

# 가진입력의 크기에 따른 동조액체기둥감쇠기의 비선형 특성

## Nonlinear Characteristic of a Tuned Liquid Column Damper under Various Excitation Amplitude

이 성 경\*. 이 혜 리\*\*. 민 경 원†

Sung-Kyung Lee, Hye-Ri Lee and Kyung-Won Min

(2009년 7월 29일 접수 ; 2009년 10월 22일 심사완료)

**Key Words :** Tuned Liquid Column Damper(동조액체기둥감쇠기), Excitation Amplitude(가진크기), Equivalent TMD Model(등가 TMD모델), Shaking Table Test(진동대실험), Mass Ratio(질량비), Damping Ratio(감쇠비)

### ABSTRACT

The objective of this study is to investigate design parameters of a tuned liquid column damper(TLCD), which is affected by various excitation amplitude, through shaking table test. Design parameters of a TLCD are examined based on the equivalent tuned mass damper(TMD) model of a TLCD, in which the nonlinear damping of a TLCD is transposed to equivalent viscous damping. Shaking table test is carried out for a TLCD specimen subjected to harmonic waves with various amplitude. Transfer functions are ratios of liquid displacement of TLCD and control force produced by a TLCD, respectively, with respect to the acceleration excited by a shaking table. They are derived based on the equivalent TMD model of a TLCD. Then, the variation of design parameters according to the excitation amplitude is examined by comparing analytical transfer functions with experimental ones. Finally, the dissipation energy due to the damping of a TLCD, which is experimentally observed from the shaking table test, is examined according to the excitation amplitude. Comparisons between test results and analytical transfer functions showed that natural frequencies of TLCD and the ratio of the liquid mass in a horizontal column to the total liquid mass do not depend on the excitation amplitude, while the damping ratio of a TLCD increases with larger excitation amplitude.

### 1. 서 론

최근 건설되는 건물이 고층화 되고 거주자들의 웰빙요구가 다양해 짐에 따라 풍하중에 대한 사용성 확보가 중요시 되고 있다. 이러한 고층건물의 사용성을 증진시키는 방안으로 동조액체감쇠기(이하 이 논문에서는 TLD라 함.) 또는 동조액체기둥감쇠

기(이하 이 논문에서는 TLCD라 함.)를 상층부에 설치하여 건물의 감쇠를 인위적으로 증가시키는 방법이 사용되기도 한다. TLD는 직사각형 수조내부의 물의 출렁임 주기(liquid sloshing period)를 구조물의 주기에 동조시켜서 동적응답을 저감시키는 장치이다<sup>(1)</sup>. TLD의 특징 중 하나는 수조 내부의 액체의 운동으로 인하여 비선형 거동이 크게 나타난다는 것이다. 이러한 비선형성은 진동수영역에서의 수위의 피크가 고유진동수를 넘어선 지점에서 갑자기 감소하는 “jump frequency” 현상 그리고 실험적인 고유진동수가 이론적인 값보다 과대평가되는 “hardening” 현상을 의미한다<sup>(1-3)</sup>. 특히, Reed 등은

† 교신저자; 정희원, 단국대학교 건축공학과  
E-mail : kwmin@dankook.ac.kr  
Tel : (031)8005-3734, Fax : (031)8005-3755  
\* 정희원, 단국대학교 건축공학과  
\*\* 단국대학교 건축공학과

직사각형 TLD에 대한 진동대 실험을 수행하여 가진진폭의 크기가 일정한도를 초과할 경우 이러한 현상들이 더욱 심화되는 것을 확인하였다<sup>(2)</sup>. 또한, 그는 가진진폭이 큰 외력에 대해서 TLD에 의한 에너지 소산이 구조물의 진동수만이 아닌 더 넓은 진동수 영역에서 유효하게 작용한다는 것을 보였다. 즉, 가진진폭의 크기가 커질수록 TLD는 “robust” 에너지소산 장치로 작용한다. 이후 현재까지 TLD의 비선형 거동에 대한 다수의 해석적 및 실험적인 연구가 수행되어 왔다<sup>(4-6)</sup>. 국내의 경우, 이상현 등은 백색잡음의 가진크기에 따른 TLD의 비선형성을 평가하여 감쇠비, 고유진동수 그리고 출력입에 참여하는 유효질량에 대한 경험식을 제안하였다<sup>(7)</sup>.

Sakai 등에 의해 제안된 TLCDD는 수평과 수직기둥부분이 결합한 U자형의 수조로 구성된다<sup>(8)</sup>. 비선형성이 강하게 나타나는 직사각형 동조액체감쇠기(rectangular TLD) 중앙부의 액체의 슬로싱에 참여하지 않는 부분을 제거하여 수조내부 액체의 왕복운동을 원활히 하기 위한 것이다. 건물이 횡방향으로 진동할 경우, 수조내부의 액체는 U자형의 수조를 따라서 왕복운동을 한다. TLCDD는 이러한 수조내부 액체의 왕복운동 주기를 건물의 기본주기에 동조시켜 진동을 저감시키는 감쇠기이다. 최근에는 One Wall Centre(캐나다, 밴쿠버) 및 Random House(미국, 뉴욕) 등에 TLCDD가 설치되었으며, 국내에서는 송도 더샵퍼스트월드 아파트에 TLCDD가 적용되어 풍응답을 감소시키기 위한 목적으로 사용되고 있다. TLCDD의 비선형성 연구로서, 유기표 등은 가진진폭에 따른 TLCDD의 비선형성을 평가하여 가진진폭이 커질수록 수두손실계수가 감소하는 것을 실험적으로 확인하였다<sup>(9)</sup>. 민경원 등은 동일한 TLCDD 실험체에 대해서 수위변화에 따른 수두손실계수 및 유효질량비의 변화량을 정량적으로 평가하였다<sup>(10)</sup>. 하지만, 이러한 결과는 동일한 가진크기에 대한 실험을 수행한 것으로 가진진폭의 크기는 고려하지 않았다.

이 연구에서는 가진진폭의 크기에 따른 TLCDD의 동적거동에 영향을 미치는 파라미터를 진동대 실험을 통하여 조사하는 것을 목적으로 한다. 논문의 구성으로서 2장에서는 TLCDD의 비선형감쇠항을 등가점성감쇠로 치환한 등가선형 TLCDD모형을 이용하여 설계파라미터를 조사하였다. 3장에서는 특정한 TLCDD

실험체에 대해서 가진진폭의 크기의 변화에 따른 진동대 실험을 수행하였다. 4장에서는 등가선형 TLCDD 모델에 기반하여 진동대 가진가속도를 입력으로 하고 TLCDD 수조내부 액체의 변위 및 TLCDD에 의한 제어력을 출력으로 하는 전달함수를 유도하였다. 다음으로 이들을 실험결과와 비교하여 가진진폭의 크기에 따른 TLCDD의 설계파라미터의 변화를 조사하였다. 마지막으로, TLCDD 자체의 감쇠에 의한 소산에너지의 실험적으로 파악하고 가진진폭의 크기에 따른 이들의 변화를 검토하였다.

## 2. 동조액체기둥 감쇠기의 해석모델

이 연구의 목적은 가진입력의 크기에 따른 TLCDD의 진동특성 분석이기 때문에, Fig. 1과 같이 횡방향 가진되는 TLCDD만을 대상으로 한다. TLCDD가 횡방향으로 가진되는 경우 수조내부액체의 동적운동에 의한 에너지 변분원리를 적용하면, TLCDD 수조 내부의 액체의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다<sup>(8)</sup>.

$$\rho AL\ddot{d}(t) + \frac{1}{2}\rho A\eta\left|\dot{d}(t)\right|\dot{d}(t) + 2\rho Agd(t) = -\rho AL_h\ddot{x}(t) \quad (1)$$

여기서,

- $d(t)$  : 수조내부 액체의 변위[m]
- $\ddot{x}(t)$  : 횡방향 가진가속도[m/s<sup>2</sup>]
- $\rho$  : 수조내부 액체의 밀도[kg/m<sup>3</sup>]
- $\eta$  : 수두손실계수[무차원]
- $g$  : 중력가속도[=9.8 m/s<sup>2</sup>]
- $A$  : 수평 및 수직기둥 부분의 수조단면적[m<sup>2</sup>]
- $L_h$  : 수평기둥 부분의 액체길이[m]
- $L_v$  : 수직기둥 부분의 액체길이[m]
- $L$  : 수조내부 액체의 전체길이[=L<sub>h</sub>+2L<sub>v</sub>]
- $H$  : 평형상태에서의 액체의 수위[m]

수조내부 액체의 왕복운동에 대한 고유진동수는 다음과 같다.

$$\omega_d = \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad [\text{rad/s}] \quad (2)$$

식 (2)와 같이 TLCD는 주어진 수평길이에 대해서 액체의 수위를 조절하여 구조물의 고유진동수에 동조시키기 때문에, 주 구조물과의 동조가 용이하다는 장점이 있다.

식 (1) 좌변의 두 번째 항과 같이, TLCD의 감쇠항은 비선형으로 나타나게 된다. 비선형 감쇠항은 주로 수평기동부분에서의 액체와 수평관 사이의 마찰에 의해서 발생하는 것으로서, 수평기동부분에 위치한 오리피스스의 개구율을 조절함으로써 수두손실계수 변화에 의한 TLCD의 감쇠를 증가시키기도 한다.

현재까지 TLCD의 비선형 감쇠항의 등가점성감쇠에 관한 여러 연구가 수행되어 왔다. TLCD의 등가점성감쇠는 비선형 감쇠에 의한 감쇠력과 등가점성감쇠에 의한 감쇠력과의 오차제곱을 최소화시키는 조건에 의해 구할 수 있다<sup>(11~13)</sup>. TLCD가 가우시안 확률분포를 갖는 외력에 의해 가진될 때, 등가점성감쇠계수는 다음 식과 같이 표현된다<sup>(14~16)</sup>.

$$c_d = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \rho A \eta \sigma_{\dot{a}(t)} \quad [\text{N} \cdot \text{s/m}] \quad (3)$$

여기서,  $\sigma_{\dot{a}(t)}$ 는 액체의 속도응답에 대한 표준편차이다. 한편, TLCD가 조화하중에 의해 가진되어 수조내

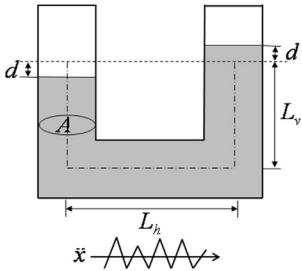


Fig. 1 TLCD subjected to input acceleration

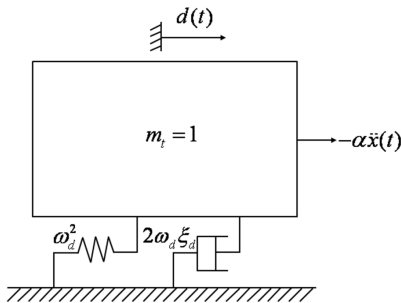


Fig. 2 Equivalent TMD model of a TLCD

부 액체의 수위가  $d(t) = \kappa \sin \omega t$  라고 할 경우, 등가점성감쇠계수는 다음과 같다<sup>(17,18)</sup>.

$$c_d = \frac{4}{3\pi} \rho A \eta \kappa \omega \quad [\text{N} \cdot \text{s/m}] \quad (4)$$

여기서,

$\kappa$ : 진동수  $\omega$ 인 조화운동에 의해 가진되는 TLCD 수조 내부의 액체의 최대변위[m]

위와 같은 등가점성감쇠계수와 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$m_t \ddot{d}(t) + c_d \dot{d}(t) + m_t \omega_d^2 d(t) = -m_h \ddot{x}(t) \quad (5)$$

여기서,

$m_t$ : 수조내부 액체의 총질량[ $= \rho A L$ ]

$m_h$ : 수평기동부분의 액체질량[ $= \rho A L_h$ ]

식 (5)의 등가점성감쇠계수  $c_d$ 에  $2m_t \omega_d \xi_d$ 를 대입한 후, 양변을  $m_t$ 로 나누면 다음과 같다.

$$\ddot{d}(t) + 2\omega_d \xi_d \dot{d}(t) + \omega_d^2 d(t) = -\alpha \ddot{x}(t) \quad (6)$$

여기서,

$\xi_d$ : TLCD의 감쇠비

$\alpha$ : 액체의 총질량에 대한 수평기동부분의 액체 질량비[ $= m_h/m_t$ ]

식 (6)과 같이 횡방향 가진되는 TLCD의 진동특성은 고유진동수  $\omega_d$ , 감쇠비  $\xi_d$  그리고 질량비  $\alpha$ 에 의해 좌우되는 것을 알 수 있다. 또한, 식 (6)의 우변과 같이 액체의 전체질량에 대한 수평기동부분의 질량비에 의한 관성력이 TLCD의 동적거동에 영향을 미치는 외력으로 작용하는 것을 알 수 있다. Fig. 2는 TLCD의 등가 TMD모형을 나타낸다. TLCD는 항상 1보다 작은  $\alpha$ 의 질량으로 인한 외력이 작용한다는 점에서 전체질량이 외력에 참여를 하는 TMD와 다르다는 것을 확인할 수 있다.

### 3. 진동대 실험

#### 3.1 TLCD 실험체

이 연구에서는 가진 입력크기에 따른 TLCD의

진동특성을 분석하기 위하여 수직기둥의 폭과 수평기둥의 폭이 동일한 동조 액체 기둥형 감쇠기 실험체를 제작하였다. 제작된 TLCD의 형상은 Fig. 3과 같다.

Table 1과 Table 2는 실험체의 치수 및 수조내부의 액체의 질량과 수평기둥 부분의 액체의 질량을 나타내었다.  $\omega_d$ 는 식 (2)에 의해 정해지며 고유진동수는 1.23 Hz이다. Table 2에 나타난 액체의 질량  $m_t$ 와  $m_h$ 는 Table 1에 나타난 치수들과 액체의 밀도  $\rho=1000 \text{ kg}$ 을 이용하여 계산한 값들이다.

**3.2 실험 시스템**

TLCD의 진동특성은 진동대 가진 실험을 통해 입력에 대한 출력의 비인 전달함수를 구하여 파악하였다. Fig. 4와 같이 TLCD수조를 투명아크릴로 제작하였다. TLCD실험체를 로드셀에 고정하기 위하여 지그를 설치하였으며, 진동대 테이블과 지그 사이에 전단형 로드셀을 설치하여 TLCD실험체가 왕복운동할 때의 밀면전단력을 측정하였다. 진동대 위에 설치된 가속도계를 이용하여 진동대 테이블의 입력가속도를 측정하고, 수조 내부에 설치된 파고계에 의해 액체의 동적변위가 측정된다.

Fig. 5는 진동대 실험시스템을 나타낸다. 데이터 수집과 디지털 제어는 실시간 디지털 신호처리기(DSP)를 통해 수행되었다. 아날로그-디지털(A/D)

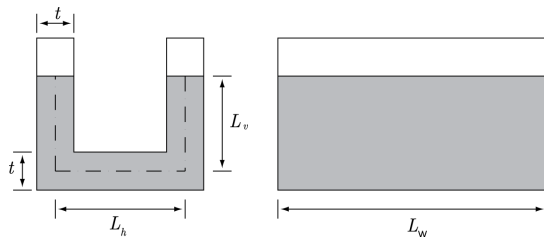


Fig. 3 Shape of TLCD specimen

Table 1 Dimensions of TLCD specimen

$t$	$L_h$	$L_v$	$L_w$
45 mm	145 mm	91.5 mm	460 mm

Table 2 Specifications of TLCD specimen

$m_t$	$m_h$	$\omega_d$
6.8 kg	3.0 kg	7.73 rad/sec

변환에 의해 진동대의 가속도, 로드셀의 밀면전단력 그리고, 수위계의 수위가 측정된다. 또한, 디지털-아날로그(D/A)변환에 통해 화이트 노이즈 및 조화운동과 같은 명령신호가 출력이 되어 진동대가 구동된다. 데이터 취득은 25 Hz 저주파수를 통과 필터를 통한 AD/DA 보드인 NI PCI-6025E로 수집되는 시스템이다. 모든 계측 및 가진은 Matlab Simulink의 Real-Time Windows Target으로 수행되었다<sup>(19)</sup>.

**3.3 조화하중 실험**

TLCD의 가진 입력크기에 따른 진동특성을 파악

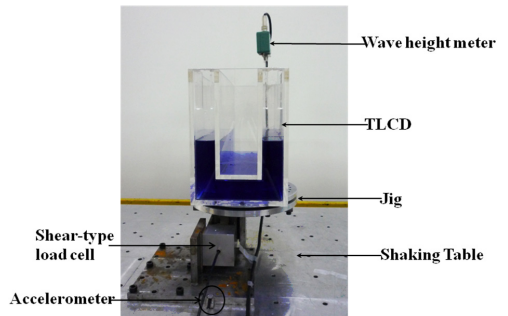


Fig. 4 Experimental set-up

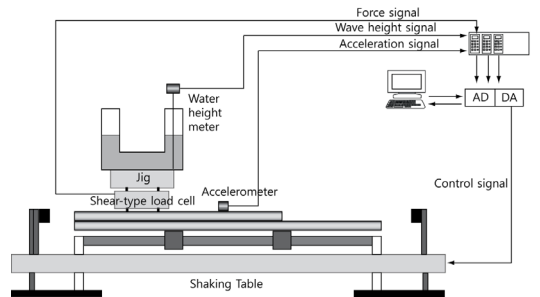


Fig. 5 Outline of shaking table test

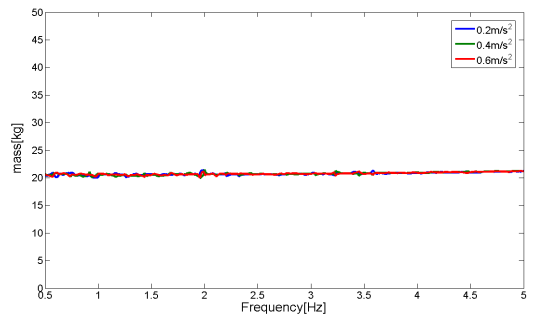


Fig. 6 Static mass for various input acceleration

하기 위해서 진동대 가속도를  $0.2 \text{ m/s}^2$ ,  $0.4 \text{ m/s}^2$  및  $0.6 \text{ m/s}^2$ 로 변화시켜 실험을 수행하였다. 각 진동대 가속도마다 진동수를 변화시켜 조화하중 실험을 수행하여야 하는데 시간이 많이 소요된다. 따라서, 백색잡음 실험을 통해 TLCD의 동적특성이 탁월한 진동수 영역을 선별하여 조화하중 실험을 실시하였다. 각 진동대 가속도 마다  $0.7 \sim 1.7 \text{ Hz}$  영역에서 실험을 하였다. 공진이 포함되어 있는  $1.0 \sim 1.4 \text{ Hz}$ 에서는  $0.05 \text{ Hz}$  간격으로 그외 영역에서는  $0.1 \text{ Hz}$  간격으로 진동수를 변화시켜 가면서 조화하중 실험을 하였다.

조화하중 가진 실험을 통해 동적특성을 파악하기 위해서는 대상 실험체의 정상상태응답에서 파악해야 한다. 각 진동수에 대해 100초간 충분한 시간으로 가진하였다. 측정된 데이터 처리를 정상상태응답만을 대상으로 해야 양질의 동적특성을 구할 수 있기 때문에, 전체 100초 동안 데이터 중에서 후반부 60초 동안에 측정된 시간영역 데이터를 이용하여 TLCD의 동적특성을 구하였다.

Fig. 4 및 Fig. 5와 같이, 수조내부 액체의 왕복운동에 의해 발생하는 힘 이외에 로드셀 상부의 지그와 TLCD수조자체의 중량에 의한 관성력이 로드셀로부터 계측된다. 즉, 수조내부 액체의 동적거동에 의해 발생하는 제어력 이외에 추가적으로 수조자체의 질량과 로드셀 지그의 질량의 합과 같은 정적질량에 의한 관성력이 계측된다. Fig. 6은 수조 자체만을 로드셀 상부에 고정하여 측정한 힘을 진동대에서 측정한 가속도로 나누어서 계측한 정적질량을 나타낸다. 진동대 가진입력의 크기 및 진동수의 변화와 상관없이 일정하게 계측되는 것을 알 수 있다.

#### 4. 전달함수 분석

이 연구에서는 실험결과들을 분석하기 위해서 진동대 가진가속도, 수조내부 액체의 변위 그리고 로드셀로부터 계측한 힘들 사이의 전달함수를 이용하였다. 이들 사이의 전달함수를 분석하기 위해서 다음과 같은 무차원화된 가진진동수비를 도입하였다.

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_d} \quad (7)$$

여기서,

- $\omega$  : 진동대에 의한 가진진동수
- $\omega_d$  : 식 (2)로부터 계산된 TLCD의 고유진동수
- $\gamma$  : 가진진동수 비

#### 4.1 수위 전달함수

식 (6)을 푸리에 변환하여 진동대 가진가속도를 입력으로 하고 액체의 변위를 출력으로 하는 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{D(i\omega)}{\ddot{X}(i\omega)} = \frac{\alpha}{(\omega^2 - \omega_d^2) - 2\xi_d \omega_d i} \quad (8)$$

여기서,

- $i$  : 허수상수
- $D(i\omega)$  : 액체의 변위  $d(t)$ 의 푸리에 변환
- $\ddot{X}(i\omega)$  : 진동대 가진가속도  $\ddot{x}(t)$ 의 푸리에 변환

식 (8)과 같은 전달함수를 무차원으로 표현하기 위해서 양변의 분모를 TLCD의 고유진동수  $\omega_d^2$ 으로 나눈 후, 식 (7)과 같은 가진진동수 비  $\gamma$ 를 도입하면 다음과 같다.

$$H_1(\gamma) = \frac{D(i\omega)}{\ddot{X}(i\omega)/\omega_d^2} = \frac{\alpha}{(\gamma^2 - 1) - 2\xi_d \gamma i} \quad (9)$$

여기서,  $H_1(\gamma)$ 는 가진가속도에 대한 액체의 변위사이의 무차원화된 전달함수이고,  $\ddot{X}(i\omega)/\omega_d^2$ 는 TLCD의 최대변위를 발생시키는 공진시 진동대의 가진변위이다.

식 (9)의 분모에 나타나는 복소수의 켈레복소수를 분모와 분자에 각각 곱하여 이를 전달함수의 크기와 위상으로 표현하면 다음과 같다.

$$H_1(\gamma) = A_1 \exp(i\theta_1) \quad (10)$$

여기서,  $A_1$ 과  $\theta_1$ 은 각각 가진가속도와 액체의 변위사이의 무차원화된 전달함수의 크기와 위상을 나타내며 다음과 같이 표현된다.

$$A_1 = \frac{\alpha}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2 + (2\xi_d \gamma)^2}} \quad (11)$$

$$\tan \theta_1 = \frac{2\xi_d \gamma}{\gamma^2 - 1} \quad (12)$$

유도된 전달함수의 특성을 조사하기 위해서 극한값 및 공진에서의 전달함수 크기를 조사하였다. 식 (11)의 저주파 극한, 고주파 극한 및 공진에서의 전달함수는 각각 다음과 같다.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} A_1 = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \left[ \frac{\alpha}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2 + (2\xi_d \gamma)^2}} \right] = \alpha \quad (13)$$

$$\lim_{\gamma \rightarrow 1} A_1 = \lim_{\gamma \rightarrow 1} \left[ \frac{\alpha}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2 + (2\xi_d \gamma)^2}} \right] = \frac{\alpha}{2\xi_d} \quad (14)$$

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} A_1 = \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \left[ \frac{\alpha}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2 + (2\xi_d \gamma)^2}} \right] = 0 \quad (15)$$

Fig. 7은 가진입력의 크기에 따른 액체의 수위전달함수를 보여준다. 측정된 고유진동수는 가진입력의 크기와 상관없이 일정하며, 이론값 보다는 5% 정도 크게 측정되었지만 공학적인 측면에서 만족할만한 수준으로 판단된다. 식 (2)와 같은 이론적인 TLCD의 고유진동수는 수평기동과 수직기동이 교차하는 부분이 곡선으로 꺾이는 U자형의 TLCD를 대상으로 하여 유도된 식인 반면, 이 연구에 사용된 TLCD는 수평과 수직기동 부분이 90도의 각도로 교차하여 이 부분에서의 액체의 교란으로 인해 실험적인 고유진동수가 다소 과대평가된다고 판단된다.

서론에서 기술한 바와 같이, TLD의 비선형성으로서 가진크기의 증가에 따른 ‘jump frequency’와 ‘hardening’의 심화현상은 Fig. 7에서 관찰되지 않는다.

가력진동수가 작을수록 전달함수크기는 1이하의 값으로 수렴해가는 것을 알 수 있다. 이것은 저진동수의 극한값인 식 (13)과 같이 액체의 전체질량에 대한 수평기동부분의 액체의 질량비인  $\alpha$ 값에 근접하는 것과 일치한다. 이 연구에서 사용한 TLCD 실험체의  $\alpha$ 값은 Table 2의 값을 이용하여 0.44로 산정되었다. 민경원 등의 연구에서는 일정한 크기의 가진에 대해서 수조의 수위의 변화에 따라서 질량

비인  $\alpha$ 도 변화한다는 것을 확인하였다<sup>(10)</sup>. 그러나, Fig. 7과 같이 저진동수에서 가진입력의 크기에 관계없이 모든 전달함수는 한 점으로 수렴한다는 것으로부터, 질량비  $\alpha$ 는 가진크기와는 무관하다는 것을 알 수 있다.

공진진동수에서는 가진입력이 커짐에 따라서 전달함수는 낮아지는 것을 알 수 있다. 식 (14)와 같이 공진진동수에서 전달함수의 크기는 질량비에 비례하고 감쇠비에 반비례한다. 이러한 사실로부터 질량비는 가진입력의 크기와는 상관없이 일정하기 때문에, 가진입력이 커짐에 따라서 감쇠비는 증가하는 것을 알 수 있다.

Table 3은 공진에서의 전달함수 크기를 구하여, 이 결과를 식 (14)에 대입하여 계산한 TLCD의 감쇠비로, 가진크기의 변화에 따라 5~8% 사이의 감쇠비가 측정되었다.

Fig. 8은 수위전달함수에 대한 위상각의 변화를 나타낸다. 공진부근에서 위상각은 가진입력의 크기에 상관없이 모두 90도 근처에서 교차하는 것을 알 수 있다. 이것은 위상각을 나타내는 식 (12)와 같이 공진에서 위상각의 탄젠트 값이 무한대가 되는 것과 일치한다. 또한, 전달함수의 위상정보로부터 가

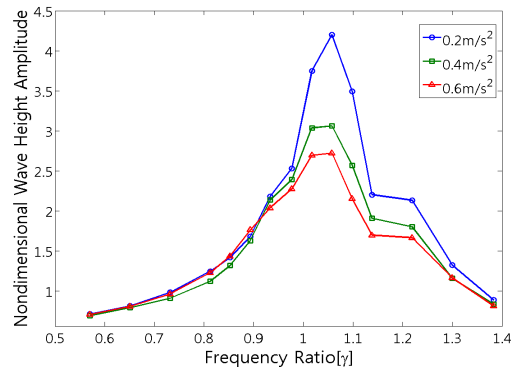


Fig. 7 Transfer functions from shaking table acceleration to liquid displacement, varying with excitation amplitude

Table 3 Damping ratio

Excitation amplitude	Amplitude of transfer function	$\xi_d$ (%)
0.2	4.20	5.2
0.4	3.06	7.2
0.6	2.72	8.1

진입력의 크기에 상관없이 공진진동수는 변화없이 모두 동일하다는 것을 확인할 수 있다.

가진입력이 커짐에 따라서 공진부근에서의 위상각 곡선의 기울기가 완만해져서 공진전후의 위상각이 서로 역전되는 것을 확인할 수 있다. 이러한 위상곡선의 기울기가 완만해지는 것은 감쇠비가 증가하는 것을 의미한다<sup>(20)</sup>. 따라서, 가진입력의 크기가 커짐에 따라 감쇠비가 증가하는 것을 위상곡선에서도 확인할 수 있다.

#### 4.2 제어력 전달함수

민경원 등은 진동대 가진가속도를 입력으로 하고 로드셀에 의해 계측된 제어력사이의 전달함수를 이용하여 변단면 동조액체기동감쇠기(LCVA)의 동적 특성을 분석하였다<sup>(10)</sup>. 민경원 등이 사용한 전달함수를 이 연구에서 사용된 변수들을 적용하여 고쳐 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{F_c(i\omega)}{\ddot{X}(i\omega)} = (m_t + m_a) + \frac{\alpha^2 m_t \omega^2}{(\omega_d^2 - \omega^2) + 2\xi_d \omega_d \omega i} \quad (16)$$

여기서,

$F_c(i\omega)$  : 로드셀에서 계측한 TLCD의 제어력에 대한 푸리에 변환

$m_a$  : 수조자체와 로드셀지그의 질량

식 (16)과 같은 전달함수는 액체의 총질량과 수조 자체 및 로드셀지그의 질량의 합으로 표현되는 정적성분과 나머지 동적성분으로 표현되어 있다. 이

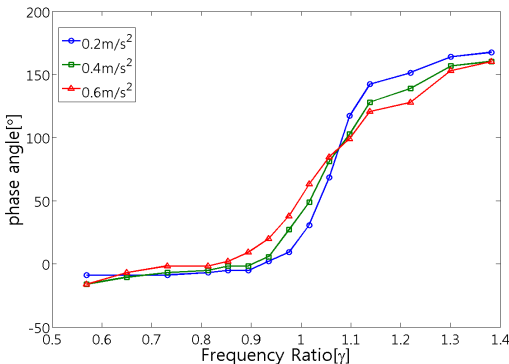


Fig. 8 Phase angles between shaking table acceleration and liquid displacement, varying with excitation amplitude

연구에서는 TLCD의 정적성분은 배제하고 동적성분만을 검토하는 것으로 한다. 따라서, 식 (16)의 동적성분은 다음과 같다.

$$\frac{F_c(i\omega)}{\ddot{X}(i\omega)} = \frac{\alpha^2 m_t \omega^2}{(\omega_d^2 - \omega^2) + 2\xi_d \omega_d \omega i} \quad (17)$$

식 (17)의 전달함수를  $m_t$ 로 나눈 후, 식 (7)과 같은 진동수 비를 이용하면 다음과 같이 무차원화된 전달함수로 표현된다.

$$H_2(\gamma) = \frac{F_c(i\omega)}{m_t \ddot{X}(i\omega)} = \frac{\alpha^2 \gamma^2}{(1 - \gamma^2) + 2\xi_d \gamma i} \quad (18)$$

여기서,

$H_2(\gamma)$  : 가진가속도에 대한 TLCD의 제어력사이의 무차원화된 전달함수

$m_t \ddot{X}(i\omega)$  : 수조내부 액체의 총질량을 고체로 가정할 경우 발생하는 최대관성력

식 (18)을 전달함수의 크기와 위상으로 표현하면 다음과 같다.

$$H_2(\gamma) = A_2 \exp(i\theta_2) \quad (19)$$

여기서,  $A_2$ 와  $\theta_2$ 는 각각 가진가속도와 TLCD의 동적제어력 사이의 무차원화된 전달함수의 크기와 위상을 나타내며 다음과 같이 표현된다.

$$A_2 = \frac{\alpha^2 \gamma^2}{\sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + (2\xi_d \gamma)^2}} \quad (20)$$

$$\tan \theta_2 = \frac{2\xi_d \gamma}{1 - \gamma^2} \quad (21)$$

식 (20)식의 저주파 극한, 고주파 극한 및 공진에서의 전달함수는 각각 다음과 같다.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} A_2 = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \left[ \frac{\alpha^2 \gamma^2}{\sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + (2\xi_d \gamma)^2}} \right] = 0 \quad (22)$$

$$\lim_{\gamma \rightarrow 1} A_2 = \lim_{\gamma \rightarrow 1} \left[ \frac{\alpha^2 \gamma^2}{\sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + (2\xi_d \gamma)^2}} \right] = \frac{\alpha^2}{2\xi_d} \quad (23)$$

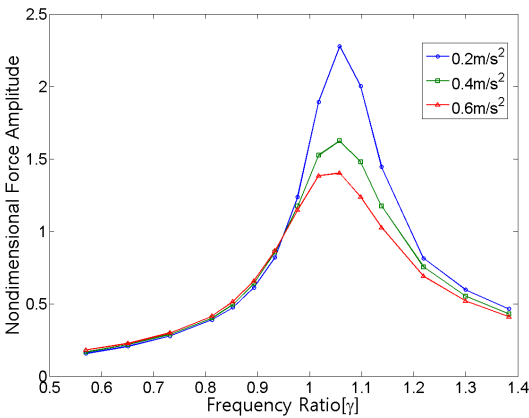


Fig. 9 Transfer functions from shaking table acceleration to control force, varying with excitation amplitude

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} A_2 = \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \left[ \frac{\alpha^2 \gamma^2}{\sqrt{(1-\gamma^2)^2 + (2\xi_d \gamma)^2}} \right] = \alpha^2 \quad (24)$$

Fig. 9는 가진입력의 크기변화에 따른 진동대 가속도에 대한 TLCD의 동적제어력의 전달함수를 보여준다. 수위전달함수와 마찬가지로 ‘jump frequency’ 및 ‘hardening’ 현상은 관찰되지 않는다.

저진동수에서 전달함수 크기는 0에 근접하며, 저주파 극한값인 식 (22)와 일치한다. 고유진동수에서 수위전달함수와 마찬가지로 가진입력이 커짐에 따라 전달함수 크기는 작아진다. 이것은 식 (23)과 같이 일정한 질량비에 대해서 감쇠비의 증가효과로 인한 것이다. 또한, 가진입력이 커짐에 따라서 감쇠비의 증가율은 감소하는 것을 알 수 있다.

### 4.3 소산에너지

이 연구에서는 이상과 같은 수위와 제어력의 전달함수에 대한 분석이외에 TLCD의 소산에너지에 대해서 검토하였다. TLCD의 소산에너지에 대한 수학적 표현을 유도하기 위해서, 식 (1)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$m_d \ddot{d}(t) + f_d(\dot{u}) \dot{d}(t) + k_d d(t) = -m_h \ddot{x}(t) \quad (25)$$

여기서,

$f_d(\dot{u})$  : TLCD의 비선형 감쇠력

$k_d$  : TLCD의 강성

TLCD가 조화하중에 의해 가진될 경우, 한 싸이클 동안의 에너지변화는 다음과 같다.

$$\int_{T_d} m_d \ddot{d}(t) \dot{d}(t) dt + \int_{T_d} f_d(\dot{u}) [\dot{d}(t)]^2 dt + \int_{T_d} k_d d(t) \dot{d}(t) dt = - \int_{T_d} m_h \ddot{x}(t) \dot{d}(t) dt \quad (26)$$

여기서,  $T_d$ 는 TLCD의 고유주기이다.

식 (26)은 TLCD의 관성력에 의한 운동에너지, 감쇠력에 의한 소산에너지 및 복원력에 의한 위치에너지의 합이 외력에 의한 입력에너지와 평형을 이루고 있는 것을 나타내고 있다. 특히, 이러한 에너지들 중에서 한 싸이클 동안의 운동에너지와 위치에너지의 변화량은 0이 된다<sup>(20)</sup>. 결과적으로, 다음과 같이 한 싸이클 동안의 입력에너지는 그대로 TLCD의 비선형 감쇠에 의한 소산에너지로 축적되게 된다.

$$E_d = \int_{T_d} f_d(\dot{u}) [\dot{d}(t)]^2 dt = - \int_{T_d} m_h \ddot{x}(t) \dot{d}(t) dt \quad (27)$$

무차원 에너지는 다음과 같이 표현한다.

$$E'_d = \frac{E_d}{\frac{1}{2} m_i (\omega D)^2} \quad (28)$$

여기서,

$D$  : 액체의 변위

$\frac{1}{2} m_i (\omega D)^2$  : 수조내부 액체에 발생하는 최대 운동에너지

Fig. 10은 가진입력의 크기에 따른 가진진동수 한 주기당 TLCD의 감쇠에 의한 소산에너지를 보여준다. 식 (28)과 같이 수조내부 액체에 발생하는 최대 운동에너지로 나뉘어서 무차원으로 나타난 소산에너지이다. TLD에서 나타나는 특성으로서, 가진진폭이 커질수록 에너지가 소산되는 유효진동수 범위가 넓어지는 “robust” 특성은 Fig. 10에서 관찰되지 않는다.

가진입력이 증가함에 따라서 수위 및 제어력의 전달함수의 크기는 감소한다. 하지만, 식 (26)과 같이 한 싸이클 동안의 입력에너지와 소산에너지는 동일하며, 입력에너지는 가진입력이 커질수록 증가



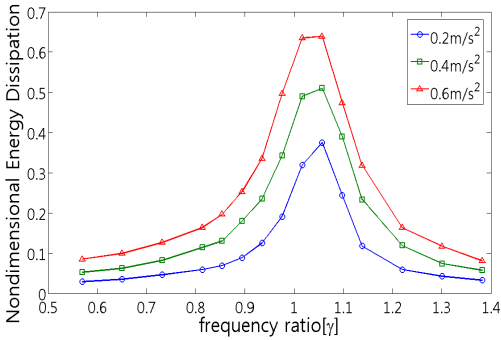


Fig. 10 Dissipation energy per a cycle, varying with excitation amplitude

한다. 그러므로, 가진입력의 증가는 한 사이클 동안의 소산에너지를 증가시킨다.

### 5. 결 론

이 연구에서는 가진진폭의 크기에 따른 TLCD의 동적거동에 영향을 미치는 파라미터를 진동대 실험을 통하여 조사하였다. 먼저, TLCD의 비선형감쇠항을 등가점성감쇠로 치환한 등가선형 TLCD모형을 이용하여, TLCD의 동적거동은 고유진동수, 감쇠비 그리고 수조내부 액체의 전체질량에 대한 수평기동부분의 액체질량의 비에 의해 영향받는 것을 확인하였다. 특정한 TLCD 실험체에 대해서 가진진폭의 크기의 변화에 따른 진동대 실험을 수행하였다. 등가선형 TLCD 모델에 기반하여 진동대 가진가속도를 입력으로하고 TLCD 수조내부 액체의 변위 및 TLCD에 의한 제어력을 출력으로 하는 전달함수를 유도하였다. 다음으로 이들을 실험결과와 비교하여 가진진폭의 크기에 따른 TLCD의 고유진동수, 감쇠비, 수조내부 액체전체 질량에 대한 수평기동부분의 액체질량비의 변화를 조사하였다. 마지막으로, TLCD 자체의 감쇠에 의한 소산에너지의 실험적으로 파악하고 가진진폭의 크기에 따른 이들의 변화를 검토하였다. 이상과 같은 이 연구의 결론은 다음과 같다.

(1) 가진입력의 크기증가에 따른 TLD의 비선형성을 나타내는 ‘jump frequency’, ‘hardening’ 현상 그리고 소산에너지의 유효진동수의 범위가 넓어지는 에너지소산 측면에서의 “robust” 특성은 TLCD에서는 관찰되지 않았다.

(2) TLCD의 고유진동수 및 수조내부 액체의 전체질량에 대한 수평기동부분의 액체의 질량비는 가진입력의 크기와 상관없이 일정하다.

(3) 가진입력이 증가함에 따라서 수위 및 제어력의 전달함수의 크기는 감소한다. 이러한 현상은 TLCD 자체의 감쇠비의 증가로 인한 것이다.

(4) 한 사이클 동안의 TLCD의 감쇠로 인한 에너지 소산은 입력에너지와 동일하다. 따라서, 가진입력의 크기가 증가함에 따라 입력에너지도 증가하고 한 사이클 동안의 소산에너지도 증가한다.

이상과 같이, 이 논문에서는 가진크기에 따른 TLCD의 설계파라미터 변화를 평가한 결과, 가진입력의 크기가 증가함에 따라 TLCD의 감쇠비가 증가한다는 사실을 파악하였다. 이러한 TLCD가 건물에 설치되었을 때의 최종목적은 건물의 동적응답을 최소화시키는 것이다. 따라서, 추후 연구로서 특정 크기 및 임의의 외력에 대한 TLCD의 최적감쇠비 결정 및 응답제어효율을 평가할 필요가 있다.

### 후 기

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원(No.R01-2008-000-20796-0) 및 우수연구센터인 스마트사회기반시설 연구센터의 연구비 지원으로 연구되었음.

### 참 고 문 헌

(1) Sun, L. M., Fujino, Y., Pacheco, B. M. and Chairseri, P., 1992, “Modeling of Tuned Liquid Damper(TLD),” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 41-44, pp. 1883~1894.

(2) Reed, D., Yeh, H., Yu, J. K. and Gardarsson, S., 1998, “Tuned Liquid Dampers under Large Amplitude Excitation,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 74-76, pp. 923~930.

(3) Soong, T. T. and Dargush, G. F., 1997, “Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering,” JOHN WILEY & SONS, New York.

(4) Yu, J. K., Wakahara, T. and Reed, D. A., 1999, “A Non-linear Numerical Model of The Tuned

Liquid Damper,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 28, pp. 671~686.

(5) Yalla, S. K., 2001, “Liquid Dampers for Mitigation of Structural Response : Theoretical Development and Experimental Validation,” Doctoral dissertation, Department of Civil Engineering and Geological Sciences, University of Notre Dame.

(6) Olson, D. E. and Reed, D. A., 2001, “A Nonlinear Numerical Model for Sloped-bottom Tuned Liquid Dampers,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 30, pp. 731~743.

(7) Woo, S. S., Lee, S. H., Choi, K. Y., Chung, L. and Park, T. W., 2008, “Nonlinear Characteristics Evaluation of Tuned Liquid Damper with White Noise Amplitude,” *Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea*, Vol. 21, No. 2, pp. 135~143.

(8) Sakai, F., Takaeda, S. and Tamaki, T., 1989, “Tunes Liquid Column Damper-new Type Device for Suppression of Building Vibration,” *Proc. International Conference on High-rise Building*, pp. 926~931.

(9) You, K. P., You, J. Y., Song, C. H. and Kim, Y. M., 2009, “A Study on the Orifice Damping Characteristics of Tuned Liquid Column Damper with Various Excitation Amplitude,” *Journal of The Architectural Institute of Korea : Structure & Construction*, Vol. 25, No. 6, pp. 41~48.

(10) Min, K. W. and Park, E. C., 2009, “Dynamic Characteristics of Tuned Liquid Column Dampers Using Shaking Table Test,” *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 19, No. 6, pp. 620~627.

(11) Caughey, T. K., 1963, “Equivalent Linearization Techniques,” *Journal of Acoustical Society*

of America, Vol. 35, No. 11, pp. 1706~1711.

(12) Iwan, W. D. and Yang, I., 1972, “Application of Statistical Linearization Techniques to Non-linear Multi-degree of Freedom Systems,” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 39, No. 2, pp. 545~550.

(13) Wen, Y. K., 1980, “Equivalent Linearization for Hysteretic Systems under Random Excitation,” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 47, pp. 150~154.

(14) Xu, Y. L., Samali, B. and Kwok, K. C. S., 1992, “Control of Along-wind Response of Structures by Mass and Liquid Dampers,” *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 118, No. 1, pp. 20~39.

(15) Chang, C. C. and Hsu, C. T., 1998, “Control Performance of Liquid Column Vibration Absorbers,” *Engineering Structures*, Vol. 20, No. 7, pp. 580~586.

(16) Yalla, S. K. and Kareem, A., 2000, “Optimum Absorber Parameters for Tuned Liquid Column Dampers,” *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, No. 8, pp. 906~915.

(17) Gao, H., Kwok, K. C. S. and Samali, B., 1997, “Optimization of Tuned Liquid Column Dampers,” *Engineering Structures*, Vol. 19, No. 6, pp. 476~486.

(18) Wu, J. C., Shih, M. H., Lin, Y. Y. and Shen, Y. C., 2005, “Design Guidelines for Tuned Liquid Column Damper for Structures Responding to Wind,” *Engineering Structures*, Vol. 27, No. 13, pp. 1893~1905.

(19) The MathWorks, Inc., 2007, “Real-time Windows Target 3 User's Guide, MATLABSIMULINK, The MathWorks, Inc.

(20) Chopra, A. K., 1995, “Dynamics of Structures : Theory and Applications to Earthquake Engineering,” Prentice Hall.