

운동량 방정식의 대류항 이산화 방법이 다차원 2상 유동 해석에 미치는 영향 분석

박익규,^{*1} 조형규,² 윤한영,² 정재준¹

AN ANALYSIS OF DISCRETIZATION EFFECT OF MOMENTUM CONVECTION TERM FOR MULTI-DIMENSIONAL TWO-PHASE FLOWS

I.K. Park,^{*1} H.K. Cho,² H.Y. Yoon² and J.J. Jeong¹

The non-conservative form of momentum equations is often used for some two-phase flow codes instead of a conservative form because of numerical convenience. Another non-conservative form, so called, a semi-conservative form can improve the numerical solution of these codes maintaining the numerical convenience. It is close to the conservative form but still maintains the feature of the non-conservative form. A semi-conservative form of the momentum equations and a non-conservative form of the momentum equations are implemented in CUPID[1] code. The numerical results of the semi-conservative and the non-conservative forms are compared against analytical solutions and the solutions of the FLUENT code that uses the conservative form. The results clearly showed that the semi-conservative form of the momentum equations provides better solutions than the non-conservative form, especially for heterogeneous two-phase flows.

Key Words : 다상 유동(Two-Phase Flow), 운동량 방정식(Momentum Equation), 반보존형(Semi-Conservative Form), CUPID 코드(CUPID Code)

기호설명(Nomenclature)

알파벳

- e 내부 에너지 [J/kg]
- g 중력 가속도 [m/s²]
- M 상간 운동량 전달률 [kg/m²/s²]
- u 속도 [m/s]
- P 압력 [Pa]
- S 표면적 [m²]
- t 시간 [s]
- V 부피 [m³]

x x 방향 좌표 [m]

그리스문자

- α 부피 분율 [-]
- ρ 밀도 [kg/m³]
- Ψ 체적 유량 [m³/s]
- τ 점성 및 난류 응력 [kg/m/s²]
- Ω 상간 질량 전달률 [kg/m³/s]

아래첨자

- d 포획 액상(액적)
- f 포화수 또는 격자면
- g 기상
- k k-상 (g, l, d)
- l 연속액상
- x x 방향
- y y 방향
- z z 방향

접수일: 2009년 7월 3일, 수정일: 2009년 8월 24일,
게재확정일: 2009년 9월 4일.

1 정회원, 한국원자력연구원

2 한국원자력연구원

* Corresponding author, E-mail: gosu@kaeri.re.kr

1. 서 론

가압 경수형 원자로 기기의 과도 상태 2상 유동을 현실적으로 모사하기 위하여 열수력 해석 전산 코드 CUPID 를 개발하였다[1]. CUPID 코드는 2상 유동을 모의하기 위하여 지배 방정식으로 2 유체 3장 모델 (2 fluid 3 field)을 사용하였고, 이 지배 방정식을 비정렬 격자에서 수치적으로 푼다. 수치 해를 구하기 위하여 RELAP5[2] 전산코드에서 활용하고 있는 semi-implicit ICE[3] 수치 기법을 비정렬·비엇갈림 (unstructured and non-staggered) 격자에 대해서 적용하였다.

CUPID 코드의 수치 해법에서는 각 상의 속도가 주요 미지수이기 때문에 비보존형 운동량 방정식을 사용하는 것이 수치 해석 관점에서 편리하다. CUPID 코드의 2 유체 3장 모델에서 임의의 k 상에 대한 보존형 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k \vec{u}_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k \vec{u}_k) = \vec{F}_k \quad (1)$$

여기서, $\vec{F}_k = -\alpha_k \nabla P + \nabla \cdot (\alpha_k \tau_k) + \alpha_k \rho_k \vec{u}_k + M_k$ 이고, 우변의 4개 항은 각각 압력 구배, 점성 및 난류 응력, 체력, 그리고 상간 운동량 전달을 나타낸다. 아래첨자 k 는 연속액상, 액적 및 기상을 의미한다. k 상에 대한 연속 방정식은 다음 식 (2)와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k) = \vec{\Omega}_k \quad (2)$$

여기서, $\vec{\Omega}_k$ 는 단위 체적당 단위 시간당 상간 질량 전달을 나타낸다. 식 (1)의 좌변을 확장하고, 식 (2)를 대입하면 다음과 같은 비보존형 운동량 방정식을 얻을 수 있다.

$$\alpha_k \rho_k \frac{\partial \vec{u}_k}{\partial t} + \alpha_k \rho_k \vec{u}_k \cdot \nabla \vec{u}_k + \vec{u}_k \vec{\Omega}_k = \vec{F}_k \quad (3)$$

이와 같은 비보존형 운동량 방정식에서는 부피 분율 및 밀도의 갱신과는 관계없이 각 상의 속도 성분을 직접 갱신할 수 있다. 보존형 운동량 방정식에서는 $\alpha_k \rho_k \vec{u}_k$ 값을 갱신한 후 간접적으로 속도 성분을 갱신해야 한다.

수학적인 관점에서 비보존형 운동량 방정식은 보존형 운동량 방정식과 동일하다. 그러나, 수치 적분을 행하면 두 운동량 방정식의 특성은 달라진다. 식 (1)의 대류항의 적분은 제

어 체적의 경계면으로 명확하게 정의된다. 그러나, 식 (3)에서 좌변의 두 번째 항을 적분하기 위해서는 $\alpha_k \rho_k$ 값에 대해서 격자 면 값을 사용하는 대신에 격자 중앙 값을 사용하는 근사가 필요하다. 따라서, 비보존형 운동량 방정식을 사용하여 기포 분율 분포의 비균질성이 강한 2상 유동 대해서 정확한 수치 해를 구하는 것은 어렵다. Jeong et al.[4]은 이러한 문제점에 대해서 연구하여 비균질성이 강한 2상 유동 문제에서 수치 해를 개선할 수 있는 새로운 이산화 방법을 제시하였다.

그런데, 다차원 2상 유동 문제를 해석하는 열수력 코드 중의 일부는 CUPID 코드와 마찬가지로 수치적 편리성을 이유로 비보존형 운동량 방정식을 사용하고 있다. 예를 들면, 원자로 계통 해석 코드 RELAS-3D[3], MARS[5], TRAC-PF1[6], TRACE[7] 등에는 비보존형 운동량 방정식을 사용하고 있다. 비교적 최근에 개발된 NEPTUNE CFD[8]와 ACE-3D [9] 같은 2상 유동 상세 해석 코드에서도 역시 비보존형 운동량 방정식을 사용하고 있다. 반면에, FLUENT[10], CFX[11] 및 STAR-CD[12] 같은 전산유체역학 (computational fluid dynamics: CFD) 코드들은 2상 유동에 해석에 있어서 보존형 운동량 방정식을 사용하고 있다.

본 논문에서는 비보존형 운동량 방정식을 사용하는 2상 유동 전산 코드에 대해서 반보존형 운동량 방정식으로서의 교체 사용을 제안한다. 반보존형 운동량 방정식에서는 식 (1)의 시간에 관한 미분항 (temporal term)은 확장되지만, 공간에 관한 미분항 (spatial acceleration term)은 보존적인 형태가 유지된다. 여기에 식 (2)를 대입하여 정리하면 다음과 같은 반보존형 운동량 방정식을 구할 수 있다.

$$\alpha_k \rho_k \frac{\partial \vec{u}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k \vec{u}_k) - \vec{u}_k \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k) + \vec{u}_k \vec{\Omega}_k = \vec{F}_k \quad (4)$$

이렇게, 비보존형 운동량 방정식은 공간 및 시간 모두에 대해서 비보존적 형태인 반면에, 반보존형 운동량 방정식은 시간에 대해서는 비보존적 형태가 되지만 공간에 대해서는 보존적 형태를 유지한다.

본 논문의 2 장에 CUPID 코드에서 반보존형 운동량 방정식과 비보존형 운동량 방정식의 수치 적분에 대해서 소개하였다. 3 장에는 반보존형 운동량 방정식과 비보존형 운동량 방정식의 수치적인 결과를 해석 해 또는 보존형 운동량 방정식을 사용하는 FLUENT CFD 코드의 계산 결과와 비교하였다. 이러한 수치 해들 상호간의 비교 검토를 통해 비균질성이 강한 2상 유동에 대해서는 반보존형 운동량 방정식이 비보존형 운동량 방정식보다 그 정확성에서 우수하다는 점을 보였다.

2. 운동량 방정식의 수치 적분

CUPID 전산코드에는 2상 유동을 모의하기 위해 과도상태 2유체 3장 모델을 사용하고 있다. 즉, 기상, 연속 액상, 액적에 대해서 연속 방정식, 에너지 보존 방정식, 운동량 보존 방정식을 각각 세운다. 각 상의 지배 방정식들은 상간 질량 전달, 에너지 전달 및 운동량 전달 모델들을 통하여 연결된다. 여기서, 각 상의 압력 (phasic pressure)은 모두 동일한 것으로 가정하고, 상간 경계 면에서 압력 (interfacial pressure)도 각 상의 압력과 동일하다고 가정한다.

2.1 지배 방정식

각 상에 대한 운동량 보존 방정식과 연속 방정식은 1 장의 식 (1) 과 식 (2) 에 제시되었다. 임의의 k 상에 대한 에너지 보존 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k e_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k e_k \vec{u}_k) = \overline{E}_k \quad (5)$$

여기서, \overline{E}_k 는 압력 일 (pressure work), k 상의 열전도 (conduction), 난류 에너지 선원항 (turbulent energy source), 점성 소산 (viscous dissipation), 계면 열전달 (interfacial energy transfer), 체적당 열원 (volumetric heat source) 등을 나타낸다. 이 지배 방정식들을 수학적으로 달기 위해서는 관련 상관식과 상태방정식을 세워야 한다.

2.2 비보존형 운동량 방정식의 수치 적분

RELAP5 계통 코드에 사용되고 있는 semi-implicit ICE 수치기법을 CUPID 코드[1]에 적용하였다. 이 수치 기법은 본래 1차 유한 차분법 (first order finite difference method)사용을 전제로 개발한 것이다. 이 수치 기법을 비정렬 격자를 쓰는 CUPID 코드에 적용하기 위해 일부 수정이 필요하였다. Fig. 1 에 2 차원 기하형태에서 비정렬 격자의 예를 제시하였다. 격자 c1, 격자 c2 그리고 격자 c3는 모두 격자 c0 의 이웃 격자이고, \vec{S}_f 는 격자 c0 와 격자 c1 사이면 f 의 면적 벡터이다. 각 상의 체적 유량 (volume flow)은 격자의 면에서 정의하되, 각 상의 체적 유량을 제외한 모든 변수들을 격자의 중앙에서 정의하는 격자 중앙 값을 사용하는 비엇갈림 격자 기법을 도입하였다. 지배 방정식을 임의의 개수의 격자 면을 갖는 제어체적에 대해서 적분하여 이산화방정식을 구하였다.

서론에서 설명하였듯이, 식 (3)의 비보존형 운동량 방정식을 식 (1) 대신에 사용한다. 식 (3)을 사용하면, 새로운 시간에서 각 상의 속도를 이웃하는 격자의 압력만으로 쉽게 표현할

수 있어서 편리하다. 식 (3)의 좌변의 2 번째 항은 유한 체적법 (finite volume method)을 사용하여 이산화하였다.

$$\begin{aligned} \int_V \alpha_k \rho_k \vec{u}_k \cdot \nabla \vec{u}_k dV &\cong (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k \cdot \nabla) \int_V \vec{u}_k dV \\ &\cong V (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k \cdot \nabla) \vec{u}_k \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 α_k 와 ρ_k 값으로 제어 체적에 대한 평균 값을 사용하였고, $\vec{u}_k \cdot \nabla \vec{u}_k$ 은 1차 상류 도식 (first-order upwind scheme)으로 계산하였다[3,6,13].

2.3 반보존형 운동량 방정식

식 (4)와 같은 반보존형 운동량 방정식은 각 상의 부피 분율과 밀도가 발산 연산자 (divergence operator) 안에 포함되어 있기 때문에 비보존형 운동량 방정식에 비해 수치적 측면에서 좀 더 보존적이다. 식 (3) 과 식 (4) 를 비교하면, 식 (3)의 좌변의 두 번째 항은 식 (4)의 두 번째 및 세 번째 항과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_k \rho_k \vec{u}_k \cdot \nabla \vec{u}_k &= \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k \vec{u}_k) \\ &\quad - \vec{u}_k \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k) \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)의 우변은 다음과 같이 적분할 수 있다 :

$$\begin{aligned} &\int_V [\nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k \vec{u}_k) - \vec{u}_k \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k)] dV \\ &\cong \int_S (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k) \vec{u}_k \cdot d\vec{S} - \vec{u}_k \int_S (\alpha_k \rho_k) \vec{u}_k \cdot d\vec{S} \quad (8) \\ &= \sum_f (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k)_f (\Psi_k)_f - \vec{u}_k \sum_f (\alpha_k \rho_k)_f (\Psi_k)_f \end{aligned}$$

여기서, $(\Psi_k)_f = (u_{k,x} S_x + u_{k,y} S_y + u_{k,z} S_z)$ 이다. 또한, 상류 도식 (upwind scheme)을 $(\alpha_k \rho_k \vec{u}_k)_f$ 과 $(\alpha_k \rho_k)_f$ 의 격자 면에서의 값에 대해서 적용한다. 바둑판 진동으로 알려진 압력 분포의 진동을 막기 위해서 격자 면에서의 체적 유량 혹은 속도는 Rhie-Chow 기법[14]으로 계산한다.

정상 상태의 경우에 반보존형 운동량 방정식은 보존형 운동량 방정식과 완전히 동일하게 된다.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k \vec{u}_k) - \vec{u}_k \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k) + \vec{u}_k \Omega_k &\quad (9) \\ = \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k \vec{u}_k) = \overline{F}_k \end{aligned}$$

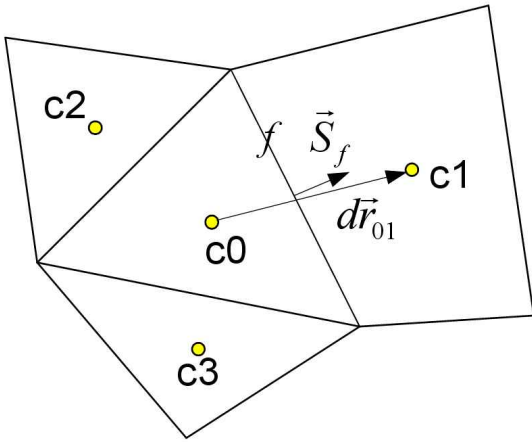


Fig. 1 Control volume and geometric vectors for the finite volume method

이에 반하여 식 (3)의 비보존형 운동량 방정식은 정상 상태에서 다음과 같이 보존형과는 다른 형태로 된다:

$$\alpha_k \rho_k \vec{u}_k \cdot \nabla \vec{u}_k + u_k \Omega_k = \vec{F}_k \quad (10)$$

정상 상태에서 비보존형 운동량 방정식은 보존형 운동량 방정식과 상이하지만, 반보존형 운동량 방정식은 보존형 운동량 방정식과 동일하게 되는 것 또한 반보존형 운동량 방정식이 비보존형 운동량 방정식에 비해 상대적으로 우수한 점 중의 하나이다.

3. 수치 시험

비보존형 운동량 방정식과 반보존형 운동량 방정식을 각각 CUPID 코드에 구현하였다. 그리고, 다음 4개의 개념 문제를 통하여 수치 시험을 수행하였다. (가) 2 차원 평판 유로에서 정상 상태 단상 층류 유동, (나) 수직 2 차원 평판 수조에서 물-공기 분리 문제, (다) 유로의 수축으로 인한 정상 상태 캐비테이션, (라) 2 차원 수조내로 공기 주입. 첫 두 문제에 대해서는 해석 해 (analytical solution)가 존재하고, 나머지 두 문제에 대해서는 해석 해가 존재하지 않는다. 해석 해가 없는 경우에 대해서는 FLUENT 코드를 이용한 수치 해 (numerical solution)를 해석 해 대신에 활용하였다. FLUENT 코드에서는 사용자가 2상 유동에 대해 다양한 모델을 선택할 수 있다 [10]. 본 연구의 FLUENT 계산에서는 보존형 운동량 방정식을 사용하는 2 유체 모델을 사용하였다. CUPID 코드가 채택하고 있는 2 유체 3 장 모델은 액적을 사용하지 않는 경우에는 2

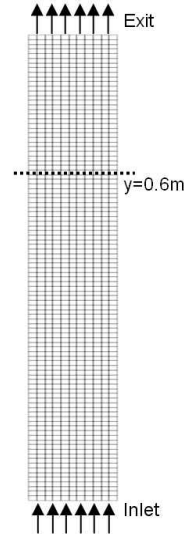


Fig. 2 Computational grid for the single-phase laminar flow problem

유체 모델과 같아진다. FLUENT 코드와 CUPID 코드로 계산할 때 물리적으로 동일한 2 유체 모델을 사용하였고, 대류항 계산에는 1 차 상류 도식을 사용하였다. 또한, 계산 격자 및 경계 조건을 동일하게 유지하였고, 두 코드에서 모두 난류 모델을 사용하지 않았다.

3.1 단상 층류 유동

2 차원 평판 유로 (0.1 m x 1.0 m)에서 단상 층류 유동을 (10 x 100) 개의 격자로 나누어 계산하였다. 격자 조건은 Fig. 2에 제시하였다. 유로의 하부 입구에서 속도는 0.1 m/s 이고, 상부 출구에서의 압력은 0.1013 MPa로 고정하였다. 양 옆면에 대해서 미끄럼 없는 (no-slip) 벽면 조건을 적용하였다. 층류 유동을 만들어 내기 위해 물의 밀도, 온도, 점성도를 각각 996.6 kg/m³, 300 K, 0.5 N·s/m² 로 고정하였다. 평판 유로에서 완전 발달된 층류 유동의 해석 해는 다음과 같다.

$$u = u_{inlet} \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{x}{0.05} \right)^2 \right]$$

CUPID 코드에서 정상 상태 단상 층류 유동의 해를 얻기 위해 과도 상태 계산을 정상 상태 해를 얻을 때까지 (null-transient) 수행하였다. Fig. 3에 정상 상태에서 y=0.6 m에서 y 방향 속도를 해석 해와 비교하였다. Fig. 3에서 반보존형 운동량 방정식과 비보존형 운동량 방정식을 사용할 때 모두 속도 분포를 정확하게 계산하고 있다. 이렇게 단상 유동 혹은 균질한 2 상 유동에서는 운동량 방정식의 형태에 무관하게

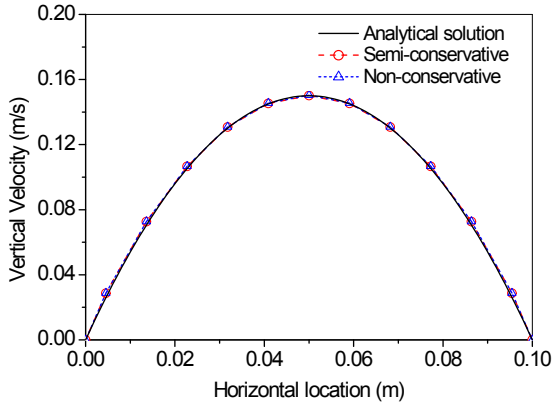


Fig. 3 Comparison of y-direction velocity profiles at y=0.6 m

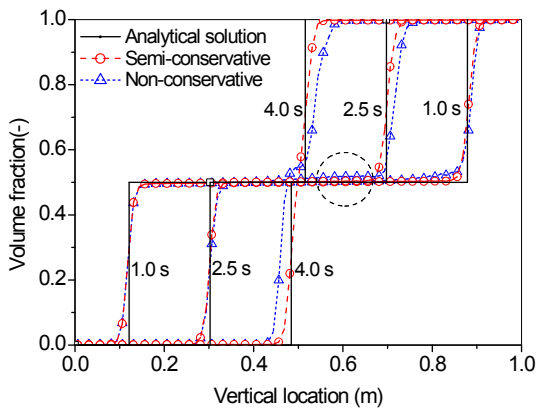


Fig. 4 Gas volume fraction distributions of the phase separation problem

모두 정확한 해를 얻을 수 있는 것으로 판단된다.

3.2 물-공기 분리 문제

개념적인 상 분리 (phase separation) 문제를 통하여 중력에 의한 물-공기의 상 분리 및 역류 2상 유동 (counter-current flow)의 모의 여부를 연구하였다. 이 문제를 풀기 위해 1 m x 1 m의 2 차원 수직 수조를 (80 x 80) 개의 격자로 나누었다. 초기에 수조는 기상의 부피 분율이 0.5 로 균일하게 섞인 물과 공기의 2상 혼합체로 가득 차 있다.

t=0 초에 물과 공기는 중력에 의해 역류 운동이 시작된다. 즉, 기상은 위로 올라가고 액상은 아래로 움직인다. t=4.8 초에 상 분리가 완료되고 기상과 액상의 경계 면이 수직 수조의 중앙에 형성된다. 이 문제는 상부와 하부에 급격한 밀도 구배 (sharp density gradient)가 존재하는 특성이 있다. 상 분리에 대한 해석 해는 상부와 하부로 향하는 반대 방향의 두 상

의 체적 유량 (volumetric flux)이 서로를 보상해주는 준정상 상태 (quasi-steady-steady) 유동 조건을 가정하여 얻을 수 있다 [15].

Fig. 4에 x=0.5 m 축의 기상 부피 분율 분포를 비교하였다. 반보존형 운동량 방정식을 사용한 경우의 기상 부피 분율이 해석적으로 구한 기상 부피 분율에 보다 가깝다. Fig. 4의 점선으로 그린 원 내부에서와 같이 비보존형 운동량 방정식을 사용할 때 경계면 근처 상부에서 배수가 완벽히 이뤄지지 않고 있다. 이렇게 반보존형 운동량 방정식은 상 분리 문제와 같이 급격한 밀도 구배가 존재하는 문제에서 비보존형 운동량 방정식에 비해 상대적으로 우월하다.

3.3 유로 수축으로 인한 캐비테이션

유로 수축으로 인한 캐비테이션 (cavitation) 개념 문제를 모사하였다. Fig. 5(a)에 수축되는 유로와 그것의 계산 격자를 제시하였다. 왼쪽의 굵은 유로와 오른쪽의 가는 유로의 길이 및 높이는 각각 (0.016 m x 0.02304 m)과 (0.032 m x 0.008 m)이다. 전체 유로를 가장 작은 격자 크기가 (0.00032 m x 0.00032 m)인 3875 개의 격자로 나누었다. 왼쪽 면과 오른쪽 면의 각각 0.5 MPa 과 0.095 MPa 인 압력 경계로 지정하였다. 위 면과 아래 면은 각각 미끄럼이 없는 (no-slip) 조건을 사용하였다. 물의 온도는 346.1 K로서 이것은 0.095 MPa의 포화 온도보다 28.1 K 높다. 이러한 유동 조건에서는 유로가 좁아지는 목 부분에서 캐비테이션이 발생한다.

이 문제는 해석 해를 구하기 어렵기 때문에 FLUENT 코드로 계산한 수치 해를 대신 활용하였다. FLEUNT 코드로 계산할 때 보존형 운동량 방정식과 2 유체 모델을 사용하였다. 이 문제에서는 액적이 존재하지 않기 때문에 CUPID코드의 2 유체 3 장 모델은 2 유체 모델로 단순화된다. CUPID 코드와 FLUENT 코드 계산에서 상간 마찰력 (drag force)과 가상 질량력 (virtual mass force)은 동일하게 설정하였다. 이 문제에 대해서, FLUENT 코드에서는 기화열을 무시하는 등온 캐비테이션 모델 (isothermal cavitation model)을 사용하였다. 반면에 CUPID 코드에서는 2 유체 모델의 일반적인 상간 질량 전달 모델로서 캐비테이션에 의한 상 변화 (phase change)를 모사하였다[1]. 개념적인 관점에서 두 모델은 유사하다. 그러나 실제 상간의 질량 전달량에 있어서는 다소 차이가 있다. 이러한 차이는 수치 계산을 수행할 때 기상 부피 분율이나 속도 등에서 잇따라 차이를 야기할 수 있다. 따라서, 이 캐비테이션 문제에서 FLUENT 코드와 CUPID 코드의 계산 결과를 엄밀히 논하는 것은 큰 의미가 없다. 다만 반보존형 운동량 방정식과 비보존형 운동량 방정식을 사용에 따른 해의 차이를 보존형 방정식을 사용하는 FLUENT 코드의 계산 결과와 비교하는 것은 논문의 취지에 부합한다.

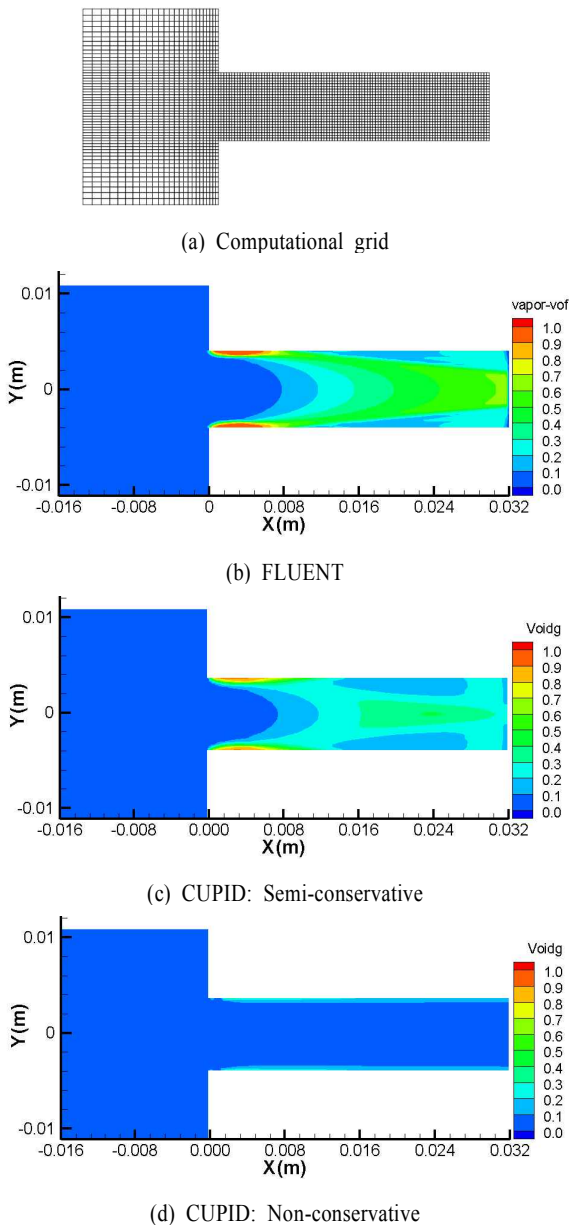


Fig. 5 Computational grid and steady-state gas volume fraction distributions

Fig. 5(b) 부터 (d)에 3 가지의 계산으로 얻은 정상 상태에서의 기상 부피 분율을 제시하였다. 유로의 수축이 일어나는 부분에서 유동 분리가 일어나며 따라서 캐비테이션이 활발하다. 반보존형 운동량 방정식으로 얻은 결과는 FLUENT 코드로 계산한 결과와 유사하다. 즉, $x=0.0034$ m 에서 기상 부피 분율을 보면, 벽 근처에서 기상 부피 분율이 최고로 증가한다. 유로 수축이 된후 기상의 분포는 공간적으로 매우 비균질

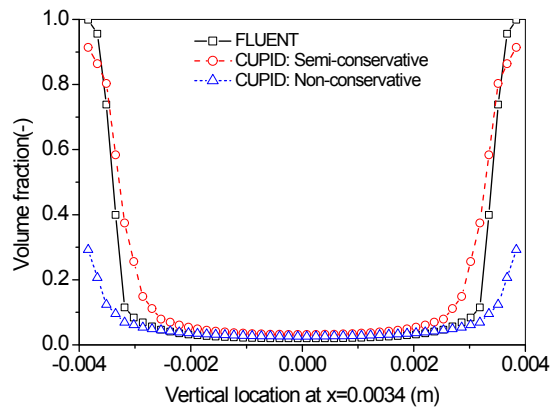


Fig. 6 Gas volume fraction profile at $x=0.0034$ m

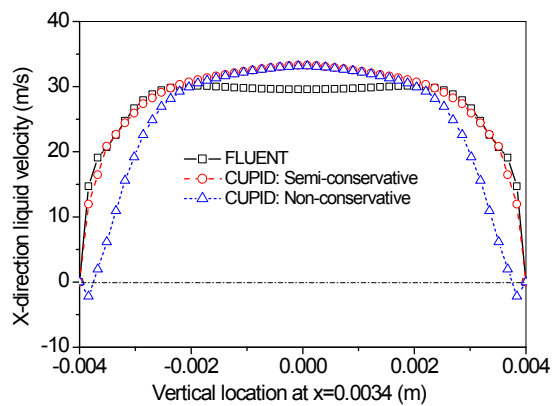


Fig. 7 X-direction liquid velocity profile at $x=0.0034$ m

적이다. 반보존적 운동량 방정식을 사용한 경우와 FLUENT 코드로 계산한 결과를 보면 최고 기상 부피 분율은 각각 0.91 과 1.0 이다.

Fig. 5(d) 에서 비보존형 운동량 방정식으로 계산한 기상 부피 분율은 반보존형 운동량 방정식을 사용한 경우 와 FLUENT 코드로 계산한 경우와는 상당히 다르다. 그 차이를 분명히 보여주기 Fig. 6과 Fig. 7에 $x=0.0034$ m에 대해서 기상 부피 분율과 x 방향의 액상 속도를 제시하였다. 반보존형 운동량 방정식을 사용한 경우에 기상 부피 분율과 액상 속도 분포는 비보존형 운동량 방정식을 사용한 경우에 비해 FLUENT 코드로 계산한 결과와 더욱 유사하였다.

비보존형 운동량 방정식은 벽 근처에서 속도 분포를 FLUENT 코드로 계산한 결과와 상이하였고, 기상 부피 분율의 분포도 또한 달랐다. 한편, 반보존형 운동량 방정식과 비보존형 운동량 방정식을 사용한 두 경우 모두 중앙 부분에서 기상 부피 분율에 있어서 FLUENT 코드의 계산 결과에 비해

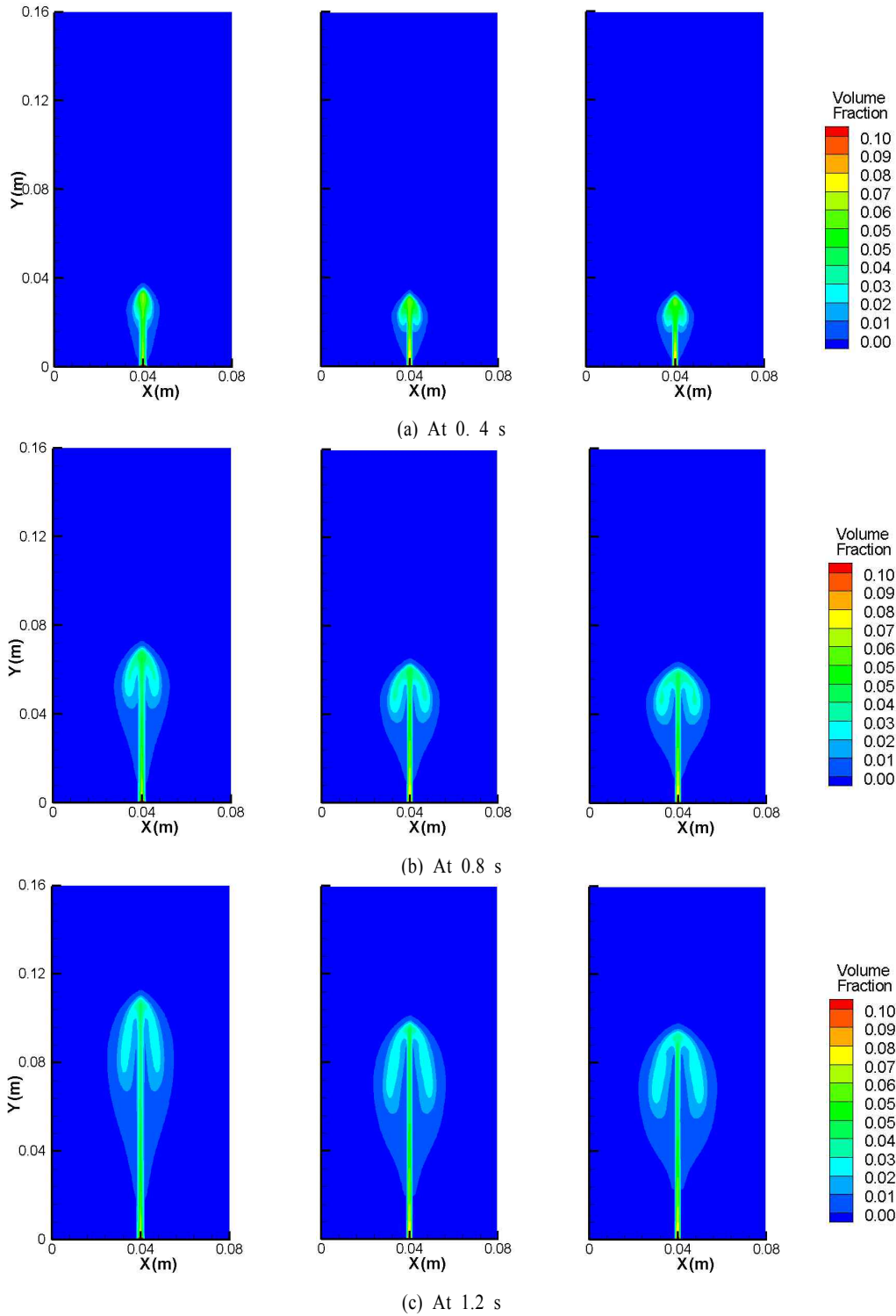


Fig. 8 The distributions of gas volume fraction calculated by the FLUENT, semi-conservative CUPID, and non-conservative CUPID, respectively

과도하게 나타났다. 이것은 위에서 설명한 바와 같이 CUPID 코드의 질량 전달 모델이 FLUENT 코드와 다르기 때문이다. 이 문제에서 CUPID 코드를 사용한 두 계산의 유일한 차이점은 운동량 방정식의 형태가 반보존형인가 아니면 비보존형인가 하는 점이다. 이와 같이, 캐비테이션 문제를 통해 반보존형 운동량 방정식을 사용하면 비보존형이 강한 문제에서 보다 우수한 해를 구할 수 있음을 알 수 있다.

3.4 수조내로 공기 주입

운동량 방정식의 형태가 과도 상태 해석 능력에 미치는 영향을 연구하기 위하여 공기 주입 개념 문제를 계산하였다. (0.16 m x 0.08 m)의 2 차원 수직 사각 평판 수조를 (80 x 160) 개의 격자로 나누었다. 상부 면은 압력 경계로 정하였고, 나머지 세 면에 대해서는 미끄럼 없는 벽면 조건을 가정하였다. 바닥 면의 중앙부에 0.0016 m 크기에 해당하는 2개 격자에 대해서 입구 속도 경계 조건을 부여하여 공기 주입을 모의하였다. 초기에 수직 사각 수조에는 0.102 MPa, 293.15 K의 정지된 물이 담겨져 있다. t=0 초부터 바닥 면의 입구를 통해 공기를 0.1 m/s 속도로 주입한다. 이 문제에 대해서 해석 해를 구하는 것은 어렵기 때문에 FLUENT 코드로 계산한 수치 해를 기준으로 CUPID로 계산한 수치 해를 비교·검토하였다. CUPID 코드와 FLUENT 코드로 계산할 때 상간 마찰계수는 모두 12,000 kg/m³·s로 고정하였다. 이 문제에서는 상 변화(phase change)가 없기 때문에 상간 열 전달 혹은 상간 질량 전달 모델은 결과에 영향을 미치지 않는다.

Fig. 8에 반보존형 운동량 방정식과 비보존형 운동량 방정식을 적용한 CUPID 코드로 계산한 기상 부피 분율과 FLUENT 코드로 계산한 기상 부피 분율을 각각 t = 0.4 s, 0.8 s, 1.2 s 에 대해서 제시하였다. 부력과 상간 마찰력이 액상의 운동을 야기한다. 공기는 물속을 진행하여 하부에서는 공기 기동을 형성하고 상부에서는 타원형의 모양을 만든다. 3 가지의 계산 결과는 기상 부피 분율 분포화 기상의 침투 위치에 있어서 다소 다르다. CUPID 코드의 계산은 FLUENT의 결과에 비해서 공기 기동 침투 부분의 속도가 다소 느리고, 공기 기동의 침투 부분이 다소 옆으로 퍼진다. 하지만, 반보존형 운동량 방정식을 적용한 경우에 공기 기동 침투 부분의 속도와 모양에 있어서 비보존형 운동량 방정식을 적용한 경우에 비해서 FLUENT 코드와 보다 유사한 결과를 보여준다.

4. 결 론

운동량 방정식을 비보존형으로 사용하는 것에 대한 수치적 효과를 CUPID 코드를 활용하여 검토하였다. 비보존형 운동량 방정식 대신에 반보존형 운동량 방정식을 사용하는 것이 바

람직하다. 반보존형 운동량 방정식은 공간에 있어서는 보존적이나 시간에 대해서는 비보존적이다. 또한, 정상상태에서는 반보존형 운동량 방정식은 보존형 운동량 방정식과 같게 된다.

반보존형 운동량 방정식의 수치적 효과를 평가하기 위하여 4 가지의 개념 문제를 모의하였다. 비보존형 운동량 방정식에 대한 반보존형 운동량 방정식의 상대적 이점은 다음과 같다.

- (가) 정상 상태 단상 유동 문제에서는 비보존형 운동량 방정식과 반보존형 운동량 방정식 모두 정확한 해를 구할 수 있다.
- (나) 정상 상태 2 상 유동 문제에서는 반보존형 운동량 방정식이 보다 나은 해를 얻을 수 있다.
- (다) 과도 상태 계산에서는 반보존형 운동량 방정식이 다소 우수한 해를 얻을 수 있다.

반보존형 운동량 방정식의 이점은 운동량 방정식의 대류항에서 $\alpha_k \rho_k \vec{u}_k$ 가 발산 연산자 (divergence operator) 안에 계속 포함되고 있는 데서 기인한다. 이러한 반보존형 운동량 방정식은 압력 중심 알고리즘을 사용하고 있는 비보존형 운동량 방정식 형태의 다차원 2상 유동 코드에 쉽게 구현된다. 더욱이, 이 반보존형 운동량 방정식은 정렬 격자 뿐만 아니라 비정렬 격자의 코드에도 쉽게 적용할 수 있다. 한편, 운동량 방정식의 대류항은 외계적으로 (explicitly) 처리할 경우 반보존형 운동량 방정식으로 인한 추가적인 비용은 거의 없다. 그러므로, 비보존형 운동량 방정식을 사용하는 2상 유동 코드의 경우, 반보존형 운동량 방정식의 교체 사용을 적극 권장한다.

후 기

본 논문은 교육과학기술부의 재원으로 시행하는 한국연구재단의 원자력기술개발사업으로 지원받았습니다. (연구과제 관리코드: M20702040002-08M0204-00210)

참고문헌

- [1] 2007, Jeong, J.J., Yoon, H.Y., Cho, H.K., Kim, J. and Park, I.K., "Hydrodynamic Solver for a Transient Two-Fluid Three-Field Model on Unstructured Grids," *J. Korean Society of Computational Fluids Engineering*, Vol.12, No.4, pp.44-53.
- [2] 1978, Liles, D.R. and Reed, W.H., "A semi-implicit method for two-phasefluid dynamics," *Journal of Computational Physics*, Vol.26, pp.390-407.
- [3] 2001, The RELAP5-3D code development team, *RELAP5-3D code manual volume I: Code structure, system models and*

- solution methods*, Idaho National Engineering and Environmental Laboratory.
- [4] 1997, Jeong, J.J., Dor, I. and Bestion, D., "Improvement and assessment of the CATHARE2 three-dimensional module compared with the upf downcomer test 7," *Nuclear Technology*, Vol.117, pp.267-280.
- [5] 1999, Jeong, J.J., Ha, K.S., Chung, B.D. and Lee, W.J., "Development of a multi-dimensional thermal-hydraulic system code: MARS 1.3.1," *Annals of Nuclear Energy*, Vol.26, No.18, pp.1611-1642.
- [6] 1993, Spore, J.W. et al., *TRAC-PF1/MOD2 Volume I. Theory manual*, NUREG/CR-5673, Los Alamos National Laboratory.
- [7] 2000, *TRACE V5.0, Theory manual*, U.S. Nuclear Regulatory Commission.
- [8] 2007, Guelfi, A. et al., "NEPTUNE: A new software platform for advanced nuclear thermal hydraulics," *Nuclear Science and Engineering*, Vol.156, No.3, pp.281-324.
- [9] 2008, Yoshida, H., Ohnuki, A., Misawa, Takase, T. and Akimoto, K., "Development of analytical procedures of two-phase flow in tight-lattice fuel bundles for innovative water reactor for flexible fuel cycle," *Nuclear Technology*, Vol.164, pp.45-54.
- [10] 2006, *FLUENT 6.3, User's guide*, FLUENT Inc.
- [11] 2005, *ANSYS CFX-Solver, Release 10.0: Theory*, ANSYS Inc.
- [12] 2006, *STAR-CD version 4.0, STAR-CD Methodology*, CD-adapco.
- [13] 2000, Spore, J.W. et al., *TRAC-M/Fortran 90 (Version 3.0), Theory Manual*, Los Alamos National Laboratory.
- [14] 1983, Rhie, C.M. and Chow, W.L., "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation," *AIAA Journal*, Vol.21, No.11, pp.525-532.
- [15] 2006, Staedtke, H., *Gas dynamic aspects of two-phase flow*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co, KGaA Weinheim, pp.143-147.