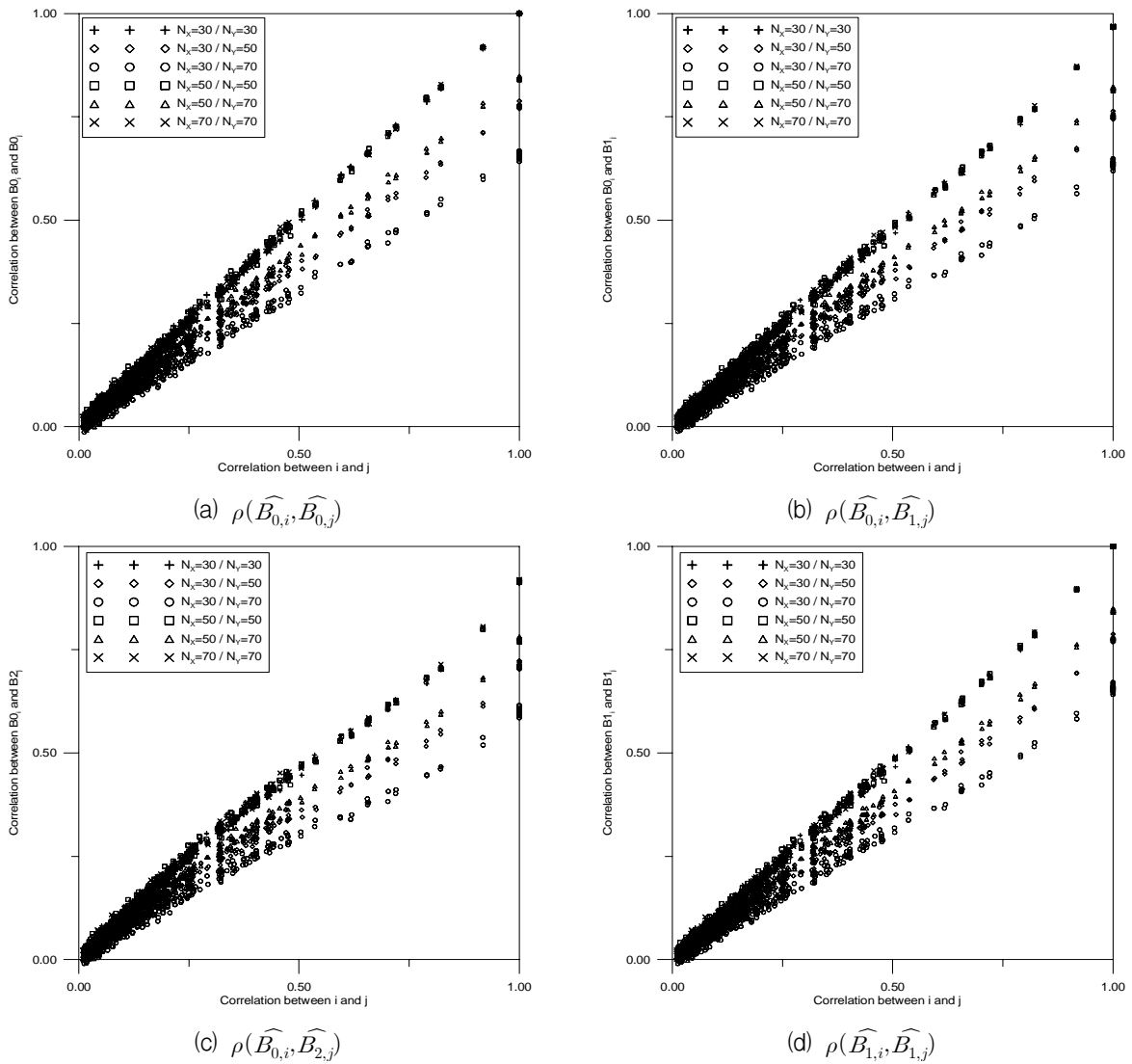


Fig. 2. The Relations of Correlation between Sample Data of Site  $i$  and  $j$  and Correlation between Probability Weighted Moments of Site  $i$  and  $j$

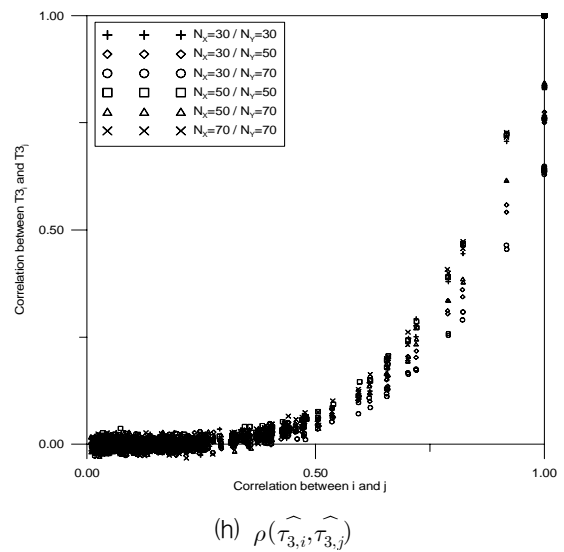
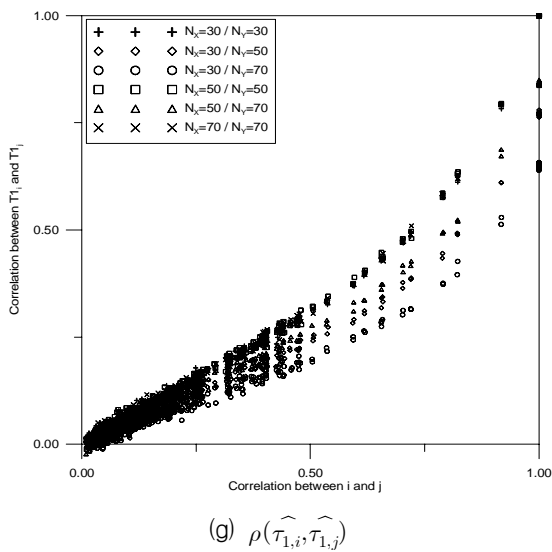
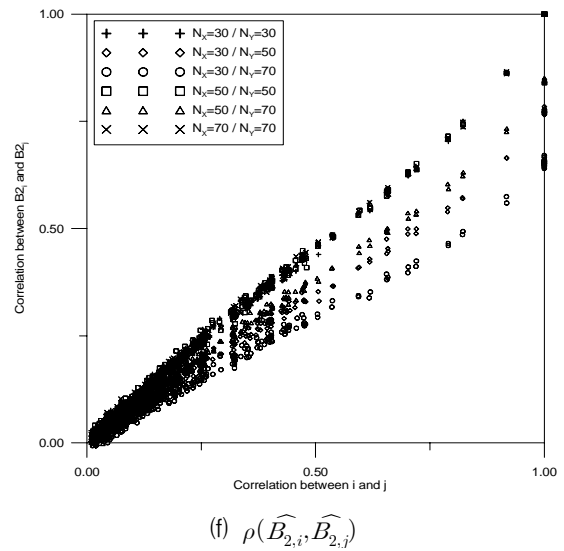
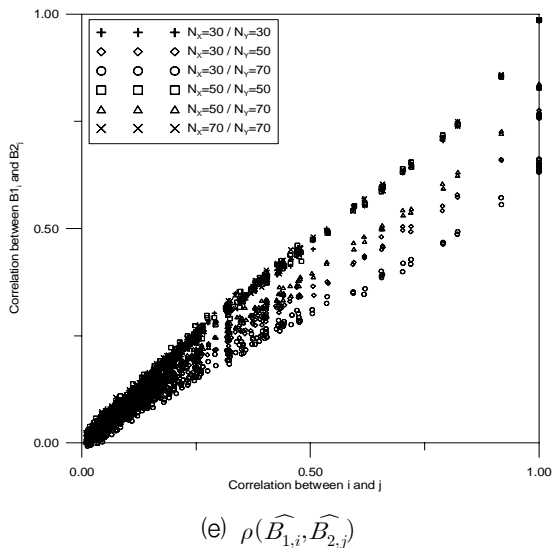


Fig. 2. The Relations of Correlation between Sample Data of Site  $i$  and  $j$  and Correlation between Probability Weighted Moments of Site  $i$  and  $j$  (continued)

이는 기존 문헌에서 발표된 바와 같이 지점 간 표본자료에 대한 L-변동계수(L-CV)의 상관관계는 표본자료 간 상관계수와 제곱의 관계, L-왜곡도계수(L-Skewness)는 세제곱의 관계를 나타내는 것으로 기존의 발표 내용과 잘 맞는 것을 확인할 수 있다.

다음의 Table 2는 위의 Fig. 2의 (a)-(f) 관계에 대한 관계식을 나타낸 것으로 (g)-(h)는 기존 문헌에 발표된 결과이므로 본 연구의 관계식에서는 제외하였다. Eq. (1)의 관계식처럼 간단하고 유용한 식을 만들기 위하여 다음의 Eq. (4)와 같은 제곱함수식을 이용하였다.

$$\rho(\widehat{B}_{r,i}, \widehat{B}_{s,j}) = \text{Sign}(\widehat{\rho}_{ij}) \frac{\min(N_x, N_y)}{\sqrt{N_x N_y}} |\widehat{\rho}_{ij}|^\delta \quad (4)$$

이를 Monte Carlo 모의를 통해 발생된  $[\overline{\rho}_{ij}, \widehat{\rho}_{B_{r,i}, B_{s,j}}]$ 의 관계에 적합(fitting)시켜 Eq. (4)의 매개변수인  $\delta$ 의 평균제곱오차(mean square error)를 최소화함으로써 결정하였으며, 두 지점 간 자료기간에 대한 고려를 위해  $\min(N_x, N_y) / \sqrt{N_x N_y}$  항을 추가하였다.

Table 2는 Eq. (4)의 매개변수  $\delta$ , 결정계수( $R^2$ ), 잔차제곱항(SSE)을 나타낸 것으로, 각각의 경우에 따라 차이는 있지만  $\delta$ 의 값은 0.983~1.057로 거의 1에 가까운 값을 가진다. 이는 두 지점의 전체자료가 동일한 자료기간을 가지는 동시간대 자료라고 하면, 두 지점 간 확률가중모멘트의 교차상관관계는 두 지점 표본자료의 교차상관성과 매우 밀접한 관련이 있으며, 두 지점의 자료기간의 차이가 크면 클수록 이러한 관계는 점점 약해지게 됨을 의미한다.

### 3.3 적용

본 연구에서는 앞 절의 결과를 이용하여 허준행 등 (2007)이 총 378개 지점의 지속시간 24시간 연최대 강우자료에 대해 구분한 동질지역을 바탕으로 동질지역 내 지점 간 확률가중모멘트의 상관관계를 구해보았다.

**Table 2. Estimated Values for Various Monte Carlo Experiments**

Case	$\delta$	$R^2$	SSE
$\rho(\widehat{B}_{0,i}, \widehat{B}_{0,j})$	0.983	0.99845	0.22300
$\rho(\widehat{B}_{0,i}, \widehat{B}_{1,j})$	1.016	0.99670	0.47529
$\rho(\widehat{B}_{0,i}, \widehat{B}_{2,j})$	1.019	0.98784	1.74883
$\rho(\widehat{B}_{1,i}, \widehat{B}_{1,j})$	1.030	0.99792	0.29847
$\rho(\widehat{B}_{1,i}, \widehat{B}_{2,j})$	1.024	0.99539	0.66337
$\rho(\widehat{B}_{2,i}, \widehat{B}_{2,j})$	1.057	0.99546	0.65316

**Table 3. Results of Forming Regions (허준행 등, 2007)**

Region	Sub Region	Number of Site	Number of Data
Hangang	HAN01	55	1209
	HAN02	25	422
	HAN03	42	756
Kumgang	KUM01	12	255
	KUM02	18	345
	KUM03	20	273
Nakdonggang	NAK01	37	587
	NAK02	55	989
	NAK03	26	423
Namhaean	NAM01	14	436
Sumjingang	SUM01	10	161
Tonghaean	TON01	9	298
Youngsangang	YOU01	28	427
	YOU02	27	598

허준행 등(2007)은 강우 관측 지점의 위도, 경도, 고도, 연평균강수량, 7-9월의 평균강수량을 바탕으로 군집해석기법을 활용하여 우리나라 378개 강우 관측 지점을 14개의 지역으로 구분하였으며, 구분된 14개 지역과 각 지역에 포함된 강우 관측 지점의 개수, 자료개수는 Table 3과 같다.

다음의 Fig. 3은 Eq. (4)의 관계식을 이용하여 Table

3의 지역에 실제 적용해 본 결과 중 HAN01 지역의 지점 간 확률가중모멘트의 상관관계를 나타낸 그림이며, 각각의 경우 모의결과와 마찬가지로 값의 차이는 거의 없는 것을 볼 수 있다. HAN01 지역은 총 55개의 지점으로 이루어져 있으며, 그 중에서 자료개수가 가장 많은 지점은 '서울'지점으로 자료개수 75개, 가장 적은 지점은 '남한산성' 지점으로 자료개수 10개이며, 이는 전체자료에 대한 동시간 자료의 비율이 0.13에 불과하다. HAN01 지역의 경우 이 동시간 자료에 대한 전체자료의 비율이 0.13에서 1.00까지 다양하게 분포되어 있으며, 그로 인해 그림에서 볼 수 있듯이 확률가중모멘트 간 상관계수가 넓게 퍼져서 분포되어 있는 것을 알 수 있다.

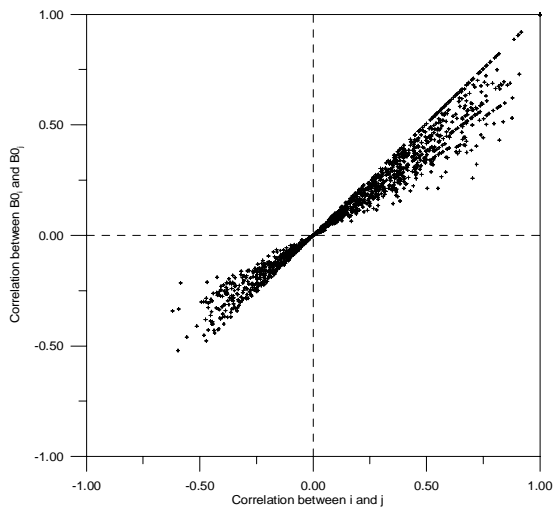
### 4. 결론

본 연구에서는 확률가중모멘트의 교차상관관계를 구하기 위해 Monte Carlo 모의를 이용하였으며, 이를 지점 간 표본자료의 교차상관성에 대한 관계식으로 확장하여 그 근사값을 구하고자 하였다. 두 지점의 확률가중모멘트는 각각 하나의 값만 존재하기 때문에 그 상관관계를 알 수 없었으나, 본 연구의 근사적 관계식을 이용하여 지점 간 표본자료의 교차상관계수를 이용하여 근사적인 추정이 가능하게 되었다.

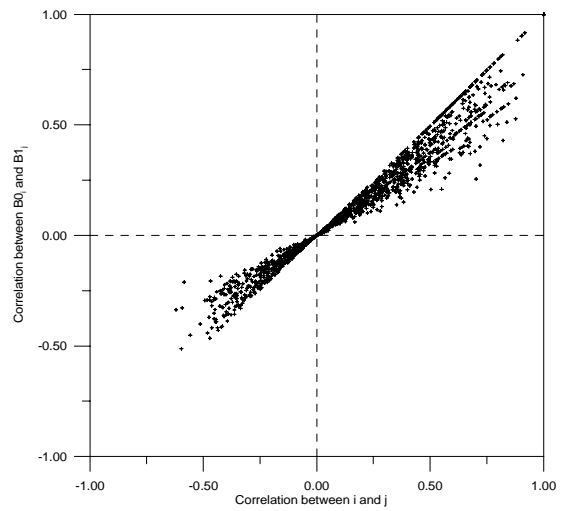
모의실험 결과 각각의 확률가중모멘트 간 교차상관계수는 두 지점의 자료 크기가 거의 동일하고 동시간 자료일 경우 표본자료의 교차상관계수와 기울기 1에 가까운 선형관계를 보이며, 자료크기에 대한 동시간 자료의 비율이 작아질수록 선형적인 관계도 점점 약해지게 된다. 이에 따라 자료 크기에 따른 영향을 고려하기 위해 보정항을 추가한 간단한 제곱함수식을 제시하였으며, 여기에 발생 자료를 적합시켜 각각의 경우에 따른 매개변수를 추정하였고 이를 우리나라 지역빈도해석에서 구분된 14개의 동질 지역 내 지점 자료에 적용해 보았다. 향후 이 결과를 이용하여 그 동안 고려하기 힘들었던 지역빈도해석의 지점 간 교차상관관계를 고려한 수문추정량의 분산 추정 등의 연구에 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

### 감사의 글

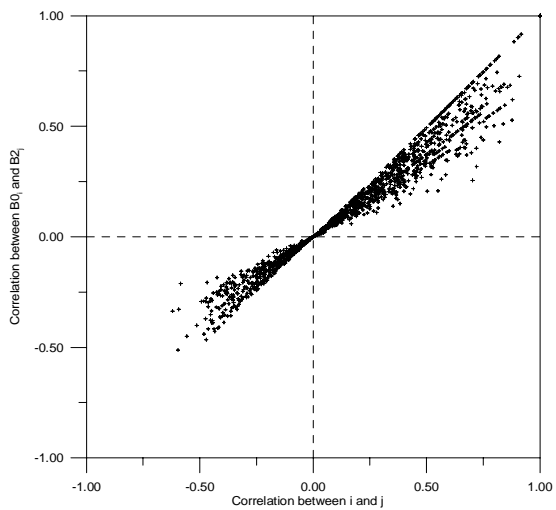
본 연구는 21세기 프론티어연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구비지원(과제번호:1-6-3)에 의해 수행되었습니다.



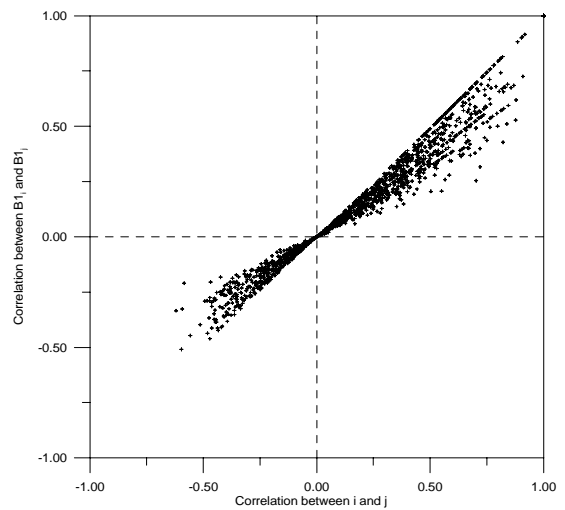
(a)  $\rho(\widehat{B}_{0,i}, \widehat{B}_{0,j})$



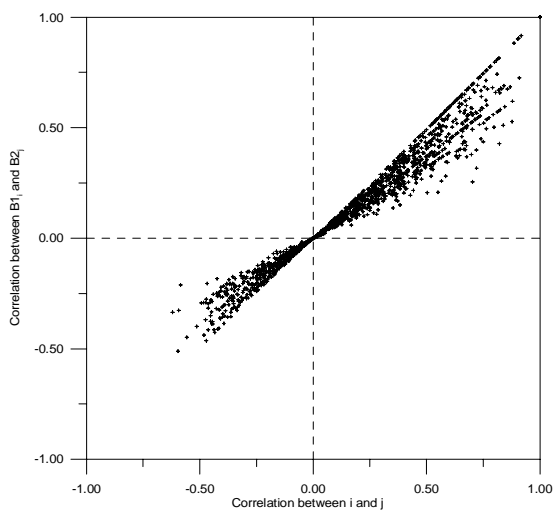
(b)  $\rho(\widehat{B}_{0,i}, \widehat{B}_{1,j})$



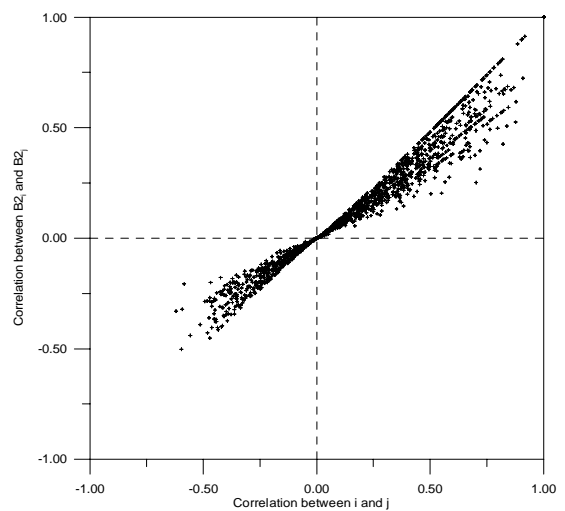
(c)  $\rho(\widehat{B}_{0,i}, \widehat{B}_{2,j})$



(d)  $\rho(\widehat{B}_{1,i}, \widehat{B}_{1,j})$



(e)  $\rho(\widehat{B}_{1,i}, \widehat{B}_{2,j})$



(f)  $\rho(\widehat{B}_{2,i}, \widehat{B}_{2,j})$

Fig. 3. Correlation between PWMs Across Sites as a Function of the Correlation between Annual Maximum 24hr Series in HAN01 Region

## 참 고 문 헌

- 허준행, 이영석, 신흥준, 김정덕 (2007). "우리나라 강우 자료의 지역 빈도해석 적용성 연구(I) : 확률강우량 산정." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제27권, 제2B호, pp. 101-111.
- Gabrielle, S. and Arnell, N. (1991). "A hierarchical approach to regional flood frequency analysis." *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 6, pp. 1281-1289.
- Hosking, J. R. M. and Wallis, J. R. (1988). "The effect of intersite dependence on regional frequency analysis." *Water Resources Research*, Vol. 24, No. 1, pp. 588-600.
- Hosking, J. R. M. and Wallis, J. R. (1997). *Flood frequency analysis : An approach based on L-moments*, Cambridge University Press, New York.
- Kjeldsen, T. R. and Jones, D. A. (2006). "Prediction uncertainty in a median-based index flood method using L-moments." *Water Resources Research*, Vol. 42, W07414, doi:10.1029/2005WR004069.
- Madsen, H. (1996). *At-site and regional modeling of extreme hydrologic events*, Ph.D. thesis.
- Madsen, H. and Rosbjerg, D. (1997). "The partial duration series method in regional index-flood modeling." *Water Resources Research*, Vol. 33, No. 4, pp. 737-746.
- Martins, E. S. and Stedinger, J. R. (2002). "Cross correlations among estimators of shape." *Water Resources Research*, Vol. 38, No. 11, 1252, doi:10.1029/2002WR001589.
- Stedinger, J. R. (1983). "Estimating a regional flood frequency distribution." *Water Resources Research*, Vol. 19, No. 2, pp. 503-510.
- Stedinger, J. R. and Lu, L. H. (1995). "Appraisal of regional and index flood quantile estimators." *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, Vol. 9, No. 1, pp. 49-75.

(논문번호:08-116/접수:2008.12.03/심사완료:2009.02.17)