

스펙트럴유한요소법과 경계요소법을 이용한 셸의 공기 중 진동 및 방사소음 해석

Analysis of Vibration and Radiated Noise of Circular Cylindrical Shell in the Air Using Spectral Finite Element Method and Boundary Element Method

이 영 구*. 홍 석 윤†. 송 지 훈**

Yung-Koo Lee, Suk-Yoon Hong and Jee-Hun Song

(2009년 8월 17일 접수 ; 2009년 10월 9일 심사완료)

Key Words : Circular Cylindrical Shell(원통형 셸), Spectral Finite Element Method(스펙트럴유한요소법), Boundary Element Method(경계요소법), Frequency Response Function(주파수 응답해석), Radiated Noise Level(방사소음)

ABSTRACT

Analysis of the vibration characteristic for cylindrical shell is more complex than plates since the coupling effects are considered on three dimensions. Based on Love's equation, spectral finite element method(SFEM) is introduced to predict frequency response function of finite circular cylindrical shell in the air with simply supported - free boundary condition without simplifying the equation of motion. And for the radiated noise analysis of cylindrical shell, indirect boundary element method(BEM) is applied using out-of-plane displacements as an input from structural vibration analysis. Comparisons of the structural vibration results by the spectral finite element method and commercial code, NASTRAN(FEM based) are carried out. Likewise, for verification of radiated noise analysis results, commercial code, SYSNOISE(BEM based) are used.

1. 서 론

구조물의 구조진동 및 방사소음 해석의 중요성은 공학적 설계에 있어서 더욱 부각되고 있다. 여객선, 잠수함 그리고 항공기의 설계에 있어서 각각 승객의 안락성, 생존성 그리고 안전성을 보장하기 위해 최우선적으로 고려해야 하는 것이 바로 구조진동 및 방사소음으로, 이에 대한 연구 및 해석이 절실히 필요한 실정이다. 이 논문에서는 이러한 복합 구조

물의 연구 및 해석에 앞서, 연구의 기초가 되는 가장 간단한 형태의 구조요소인 원통형 셸에 대한 구조진동 및 방사소음 해석을 수행하였다.

셸의 운동지배방정식은 면내파와 면외파의 연성과 곡률 인자의 도입으로 평판이나 보의 식보다 복잡한 특성을 갖는다. 이에 셸의 해석에 많은 연구가 이루어져 왔다. Wang and Lai는 셸의 고유주파수에 대한 연구를 수행하였고⁽⁵⁾, Zhang et al.의 경우는 파전달 접근법을 토대로 하여 셸의 거동을 분석하였다⁽⁶⁾. 그런데 셸의 모든 거동을 정확하게 표현하는 운동방정식의 표현은 어렵고 복잡하기 때문에 여러 가지 합리적인 가정을 바탕으로 하여 운동방정식의 제안이 이루어져 왔다. 이러한 여러 가지 셸 이론의 비교 및 평가는 Leissa에 의해 수행되었다⁽¹⁾. 원

† 교신저자; 정회원, 서울대학교 조선해양공학과
E-mail : syh@snu.ac.kr

Tel : (02)880-8757, Fax : (02)888-9298

* 정회원, 서울대학교 조선해양공학과

** 정회원, 전남대학교 조선해양공학전공

통형 셸의 운동방정식은 연산자 정의에 있어서 9개의 형식이 존재하는데 Love-Timoshenko, Reissner-Naghdi-Berry, Flugge-Byrne-Lurye, S-anders 등이 대표적이다. 이 논문에서는 Love-Timoshenko의 가정을 따른다.

구조물의 진동해석을 위한 대표적인 방법으로 유한요소법(FEM: finite element method)이 있다. 유한요소법은 컴퓨터 기술의 발전과 더불어 발전되어 온 컴퓨터기반 해석법으로 여러 공학분야에서 다용도로 사용되고 있는 방법이다. 하지만 유한요소법은 형상함수의 한계성으로 인하여 해석주파수가 증가할수록 더 많은 요소분할이 필요하게 되고, 이에 따라 해석시간의 증가와 비용의 문제가 발생한다. 또한 중고주파 대역에서의 해석신뢰도는 낮은 실정이다. 따라서 유한요소법을 이용하여 중고주파수 대역의 구조물 진동해석을 하는 데에는 많은 한계점을 가지고 있다.

이에 이 논문에서는 셸의 진동응답해석을 위해 스펙트럴유한요소법을 제안하고자 한다. 유한요소법이 시간과 주파수영역에서 모드해석 방법을 기반으로 하는 해석법이라고 한다면, 스펙트럴유한요소법은 주파수영역에서 정밀해로부터 도출된 동적 강성행렬을 이용하는 푸리에변환(FFT: fast Fourier transform)기반 스펙트럴해석법이라고 할 수 있다. Lee et al.는 스펙트럴유한요소법을 이용하여 점탄성층 샌드위치 평판의 진동해석을 수행하였고⁽⁷⁾, Doyle의 경우 스펙트럴유한요소법으로 셸의 거동을 제한적으로 분석하는 연구를 진행한 바 있다⁽²⁾.

정적 형상함수를 사용하는 유한요소법과는 다르게 스펙트럴유한요소법에서는 주파수와 연관되어 동적 형상함수를 사용하기 때문에, 고주파 해석시에도 요소의 크기와 무관하게 신뢰성 높은 값을 얻을 수 있다. 따라서 구조물의 임피던스 변경 지점에서만 요소분할을 수행하는 스펙트럴유한요소법은 유한요소법에 비해 상당히 적은 요소수를 필요로 하며, 이는 해석 시간의 단축이라는 장점을 가진다.

구조물의 방사소음 해석에는 경계요소법이 사용되었다. 경계요소법은 편미분으로 표현된 경계값 문제를 경계상에 값에 관한 연립 1차 방정식으로 변환하여 수치를 해석하는 방법으로, 크게 직접 경계요소법과 간접 경계요소법으로 나뉜다. 원통형 셸의 개방된 공간에서의 방사소음 해석을 위해 간접 경

계요소법을 사용하고, 스펙트럴유한요소법을 이용하여 해석한 진동해석 값의 면외파 성분 변위를 경계에서의 입력값으로 사용하였다.

이 논문에서는 원통형 셸의 구조진동 및 방사소음 해석을 수행함에 있어서, 구조진동 해석에 스펙트럴유한요소법을 적용하였다. 또한 기존의 많은 연구들이 구조진동 및 방사소음을 개별적으로 수행하고 있는 것에 반하여 구조진동의 해석 결과를 방사소음의 입력값으로 사용하여 구조진동 및 방사소음을 한번에 해석할 수 있는 절차를 확립하였다.

2. 이 론

2.1 원통형 셸의 운동지배방정식

셸의 운동지배방정식을 유도함에 앞서 다음과 같은 가정에 따르도록 하였는데, 이는 Love의 이론을 기반으로 하였다⁽¹⁾.

- (1) 셸의 두께는 셸 표면의 중심을 기준으로 한 곡률반경과 비교해 보았을 때 작다.
- (2) 변형과 변위가 작기 때문에 변위-변형 관계식에서 발생하는 2차 및 고차항은 무시한다.
- (3) 변형전 표면의 법선은 직선으로 유지되며, 변형후 표면의 법선에는 인장력이 걸리지 않는다.
- (4) 횡방향의 법선 방향 응력은 다른 법선 방향 응력에 비해 작기 때문에 무시한다.

원통형 셸의 경우, 원통형 좌표계를 이용하는 것이 일반적이다.

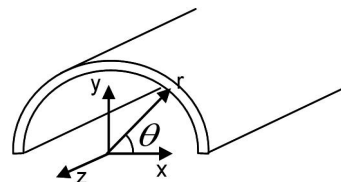


Fig. 1 Circular cylindrical coordinate

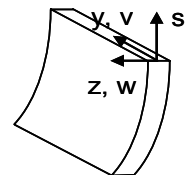


Fig. 2 Shell based coordinate

Fig. 1에서 x, y, z 는 직교 좌표계를 r, θ, z 는 원통형 좌표계를 나타낸다.

하지만 이 논문에서는 변위와 변형의 표현을 효율적으로 하기 위해 다음과 같은 좌표를 사용한다.

$$r\theta \rightarrow s, z \rightarrow -y, r \rightarrow -z \quad (1)$$

Fig. 2에서 s, y, z 는 셸기반 좌표계를 나타내며 u, v, w 는 각각 s, y, z 방향의 변위를 나타낸다.

위의 좌표계를 기반으로 하여 변형을 구하면 다음과 같다.

$$\epsilon_{ss} = -\frac{w}{R} + \frac{\partial u}{\partial s} - z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial s} \right) \quad (2)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3)$$

$$2\epsilon_{sy} = \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial y} - z \left(2 \frac{\partial^2 w}{\partial s \partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (4)$$

여기서, R 은 원통형 실린더의 반경이다.

Hamilton의 정리를 이용하여 운동방정식을 도출한다. 이를 위해 변형에너지(U)와 운동에너지(T)를 유도해야 하며, 앞의 계산된 변형을 이용하여 변형에너지(U)를 계산한다. 운동에너지(T)의 경우는 셸의 두께(h)를 반경(R)에 비교하여 매우 작게 설정하여 회전관성을 무시 한다. ($h/R \ll 1$)

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} [T - (U + V)] dt = 0 \quad (5)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V [E^* (\epsilon_{ss}^2 + \epsilon_{yy}^2 + 2\nu \epsilon_{ss} \epsilon_{yy}) + G \gamma_{sy}^2] dV \quad (6)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho [\dot{u}(x, y, z, t)^2 + \dot{v}(x, y, z, t)^2 + \dot{w}(x, y, z, t)^2] dV$$

$$= \frac{1}{2} \iint_{s, y} \rho h [\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2] ds dy \quad (7)$$

여기서, ρ 는 밀도, $E^* = E/(1-\nu^2)$, h 는 원통형 셸의 두께를 나타낸다.

경계($s=\text{constant}$)에서 작용하는 힘의 식은 다음과 같다.

$$\delta V = -Q_u u - Q_v v - Q_w w - Q_\psi \psi, \quad \psi \equiv \frac{\partial w}{\partial s} \quad (8)$$

$$Q_u = \bar{E} \left[\frac{\partial u}{\partial s} - \frac{w}{R} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{D}{R} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial s} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (9)$$

$$Q_v = \frac{1}{2} (1-\nu) \bar{E} \left[\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (10)$$

$$Q_w = -\frac{D}{R} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + (1-\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] - D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial s^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial s \partial y^2} \right] \quad (11)$$

$$Q_\psi = D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial s} \right] \quad (12)$$

여기서, ν = Poisson의 비, $\bar{E} = Eh / (1-\nu^2)$, $D = Eh^3 / 12(1-\nu^2)$ 를 의미한다.

이로부터 셸의 운동방정식을 유도할 수 있으며, 이는 Love의 운동방정식을 기반으로 하고 있다.

$$\bar{E} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{1}{2} (1-\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2} (1+\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial s \partial y} - \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial s} \right]$$

$$+ \frac{D}{R^2} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{1}{2} (1-\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + R \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial s} + R \frac{\partial^3 w}{\partial s^3} \right]$$

$$= \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (13)$$

$$\bar{E} \left[\frac{1}{2} (1+\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial s \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{2} (1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} - \frac{\nu}{R} \frac{\partial w}{\partial y} \right]$$

$$= \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$-\bar{E} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\nu}{R} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R^2} \right] + D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial s^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right]$$

$$+ \frac{D}{R} \left[\frac{\partial^3 u}{\partial y^2 \partial s} + \frac{\partial^3 u}{\partial s^3} \right] = -\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (15)$$

위의 운동방정식에서 s, y, z 방향의 변위 u, v, w 가 서로 연성되어 있는 것을 확인해 볼 수 있는데, 이는 운동방정식의 해를 구하는데 어려운 요소로 작용한다.

2.2 원통형 셸의 스펙트럴유한요소법

구조물의 양쪽 단($y=0, y=L$)에 단순지지의 조건

을 주고 있다고 할 때, 방정식의 해를 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$u = u_0 e^{-iks} \sin(\xi y) e^{i\omega t} \quad (16)$$

$$v = v_0 e^{-iks} \cos(\xi y) e^{i\omega t} \quad (17)$$

$$w = w_0 e^{-iks} \sin(\xi y) e^{i\omega t} \quad (18)$$

여기서, u_0, v_0, w_0 는 진폭, k 는 s 방향 파수, ξ 은 y 방향 파수 그리고 ω 는 진동수를 의미한다.

위의 식 (16), (17), (18)을 운동방정식 (13), (14), (15)에 대입한 후, 정리하여 다음과 같은 스펙트럼관계식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 - [k^2 + (1-\nu)\xi^2] \frac{D}{R^2} & \gamma & [\bar{E} + (k^2 + \xi^2)D] \frac{ik}{R} \\ -\gamma & \alpha_2 & -\nu E \frac{\xi}{R} \\ [\bar{E} + (k^2 + \xi^2)D] \frac{ik}{R} & \nu \bar{E} \frac{\xi}{R} & \alpha_3 + \bar{E} \frac{1}{R^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{Bmatrix} = 0 \quad (19)$$

$$\alpha_1 \equiv -\bar{E} [k^2 + (1-\nu)\xi^2 / 2] + \rho h \omega^2 \quad (20)$$

$$\alpha_2 \equiv -\bar{E} [\xi^2 + (1-\nu)k^2 / 2] + \rho h \omega^2 \quad (21)$$

$$\alpha_3 \equiv D [k^2 + \xi^2]^2 - \rho h \omega^2 \quad (22)$$

$$\gamma \equiv (1 + \nu) \bar{E} ik \xi / 2 \quad (23)$$

평판과는 달리 곡률반경(R)을 갖는 원통형 셸에서 곡률반경을 무한대로 가정하면 원통형 셸은 평판으로 수렴한다. 이는 위의 스펙트럼관계식 (19)에서 R 을 ∞ 로 치환하여 확인해 볼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \gamma & 0 \\ -\gamma & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{Bmatrix} = 0 \quad (24)$$

스펙트럼관계식에서 방정식이 해를 갖는 조건인 $\text{Det}(\text{식 (19)})=0$ 를 사용하면 k , 즉 파수를 계산할 수

있다. 그러나 계산된 식이 k 에 대한 8차 식으로 정리되므로 이를 수치계산 프로그램인 ‘Mathematica’를 이용하여 수치적인 해를 구하였다. 계산된 파수(k)를 이용하여 일반 해를 구하게 되면 u, v, w 변위는 다음과 같이 표현된다. 여기서, 셸의 s 방향 길이 L 은 경계면에서 반사되어 오게 되는 파를 나타내기 위해 사용하며, $k_5=-k_1, k_6=-k_2, k_7=-k_3, k_8=-k_4$ 이다.

$$\tilde{u}(s) = A_1 \Omega_{11} e^{-ik_1 s} + A_2 \Omega_{12} e^{-ik_2 s} + \dots + A_8 \Omega_{18} e^{-ik_4(L-s)} \quad (25)$$

$$\{U\}(s) = \{\tilde{u}(s), \tilde{v}(s), \tilde{w}(s), \tilde{\psi}(s)\} = \{\Omega\}_1 A e^{-ik_1 s} + \dots + \{\Omega\}_8 A_8 e^{-ik_4(L-s)} \quad (26)$$

연성되어 나타나는 u, v, w 변위의 파수가 동일하므로 위의 식과 같은 지수함수 표현이 가능하며, 각각의 크기 $\{\Omega\}_1 \dots \{\Omega\}_8$ 는 위의 스펙트럼관계식 (19)에서 임의의 2개의 식을 이용하여 계산할 수 있다.

최종적으로 경계에서 작용하는 힘을 나타내는 식 (8)과 변위의 식 (26)관계를 행렬식으로 표현할 수 있다. 이 논문에서 사용된 모델의 경우, 균일한 원통형 실린더를 사용하고 있고 원환 방향으로 중심에 외력이 가해지고 있는 상황이므로 요소의 개수는 2개이다. 따라서 힘과 변위의 관계식은 식 (27)~식 (31)과 같이 정리된다.

$$\{F\}(s) = \{Q_u, Q_v, Q_w, Q_m\}^T(s) = [K]\{U\}(s) \quad (27)$$

$$\{\tilde{F}\} = \{\tilde{F}_x, \tilde{F}_y, \tilde{V}, \tilde{M}\}^T = \{Q_u, Q_v, Q_w, Q_m\}^T \quad (28)$$

$$\begin{Bmatrix} \{\tilde{F}\}_1 \\ \{\tilde{F}\}_2 \\ \{\tilde{F}\}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} K_{12 \times 12} \begin{Bmatrix} \{\tilde{u}\}_1 \\ \{\tilde{u}\}_2 \\ \{\tilde{u}\}_3 \end{Bmatrix} \quad (29)$$

$$\{\tilde{F}\} = \{\tilde{F}_{x1}, \tilde{F}_{y1}, \tilde{V}_1, \tilde{M}_1, \tilde{F}_{x2}, \tilde{F}_{y2}, \tilde{V}_2, \tilde{M}_2, \tilde{F}_{x3}, \tilde{F}_{y3}, \tilde{V}_3, \tilde{M}_3\}^T \quad (30)$$

$$\{\tilde{u}\} = \{\tilde{u}_1, \tilde{v}_1, \tilde{w}_1, \tilde{\psi}_1, \tilde{u}_2, \tilde{v}_2, \tilde{w}_2, \tilde{\psi}_2, \tilde{u}_3, \tilde{v}_3, \tilde{w}_3, \tilde{\psi}_3\}^T \quad (31)$$

여기서, 1, 2, 3은 절점의 노드번호를 의미한다. 최

종적으로 구한 변위는 다음과 같다.

$$\{U\}(s, w) = \{U\}(s) \cdot \{\sin(\xi y), \cos(\xi y), \sin(\xi y), \sin(\xi y)\}^T \quad (32)$$

2.3 방사소음을 위한 간접 경계요소법

방사소음 해석을 위한 간접 경계요소법의 식은 다음과 같다⁽⁸⁾.

$$p(x) = \int_{\partial\Omega} G(x, \xi) \varphi(\xi) d\partial\Omega + \int_{\Omega} G(x, z) \Psi(z) d\Omega \quad (33)$$

$$u(x) = -\frac{\partial p}{\partial n} = \int_{\partial\Omega} F(x, \xi) \varphi(\xi) d\partial\Omega + \int_{\Omega} F(x, z) \Psi(z) d\Omega \quad (34)$$

여기서, $\partial\Omega$ 는 경계면, $G(x, \xi)$ 는 Green's function, $F(x, \xi)$ 는 Green's function을 경계에 수직한 방향으로 미분한 값, x 는 관측하게 될 필드의 위치, ξ 는 가상소스의 위치, z 는 실제소스의 위치를 나타낸다.

Green's function은 해석하고자 하는 음장을 지배하는 경계요소법의 적용에 있어서 필수적이며 핵심적인 요소로써, 음장의 분석에 있어서 최우선으로 고려되어야 한다.

개방된 공간에서의 음장을 지배하는 Green's function은 x 와 ξ 사이의 거리를 이용하여 지수 함수 형태로 표현된다.

$$G(x, \xi) = \frac{1}{4\pi r} e^{-jkr} \quad (35)$$

$$F(x, \xi) = -\frac{\partial G}{\partial n} = \frac{(jkr + 1)}{4\pi r^3} e^{-jkr} r_i n_i \quad (36)$$

여기서, $r = |x - \xi|$ 를 의미한다.

구조진동 해석의 결과값인 복소 변위의 크기를 입력값으로 하여 해석을 수행하게 되는데, 변위의 성분중에서도 면외파(out-of-plane)성분이 방사소음 해석을 위한 주요변수이다. 면외파 변위를 경계요소법에서 사용하기 위해 시간조화함수를 가정하고 오일러 공식을 이용하여 다음과 같이 식으로 정리할 수 있다.

$$w = \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right) \cdot \left(\frac{1}{\rho \omega^2} \right) \quad (37)$$

여기서, ρ 는 구조물의 밀도, ω 는 해석주파수를 의미한다. 식(37)을 식(34)에 대입하고 외부의 소스가 존재하지 않기 때문에 이에 관한 항목을 삭제하면 식(38)을 얻을 수 있다.

$$-\rho \omega^2 \cdot w = \int_{\partial\Omega} \frac{(jkr + 1)}{4\pi r^3} e^{-jkr} r_i n_i \cdot \varphi(\xi) d\partial\Omega \quad (38)$$

경계면에서의 적분을 위해서 가우스 적분(Gauss quadrature)을 사용하고, 필드의 위치(x)와 가상소스의 위치(ξ)가 같아져서 $r=0$ 가 되는 부분에서의 특이값(singular value)을 방지하기 위해서 코시정식값(cauchy principle value)을 사용한다.

$$u(x_0) = \int_{\partial\Omega} F(x_0, \xi) \varphi(\xi) dS(\xi) = -\frac{1}{2} \varphi(x_0) + \int_{\partial\Omega-0} F(x_0, \xi) \varphi(\xi) dS(\xi) \quad (39)$$

여기서, x_0 는 특이점(singular point), $\partial\Omega-0$ 는 특이점을 제외한 경계면을 나타낸다. 이를 이용하여 가상소스를 구할 수 있고, 최종식(40)을 이끌어 낼 수 있다.

$$p(x) = \int_{\partial\Omega} \left(\frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \right) \cdot \varphi(\xi) d\partial\Omega \quad (40)$$

3. 결과 및 토의

3.1 구조진동 해석

해석하고자 하는 셸 모델은 다음과 같다. 원환의

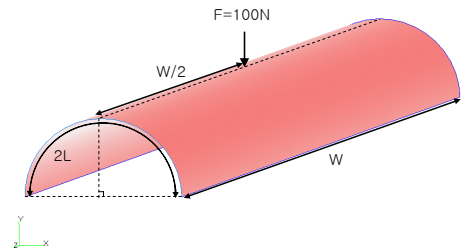


Fig. 3 Shell model

반경은 1 m, 원통방향 길이는 15 m이며 외력은 100 N으로 가정한다. 구조물의 경계조건으로는 $y=0$, W 인 경계에 단순지지의 경계조건을, $s=0$, $2L$ 의 경계는 자유경계조건을 준다.

Fig. 3 셸 모델의 자세한 물성치 정보는 Table 1 과 같다.

Fig. 3에서 확인할 수 있듯이, 원통형 셸 모델은 스펙트럴유한요소법 해석을 위해 수직으로 가진되는 외력 지점을 기준으로 하여 2개의 요소로 나뉘어 진다.

모델에 대한 해석은 굽힘 변위(w)와 가해진 외력의 비를 통해 구할 수 있는 주파수 응답함수로 도출된다. 스펙트럴유한요소법은 푸리에변환(FFT)을 통해 주파수영역에서 해석이 이루어지기 때문에 변위와 외력도 특정 주파수에서의 값을 의미한다.

$$FRF(s, \omega) = \log_{10} \left(\frac{w(s, \omega)}{F(\omega)} \right) \quad (41)$$

해석된 결과값의 신뢰성 검증을 위하여 유한요소법을 기반으로 하는 상용 프로그램인 NASTRAN과 비교하였다. Fig. 4는 NASTRAN해석을 위해 25920 개로 요소 분할한 모델이며, Fig. 3과 경계조건 및

Table 1 Material property of shell model

Property	Value
E	19.5·1010(N/m ²)
η	0.01
h	0.01(m)
ν	0.3
ρ	7700(kg/m ³)
L	$\pi/2$ (m)
W	15(m)

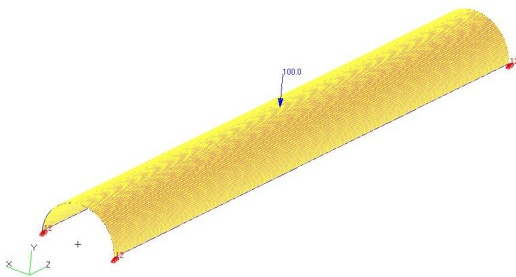


Fig. 4 FEM analysis of shell model with NASTRAN

외력은 같다. 그리고 이에 대한 해석 결과는 Fig. 5 와 같다.

주파수대역 5~300 Hz에서 스펙트럴유한요소법과 유한요소법이 일치된 결과를 보여주고 있다. 하지만 저주파수대역(5~100 Hz)과는 달리 이보다 높은 100 ~ 300 Hz 주파수대역에서 주파수 응답함수값이 다른 영역을 확인할 수 있다. 이것은 앞에서 언급한 대로

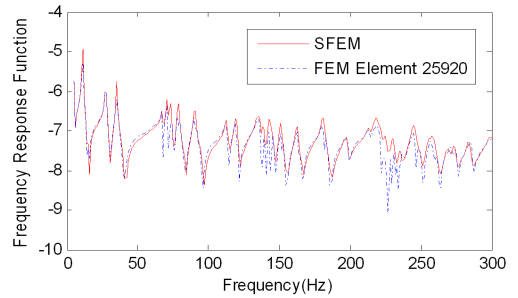


Fig. 5 Frequency response function of circular cylindrical shell

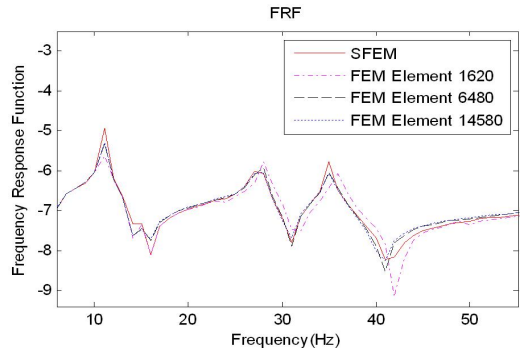


Fig. 6 Comparance of SFEM and FEM with different element number at 5~50 Hz

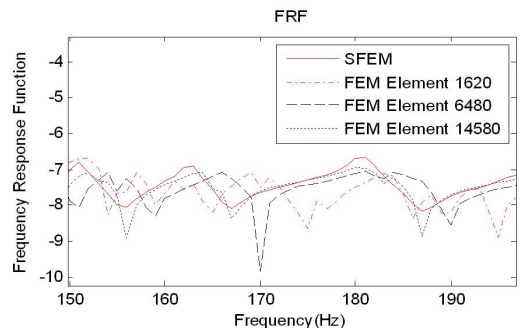


Fig. 7 Comparance of SFEM and FEM with different element number at 150~200 Hz

정적 형상함수를 사용하는 유한요소법의 한계로 볼 수 있다. 이를 확인해 보기 위하여 NASTRAN 모델을 1620, 6480, 14580개로 요소분할하고 해석결과를 스펙트럴유한요소법의 결과와 비교해 보았다.

저주파수대역(5~50 Hz)에서는 요소수에 관계없이 비교적 정확한 결과를 보여주고 있다. 하지만 30 Hz 이상의 영역에서는 요소수가 1620개인 FEM이 오차를 보이기 시작한다.

150~200 Hz 대역에서는 확연한 결과차이를 확인할 수 있다. 요소수가 1620, 6480개인 FEM 결과는 신뢰성 낮은 결과를 보여주며, 요소수가 14580개인 FEM 결과는 비교적 정확한 경향을 보이고 있다. Fig. 6과 Fig. 7의 결과로 부터 중고주파수대역에서 유한요소법 해석이 신뢰성 있는 값을 얻기 위해서는 충분한 요소분할이 필요함을 확인할 수 있다.

또한 요소분할에 따른 FEM 해석 시간과 SFEM의 해석시간을 비교해 보았다.

SFEM은 해석주파수가 100 Hz만 넘어도 매우 부정확한 결과를 보여주는 FEM 요소수 1620의 모델을 제외한 나머지 FEM 모델과 비교해 보았을 때 월등하게 적은 해석시간을 소모한다. 실제로 0~300 Hz에 있어서 SFEM과 비교 수행된 FEM 요소수 25920의 경우에는 SFEM의 23.1배의 해석시간을 가진다.

요소분할로 인한 해석시간의 증가를 수반하는 유한요소법에 비해 해석주파수 대역에 따른 요소분할이 필요 없는 스펙트럴유한요소법은 해석시간의 단축이라는 장점을 확인할 수 있다.

마지막으로 스펙트럴유한요소법의 결과 검증을 바탕으로 중고주파수대역(300 Hz~1000 Hz)을 해석,

주파수 응답함수를 Fig. 8과 같이 구해 보았다.

해석하고자 하는 주파수대역에서 요소 수의 변화 없이 빠르고 신뢰할 만한 결과값을 얻을 수 있다.

3.2 방사소음 해석

방사소음 해석은 경계면과 수직한 면외파(out-of-plane) 변위를 이용하여 이루어지고 이러한 면외파 변위는 스펙트럴유한요소법을 적용한 구조진동 해석으로 도출된다. 따라서 구조진동에서 사용된 Fig. 3의 셸 모델과 같은 동일한 셸 모델에 대하여 Fig. 9와 같이 계측점(field point)을 2차원의 평면에 대하여 설정하고 해석을 수행한다. 필드장은 세로(x-dir) 2 m, 가로(y-dir) 15 m로 원통형 셸의 바닥을 기준으로 하여 5 m 높이에 설정되어 있다.

경계요소법을 이용한 방사소음 해석 결과의 검증 및 비교를 위해 유한요소법을 기반으로 하는 상용틀인 NASTRAN을 이용하여 구조진동을 수행한 후 그 결과를 이용하여 경계요소법을 기반으로 하는

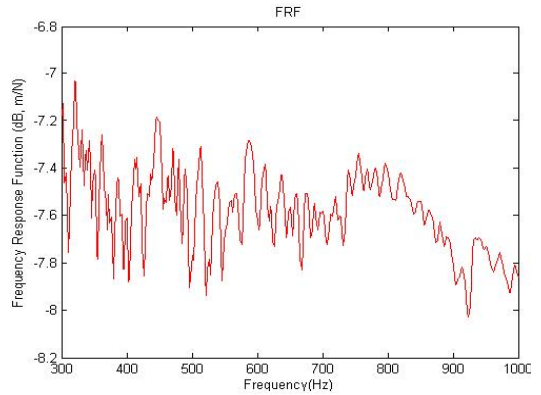


Fig. 8 FRF for mid- and High- frequency range

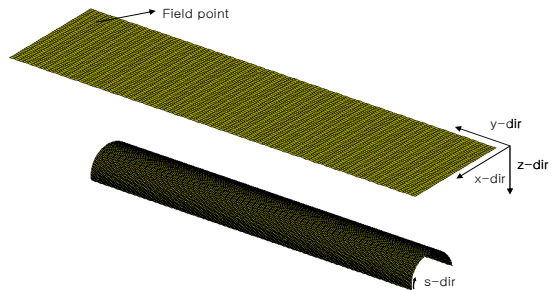


Fig. 9 Shell model and field points for radiated noise levels

Table 2 Operation time for SFEM and FEM

	Operation time(sec)	Operation time / Operation time for SFEM
SFEM (No. of element : 2)	373	1
FEM (No. of element : 1620)	214	0.6
FEM (No. of element : 6480)	1312	3.5
FEM (No. of element : 14580)	4117	11.0
FEM (No. of element : 25920)	8635	23.1

상용 툴인 SYSNOISE로 방사소음 해석을 수행하였으며, 해석을 위한 모델과 필드장의 설정은 Fig. 9와 동일하다.

그리고 원통형 쉘모델 및 필드장에 대한 정보는 Table 3과 같다.

SYSNOISE 해석을 위한 입력값 계산에서 FEM 요소수 1620의 모델을 사용하였으며 경계요소법을 이용한 해석에서도 스펙트럴유한요소법을 이용하여 FEM과 같은 1620개의 경계요소 지점에서의 값을

Table 3 Model and field points property

Cylindrical shell model	
Radius	1(m)
S-direction length	3.14(m)
Y-direction length	15(m)
Field	
Points[41(X-dir)×96(Y-dir)]	3936
Transverse length(X-dir)	2(m)
Longitudinal length(Y-dir)	15(m)
Height(Z-dir)	5(m)

사용한다. 이에 따라 두 가지 비교해석에서 서로 다른 요소는 입력 값뿐이다. SYSNOISE도 경계요소법을 기반으로 하고 있기 때문에 두 가지 방사소음 해석에서 사용된 방법의 기본적인 특성은 같다.

해석주파수의 선정에 있어서, 중고주파 대역에서는 FEM 해석의 결과값의 신뢰구간을 벗어나기 때문에 적절하지 않다. 따라서 해석은 저주파수 대역에서 이루어지지만, 매우 낮은 저주파 영역에서는 면내파 성분이 크게 작용하게 되는 멤브레인 효과(Membrane effect)가 크기 때문에 오차를 유발하므로 제외한다. 이에 50 Hz와 90 Hz를 해석주파수로 선정하였다.

해석주파수 50 Hz에서의 방사소음 해석결과는 Fig. 10과 같다.

마찬가지로 해석주파수 90 Hz에서의 방사소음 해석 결과는 Fig. 11과 같다.

결과값의 비교를 수치적으로 쉽게 표현하기 위해 필드장의 세로방향(X-dir)의 중점(X=0)을 기준으로 하여 가로방향(Y-dir)으로 0 m에서 15 m까지의 중심선을 따라 결과값의 그래프를 도출해 보았다. 50 Hz, 100 Hz에서의 중심선 비교 결과는 각각 Fig. 12,

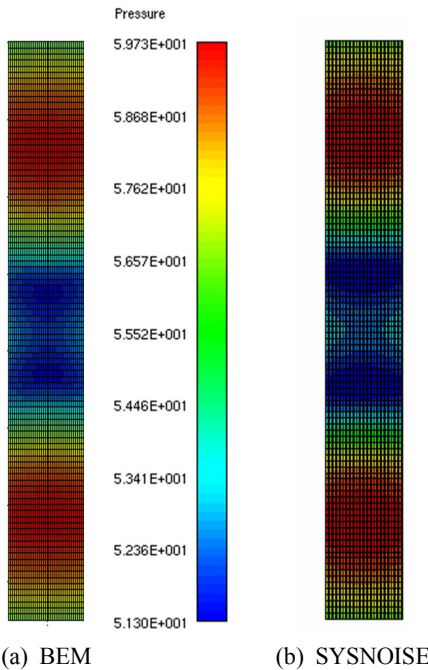


Fig. 10 Radiated noise level(dB) at 50 Hz : (a) Matlab coding using indirect BEM, (b) SYSNOISE software

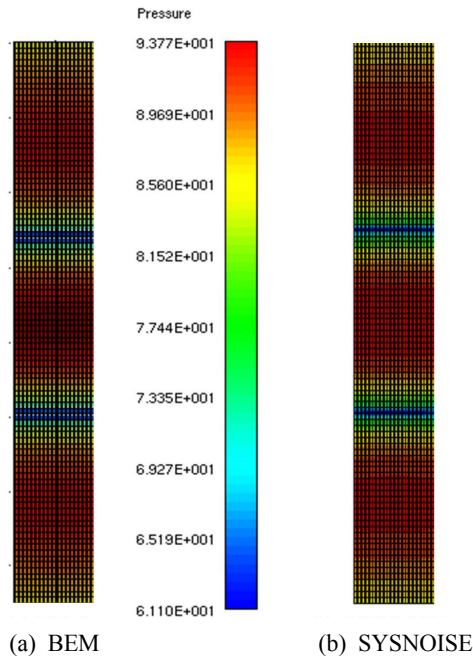


Fig. 11 Radiated noise level(dB) at 90 Hz : (a) Matlab coding using indirect BEM, (b) SYSNOISE software

Fig. 13에서 확인할 수 있다.

50 Hz, 90 Hz의 해석에서 SYSNOISE와 경계요소법을 이용한 코딩의 결과가 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 이로써 방사 소음 해석 결과의 신뢰성을 검증할 수 있다.

이러한 신뢰성 검증을 바탕으로 하여 경계요소법의

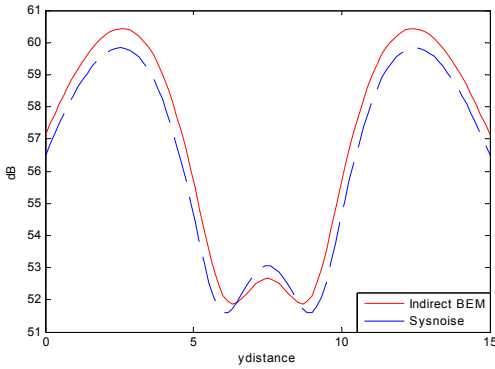


Fig. 12 Centerline comparison at 50 Hz

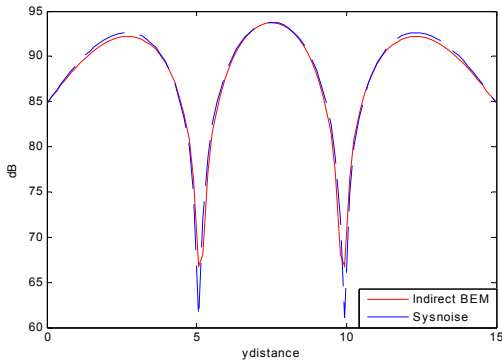


Fig. 13 Centerline comparison at 90 Hz

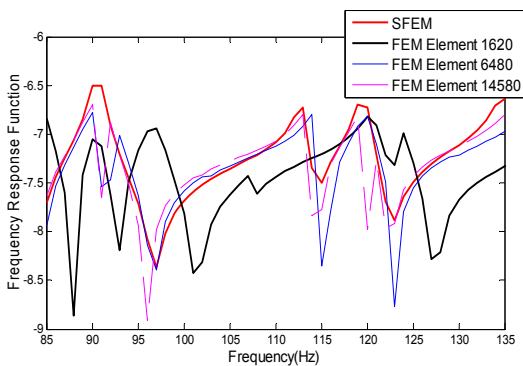
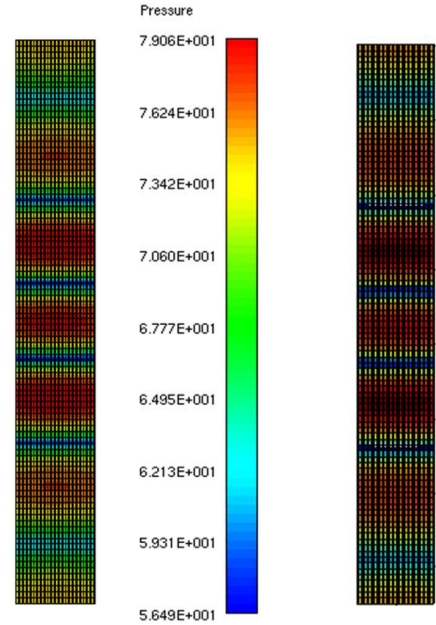


Fig. 14 FRF at frequency range 85 ~ 135 Hz

신뢰가능 주파수 영역 안의 해석주파수에서 FEM의 결과를 이용한 SYSNOISE 해석과 SFEM의 결과를 이용한 경계요소법해석이 정확한 값을 주고 있는지 확인해 보았다. Fig. 14에서 확인할 수 있듯이, 127 Hz에서는 FEM 요소 수 1620의 경우 매우 부정확한 결과값을 주고 있으며 그 이상의 요소 수를 가진 FEM 모델의 경우는 SFEM과 유사한 정확한 값을 주고 있음을 알 수 있다.



(a) BEM

(b) SYSNOISE

Fig. 15 Radiated noise level (dB) at 127 Hz : (a) Matlab coding using indirect BEM, (b) SYSNOISE software

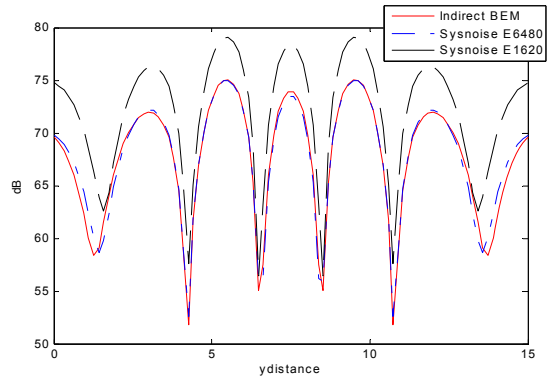


Fig. 16 Centerline comparison at 127 Hz

Fig. 15의 해석 결과를 보면 결과값의 경향이 유사하여 정확한 값의 차이를 확인해 보기 어렵다. 따라서 중심선에서의 결과 비교를 통하여 결과값의 정확성을 판단할 수 있다.

결과로부터 SFEM과 FEM 6480의 경우와 같이 정확한 입력값이 주어진 해석에서는 방사소음 해석 결과가 잘 일치하는 반면, 요소수 1620의 FEM 모델처럼 입력값에 오차가 포함되어 있는 경우에는 신뢰가능 주파수내에서의 해석이라 할지라도 부정확한 결과를 도출한다는 것을 알 수 있다.

결론적으로, 요소수에 관계없이 중고주파수 대역에서 정확한 값을 도출해 낼 수 있는 스펙트럴유한요소법을 이용한 방사소음 해석은 FEM을 이용하는 경우보다 해석 정확도를 향상시킬 수 있다는 것을 확인할 수 있다.

4. 결 론

이 논문에서는 스펙트럴유한요소법을 이용하여 원통형 셸의 진동응답해석을 수행하였다. 해석 결과 얻은 주파수 응답함수의 신뢰성을 검증하였으며, 중고주파수대역에서 정확하고 빠르게 해석이 가능한 스펙트럴유한요소법의 장점을 확인할 수 있었다.

또한 원통형 셸의 진동해석 결과를 입력값으로 하여 경계요소법을 이용하여 방사소음을 해석하는, 구조진동과 방사소음을 한번에 해석할 수 있는 절차를 확립하였다. 해석 결과는 상용툴인 SYSNOISE를 이용하여 검증하였으며, FEM의 구조진동 해석 결과를 입력값으로 하여 해석을 수행하는 것에 비해 방사소음 해석의 정확도가 향상되었음을 확인하였다.

참 고 문 헌

- (1) Leissa, A. W., 1993, "Vibration of shells," Acoustical Society of America.
- (2) Doyle, J. F., 1997, "Wave Propagation in Structures," Springer-VerlagNewYork.
- (3) Timoshenko, S. P., 1959, "Theory of Plates and Shells," Mcgrow-Hill, Inc.
- (4) Lee, U. S., 2004, "Spectral Element Method in Structural Dynamics," Inha University Press.
- (5) Wang, C., Lai, J. C. S., 1999, "Prediction of Natural Frequencies of Finite Length Circular Cylindrical Shells," Applied Acoustics 59 (2000) pp. 385~400.
- (6) Zhang, X. M., Liu, G. R. and Lam, K. Y., 2001, "Vibration Analysis of Thin Cylindrical Shells Using Wave Propagation Approach," Journal of Sound and Vibration, Vol. 239, No. 3, pp. 397~403.
- (7) Lee, S. J., Song, J. H. and Hong, S. Y., 2009, "Applications of Spectral Finite Element Method for Vibration Analysis of Sandwich Plate with Viscoelastic Core," Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 46, No. 2, pp. 155~164.
- (8) Brebbia, C. A., 1978, "The Boundary Element Method for Engineers," New York, Wiley.
- (9) Beskos, D. E., 1987, "Boundary Element Methods in Mechanics," NorthHolland.