

CNC 자동선반 고속 스핀들의 밸런싱에 관한 연구

A Study on Balancing of High-speed Spindle of CNC Automatic Lathe

김 태 종†·구 자 함*·이 시 복**·김 문 생***

Taejong Kim, Jaham Koo, Shibok Lee and Moonsaeng Kim

(2009년 9월 1일 접수 ; 2009년 9월 28일 심사완료)

Key Words : High-speed Spindle(고속 스핀들), Unbalance Mass(불평형 질량), Balancing(밸런싱), FETM(유한요소 전달행렬법), Whirl Orbit(휘둘림 궤적)

ABSTRACT

A high-speed spindle can be very sensitive to rotating mass unbalance which has harmful effect on many machine tools. Therefore, the balancing procedure to reduce vibration in rotating system is certainly needed for all high-speed spindles. So, balancing procedure was performed with a spindle-bearing system for CNC automatic lathe by using numerical procedure. The spindle is supported by the angular contact ball bearings and the motor rotor is fixed at the middle of spindle. The spindle-bearing system has been investigated using combined methodologies of finite elements and transfer matrices. The balancing was performed through influence coefficient method and the comparison was made by whirl responses between before balancing and after balancing. As a result, balancing of simple spindle model reduced whirl orbit magnitude in case of a completely assembled spindle model.

1. 서 론

최근의 공작기계는 가공성과 생산성의 향상을 위하여 고속화되고 있는 추세이다. 주축시스템의 고속화에 있어 중요하게 고려되어야 할 문제 중 하나가 불평형 질량(unbalance mass)에 의한 진동이다. 따라서 공작기계 주축시스템의 회전 밸런싱 문제는 스핀들의 고속화에 따라 중요한 요소가 되고 있으며, 불평형 질량에 의한 진동을 제거하기 위한 밸런싱(balancing) 작업은 필수적이다.

산업현장에서는 스핀들의 밸런싱을 맞추기 위해서 질량을 재분배 하는 방법을 사용하고 있다. 이 방법에는 질량을 더해주는 방법과 질량을 제거해 주는 방

법이 있으나, CNC 자동선반용 스핀들은 밸런싱을 맞추기 위하여 스핀들 몸체의 일정부분에 홈을 냄으로써 질량을 감소시켜 보정하는 방법을 사용하고 있다.

탄성회전체의 밸런싱은 주로 모달 밸런싱 기법과 영향계수법을 이용하고 있다. 모달 밸런싱^(1,2)은 해당 모드에 대한 정보를 이용하여 위험속도에서 밸런싱을 수행하므로, 사전에 모드에 대한 정보가 필요하다. 영향계수법^(3,4,5)은 순차적인 시험질량 부가에 의한 진폭과 위상을 이용하여 보정질량을 산출하는 방법으로서, 사전에 모드에 대한 정보가 필요하지 않다.

회전체에 있어서 불평형에 의한 응답은 회전체 진동을 측정하거나 분석함에 있어서 매우 중요하며, 특히 회전체의 밸런싱이나 매개변수 규명에 있어서 정확한 불평형 응답을 얻는 것이 매우 중요하다. 스핀들 시스템에서 동적 거동은 각 운전 회전수에서의 정상상태 진폭의 값으로 주파수 영역에서 해석된다. 이 방법은 정상상태 시 축의 동적 거동 해석에는 적합하지만 임계속도 및 불안정 한계 속도 부

† 교신저자; 정회원, 부산대학교 기계기술연구원
E-mail : tjong@pusan.ac.kr

Tel : (051)510-2474, Fax : (051)510-7640

* 부산대학교 기계기술연구원

** 정회원, 부산대학교 기계공학부

*** 부산대학교 기계공학부

근에서 축의 순간적인 거동을 해석할 수 없다. 과도적인 조건에서 축계의 시간 변화 휘둘림(whirl) 궤적 해석은 시간 경과의 접근을 필요로 하며, 이 궤적은 상대적으로 큰 진폭을 가지므로 과도 해석은 비선형 문제까지 확장되어야 한다. 시간영역에서의 비선형 회전축 시스템에서의 동적 해석은 유한요소법⁽⁶⁾이 유일하게 검증된 방법으로 알려져 있다. 하지만, 이 방법은 회전축의 동적 자유도가 증가하면 과도한 계산 시간 및 비용으로 인해 적용에 어려움이 많다. 다자유도계 회전축 시스템의 동적 거동은 유한요소 이산화를 통해 얻어진 행렬 미분방정식을 적분하여 구한다. 자유도를 저감시켜 보다 효율적인 적분방법으로 부분구조 합성법 및 Guyan 소거법⁽⁷⁻⁹⁾이 있다.

탄성 회전축의 휨 진동해석은 유한요소법^(10,11)이 널리 적용되고 있으며, 회전축의 휨 진동에 영향을 미치는 인자들에 대한 해석은 대개 기계적 및 전자기적 인자들에 대한 개별적인 특성을 회전축 모델에 적용하여 그 인자가 진동 특성에 미치는 영향을 보여주고 있다^(12,13). 이 논문에서는 유한요소 모델링을 이용하고 적절한 시간 경과의 Houbolt 수치적분 알고리즘⁽¹⁴⁾을 사용하여, 전달행렬 방법을 시간영역 및 동적 계의 비선형 해석까지 전개가 가능한 유한요소-전달행렬(FE-TM)법^(15,16)을 적용하였다. 공작기계계의 스핀들에 대해서는 Timoshenko 빔 요소를 사용하고, 스핀들-베어링 시스템을 모델링하여 고유진동수를 해석하는 연구⁽¹⁷⁾가 있다. 또한, 베어링 강성과 스핀들의 회전속도에 따른 동특성의 변화에 대한 연구^(18,19)도 있다.

이 연구에서는 CNC 자동선반 스핀들을 대상으로 하여, Timoshenko 빔 요소를 적용하여 스핀들-베어링 시스템을 모델링하고, 영향계수법을 적용하여 밸런싱 과정을 시뮬레이션 하였다. 또, 밸런싱 과정에 필요한 스핀들의 변위 응답은 과도응답해석을 통하여 동적 거동을 해석함으로써 얻었다. 밸런싱 전과 후의 휘둘림 궤적의 크기를 비교하여 밸런싱의 효과를 계산하였으며, 메인 스핀들에 회전자와 플랜지만 조립된 기본 조립 상태에서 밸런싱을 수행하고, 조립이 완료된 상태에서의 밸런싱의 영향을 해석하였다.

2. 스핀들의 밸런싱 작업과 불평형

2.1 불평형 질량의 측정

산업체에서 사용되는 CNC 자동선반 스핀들의 일반적인 밸런싱 검사장치의 구성은 Fig. 1과 같다. 2개의 디스크로 구성되는 지지대에 스핀들을 놓고, 스핀들의 위쪽에 모터와 풀리로 연결되는 회전디스크로 스핀들을 일정한 속도로 회전시킨다. 스핀들 끝단에 각도센서를 설치하여, 스핀들의 회전 각도를 측정하고, Fig. 1의 A, B 부분 단면에서 회전각도와 불평형 질량의 크기를 각각 측정한다.

측정된 불평형 질량의 위치와 크기를 파악하여, 스핀들에 흠을 냄으로써 질량을 덜어내는 방식으로 밸런싱 작업을 하고 있다. 검사를 통하여 측정된 불평형은 평형 특성 등급 G6.3⁽²⁰⁾으로 관리하고 있으며, 이러한 방식으로 밸런싱된 스핀들을 Fig. 2에 나타내었다.

2.2 영향계수법을 이용한 보정질량의 산출

Fig. 3의 스핀들 단면 L, R 을 보정평면으로, 평면 a, b 를 측정평면으로 설정한다. 또, L_1 과 R_1 은 측정평면에서 위상각 γ_1 과 δ_1 로 측정된 진동의 최초 값을 나타낸다. 시험질량(T_R)을 단면 R 의 임의의 위

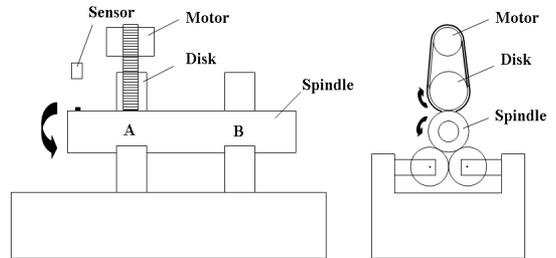


Fig. 1 Balancing test device for the spindle



Fig. 2 Balanced spindles

치에 부가하고, 측정평면 a, b 에서 각각의 위상각 γ_2 과 δ_2 에 대한 L_2 과 R_2 를 구할 수 있다. 즉, R_1 과 R_2 사이의 차이는 평면 b 에서 측정할 때 오른쪽 단면 R 에서의 보정질량에 영향을 주며, 영향계수 α_{bR} 로 나타낼 수 있다. 같은 방법으로 동일하게 영향계수 α_{aR} 도 얻을 수 있다⁽⁴⁾.

$$\alpha_{bR} = (R_2 - R_1) / T_R \tag{1}$$

$$\alpha_{aR} = (L_2 - L_1) / T_R \tag{2}$$

또, 단면 R 로부터 시험질량 T_R 을 제거하고 단면 L 에 시험질량 T_L 을 가정하고, 측정평면 a, b 에서 측정된 값들을 이용하면 다음과 같은 영향계수를 얻을 수 있다.

$$\alpha_{bL} = (R_3 - R_1) / T_L \tag{3}$$

$$\alpha_{aL} = (L_3 - L_1) / T_L \tag{4}$$

보정 질량들을 w_R 과 w_L 로 표시하면, 최초의 언밸런스에 의한 측정 값은 L_1 과 R_1 이기 때문에 측정 평면 a, b 에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} R_1 \\ L_1 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \alpha_{bR} & \alpha_{bL} \\ \alpha_{aR} & \alpha_{aL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_R \\ w_L \end{Bmatrix} \tag{5}$$

결과적으로, 보정평면 R 과 L 에서의 보정질량은

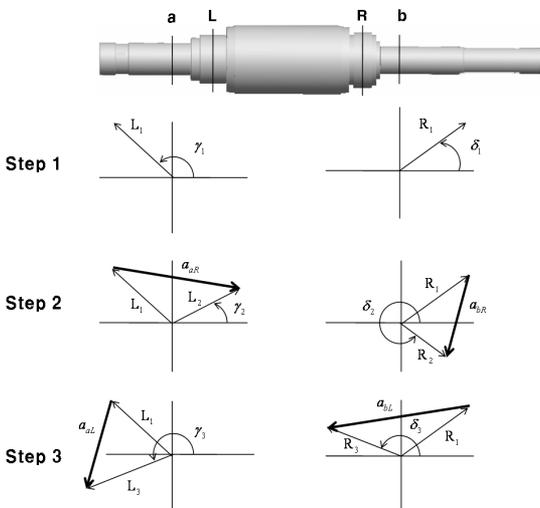


Fig. 3 Influence coefficients for balancing

다음과 같이 산출된다.

$$w_R = \frac{L_1 \alpha_{bL} - R_1 \alpha_{aL}}{\alpha_{bR} \alpha_{aL} - \alpha_{aR} \alpha_{bL}} \tag{6}$$

$$w_L = \frac{R_1 \alpha_{aR} - L_1 \alpha_{bR}}{\alpha_{bR} \alpha_{aL} - \alpha_{aR} \alpha_{bL}} \tag{7}$$

3. 스핀들-베어링계의 과도동적 해석

3.1 스핀들-베어링계의 운동방정식

유한축 요소의 움직임을 기술할 운동방정식 행렬은 식 (8)과 같으며, 회전 영향과 전단 효과를 고려하기 위하여 Timoshenko 빔 요소로 모델링 하였다.

$$[M^S] \{\ddot{q}(t)\} + [C^S] \{\dot{q}(t)\} + [K^S] \{q(t)\} = \{F^S(t)\} \tag{8}$$

여기서, $[M^S]$ 는 유한축 요소의 질량 행렬, $[C^S]$ 는 자이로 영향을 나타내는 행렬, $[K^S]$ 는 강성 행렬을 나타낸다.

회전축을 지지하는 이산화된 베어링 요소는 다음과 같이 모델링 된다.

$$[K^b] \{q(t)\} = \{F^b(t)\} \tag{9}$$

여기서, $\{F^b(t)\}$ 는 베어링의 외부에서 작용하는 힘 벡터이고, $[K^b]$ 는 구름 베어링의 강성행렬을 나타낸다.

해석 대상의 스핀들-베어링계의 요소는 유한 축 및 구름 베어링이 조합되므로 식 (8)과 식 (9)를 결합하여 절점 i 및 $i+1$ 을 갖는 요소 j 의 일반화된 운동방정식을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[M_j] \{\ddot{q}(t)\} + [C_j] \{\dot{q}(t)\} + [K_j] \{q(t)\} = \{F(t)\} \tag{10}$$

여기서, $\{F(t)\} = \{^R f_i \mid ^L f_{i+1}\}^T$, $\{q(t)\} = \{x_i, y_i, \beta_i, \alpha_i, x_{i+1}, y_{i+1}, \beta_{i+1}, \alpha_{i+1}\}^T$ 는 절점 i 및 $i+1$ 에서 각각 일반화된, 시간에 따라 변동하는 힘(질량 불평형력) 및 변위를 표시한다. 또, $[M_j]$ 는 유한 축의 질량 행렬, $[C_j]$ 는 유한 축 요소의 자이로 영향을 나타내는 감쇠 행렬, $[K_j]$ 는 축 및 지지 베어링의 강성이 결합된 행렬을 나타낸다.

3.2 유한요소-전달행렬(FE-TM)법의 적용

FE-TM법에서, 임의의 시간 t 의 요소 절점 j 에서의 자유도의 가속도 및 속도는 적절한 정도를 가지면서 변위 $\{q_i(t)\}$ 의 선형적 함수로서 다음과 같이 표시된다.

$$\{\ddot{q}_i(t)\} = A(t) \cdot \{\dot{q}_i(t)\} + \{B_i(t)\} \quad (11)$$

$$\{\dot{q}_i(t)\} = D(t) \cdot \{q_i(t)\} + \{E_i(t)\} \quad (12)$$

여기서, $A(t), D(t), \{B_i(t)\}, \{E_i(t)\}$ 의 값은 적분방법에 따라 다양하게 정의되며, 요소 운동방정식의 시간 미분량을 대신한다. 식 (11), (12)를 식 (10)에 대입하여 유도되는 방정식을 유한요소 j 의 행렬의 형으로 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} (K_{11})_j & (K_{12})_j & (v_1)_j \\ (K_{21})_j & (K_{22})_j & (v_2)_j \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_i(t) \\ \dot{q}_{i+1}(t) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^R f_i(t) \\ {}^L f_{i+1}(t) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

일반적인 축-베어링계의 유한요소 모델링의 경우, 절점 $i+1$ 의 상태벡터는 유한요소 j 의 전달행렬 $[T(t)]_j$ 및 절점 i 의 상태벡터의 곱으로서, 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\{u(T+\Delta t)\}_{i+1}^L = [T(t)]_j \cdot \{u(T+\Delta t)\}_i^L \quad (14)$$

전달행렬 관계식 (11)의 반복적인 적용으로 전체 축-베어링계에 관한 다음의 전달 관계식을 구할 수 있다.

$$\{u\}_n^L = [T]_n \cdot [T]_{n-1} \cdots [T]_2 \cdot [T]_1 \cdot \{u\}_1^L \quad (15)$$

스핀들의 양쪽 끝이 자유단이므로 경계조건은 다음과 같이 가정하였다.

$${}^L f_1(T+\Delta t) = 0, \quad {}^L f_{n+1}(T+\Delta t) = 0 \quad (16)$$

3.3 스핀들-베어링의 유한요소 모델링

이 연구에 사용된 스핀들은 H사의 CNC 자동선반용 고속 스핀들로서, 1.5kW 용량의 내장형 모터로 구동된다. 앵글러 컨택트 볼 베어링으로 양단 지지되는 스핀들의 중심부에 전동기 회전자가 위치하며, 베어링의 고속 효과를 나타내는 DmN 값(베어링 피치

지름(Dm/mm)×회전 속도(N/rpm)은 400,000 수준이다. 스핀들의 내경은 10 mm이고, 재질은 SW450, 탄성계수는 200 GPa, 비중량은 7,850 kg/m³이다.

스핀들의 제조공정에서 밸런싱은 Fig. 4(a)의

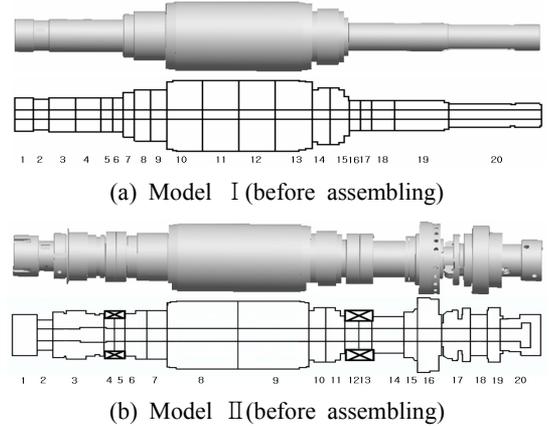


Fig. 4 Analysis model of the spindle

Table 1 Spindle configuration data

Element number	Model I		Model II	
	Length (mm)	Radius (mm)	Length (mm)	Radius (mm)
1	18	17.3	24	22.5
2	14	16.3	15	16.5
3	29	17.3	50	26.4
4	20	17.3	10	17.5
5	10	17.3	10	17.5
6	10	17.3	20	26.3
7	10	23.3	20	26.3
8	15	26.3	68	37.0
9	15	26.3	68	37.0
10	34	37.0	17	30.0
11	34	37.0	17	30.0
12	34	37.0	13	15.0
13	34	37.0	13	15.0
14	17	30.0	30	20.0
15	17	30.0	13	28.0
16	10	15.0	23	41.0
17	10	15.0	28	29.0
18	20	15.0	16	22.5
19	53	15.0	13	30.0
20	86	14.0	38	22.5
Sum	490	-	505	

model I과 같이 메인스핀들, 회전자, 플랜지만 조립된 상태에서 수행된다. Model II는 밸런싱 후에 슬리브, 척킹장치, 토글 등의 부품을 체결하여 스핀들의 조립이 완료된 모델이다. Model I의 10번~13번 요소는 회전자이므로 보정질량을 적용하기가 어렵기 때문에, 절점 #9와 #15를 보정평면으로 설정하여 보정질량을 적용하고 있다.

스핀들은 축방향으로 단면의 직경이 변화하므로 유한축 요소를 사용하여, Fig. 4와 같이 20개의 유한요소로 분할하였다. 일반적으로 스핀들-베어링 시스템은 분포질량 및 탄성을 갖는 유한축의 영역 요소, 이산화 된 베어링으로 구성되는 점 요소가 상호 결합된 요소의 조합으로 가정된다. 푸쉬콤파이프를 포함한 스핀들의 축 단면 직경 변화에 따른 제원을 Table 1에 나타내었다.

4. 스핀들의 밸런싱 작업과 불평형

4.1 고유진동수 및 보정질량의 산출

Fig. 4의 model I을 이용하여 절점 #9, #15를 각각 보정평면 L, R 로 설정하고, 베어링 위치인 절점 #6, #17을 각각 측정평면 a, b 로 설정하여 밸런싱을 수행하였다. 이 연구에서는 초기 잔류 불평형을 $50 \text{ g}\cdot\text{mm}\angle 0^\circ$ 로 가정하여 Fig. 4의 절점 #12에 작용하는 것으로 가정하였다. 베어링 강성을 $5 \times 10^9 \text{ N/m}$ 로 하였을 때, $15,000 \text{ rpm}$ 의 회전속도에서 계산과정의 수렴은 시간 간격 $\Delta T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$ 에서 얻어졌다. 이때, 측정평면 a, b 에서 얻은 변위와 위상각을 각각 $L_1, \gamma_1, R_1, \delta_1$ 으로 표시하였다. 두 번째는 시험질량 T_R 을 절점 #15에 부여하고, 측정평면 a, b 에서 얻은 변위와 위상각을 각각 $L_2, \gamma_2, R_2, \delta_2$ 라고 한다. 세 번째는 시험질량 T_R 을 제거하고, T_L 을 절점 #9에 부여하여 측정평면에서 얻은 변위와 위상각을 각각 $L_3, \gamma_3, R_3, \delta_3$ 라고 한다.

각 단계의 변수들의 값을 Table 2에 정리하였으

Table 2 Displacement calculated at plane a, b

Step	Plane a ($\times 10^{-2} \mu\text{m}$)	Plane b ($\times 10^{-2} \mu\text{m}$)
1	$L_1=0.949 \angle 169.73^\circ$	$R_1=0.917 \angle 170.84^\circ$
2	$L_2=0.970 \angle 172.66^\circ$	$R_2=11.739 \angle 184.69^\circ$
3	$L_3=6.849 \angle 148.19^\circ$	$R_3=8.818 \angle 169.59^\circ$

며, 식 (6)과 식 (7)을 이용하여 얻은 보정평면 R 에서의 보정질량 $w_R = 14.41 \text{ g}\cdot\text{mm} \angle 173.70^\circ$, 보정평면 L 에서의 보정질량 $w_L = 12.79 \text{ g}\cdot\text{mm} \angle 185.02^\circ$ 으로 산출되었다.

해석대상 스핀들 Fig. 4 model I의 1차 고유진동수는 958 Hz , 2차 고유진동수는 $2,163 \text{ Hz}$ 이며, model II의 1차 고유진동수는 1747 Hz , 2차 고유진동수는 612 Hz 로 해석되었다. Model II는 Model I에 비하여 부가적으로 반경이 큰 부품들이 조립되어 있기 때문에, 회전수가 증가할수록 회전효과에 의하여 고유진동수의 감소 폭도 커지는 것으로 나타났다. 스핀들의 운전 속도는 $10,000 \text{ rpm} \sim 15,000 \text{ rpm}$ 이므로, 운전 영역에서는 공진의 위험은 없다고 판단된다.

4.2 밸런싱 효과의 비교

4.1절에서 산출한 보정질량 w_L 과 w_R 을 각각 절

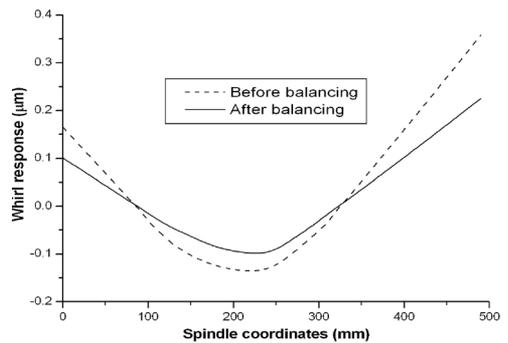


Fig. 5 Comparison of whirl response after balancing (model I)

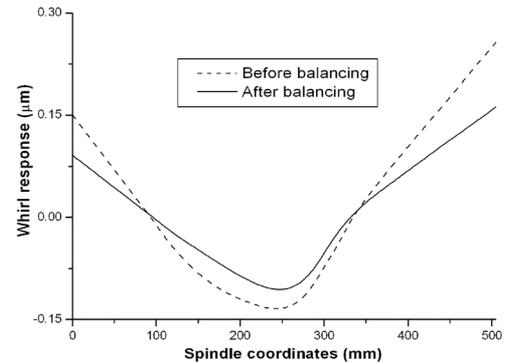


Fig. 6 Comparison of orbit radius after balancing (model II)

점 #9와 #15에 부여하여 밸런싱 후의 결과를 해석하여 그 결과를 비교하였다.

밸런싱 전과 밸런싱 후의 model I 각 절점에서 휘돌림 궤적의 크기를 비교하여 Fig. 5에 나타내었

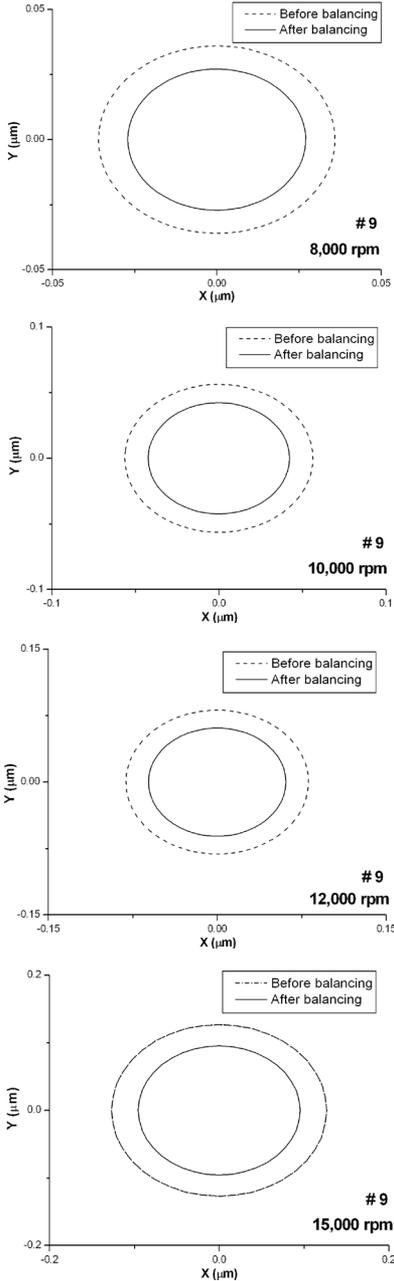


Fig. 7 Comparison of spindle orbits at station #9 due to changes in spindle speeds

다. 측정평면으로 설정한 베어링 위치에서 가장 큰 폭으로 감소하였으며, 절점 #6에서 62 %, 절점 #17에서 71 %만큼 궤적의 크기가 작아졌다.

Model I의 밸런싱을 수행한 후, 스핀들의 조립이 완료된 model II의 밸런싱 전과 밸런싱 후의 휘돌림 궤적의 크기를 Fig. 7에서 비교하였다. 베어링 위치에서의 베어링 궤적 크기가 가장 큰 폭으로 감소하였으며, 전체적으로 Model I과 유사하게 감소하였다. Model II의 휘돌림 궤적이 model I보다 작은 이유는 model II의 요소가 추가적인 부품의 결합으로 인하여, 더 큰 휨강도(flexural rigidity)를 가지기 때문이다.

스핀들의 회전속도가 고속화됨에 따라 불평형 하중에 의한 회전속도와 스핀들 회전자 부분 변위와의 관계를 해석하였다. Fig. 7에서 스핀들의 회전속도를 8,000에서 15,000 rpm까지 변화시켰을 때, 불평형 질량을 적용한 절점 #9에서의 휘돌림 궤적을 나타내었다. 회전수가 높아질수록 휘돌림 궤적이 커지는 것은 불평형 하중이 스핀들의 회전 각속도의 자승에 비례하여 고속에서는 더 큰 휘돌림을 발생시킨다는 것을 보여준다. 이는 스핀들의 고속화를 위해서는 불평형 하중을 적게 유지시켜야 하며, 따라서 고정밀의 밸런싱이 요구된다는 것을 나타낸다.

5. 결 론

이 논문에서는 CNC 자동선반용 스핀들의 밸런싱을 영향계수법을 이용하여 시뮬레이션하였다. Timoshenko빔 요소를 적용하여 스핀들-베어링계를 모델링하여 회전 영향뿐만 아니라, 전단 효과까지 고려하였으며, 시간적분법을 사용하여 스핀들의 동적거동을 해석하였다.

메인 스핀들에 회전자와 플랜지만 조립된 기본조립 상태에서 회전자에 불평형 질량을 부가한 후, 영향계수법을 이용하여 밸런싱을 수행하였다. 밸런싱 전, 후의 휘돌림 궤적 반경을 비교하여 베어링이 위치한 절점에서는 최대 71%의 궤적 크기 감소가 있음을 확인할 수 있었다. 또한, 부속부품의 조립이 완료된 상태에서 밸런싱 전, 후의 휘돌림 궤적 반경을 비교하여 밸런싱의 영향을 확인하였다. 조립이 완료된 스핀들에서도 앞의 결과와 유사하게 휘돌림 궤적 반경의 감소가 이루어졌기 때문에, 기본 조립

상태에서의 밸런싱이 조립이 완료된 스피indle에도 유사하게 휘돌림 계적이 감소되는 것을 알 수 있다.

산업현장에서 CNC 자동선반용 스피indle들은 메인스피indle, 회전자, 스피indle만 조립된 상태에서 밸런싱을 한 후, 부속품을 조립하여 스피indle 조립을 완료하여 제품에 적용하고 있다. 기본 조립상태에서 밸런싱을 하는 이유는 스피indle이 내장형 모터에 의해 구동이 되고, 조립이 완료된 상태에서는 고정자가 설치된 케이스에 의해 회전자 부분이 완전히 감추어지기 때문에 밸런싱을 수행할 수가 없기 때문이다. 결과적으로 산업현장에서 이루어지는 밸런싱 과정을 시뮬레이션하여, 기본 조립상태의 스피indle에 대한 밸런싱이 완전 조립상태의 스피indle에도 여전히 유효함을 확인할 수 있었다.

후 기

이 연구는 교육과학기술부와 한국산업기술재단의 지역혁신인력양성사업으로 수행된 연구결과입니다.

참 고 문 헌

(1) Bishop, R. E. D. and Gladwell, G. M. L., 1959, "The Vibration and Balancing of an Unbalance Flexible Rotor," *Journal of Mechanical Engineering for Science* 1, pp. 66~77.

(2) Lund, J. W. and Tonnesen, J., 1972, "Analyses and Experiments on Multiplane Balancing of a Flexible Rotor," *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME*, Vol. 94, pp. 233~242.

(3) Goodman, T. P., 1964, "A Least Squares Method for Computing Balance Correction Masses," *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME*, Vol. 8, pp. 273~279.

(4) Rao, J. S., 1996, "Rotor Dynamics," *New Age International*.

(5) Moon, J. D., Kim, B. S., Kim, D. H. and Lee, S. H., 2005, "A Study on the Active Balancing Device for Spindle System of Machine Tools," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 297~305.

(6) Ruhl, R. L. and Booker, J. F., 1972, "A Finite

Element Model for Distributed Parameter Turborotor Systems," *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME*, Feb., pp. 126~132.

(7) Yee, E. K. L. and Tsuei, Y. G., 1990, "Transient Response by Component Modal Synthesis Method," *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, Vol. 112, pp. 21~25.

(8) Nelson, H. D. and Meacham, W. L., 1983, "Nonlinear Analysis of Rotor-bearing Systems Using Component Mode Synthesis," *Journal of Engineering for Power, Transactions of the ASME*, Vol. 105, pp. 606~614.

(9) Guyan, R. J., 1965, "Reduction of Stiffness and Mass Matrices," *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol. 3, No. 2, p. 380.

(10) Nelson, H. D. and McVaugh. J. M., 1976, "The Dynamics of Rotor-bearing Systems Using Finite Elements," *J. Eng. For Industry, Transactions of the ASME*, May, pp. 593~600.

(11) Nelson, H. D., 1980, "A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 102, pp. 793~803.

(12) Ozguven, H. N. and Ozkan, Z. L., 1984, "Whirl Speeds and Unbalance Response of Mechanical Bearing Rotors Using Finite Elements," *J. of Vibration, Acoustics, and Reliability in Design*, Vol. 106, pp. 72~79.

(13) Rahman, B. S. and Lieu, D. K., 1991, "The Origin of Permanent Magnet Induced Vibration in Electric Machines," *J. of Vibration and Acoustics*, Vol. 113, p. 476.

(14) Houbolt, J. C., 1950, "A Recurrence Matrix Solution for the Dynamic Response of Elastic Aircraft," *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 17, pp. 540~550.

(15) Subbiah, R. and Kumar, A. S., 1988, "Transient Dynamic Analysis of Rotors Using the Combined Methodologies of Finite Elements and Transfer Matrix," *Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME*, Vol. 55, pp. 448~452.

(16) Kumar, A. S. and Sankar, T. S., 1986, "A

New Transfer Matrix Method for Response Analysis of Large Dynamic Systems,” *Computer and Structures*, Vol. 23, No. 4, pp. 545~552.

(17) Cao, Y., 2006, “Modeling of High-speed Machine Tool Spindle Systems,” Ph. D. Thesis, The University of British Columbia.

(18) Wang, K. F., Shin, Y. C. and Chen, C. H., 1991, “On the Natural frequencies of High-speed

Spindles with Angular Contact Bearings,” *Proc. Inst. Mech. Eng., Part C: J. Mech. Eng. Sci.*, 205, Issue C3 pp. 147~154

(19) Shin, Y. C., 1992, “Bearing Nonlinearity and Stability Analysis in High Speed Machining,” *ASME, J. Eng. Sci. Ind.*, Vol. 114, No. 1, pp. 23~30.

(20) ISO 1940/1 “Mechanical Vibration – Balance Quality Requirements of Rigid Rotors.”