

# 유체 유동을 고려한 경사기능재료 원통셸의 연성진동

## Coupled Vibration of Functionally Graded Cylindrical Shells Conveying Fluid

김 영 완<sup>†</sup> · 김 규 호<sup>\*</sup> · 위 은 중<sup>\*</sup>

Young-Wann Kim, Kyu-Ho Kim and Eun-Jung Wi

(2009년 5월 26일 접수 ; 2009년 10월 22일 심사완료)

**Key Words** : FGM(경사기능재료), Coupled Fluid-structure Interaction(연성된 유체-고체 상호작용), FSDT(1차 전단변형이론), Coupled Vibration Characteristics(연성 진동 특성)

### ABSTRACT

The coupled fluid-structure interaction problem is analyzed using the theoretical method to investigate the coupled vibration characteristics of functionally graded material(FGM) cylindrical shells conveying an incompressible, inviscid fluid. Material properties are assumed to vary continuously through the thickness according to a power law distribution in terms of the volume fraction of the constituents. The steady flow of fluid is described by the classical potential flow theory. The motion of shell represented by the first order shear deformation theory(FSDT) to account for rotary inertia and transverse shear strains. The effect of internal fluid can be taken into consideration by imposing a relation between the fluid pressure and the radial displacement of the structure at the interface. Numerical examples are presented and compared with existing results.

### 1. 서 론

석유화학산업, 화학공정 플랜트, 발전소 등에서 사용되고 있는 유체저장용기나 파이프 등은 고온, 고압 상태의 유체를 저장하거나 수송한다. 이들 유체를 포함한 구조물의 거동은 유체를 포함하지 않는 구조물의 거동과 매우 다르다. 유체 유동을 고려할 경우 유체의 동압은 구조물의 변형을 일으키고 이 변형은 다시 유체의 흐름과 압력을 변화시키기 때문에 유체의 영향을 단순히 정적인 힘으로 취급하여 해석할 경우 큰 오류가 발생된다. 유체 및 유동 유체를 고려한 원통셸에 대해 많은 연구자들이 수십 년 동안 연구하고 있다. 대부분의 구조물은 전

통적인 등방성 재료로 구성되었다<sup>(1-3)</sup>. 경량화가 요구되는 곳에는 복합재료를 이용하여 구조물을 설계하고 있으나<sup>(4,5)</sup> 복합재료 구조물은 각 층간의 응력 불연속과 층간 분리현상을 유발하게 된다. 그러나 경사기능재료(FGM)를 이용함으로써 이러한 문제점을 해결할 수 있다<sup>(6-9)</sup>. 경사기능재료는 여러 가지 재료들을 단순히 접착하지 않고 한 방향(또는 여러 방향)으로 즉, 한 면에서 다른 면으로 재료물성을 연속적으로 변화도록 하여 주로 가혹한 온도환경에서도 사용할 수 있도록 개발된 재료이다. 경사기능 재료를 이용한 대부분의 연구는 유체를 고려하지 않았으며 유체를 고려한 연구는 Chen 등<sup>(8,9)</sup>에서만 볼 수 있다. 이들은 경사기능재료 원통셸을 적층셸로 취급하여 각 층의 물성을 하나의 등방성 재료로 등가화하여 해석을 하였다. 그러나 이와 같이 각 층간의 물성을 등방성으로 등가화하여 해석할 경우 경사기능재료의 특성을 정확히 구현할 수 없다. 이

<sup>†</sup> 교신저자; 정회원, 전남대학교 기계자동차공학부  
E-mail : wannkim@jnu.ac.kr

Tel : (061)659-3285, Fax : (061)659-3280

<sup>\*</sup> 전남대학교 대학원 기계설계공학과

와 같이 유체 유동을 고려한 경사기능재료 구조물에 대한 연구가 매우 미진한 상태이기 때문에 이 연구에서는 이론적 방법을 이용하여 유체 유동을 고려한 경사기능재료 원통셸에 대해 유체-고체 연성 특성을 고려한 진동해석을 하고자 한다.

## 2. 수식화

경사기능재료 원통셸에 대한 기하형상을 Fig. 1에 나타냈다. 여기서  $R, L$ 과  $h$ 는 각각 셸의 평균 반지름, 길이 및 두께이다.  $u, v$  및  $w$ 는 축방향( $x$ ), 원주방향( $\theta$ ) 및 반경방향( $z$ ) 변위이다. 셸 내부에는 유체가 일정한 속도  $U_0$ 로 축방향으로 흐른다. 그림에서 셸 및 유체영역을 각각  $\Omega_S, \Omega_F$ , 그리고 셸과 유체가 접하는 경계를  $\Gamma_I$ 로 나타냈다. 경사기능재료 원통셸의 내면( $z=-h/2$ )은 세라믹으로 외면( $z=h/2$ )은 금속재료로 구성하였으며, 경사기능재료의 재료특성  $P$ 가 두께 방향으로 연속적으로 변화하도록 혼합법칙을 이용하여 다음과 같이 표현하였다.

$$P(z) = (P_M - P_C) \left( \frac{2z+h}{2h} \right)^p + P_C \quad (1)$$

여기서 첨자  $C$ 와  $M$ 은 각각 세라믹과 금속재료를 의미하며, 지수  $p$ 는 세라믹의 양을 조절하는 값으로 체적비 지수(volume fraction index)라 하며 양의 정수를 갖는다. 이 식에 따라  $p$ 의 값이 커질수록 세라믹의 비율이 많아진다. 식에서  $p$ 를 0로 하면 금속재료로만 구성된 등방성 셸이 되고,  $p$ 를 무한대에 가까운 값을 하면 세라믹만으로 구성된 셸이 된다.

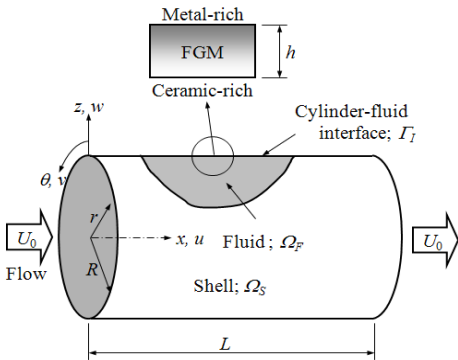


Fig. 1 The considered fluid-conveying FGM cylindrical shell

이 연구에서는 세라믹재료로는 내열성이 뛰어난 알루미늄 산화물( $Al_2O_3$ )을, 금속재료로는 기계적 성능이 우수한 티타늄 합금( $Ti-6Al-4V$ )을 이용하여 경사기능재료를 구성하였다. 상온에서 이들 재료의 탄성계수( $E$ ), 푸아송 비( $\nu$ ) 및 밀도( $\rho$ )는 다음과 같다.

$Al_2O_3$  :

$$E = 320.2 \text{ GPa}, \nu = 0.26, \rho = 3750 \text{ kg/m}^3.$$

$Ti-6Al-4V$  :

$$E = 105.7 \text{ GPa}, \nu = 0.298, \rho = 4429 \text{ kg/m}^3.$$

셸의 중립면에 대한 각 방향변위를  $u_0, v_0$  및  $w_0$  그리고  $\theta, x$  축에 대한 회전을  $\phi_x$ 와  $\phi_\theta$ 라 하면, 1차 전단변형이론으로부터 원통셸의 변위장을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u = u_0 + z\phi_x; \quad v = v_0 + z\phi_\theta; \quad w = w_0 \quad (2)$$

원통셸의 변형률은 식 (3)과 같은 내평면 변형률과 식 (4)와 같은 횡방향 전단변형률로 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_x = u_{,x}; \quad \epsilon_\theta = \frac{1}{R}(v_{,\theta} + w); \quad \gamma_{x\theta} = \frac{u_{,\theta}}{R} + v_{,x} \quad (3)$$

$$\gamma_{\theta z} = v_{,z} + \frac{1}{R}(w_{,\theta} - v); \quad \gamma_{xz} = u_{,z} + w_{,x} \quad (4)$$

여기서 (,)는 뒤에 명시된 아래첨자에 대한 미분을 나타낸다. 원통셸에 대한 응력성분은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_x \quad \sigma_\theta \quad \tau_{\theta z} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{x\theta}\}^T \quad (5)$$

셸에 대한 변형 및 운동에너지는 다음과 같다.

$$U_S = \frac{1}{2} \int_{\Omega_S} \{\boldsymbol{\sigma}\}^T \{\boldsymbol{\epsilon}\} d\Omega_S \quad (6)$$

$$T_S = \frac{1}{2} \int_{\Omega_S} \rho(z) [u_t^2 + v_t^2 + w_t^2] d\Omega_S \quad (7)$$

임의의 경계조건에 대한 변위식은

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \phi_x \\ \phi_\theta \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \eta(t) \begin{Bmatrix} U_{mn} \psi'_m(\alpha_m x) \cos n\theta \\ V_{mn} \psi_m(\alpha_m x) \sin n\theta \\ W_{mn} \psi_m(\alpha_m x) \cos n\theta \\ X_{mn} \psi'_m(\alpha_m x) \cos n\theta \\ Y_{mn} \psi_m(\alpha_m x) \sin n\theta \end{Bmatrix} \quad (8)$$

로  $U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, X_{mn}, Y_{mn}$  는 진폭을 나타내는 상수이며,  $m$  및  $n$  은 축방향 파수(wave number) 및 원주방향 파수이다.  $\eta$  는 모드관여계수로 시간  $t$  의 함수이다. 축방향 진동모드를 구현하기 위해 사용한  $\psi'_m, \psi_m$  는 축방향 경계조건을 만족하는 보함수로써 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\begin{aligned} \psi_m &= \cosh\alpha_m x - \cos\alpha_m x \\ &\quad - \sigma_m (\sinh\alpha_m x - \sin\alpha_m x) \quad (9) \\ \psi'_m &= \psi_{m,x} / \alpha_m \end{aligned}$$

여기서  $\alpha_m, \sigma_m$  은 경계조건으로부터 결정될 값이다. 비점성, 비압축성인 유체가 축 방향으로 일정한 속도  $U_0$  로 흐를 때 유체의 속도 포텐셜  $\Psi$  은

$$\Psi = U_0 x + \Phi \quad (10)$$

이며,  $\Phi$  는 섭동 속도 포텐셜이다. 각 방향에 대한 유속( $V$ )은 다음과 같이 된다.

$$V_x = \Psi_{,x}; \quad V_\theta = \frac{1}{R} \Psi_{,\theta}; \quad V_r = \Psi_{,r} \quad (11)$$

섭동 속도 포텐셜은 다음의 라플라스 식을 만족해야 한다.

$$\Phi_{,rr} + \frac{1}{r} \Phi_{,r} + \frac{1}{r^2} \Phi_{,\theta\theta} + \Phi_{,xx} = 0 \quad \text{in } \Omega_F \quad (12)$$

유체 밀도를  $\rho_F$  라 하면 원통셸의 벽면에 작용하는 유체 동압  $p_d$  는 베르누이 방정식으로부터 다음과 같이 된다.

$$p_d = -\rho_F (\Phi_{,t} + U_0 \Phi_{,x}) \quad (13)$$

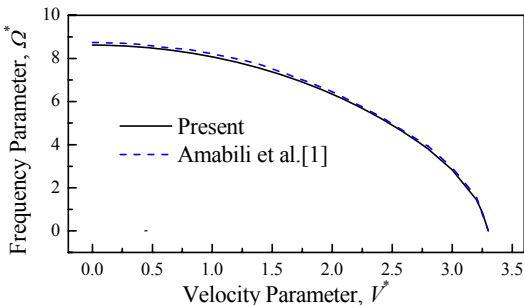


Fig. 2 Frequency parameter comparisons of the cylindrical shell conveying fluid

셸과 유체가 접하는 지점  $\Gamma_I$  에서 반경방향 속도는 서로 같아야 하므로 다음 조건을 만족해야 한다.

$$V_r = \Phi_{,r} = w_{,t} + U_0 w_{,x} \quad \text{at } \Gamma_I \quad (14)$$

라플라스식 (12)과 연속 조건식 (14)을 동시에 만족하는 섭동 속도 포텐셜  $\Phi$  를 2종 Bessel함수  $I_n$  을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi = \sum_{m=1}^{\infty} W_{mn} \frac{I_n(\alpha_m r)}{I_{n,r}(\alpha_m R)} [\psi_m \eta_{,t} + U_0 \psi_{m,x} \eta] \cos n\theta \quad (15)$$

따라서 원통셸의 벽면에 작용하는 유체 동압은 식 (13)으로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} p_d = & -\rho_F \sum_{m=1}^{\infty} W_{mn} \frac{I_n(\alpha_m r)}{I_{n,r}(\alpha_m R)} \times \\ & [\psi_m \eta_{,tt} + 2U_0 \psi_{m,x} \eta_{,t} + U_0^2 \psi_{m,xx} \eta] \cos n\theta \quad (16) \end{aligned}$$

이 유체 동압에 의해 행해진 일은 다음과 같다.

$$W_P = \int_{\Gamma_I} p_d w d\Gamma_I \quad (17)$$

원통셸에 저장된 총 에너지는 식 (18)과 같다.

$$\Pi = U_S + W_P - T_S \quad (18)$$

Table 1 Comparison of natural frequencies for FGM shells ( $R=1$  m,  $h/R=0.002$ ,  $L/R=20$ )

$n$	Present	Ref. [6]	r.e.(%)	Ref. [7]	r.e.(%)
$p=0.5$					
2	4.5168	4.5168	0	4.5204	-0.080
4	7.0971	7.0972	-0.001	7.0999	-0.039
6	16.5932	16.5940	-0.005	16.6051	-0.072
8	30.0211	30.0230	-0.006	30.0616	-0.133
10	47.2968	47.3010	-0.011	47.3387	-0.089
$p=1$					
2	4.4800	4.480	0	4.4836	-0.127
4	7.0382	7.0384	-0.003	7.0410	-0.040
6	16.4544	16.455	-0.004	16.4663	-0.072
8	29.7696	29.7710	-0.005	29.8110	-0.139
10	46.9005	46.9050	-0.010	46.9425	-0.090
$p=5$					
2	4.4068	4.4068	0	4.4103	-0.079
4	6.9250	6.9255	-0.007	6.9277	-0.039
6	16.1913	16.1920	-0.004	16.2030	-0.072
8	29.2940	29.2960	-0.007	29.3337	-0.135
10	46.1514	46.1550	-0.008	46.1927	-0.089

r.e. : relative error=(Present-Ref.)/Ref. $\times$ 100(%)

식(18)에 Rayleigh-Ritz법을 적용하면 식(19)와 같은 유체 유동을 고려한 원통셀의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$[\mathbf{E}_2 \eta_{,tt} + \mathbf{E}_1 \eta_{,t} + \mathbf{E}_0 \eta] \{d\} = 0 \tag{19}$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{M} + \mathbf{M}_F, \mathbf{E}_1 = \mathbf{C}, \mathbf{E}_0 = \mathbf{K} + \mathbf{K}_F$$

여기서  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{M}$ 은 셀 구조물의 강성 및 질량행렬이며,  $\mathbf{K}_F$ ,  $\mathbf{M}_F$  및  $\mathbf{C}$ 는 유동 유체에 의한 강성, 질량 및 감쇠행렬로 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\mathbf{K}_F = \rho_F U_0^2 \frac{I_n(\alpha_m R)}{I_{n,r}(\alpha_m R)} \int_0^L \psi_{m,x} \psi_m dx \int_0^{2\pi} \cos^2 n\theta d\theta$$

$$\mathbf{M}_F = \rho_F \frac{I_n(\alpha_m R)}{I_{n,r}(\alpha_m R)} \int_0^L \psi_m \psi_m dx \int_0^{2\pi} \cos^2 n\theta d\theta$$

$$\mathbf{C} = \rho_F \frac{I_n(\alpha_m R)}{I_{n,r}(\alpha_m R)} \int_0^L \psi_{m,x} \psi_m dx \int_0^{2\pi} \cos^2 n\theta d\theta \tag{20}$$

식(19)는 다음과 같은 고유치 문제로 된다.

$$\left\{ \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_2 & \mathbf{E}_1 \end{bmatrix} \Lambda - \begin{bmatrix} \mathbf{E}_2 & 0 \\ 0 & -\mathbf{E}_0 \end{bmatrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \Lambda d \\ d \end{matrix} \right\} = 0 \tag{21}$$

이 식으로부터  $\Lambda = \xi \pm i\omega$ 를 얻게 된다. 유속  $U_0 > 0$ 인 경우  $\omega$ 가 구하고자 하는 계의 고유진동수가 된다.  $\omega = 0$ 일 때 계는 발산형 불안정 상태에 놓이게 되며  $\omega = 0$ 가 될 때의 유속을 임계유속이라 한다. 유속이 0인 경우 식(21)은  $\{\mathbf{E}_0 - \omega^2 \mathbf{E}_2\} \{d\} = 0$ 로 축소된다.

### 3. 해의 검증

유동 유체의 속도에 따른 해의 타당성을 검증하기 위해 단순 지지된 등방성 원통셀에 대해 참고문헌(1)과 비교하여 그 결과를 Fig. 2에 제시하였다. 이 때 셀은 강철로 구성되었으며, 기하형상은 셀의 길이 대 반경 비( $L/R$ 비)가 2, 셀의 두께 대 반경비( $h/R$ 비)가 0.01이며, 고려된 유체는 물이다. 결과에 표기된 진동수 및 속도 매개변수는 다음과 같다.

$$\Omega^* = \frac{\omega L^2}{\pi^2 \sqrt{D}/(\rho h)} \tag{22a}$$

$$V^* = \frac{U_0 L}{\pi^2 \sqrt{D}/(\rho h)} \tag{22b}$$

여기서  $D$ 는 굽힘강성계수이다. 제시된 결과는 원주방향 반파수  $n=5$ 에서의 1차 ( $m=1$ )진동수를 나타낸 것으로 유속이 작은 경우 참고문헌의 결과가 약간 큰 값을 가지나 전반적으로 매우 잘 일치하고 있다. 참고문헌(1)의 해 유도과정에서 내평면 관성, 횡전단변형 및 회전관성을 무시하였기 때문에 이 해석 결과와 약간의 차이가 있는 것으로 판단된다.

Table 1에서는 유체가 채워지지 않은 단순 지지된 FGM 원통셀에 대해  $m=1$ 모드에서의 진동수를 Loy 등(6) 및 Patel 등(7)의 결과와 비교하였다. 해석에서 Loy 등(6)은 얇은 셀이론을 적용하였고, Patel 등(7)은 고차 전단변형이론을 적용하였다. 고려된 셀의 내면은 니켈, 외면은 스테인리스강으로 구성된다. 표에 나타난 것처럼 모든 체적비 지수에 대해 결과들이 잘 일치한다. Loy 등(6)과는 최대 0.01%, Patel 등(7)과는 최대 0.14%의 상대오차를 보이고 있다.

### 4. 결과 및 토의

앞으로의 수치결과는 단순지지 경계조건을 갖는 원통셀에 대해서만 고려하였으며, 진동수 매개변수 및 속도 매개변수를 다음과 같이 경사기능재료를 구성하는 재료 중 금속재료의 물성을 이용하여 다시 정의하였다.

$$\Omega = \omega R \sqrt{\frac{\rho_M(1-\nu_M^2)}{E_M}} \tag{23a}$$

$$V = U_0 \sqrt{\frac{\rho_M(1-\nu_M^2)}{E_M}} \tag{23b}$$

Fig. 3은  $L/R=2$ ,  $h/R=0.1$ 의 기하형상을 갖는 원통셀에 대해 원주방향 반파수가 1차 진동수 ( $m=1$ )에 미치는 영향을 나타낸 것이다.  $p=0.2$ 인 FGM셀의 경우 유체의 속도에 관계없이  $n=2$ 에서 항상 기본진동수가 형성되고,  $n=3$ 에서 2차 진동수가 형성된다. 그러나  $p=5$ 인 FGM셀의 경우 기본진동수가 나타나는 원주방향 반파수가 속도에 따라 변한다. 즉, 속도 매개변수가 0.28이하에서는  $n=3$ 에서 기본진동수가 나타나지만 그 이상이 되면 기본진동수는  $n=2$ 에서 나타난다. 또한 속도에 따른  $n=1$ 과  $n=4$ 에서의 진동수 변화를 보면,  $p=0.2$ 인 셀의 경우 두

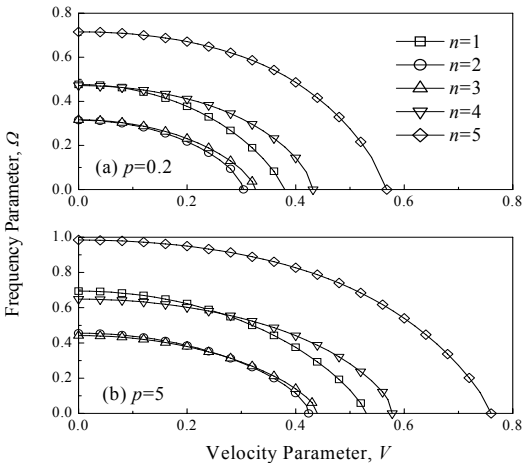


Fig. 3 Effect of circumferential wave number on frequency parameter ( $m=1$ )

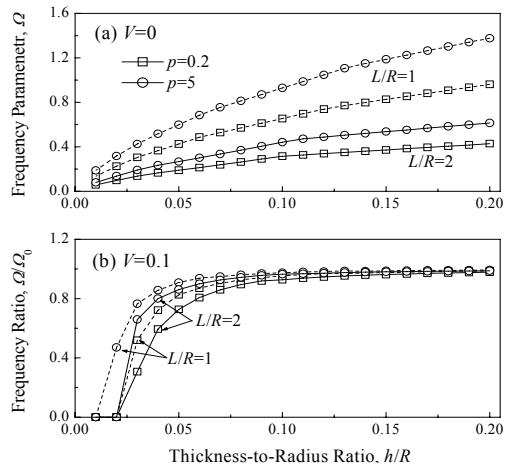


Fig. 5 Effect of  $h/R$  ratio on fundamental frequency with  $L/R$  ratio=1 and 2

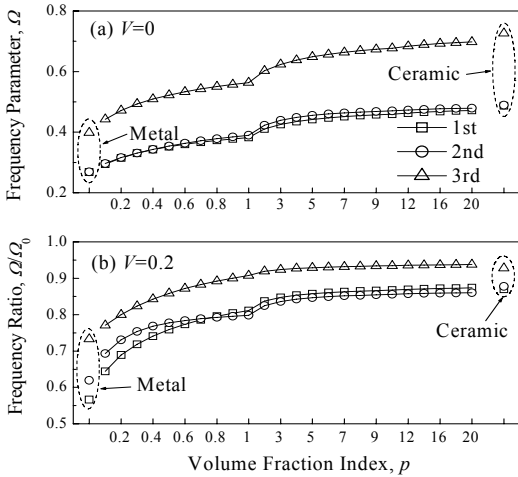


Fig. 4 Variation of the lowest three frequency parameter with volume fraction index  $p$

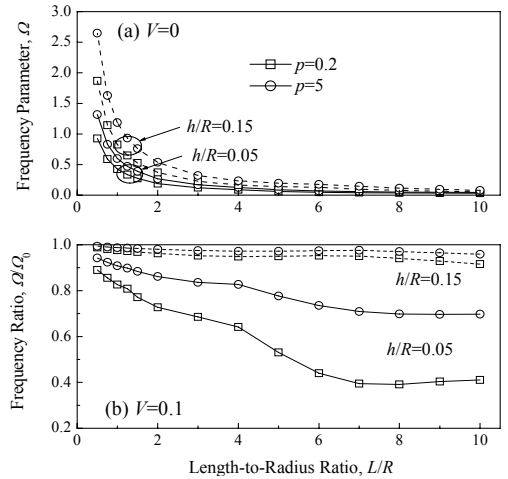


Fig. 6 Effect of  $L/R$  ratio on fundamental frequency with  $h/R$  ratio=0.05 and 0.15

모드의 진동수 크기가 속도변수 0.05을 기준으로 바뀌며,  $p=5$ 인 경우에는 0.26을 기준으로 진동수 크기가 뒤바뀐다. 전반적으로 체적비 지수가 매우 작은 경우 속도 증가에 따라 기본진동수가 나타나는 모드의 순서가 바뀌지 않으나 체적비 지수가 커지면 모드 순서가 바뀌는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 현상은  $p$ 의 증가에 따라 재료조성이 달라져 구조물의 강성이 달라지기 때문이다.  $p=0.2$ 인 FGM셀은  $p=5$ 인 FGM셀에 비해 속도에 대해 매우 민감하게 반응하여 진동수가 급격히 감소한다. 진동수 매개변수가 0이 되는 임계유속의 경우 각 원주방향

모드 수에 따라 체적비 지수가 0.2에서 5로 변함에 따라 속도매개변수는 크게 증가한다. 체적비 지수에 따라 셀의 강성이 크게 증가하였기 때문에 나타나는 현상으로 판단된다.

Fig. 4는 Fig. 3에서 이용된 경사기능재료 원통셀에 대해 체적비 지수  $p$ 에 따른 1~3차 진동수변화를 나타낸 것이다. Fig. 4(a)에서 나타난 유속이 0인 경우 모든 차수에 대해 금속재료로 구성된 셀이 가장 작은 진동수를 가지며, 세라믹으로 구성된 셀이 가장 큰 진동수를 갖는다.  $p$ 의 값이 커질수록 즉, 세라믹 비율이 증가할수록 진동수는 증가한다. 고차

로 갈수록  $p$  값에 따른 영향이 커지는 것을 볼 수 있다. 또한  $p$ 의 값이 어느 이상이 되면 저차인 경우 진동수 변화가 매우 작다. 만일  $p$  값이 매우 크거나 ( $p \rightarrow \infty$ ) 작은 경우 ( $p \rightarrow 0$ ) 진동수는 세라믹 또는 금속재료로 구성된 셀의 진동수와 거의 같은 값을 갖게 된다. 그림에서 1차진동수( $n=3$ 에서 발생) 및 2차 진동수( $n=2$ 에서 발생)가 거의 동일한 값을 갖는 이유는 2차 진동수에서 유체의 추가질량에 의해 진동수감소가 크게 일어났기 때문에 나타나는 현상이다. 일반적으로 유체에 의한 진동수 감소는 원주 방향 반파수  $n$ 이 작을수록 그 영향이 커 진동수를 크게 감소시킨다. Fig. 4(b)에서 나타난 진동수 매개변수의 비( $\Omega/\Omega_0$ )에서  $\Omega$ 는 유속이 0.2일 때,  $\Omega_0$ 는 유속이 0일 때의 진동수 매개변수이다. 금속셀의 경우 유속의 영향이 가장 커 유속에 의한 진동수 감소가 가장 크게 나타났으며, 세라믹 셀에서 가장 작게 나타났다. 이와 같은 현상은 유체에 의한 운동에너지가 셀의 운동에너지에 미치는 영향 때문으로 유체의 운동에너지가 금속셀에 보다 큰 영향을 주기 때문에 가장 큰 진동수 감소가, 세라믹 셀에 가장 작은 영향을 미쳐 가장 작은 진동수감소가 발생된 것이다. 같은 이유로 경사기능재료 셀에서도  $p$  값이 작을수록 진동수 감소가 크게 발생되며,  $p$  값이 클수록 그 영향이 작게 나타나고 있다. 한편  $p < 0.8$ 인 경우 유체의 속도의 영향이 저차일수록 크게 작용하나 0.8이상인 경우 1차 진동수보다 2차 진동수에 보다 큰 영향을 주고 있다. 체적비 지수  $p$ 의 값이 어느 이상이 되면  $p$ 에 따른 영향이 거의 없어 진동수 감소가 거의 일정하다.

Fig. 5는 셀의 두께 대 반경비 ( $h/R$ 비)가 기본진동수에 미치는 영향을 나타낸 것이다. Fig. 5(a)는 유속이 0일 때의 진동수변화로  $h/R$ 비가 클수록 진동수가 증가한다. 그리고 셀의 길이 대 반경비 ( $L/R$ 비)가 클수록, 체적비 지수  $p$ 가 작을수록  $h/R$ 비의 영향이 적게 나타난다. 또한  $h/R$ 비가 커질수록 지수  $p$ 에 따라 진동수가 크게 달라지는 것을 볼 수 있다. 이는  $h/R$ 비가 커질수록 지수  $p$ 에 따른 영향이 증가한다는 것을 의미한다. 한편 Fig. 5(b)는 속도 매개변수  $\Omega$ 가 0.1일 때의 진동수 매개변수의 비( $\Omega/\Omega_0$ )를 나타낸 것이다.  $h/R$ 비가 작을수록 유속에 민감하게 작용하여 진동수가 크게 감소하는 것을 볼 수 있다. 특히  $p=0.2$ 인 경우 그 영향은 더

욱 크게 나타난다. 또한 셀의 길이 대 반경비가 클수록 유속에 의한 진동수 감소가 커진다.  $h/R$ 비가 매우 작은 경우 진동수 매개변수의 비가 0인 경우는 이미 고려된 속도 매개변수  $V=0.1$ 이하에서 임계속도를 만났다는 것을 의미한다.

Fig. 6은 셀의 길이 대 반경비가 기본진동수에 미치는 영향을 나타낸 것이다. Fig. 6(a)는 유속이 0일 때의 진동수변화로  $L/R$ 비가 증가에 따라 진동수는 급격히 감소한 후 일정한 값으로 접근하는 것을 볼 수 있다. 특히  $p$ 가 작거나  $h/R$ 비가 작은 경우 그 경향은 더욱 커진다. 한편 Fig. 6(b)는 속도 매개변수가 0.1일 때의 진동수 매개변수의 비( $\Omega/\Omega_0$ )를 나타낸 것이다. 그림에서처럼  $L/R$ 비가 커질수록 유속의 영향은 커져 진동수가 감소하는 것을 볼 수 있다. 특히  $h/R$ 비가 작은 경우 유속에 의해 진동수가 크게 감소하는 것을 볼 수 있다. 또한 경사기능재료의 체적비 지수가 작을 경우 진동수 감소는 더욱 크게 발생된다. 체적비 지수가 0.2이고  $h/R$ 비가 0.05인 경우 진동수비는  $L/R$ 비가 8이상이 되면 오히려 증가하는 거동을 한다. 이와 같은 현상은  $L/R$ 비가 어느 이상이 되면 유속의 영향이 줄어드는 것을 의미한다.

## 5. 결 론

유체 유동을 고려한 경사기능재료 원통셀에 대해 유체-고체 연성효과를 고려하여 연성 진동특성을 분석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

경사기능재료 원통셀의 두께방향 재료특성을 지배하는 체적비 지수는 진동수에 큰 영향을 미치나 어느 이상이 되면 그 영향은 작아진다. 셀의 두께 대 반경비 ( $h/R$ 비)에 따라 진동수는 증가하며 셀의 길이 대 반경비 ( $L/R$ 비)가 작을수록, 체적비 지수가 클수록 그 영향은 더욱 커진다.  $L/R$ 비에 따라 진동수는 급격히 감소하다 어느 값 이상이 되면 진동수는 거의 일정한 값으로 접근한다. 유속에 따른 영향은 체적비 지수가 작을 경우 매우 크며, 체적비 지수가 어느 이상이 되면 그 영향은 일정하다.  $h/R$ 비가 작을 때 매우 민감하게 작용하며, 특히  $L/R$ 비가 클수록, 체적비 지수가 작을수록 그 영향은 더욱 커진다. 그러나  $h/R$ 비가 어느 이상이 되면 그 영향은 일정하다.  $L/R$ 비가 증가할수록 증가하며

그 영향은  $h/R$ 비 및 체적비 지수가 작을수록 커진다. 유속에 따라 기본진동수가 나타나는 원주방향 모드의 수가 변하며, 기본진동수가 나타나는 원주방향 모드의 수를 기준으로 모드의 수가 작아지거나 커질수록 속도의 영향은 줄어든다.

## 후 기

이 연구는 전남대학교(여수) 학술연구지원비에 의하여 연구되었음.

## 참 고 문 헌

(1) Amabili, M., Pellicano, F. and Paidoussis, M. P., 1999, "Non-linear Dynamics and Stability of Circular Cylindrical Shells Containing Flowing Fluid. Part I: Stability," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 225, No. 4, pp. 655~699.

(2) Kim, Y. W., 2004, "Vibration Analysis of Partially Fluid-filled Continuous Cylindrical Shells with Internal Supports," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 244~252.

(3) Kim, Y. W., Lee, Y. S. and Ko, S. H., 2004, "Coupled Vibration of Partially Fluid-filled Cylindrical Shells with Ring Stiffeners," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 276, pp. 869~897.

(4) Chang, J.-S. and Chiou, W.-J., 1995, "Natural

Frequencies and Critical Velocities of Fixed-fixed Laminated Circular Cylindrical Shells Conveying Fluid," *Computers and Structures*, Vol. 57, pp. 929~939.

(5) Toorani, M. H. and Lakis, A. A., 2001, "Shear Deformation in Dynamic Analysis of Anisotropic Laminated Open Cylindrical Shells Filled With or Subjected to a Flowing Fluid," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, pp. 4929~4966.

(6) Loy, C. T., Lam, K. Y. and Reddy, J. N., 1999, "Vibration of Functionally Graded Cylindrical Shells," *Int. J. of Mechanical Sciences*, Vol. 41, pp. 309~324.

(7) Patel, B. P., Gupta, S. S., Loknath, M. S. and Kadu, C. P., 2005, "Free Vibration Analysis of Functionally Graded Elliptical Cylindrical Shells using Higher-order Theory," *Composite Structures*, Vol. 69, pp. 259~270.

(8) Chen, W. Q., Bian, Z. G., Lv, C. F. and Ding, H. J., 2004, "3D Vibration Analysis of a Functionally Graded Piezoelectric Hollow Cylinder Filled with Compressible Fluid," *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 41, pp. 947~964.

(9) Chen, W. Q., Bian, Z. G. and Ding, H. J., 2004, "Three-dimensional Vibration Analysis of Fluid-filled Orthotropic FGM Cylindrical Shells," *Int. J. of Mechanical Sciences*, Vol. 46, pp. 159~171.