

미적분학 개혁운동과 미적분강좌의 방향 연구

최 은 미 (한남대학교)

I. 서론

대학 신입생들의 수학(數學)능력저하 현상이 범사회적 문제로 대두된 지 벌써 수년이 되었다. 많은 대학들은 기초미분적학 또는 대학수학 등을 이공계열의 필수과목으로 운영하고 있으나, 학생들은 재미없다, 어렵다, 왜 배우는지 모르겠다 등의 이유를 들어 수학을 기피하고 있으며 대학생들의 수학능력은 심각한 염려를 불러일으키기에 충분할 수준에 도달했다.

1980년대 후반 미국 대학에서 미적분학¹⁾ 수강생들 중 50%이상이 그 과목을 낙제했다. 대학생들의 수학능력의 지속적인 하락은 이공계통 여러 전공에 점차적으로 악영향을 미치게 되면서 미적분학강좌의 개혁을 요구하는 목소리가 거세졌다. 미적분학 개혁운동은 뜨거운 논쟁을 일으키면서 1990년대 들어서 미국 대학 내의 수많은 변화의 초석이 되었다. 우리나라에서는 통계적으로 제시되지 않았을 뿐이지 대학생들의 수학능력 저하는 이미 공공연한 사실이다.

본 연구에서는 미국에서 시작된 미적분학 개혁운동의 발달과 진개를 살펴보고, 그로부터 20년이 지난 오늘날 개혁운동이 미친 결과와 영향을 조사함으로써 우리나라 대학에서 미적분학 교과과정 개선방향을 모색하려고 한다. 이를 위해 다음의 연구문제를 설정했다.

연구문제: ① 미적분학 개혁운동의 배경과 진행 과정을 조사하고(3장, 4장), ② 개혁운동 과정에서 큰 마찰을

빚은 전통적미적분학과 개혁적미적분학의 차이와 장단점을 비교 연구하고, 그에 관한 찬반양론을 살펴본다(5장). ③ 개혁적미적분학을 개발하고 적용한 결과의 검증을 분석하여(6장), ④ 우리나라의 미적분개혁방향의 모색과 그 가능성을 연구한다(7장, 8장).

제한점: 미국에서의 미적분학 개혁운동은 초·중등학교 K-12과정에도 많은 영향을 미쳤지만, 이 논문에서는 대학에 미친 영향을 중심으로 논의하고자 한다.

II. 선행연구

손충기(2006)는 대학교육과정연구가 중요함에도 불구하고, 대부분의 교육과정연구가 초·중등학교과정에 집중되어있다고 하면서, 최근 11년 동안 ‘한국교육과정학회지’에 수록된 연구물 540편 중 고작 4편만이 대학교육과정에 관한 것이 이러한 무관심을 입증한다고 했다. 그러는 중에 대학 수학 교육과정에 관해서는 몇몇 연구자들이 관심을 갖고 진행했다. 최경미 외(2007)는 중위권 대학 신입생의 수학적 배경과 대학수학 성취도 사이의 관계를 조사하여 대학수학을 무사히 수강할 수 있는 학생들을 학기 초에 판별해줄 수 있는 적절한 변수를 찾아내는 연구를 했다. 한편 김병무·윤주한(2000)은 학생들이 전공을 공부하는데 수학이 꼭 필요한 과목이라는 것을 알고는 있으나 수학학습능력이 부족하고 학습의욕이 떨어지는 학생들을 지도하는 방안으로서 대학수학 클리닉의 운영을 제안했다. 홍후조(2005)는 대학 전공학습을 효과적으로 수행하는데 필요한 고교의 학습과목이 무엇인가를 설문했는데 대다수 대학생들이 영어와 국어를 응답했다. 그러나 국어, 영어와 함께 주요 과목인 ‘수학’에 대해서는 일상적으로 여겨지는 것 보다 매우 낮게 그 효용성을 인정하여, 수학은 거의 모든 전공에서 하위로 언급되었다고 하면서, 고교에서 정작 배워야 할 것은 제대로 가르치지 않는 교육과정을 개선해야한다고 했다. 한편

* 접수일(2008년 6월 4일), 수정일(1차 : 2008년 12월 12일), 게재확정일(2009년 2월 9일)

* ZDM 분류 : D35

* MSC2000분류 : 97D30

* 주제어 : 대학수학교육, 교과과정개발

1) 대학1학년 과정에 편성된 기초공통수학의 강좌명이 미적분학, 대학수학, 기초수학 등 다양하지만, 본 논문에서는 미적분학으로 총체적으로 지칭한다.

중등학교에서는 수학에 대해 많은 관심을 보이는 반면에 대학에서는 수학이 소외당하고 무관심해지는 상황에 대해, 그 원인과 문제점을 찾아보고 그에 대한 개선방안이 김동화(1998)에서 연구되었다. 결국 제7차 교육과정의 선택 중심 수학교육과정과 대학입시의 선택형 수능 등으로 야기된 학생들의 무관심과 수학실력의 저하는 특별히 이공계교육에 큰 어려움으로 드러났으며, 이러한 문제점을 해결할 수 있는 이공계교육체제 구축을 목표로 교육인적자원부는 2005년도부터 '이공계교육과정개발연구지원사업'을 시작했다. 김대건·홍형득(2007)은 지원사업의 실효성 분석에서, 연구사업의 여러 문제점에도 불구하고 이러한 지원 사업이 없었을 경우 '학교자체에서 이공계 교육과정 개발을 지원했을 것인냐'는 질문에 대해 71.1%가 없었을 것이라는 답변했다면서, 바로 이것이 지원사업의 필요성과 타당성을 보여준다고 했다.

대학수학 강좌 개선안으로 테크노로지 사용에 대한 연구가 많이 있었는데, 박성은(1997), 김도현·김석만(2001), 박용범 외(2001) 등이 매퍼를 이용한 수학교육 연구를, 또한 김병무(2001), 김향숙(2003) 등은 메스메타카를 이용한 연구를 발표했다.

한편 외국 사례연구로서, 김연미(2004)는 1990년대 미국의 수학전쟁(math war)으로 일컬어지는 전통적/개혁적 교과과정의 충돌을 언급했으며, 노선숙(2007)은 그로부터 비롯된 NCTM의 Standard를 소개했다.

본 연구는 수학전쟁의 구체적 부분으로서, 대학수학 과정에 결정적 영향을 미친 미적분학 개혁운동을 고찰했다. 전통적/개혁적미적분의 발단과 필요성을 살펴보면, 개혁운동이 대학사회에 미친 변화를 연구하였다. 그 효과검증의 결과를 분석함으로써, 찬반양론과 과실의 문제를 견주어보고, 결과적으로 그러한 운동이 우리 대학교육현장에 어떻게 적용될 수 있는지를 살펴봄으로써 수학교과 교육과정 개정방향에 주는 시사점을 짚어보았다.

III. 미적분개혁 - 전통적미적분과 문제점

미적분학은 지난 300년 이상을 수학은 물론, 과학과 공학 분야에서 가장 중요한 공통 언어의 역할을 담당해왔다. 이공계열의 어떤 전공을 하든 미적분학계통의 과목을 적어도 한 두 개 이상 수강하는 것도 이 때문이다. 1980년대 중반 이후 우리나라는 물론 미국의 대학생

수는 급격히 증가했다. 1975~1985~1995년 동안 미국 대학생 수는 9,697,000~10,863,000~14,715,000명으로서 각 10년 단위로 12.4%, 35.5% 증가했다. 미적분학계열 수강생은 1980~1990년에 590,000~647,000명으로 약 10% 늘어났으며, 수강생의 증가만큼 미적분강좌의 탈락률도 상승했다(Friedler, 2004). 그러나 실제의 탈락률은 너무 높아서, 1987년경에 기초미적분 수강생의 50% 이상이 낙제했으며, 더욱이 공학미적분을 수강한 300,000명가량의 학생 중에서 단지 140,000명 정도가 그 과목을 통과했다(Ferrini-Mundy; Graham, 1991). 미적분과목을 통과한 학생들조차 그와 관련된 과목을 선호하지 않았으며 이런 문제는 이공계열 전체에 악 영향을 미치게 되었다.

위기상황을 인식한 수학(교육학)자 수백 명이 1985년 Anaheim 학회 'Calculus Instruction, Crucial but Ailing' (AMS/MAA회의)에 모였다. 많은 학생들이 미적분강좌에서 낙제하는 이유와 수요자 집단의 요구 분석, 교재와 강의법 개선, 강의실 규모의 축소 그리고 컴퓨터의 상용화와 더불어 기술교육의 필요성을 주장하는 미적분개혁 방향이 집중 논의되었다. 곧이어 1986년 Tulane학회와 1987년 Washington DC학회가 열렸는데, 이때를 미적분학 개혁운동(Reform Movement)의 발단으로 평가한다.

1986년 Tulane학회 'Develop Curriculum & Teaching Methods for Calculus at the College Level'에서 미적분 강의법과 내용의 검토를 통해 학생들에게 쉽게 다가갈 수 있는 효과적인 방안이 논의되었다. 대부분 학생들은 중요한 개념과 기술을 이해하지 못하고 있으며, 강의되는 수학 문제나 기술이 상당히 제한적이라는 점에 참석자들이 공감했다. '강의내용'개선을 위해 미적분강좌의 수업계획서를 만들었는데, 기존의 두꺼운 교재에서 다루어지던 것보다 훨씬 적은 분량의 주제로 구성된 얇은 교재를 사용하여 학생들이 아주 핵심적인 몇 가지 개념 이해에 집중할 수 있도록 했다(Tucker, 1986). '강의법'개선을 위해 미적분강좌의 목적을 명시하고 그것을 달성하기 위해 컴퓨터와 CAS(Computer Algebra System) 사용을 장려했다(Schoenfeld, 1986). 또한 '수행학습'개선을 위해 소그룹활동 모형을 소개했다(Barrett, 1986). Tulane학회의 보고서인 'Toward a lean & lively Calculus' (Douglas, 1986)는 그 후 개혁운동의 지침서처럼 인용되었다. 다음 해인 1987년 Washington학회 'Calculus for New Century: A Pump not a Filter' (Steen, 1987)에서

미적분교육의 위기가 선언되었다.

실제적인 위기 상황으로 드러나기까지 미적분학의 어떤 내용을 어떻게 강의하여야 하는지에 관한 논의는 거의 없었다. 전통적(traditional)미적분강의는, 주제를 다루는 순서에서 다소 차이가 있을 수는 있지만, 어디서 누가 강의를 하든지 거의 유사했다. 연필과 종이를 사용하여 계산과 문제풀이를 통해 개념을 배운다. 한 주제에 관한 유사한 문제를 반복적으로 연습함으로써 개념을 터득하며, 기술적인 수학언어와 기호를 가지고 엄격한 사고를 반영한 정리의 증명을 하게 된다. 학생은 증명을 다 하도록 요구되지 않을 수 있지만, 다양한 증명을 배우고 그 정리를 사용하여 문제를 풀 수 있어야 했다.

전통적미적분학 교실은 교수중심으로서, 교수가 지식의 가장 주된 공급처이며 강연 형태로 진행했다. 한편 학생들은 강의내용을 필기하고 교과서를 읽는 보조적인 역할을 했다. 교재의 연습문제를 풀기위해 잘 정의된 과정에 대입하여 답을 얻는데, 대다수 학생들의 목표는 문제를 이해하는 것이 아니라 교과서 뒤에 쓰여 있는 정답과 동일한 결과를 만드는 것이다. 'Plug-in'으로 묘사되는 전통적미적분강의에서 많은 학생들은 흥미를 갖지 못했으며, 이런 상황의 결론은 절반 이상 학생들의 낙제로서 극단적으로 드러나고 있었다.

개혁운동의 주창자들은 전통적미적분강좌 학생들의 문제점을 두 가지로 설명했다. ① 미적분이 필수과목이어서 배우고는 있지만 이 영역에 대해 거의 준비되어 있지 않은 학생들은 강좌에서 낙제하기 마련이다. ② 간신히 과정을 따라가서 교과목을 통과한 경우에도, (교실 밖에서) 미적분기반문제를 실제적으로 이해하는 학생은 거의 없다. 이런 상황은 이공계열의 교수들로 하여금 학생들이 수업에서 필요한 미적분을 전혀 다루지 못한다고 불평하게 만들었다. 반복적 훈련과 이론적 정의의 암기, 또한 주어진 문제에 대한 최적의 풀이법과 정확한 답을 찾는 전통적미적분강의는 실생활 관련 문제를 거의 다루지 않았다. 이것은 수학을 전공하지 않는 대다수 학생들에게는 거의 무의미한 내용이었고, 결국 미적분개혁을 단행하여 개혁적(reformed)미적분을 요구하게 되었다.

한편 전통적미적분의 교재는 학생들에게 어려움을 더해 주었다. 출판시장은 미적분교재를 더욱 두껍게 늘리도록 요구했는데, 이는 몇 가지 난이도 있는 주제를 첨가하면 그 영역의 전공자에게 팔 수 있지만, 어떤 주제가

제외되면 어느 누구에게도 팔리지 않는다고 생각했기 때문이었다. 기본 내용에 새로운 주제가 하나씩 첨가되면서 교재는 점점 두꺼워졌다. 1970~80년대에 미국에서 가장 많이 사용된 교재 중 하나였던 'Calculus and analytic geometry'(Thomas, 1984)의 1979년 판이 891쪽이었으며 1984년 판은 1041쪽이었다. 이런 현상은 결국 1987년에 'Lean & Lively' 제안이 나오는 동기가 되었다.

이에, 미국국립과학재단(NSF)은 '미적분교과과정'에 대한 재고와 개혁의 필요. 반복 계산을 줄이고, 새로운 방법의 교육을 통해 개념적 이해, 문제풀이 기술 그리고 실제 응용능력을 향상시키는 방안 마련'을 연구과제 공모 지침으로 세웠는데, 이 설명은 오늘날 미적분개혁 방향의 정의처럼 받아들여지고 있다. 1987년부터 1995년까지 미적분교육 개선방안 연구를 위한 10개가량의 프로젝트에 \$35million이 지원되었다(Wilson, 1997). 당연한 결과로서, 상당수의 순수수학자들도 이 연구에 참여하여 미적분교과과정을 재검토하기에 이르렀다.

IV. 개혁운동의 진행과 하버드미적분학

개혁운동자들은 새로운 교과과정을 개발하여 학생들의 관심과 성취를 높이고자 했다. 미적분의 본질은 계산에 있지 않으며, 대수적 조작보다 사고과정이 먼저이며 실생활이 반영된 내용이어야 한다고 했다. NSF의 지원 아래 여러 프로젝트가 구성되었는데, 그 중에는 Hughes-Hallett과 Gleason이 중심이 된 하버드미적분협의회²⁾, Moore와 Smith의 Duke대학 CALC 연구, Dubinsky의 Purdue대학 C4L³⁾ 연구, 그리고 Uhl의 Illinois대학 Calculus & Mathematica 연구 등이 있었다.

각 프로젝트는 연구팀의 독창적 방법으로 진행되었지만 몇 가지 공통점을 가지고 있었다.

① 강의 환경에서 교수는 더 이상 강좌의 중심이 아니라고 했다. 전통적 강좌가 교사의 강연 형태인 반면 개혁적 강좌는 학생들의 협동학습 형태이다. 소그룹활동으로 문제풀이를 하는데, 이는 사물과 현상을 인식하는

2) Calculus Consortium based Harvard University를 통상 하버드협의회(Harvard Consortium)라고 부른다.

3) C4L: Calculus, Concepts, Computes and Cooperative Learning.

주체에 의하여 주관적인 인지 행위와 사회문화적 상호작용을 통해 지식이 구성된다는 구성주의이론(Bruner, 1986)에 기초한 것이다. 수학 개념을 익히기 위해 학생들이 자신의 의미를 스스로 만들어 나가도록 장려했다.

② 강의 방법에서 컴퓨터와 그래픽계산기의 사용을 주장했다. 컴퓨터 실습시간을 편성하여 배우는 주제를 그래픽으로 봄으로서 그 내용을 더 잘 이해하도록 하며, 계산기를 손에 들고 교재를 읽어가면서 내용을 곧바로 확인하도록 했다. 전통적미적분에서 하던 많은 분량의 대수적 반복 계산을 줄이고 미적분의 근본 아이디어를 터득하도록 했다.

③ 강의 내용에서 실생활 응용을 강조하는 대신 수학적 엄밀성을 없앴다. 내용을 잘 이해하는 것이 정리의 증명을 완벽히 하는 것보다 가치 있는 일이라고 주장했다. 또한 글쓰기를 강조하면서, 문제풀이 결과의 정답여부 보다는 글 표현을 통해 더 좋은 평가를 받도록 했다.

NSF의 연구비 중에서 가장 큰 액수가 하버드협회의 회로 돌아갔는데, 22명의 연구자 (9개 university에서 13명, 7개 college에서 7명, 그리고 2개 고등학교에서 2명)로 구성된 대규모 프로젝트였다. 그들은 다양한 주제 대신에, 적은 주제를 다루되 개념의 이해와 깊이를 강조하고자 했다. 이는 Tulane학회의 'Lean & Lively' 제안을 수용한 것으로서, 새로운 교과내용의 구성을 완전히 백지 상태에서 시작했다. 수요자의 요구에 충실하기위해 공학, 물리학, 화학, 생물학, 경제학과의 교수들과 접촉하여 기초미적분학에서 꼭 다루어야하는 주제와 응용의 범위를 결정했다. 전통적으로 항상 다루어지던 내용들을 과감히 제외했고 오히려 미분방정식과 같은 주제를 추가했다 (Gleason; Hughes-Hallett, 1992).

개혁운동의 또 다른 중요한 요소는 교재 개발로서, 1990년도 초부터 약 10개의 개혁적미적분교재가 출간되었다. 그 각각은 저자들의 철학을 반영하면서 컴퓨터와 계산기의 사용을 도입했는데, 그 중 하버드협회의는 교재구성을 위한 두 가지 기본 원칙을 채택했다.

3(또는 4)의 원칙: 모든 수학 주제는 반드시, 그래픽으로, 수치적으로 (값 또는 근사값), 대수적으로 (기호적, 공식이나 기호) 그리고 언어적으로 (내용을 완전한 일상 문장으로 설명할 수 있도록) 표현한다.

Archimedes의 원칙: 실제적으로 (응용을 포함해서) 이해할 수 있도록 한다. 즉 형식적 정의의 과정은 실제적

인 문제 탐구로부터 발생한다는 구성주의 학습이론에 근거하여 기술한다.

이러한 원칙에 준하여 새로운 교재 'Calculus' (Hughes-Hallett; Gleason, 1994)가 편찬되었다. 704쪽 분량으로 통상 하버드미적분학이라고 불리며, 개혁적미적분학 여러 서적 중에 단연 독창적인 형태로 구성되어 널리 보급되었다. 교재의 특성을 몇 가지로 요약할 수 있다.

① 전개방식으로 볼 때, 전통적인 교재의 완벽하고 엄격한 증명은 기초미적분 수준에서는 가능하지 않을 뿐만 아니라 적절하지도 않다는 생각을 바탕으로 했다. 가령 지수함수를 전혀 수학적 엄밀성을 보이지 않은 채 교재의 앞부분에서 소개하며, 생태성을 지수함수의 응용으로 다루었다.

② 외형적으로 볼 때, 정리의 증명들은 짧아졌고, 오히려 도표와 그래프가 많아졌다. 설명이 상당히 긴 연습 문제들이 많으며, 그 반면 반복적인 문제는 거의 없다.

③ 내용적으로 볼 때, 'Lean & Lively'를 준수했다. 통상 다루어지던 주제들 중에서, '한 점에서의 극한, 극대 극소값, Rolle정리, 이계도함수판정법, 리만합, 적분을 사용한 로그함수의 정의, 적분 응용으로서 표면적과 부피 구하기, 심슨 법칙, 로피탈 정리, Taylor 급수에서 오차 정리' 등을 제외했는데, 그들은 이러한 주제들이 미분적분학의 분량을 늘리는 혼란물일 뿐이라고 주장했다.

학생들이 답을 구하는 것 뿐만 아니라 그 답을 어떻게 얻었는지 그리고 그 답이 왜 옳은지를 설명하도록 요구했다. 이로서 수학 강좌들이 단순히 어떤 문제의 형태를 기억하는 것이 아니라, 수학적 아이디어에 관해 사고하고 언어로 표현할 수 있도록 했다.

V. 찬성과 반대, 수학계의 분열

'전쟁'이라고 불릴 만큼 수학계에 큰 분란을 일으켰던 개혁운동은 미적분강의에서의 엄청난 낙제율이 결국은 과학과 공학 전공자를 전체적으로 감소시키는 요인이 된다는 우려로부터 시작했다. 더욱이 80년대 후반에 과학 기술의 다양한 영역이 차세대 유망한 직종으로 부상함에 도 불구하고 수학과목의 탈락률은 학생들의 대학 지원율과 등록률에까지 영향을 미친다면서 대학행정부도 상당히 민감하게 개혁을 지지했다.

새로운 교과과정의 필요성을 느낀 사람들, 필요성은 공감하지만 그 방법과 형태에 관한 상반된 의견들, 그리고 수학 외적인 문제까지 겹치면서, 300년 이상 유지되어온 미적분교과과정의 개혁에는 수많은 충돌이 불가피했다. 결국 개혁적미적분학과 전통적미적분학이라는 이름이 생긴 것처럼, 수학계는 개혁적 교수와 전통적 교수로 양분되는 현상이 벌어졌다. 찬성과 반대, 그리고 반박과 재반박이 계속 이어지는 수학전쟁이었다.

미적분을 쉽게 만들어서 많은 학생들을 흡수해야 하는가, 어렵게 만들어서 보다 유능한 학생을 길러내야 하는가? 평범한 다수를 위한 것인가, 재능 있는 소수를 바랄 것인가? 응용의 도구로서의 수학 역할을 강조할 것인가, 도전적이고 중요한 지적 개발을 위한 수학 고유의 성질대로 가르칠 것인가? 미적분개혁의 논쟁은 바로 이런 이분법위에 놓여있었다. 양쪽 입장은 각각의 위험성과 보상을 모두 가지고 있어서, 교과과정을 둘러싼 치열한 논쟁은 지극히 타당했다.

개혁적 교수들은 단지 수학적 이론과 증명에만 집중하는 전통적 강좌의 학생들은 그들의 지식이 어떻게 왜 그리고 언제 응용되는지를 이해하지 못한다고 우려했고, 전통적 교수들은 개혁적 강좌의 학생들이 일반 개념을 습득하고 미적분의 가장 중요한 부분인 엄격한 증명을 하는데 실패한다면서, 서로 상대방의 주장을 반박했다. 전통적 교수들은 수학적 엄격함을 가지고 정리 증명 계산을 함으로써, 훌륭한 학생을 잘 훈련시킬 수 있다고 했다. 훈련의 부족은 유능한 학생들조차도 어려움을 겪게 하고 결국은 포기나 실패로 끝나게 된다고 했다. 미적분개혁의 근본 취지 중 하나는 모든 학생이 잘 할 수 있도록 쉽게 만들자는 것인데, 이것은 그 영역을 완전히 실패할지 모르는 어떤 이들에게 좋은 소식일 수 있지만, 미래과학 훌륭한 공학자가 될 수 있는 집단에게는 바람직하지 않다고 했다. 개혁자들은 그들의 교과과정이 민주적이라고 말하지만, 그것은 단지 물타기하는 것이라고 비난했다. 교과과정에서 컴퓨터 사용 여부는 더욱 뜨거운 논쟁을 야기했다. 컴퓨터가 지루한 계산과 대수적 조작을 잘 해내고 그래프, 함수 같은 어려운 개념을 설명하는데 유용하다는 주장의 반대편에는 미적분기술을 익히는 대신 특정한 프로그램의 조작 기술을 더 많이 배우는 위험성으로 인해 가치가 없다는 주장이 있다.

<표 1> 개혁적/전통적 미적분학 비교

	개혁적미적분학	전통적미적분학
교재	• Hallett;Gleason(1994), • Ostebee;Zorn(1997)등	• Thomas(1984), • Stewart(1995)등
주장	• 선별된 내용을 집중적으로 다룸. • 평범한 다수를 위함. • 수학이 많은 응용을 위한 도구로서의 역할을 감당하도록 가르침. • 쉽게 만들어서 많은 학생들을 흡수.	• 보편적 내용을 광범위하게 다룸. • 재능있는 소수를 위함. • 도전적이고 중요한 지적 개발을 위한 고유의 특성대로 가르침. • 어렵게 만들어서 이공계 유능한 학생을 양성.
컴퓨터	컴퓨터는 지루한 계산과 대수적 조작을 잘 해내고, 그래프나 함수 같은 어려운 개념을 설명하는데 유용함.	미적분을 배우는 대신 프로그래밍을 익히는 위험성. 컴퓨터가 주는 답에 의존하여 중요한 사고를 터득치 못함.
장점	• 그룹역할, 언어적 역할의 강조는 미적분인구를 증가시키며 여러 계층에게 기회를 줌. • 기초부족 학생들은 쉽게 배울 수 있는 반면 준비가 잘 된 학생들은 사고의 자극제가 됨. 대수적 접근법과 더불어 수치적, 그래프적인 방법을 제공함으로써 내용 숙달에 도움이 됨.	• 수학적 엄격함으로 정리·증명·계산을 함으로써, 훌륭한 학생을 잘 훈련시킬 수 있음. • 적절한 수학적 준비와 힘든 노력 요구하는 정신능력은 강좌에서 만족스런 점수를 받고, 기본개념과 기술을 잘 익히는 것으로 성취될 수 있음. 미래 과학·공학자는 이렇게 양성됨.
비난	• 전통적미적분에서 이론과 증명에만 집중하는 학생들은 그들의 지식이 언제 어떻게 왜 응용되는지를 이해하지 못함. • 대부분이 대입하는 방법이며, 학생들은 집에서 연습해오고, 교수들은 시험을 통해 그와 유사한 것을 질문함.	• 개혁적미적분은 미적분 교과과정을 약화시키고 엄격하고 어려운 일을 회피하는 일시적 유행 같은 교육 방법임. • 미적분의 가장 중요한 부분인 엄격한 증명에서 실패하고, 준비와 훈련이 부족한 상황은 결국은 포기나 실패로 끝남.

개혁적 과정을 한두 해 적용해 본 대학에서 다양한 부류의 많은 학생들이 미적분강좌를 통과하게 되자, 개혁적 교수들은 환호를 했지만, 전통적 교수들은 학생들 수준 하락화로 인해 비난했다. Rosen; Klein(1996)은 여러 근거를 들어 하버드미적분의 접근법을 반박을 했다.

① 대수적 조작. 개혁적미적분은 대수적 조작을 소홀히 다루었다. 이는 미적분학을 지속하도록 격려하고 탈

략률을 낮춘다고 주장하지만, 대수를 강조하지 않는 것은 학생들에게 손해이며, 결국 하향화를 만든다. 탈략률을 줄이는 것은 교육현장에서 차선의 문제이다.

② 실수 역과 로그의 정의. 기초미적분은 지수와 로그함수의 정확한 개념을 소개하는 유일한 교과목인데, 하버드 방법으로는 이러한 정의를 정확히 배울 수 없다. 수학이나 과학 전공자는 e^x 를 잘 이해해야 하는데, 그들은 이것을 어디서 배울 수 있는가.

③ 극한과 연속의 정의. 중요한 개념들을 어느 정도 강조할지에 관해 이견이 있기는 하지만 아주 기본적인 분량조차 없앤 것은 치명적이다. 이런 교육을 받은 학생들은 앞으로 극한개념을 필요로 하는 벡터미적분, 복소수, 실해석학에서 어려움을 겪게 된다.

④ 적분개념의 정의. 적분 정의가 리만적분과 동일하지 않는데, 이런 상황이 벌어진 것은 수열 극한의 정의를 다루지 않았기 때문이다.

⑤ 로피탈 정리와 중간값 정리의 생략과 평균값 정리의 부적절한 소개

⑥ 미분의 분수 규칙 증명, 극좌표, 매개변수, 부분분수, 급수의 수렴성 등을 소홀히 다룸.

가장 인기 있는 전통적 교재를 쓴 Stewart(1995)는 학생들이 수학적 계산을 더욱 간결한 수학의 언어로 표현할 수 있기를 요구하면서, 개혁적 교재에서 제외된 주제들을 자신의 저서에 다시 포함시켰다. 어떤 교재에서 어떤 개념을 강조하는지는 그 개념을 설명하기 위해 할당된 분량을 보면 알 수 있다. 하버드미적분은 단지 한 절에서 한 가지 방법으로 극한을 정의하였으며, 연속을 소개하기 위해 약 두 문단 정도를 쓰면서 연속의 정의가 필요한 경우에는 부록을 참조하도록 했다. 또 다른 개혁적 교재인 Ostebee; Zorn(1997)는 연속을 두 절에서 다루었다. 반면 Stewart는 다섯 절을 할애하여 극한의 본질을 논의하며, ϵ - δ 의 형식적인 정의를 포함하여 10가지 방법으로 다루며 또한 여러 개의 정리들을 제시하였다.

한편 개혁의 찬성의견도 이어졌다. 개혁적미적분은 실생활 응용에 도움을 주며, 전통적 강의에서 서비스가 충분하지 못했던 학생 인구의 참여를 높였다고 평가했다. Colgate대학의 Tucker는 극소수 학생들만이 수학전공을 하는데, 대부분의 대수적 기술은 수학 외 분야에서는 최소한으로만 사용된다면서, 개혁적미적분을 도입하

여 학생들의 테크노로지 이용을 장려하고 지필계산을 넘어 그 풀이 과정을 글로 표현하도록 해야 한다고 했다.

개혁운동의 10년이 지나자 반동이 거세지고, 수학회회는 분열되었다. 개혁이 완전한 실패작이었다고 믿는 사람들이 많아졌으며, 개혁적미적분학생들은 조금이라도 복잡한 수학문제를 해결할 수 있는 아이디어를 전혀 갖추지 못했다고 비난했다. 개혁적 강좌를 실시했던 대학들 중에서 몇 곳은 다시 되돌아가기도 했다. 스탠포드대학은 개혁적미적분은 기술을 사용하는 표면적인 방법 이외의 아무 것도 주지 못하며, 수학이 정말 필요한 학생들에게 전혀 도움이 되지 못했다면서 7년 만에 다시 전통적으로 돌아갔다. 또한 UCLA, USC 등 여러 곳도 하버드미적분을 사용해 본 후 다시 원래로 되돌아갔다 (Rosen; Klein, 1996). 한편 Iowa대학은 컴퓨터 과제물과 연구보고서를 상용하도록 하는 개혁적미적분강좌를 개발했는데, 1994년에 400명 학생들이 수강했으나 2년 후에는 120명으로 급감했다(Wilson, 1997).

미적분논쟁은 개혁적 교수들이 전통적 동료교수들에 의해 상당히 시달림을 받는다는- 신체적으까지- 이 야기로 번졌다.⁴⁾ 스탠포드대학의 Osgood는 개혁운동에 참여했었는데, 수학과에서 개혁적 교과과정을 폐기하기로 결정한 이후 학과 내에서 무척 불편한 입장에 처했다고 했다. “두 집단 사이의 논쟁은 마치 서로 다른 종교 단체 사이의 논쟁처럼 극도로 심해졌다.”고 Lean & Lively를 주창한 Douglas가 말했다. C4L을 주도한 Dubinsky는 개혁의 노력이 조만간에 없어질 것인데 이는 전통적 강의형식이 개혁적인 것보다 훨씬 쉽기 때문이라면서, 미적분개혁의 미래에 대해 부정적 견해를 보였다.

VI. 개혁안 시행의 결과 검증

개혁운동이 시작된 1987년 이후 10년, 20년이 지나면서, 효과검증의 필요성이 대두되었다. 개혁적미적분을 실시한 1048개 기관의 70% 정도가 미적분강의에서 ‘대체로’ 또는 ‘중요한’ 변화가 있었다고 보고했다(Murphy, 2006). 500개 이상의 대학에서 개혁적미적분의 검증 연구가 진행되었으며, 그 결과들은 미적분강좌의 형태만큼

4) 개혁적 교수가 전통적 교수에 의해 신체적 공격을, 심지어는 살해 위협까지 당했다는 소문도 떠돌았다.

이나 다양했다. 이 절에서는 Illinois대학(Chicago)(UIC), Oklahoma주립대학(OKSU), Roger Williams대학(RWU), Collin Community대학(CCC), Connecticut대학(UConn), Michigan대학(UM)등의 검증결과를 살펴보고 시사점을 분석해보고자 한다.

<UIC>는 1994~1995년에 전통적미적분(TC), 1995~1996년에 개혁적미적분(RC)의 학생들의 성취도를 비교했다(Baxter et.al. 1998). 각 년도에 TC 또는 RC의 한 가지 형태만 개설되었으므로 학생들에게는 강좌선택권이 없었으며 두 집단의 크기는 거의 동일했다.

문제: ① Math-Act성적을 사전 검사하여, ② RC/TC 집단의 성취도를 비교하며, ③ 미적분 이후 수학 관련 과목의 성취도 조사를 통해 장기적인 효과를 연구했다.

결과: ① 사전검사에서 TC집단의 성적이 다소 높았지만, ② 미적1의 통과율은 RC집단이 많이 높았다. ③ 미적1의 대부분 학생들이 물리1을 함께 수강했기 때문에, 미적분 이후 강좌의 성취도 비교를 위해 물리1을 택했다. RC집단의 78%가 물리1에서 C학점 이상을 받음으로서 단지 59%에 머문 TC집단보다 월등히 좋은 결과를 보였다. 미적1 이후의 수학기반 과목(미적2, C-언어, 유기화학, 화학)에서도 여전히 RC집단의 성적이 높았다. 그러나 물리2와 미적3에서는 TC집단이 우월했다.

<표 2> UIC 개혁적/전통적 미적분 결과 비교

	사전검사Math-Act	미적1 통과율
TC	다소 높음	52%(579명)
RC		64%(730명)

미적분 이후 수학기반 과목 성취도			
	물리1 학점 (≥ C)	미적2, C-언어, 화학	물리2, 미적3
TC	2.65 (59%)		높음
RC	3.21 (78%)	상당히 높음	

분석: RC집단은 미적분과 그 이후 과목에서 성취도가 좋았다. 그러나 고난이도 분야인 물리2와 미적3에서는 오히려 저조했다. 이것은 개혁적 성향의 강좌로부터 전통적 교과과정으로 되돌아가기 어려웠던 것으로 보인다.

<OKSU>는 1992~1994에 TC와 RC를 동시에 개설한 결과를 보고했다(Johnson, 1995).

문제: ① RC/TC 집단의 성적을 조사하며, ② 미적분 후속과목의 성취도를 비교했다. ③ 1,2학기에 강좌선택의 전이를 알아보고 ④ 강좌의 전이가 있을 때 성취도를 분석했다.

결과: ① RC집단의 성취도가 좋았는데, 이는 C학점 이상을 받은 비율이 RC1의 67%와 TC1의 62%, 또한 RC2의 80%와 TC2의 71%로 조사되었다.

② 미적분 후속으로서 미적2에서의 성취도는 RC1의 45%, TC1의 53%가 통과했다. 또한 미적1 성적을 근거로 해서, TC1의 69%는 선형대수와 미분방정식에서 성적을 상향 유지했는데, RC1의 60%만이 유지할 수 있었다. 결과적으로 TC1 집단이 우수한 것으로 보였다.

③ RC1의 44%가 2학기가 되면서 TC2로 바꾼 반면, TC1의 단지 18%만이 RC2로 바꿨다. 즉, 한 학기 후에 RC의 절반가량이 TC로 바꾸었지만, TC의 대부분은 그대로 유지함으로써, TC에 호감을 보였다.

④ TC1,2; RC1,2의 4가지 조합을 비교했을 때, 1,2학기를 거쳐 TC 또는 RC를 유지한 경우에 미적2의 C학점 이상의 비율은 거의 유사했다(81%). 그러나 강좌의 전이가 있을 때, (TC1→RC2)는 최선의 선택으로서 92%가 C학점 이상이었으며, (RC1→TC2)는 최악으로 단지 55%만이 C학점 이상이었고 더욱이 25.2%만이 미적1의 성적을 상향 유지할 수 있었다.

<표 3> OKSU개혁적/전통적 미적분 결과 비교

OKSU	① RC, TC에서 C학점 이상	
	미적1	미적2
TC	62%	71%
RC	67%	80%
② 미적분 후속과목에서 성취도		
미적2 통과율		선형대수, 미방의 성취도
TC1의 53%	69%가 미적1 성적 상향유지	
RC1의 45%	60%가 미적1 성적 상향유지	

	③ 강좌 전이율	④ 미적2에서 C학점 이상	
		TC2	RC2
TC1	TC1→ RC2 18%	81.1%	92%
RC1	RC1→ TC2 44%	55.3%	80.6%

분석: OKSU의 결과는 UIC의 것과 많이 달랐다. OKSU의 미적1,2에서는 RC집단이 우수했지만, 이러한 상황은 미적분 다음 단계에서 곧 역전되어, TC집단이 우수했다. 학생들의 전이현상으로 미루어볼 때, 학생들은 TC를 선호했으며, (TC1→RC2)과 (RC1→TC2)의 강좌 전이는 학생들 성취결과로 볼 때, 각각 최선과 최악의 선택이었다. 이는 전통적 강의를 기초로 배운 후 개혁적 강의를 진입하는 것이 바람직함을 시사한다.

<RWU>는 정성적(토론, 생각패턴, 문제풀이 전략 등을 보기위해 인터뷰)평가와 정량적(TC/RC집단의 공동시험으로 성취도 측정)평가를 병행했다(Silverberg, 1999).

상황: RWU의 신입생들의 수준은 중간 이하이기 때문에 미적분강좌의 개선이 절실히 요구되고 있었다. 그동안 자료에 의하면 통상 미적1에서 20~45%가 C-로 평가되었는데, 이 중에서 절반 이상이 학기 마지막에 미적분을 포기했다. 그 나머지는 D또는 F를 받는데, 미적1에서 C-나 D를 받은 학생은 미적2를 거의 성공하지 못했다.

<표 4> RWU 개혁적/전통적 미적분 결과 비교

RWU	TC집단 기말 학점				RC집단 기말 학점			
	1등급	2	3	4	1등급	2	3	4
1학기	A	B	C	C	B-	C	D	F
2학기	A-	C+	C	F	B	C	C-	F
3학기	B	B	C	D	B+	B	B	C

기말 점수	1학기		2학기		3학기	
	TC	RC	TC	RC	TC	RC
1등급	159	146	114	103	158	154
2등급	115	86	91	83.5	118.5	123
3등급	91.5	84	75	66.5	93	105
4등급	71	43.5	54.5	44.5	74	100.5

방법: 미적분 6개 분반 중 두 개를 RC로 했다. 공동 기말시험은 TC교수들이 TC적 관점에서 출제했다. 각 교수들이 한 문제씩 맡아 채점함으로써, 교수의 개인차를 최소화했다. 세 학기의 시험결과를 수집하고, 미적분 수강생을 네 등급으로 나누어 세밀히 분석했다.

결과: TC적 시험 출제로부터 미리 예측될 수 있던

것처럼, TC집단의 1,2학기 성적은 RC보다 상당히 우월했다. 3번째 학기가 되어서, RC집단 성적이 TC와 거의 동등해졌다. 특별한 도움을 필요로 하는 RC 3,4등급 학생들이 교육방법의 변화로 인해 가장 혜택을 보아서, RC 3,4등급의 평균이 B,C학점인데 비해 TC에서는 C,D 학점이었다. 3학기에는 RC의 2,3,4등급의 점수가 TC보다 많이 높았다.

분석: RC를 처음 도입했을 때, 학생들은 변화에 저항했고 첫 학기 시험결과는 TC보다 몹시 낮았다. 그러나 학생들은 RC강의에서는 수학과 더불어 경험이 우선이라는 것을 발견하면서 수학에 대한 확신이 커졌다. RC강좌를 중간에서 포기한 학생은 전혀 없었다.

<CCC>의 RC강좌 학생들의 답안지와 성적을 분석한 보고(Johnson, 1997)에서, 미적분강의에서 뛰어날 수 있었던 많은 학생들이 단지 평균 이하 점수의 학생들과 거의 유사한 결과를 보였다고 했다. 그래프계산기에 지나치게 의존한 나머지 계산기는 학습보조기가 아니라 버림목이 되었으며, 대수적 문제풀이를 위해 문제 안에서 성질을 찾아내는 것이 아니라 그래프계산기가 제공하는 근사값을 그대로 받아들였다고 부정적인 결과를 발표했다.

전통주의자들의 비판에 대해 개혁적미적분의 성공을 지지하는 많은 결과도 이어졌다.

<UConn>은 1989~1994의 5년 동안 개혁적미적분(RC)을 실시한 결과에 대해 상당히 긍정적인 보고를 했다(Hurley et.al. 1999).

<표 5> UConn 개혁적/전통적 미적분 결과 비교

UConn	TC	RC	표준 편차	학기	TC	RC	표준 편차
	평균	평균			평균	평균	
'89가을	59	68	21	'90봄	53	56	18
'90가을	51	59	18	'91봄	59	69	16
'91가을	68	71	17	'93가을	57	62	18
'94봄	62	63	17				

TC/RC의 공동시험을 TC형태로 치른 후 학생들의 성취도는 각 학기에서 RC집단이 TC집단보다 좋았다. TC형태의 시험을 보았음에도 불구하고 RC집단의 결과가 좋은 것은, 개념적 이해를 잘 한 학생이 손으로 계산하는 능력에서도 뒤떨어지지 않음을 보여준다고 주장했다.

<UM>은 미적분개혁에 상당히 적극적이었다(Wilson, 1997). 보통 200명 단위의 기존 기초미적분강좌에서는 30%가 D학점 이하를 받았다. 하버드미적분 교재를 사용하는 RC를 5000명 이상의 학생들에게 제공하면서, 강의 실 규모를 30명 이하로 줄였으며 소그룹모임을 할 수 있는 특별한 강의실에서 진행했다. 그 결과 탈락률이 11%로 줄어들었으며, 이전의 학생들보다 수학의 흥미가 더 깊어졌다고 보고했다.

위에서 언급한 6개 대학 이외에도 상당히 많은 보고가 있었다. 그 때마다 서로 다른 결과가 나타났는데, 결국 개혁적/전통적 강의 결과의 검증은 교과과정의 문제라기보다는 그 외적인 문제, 가령 교수의 문제가 더 많이 작용된 것으로 보인다.

VII. 우리나라에서 미적분학 교육

개혁의 이상적인 방향이 어디인지에 대해서 여전히 찬반토론 중이다. 이는 어떠한 개혁안도 장점과 동시에 단점을 가지고 있으며 통제하기 어려운 많은 요인들이 있기 때문이다. 이 절에서는 미적분개혁안에 따른 검증의 결과를 토대로 우리나라 대학수학교육과정에 응용할 수 있는 가능성을 논의해보고자 한다.

미국 여러 대학의 개혁안 검증은 대학마다 상당히 다른 결론에 도달했다. UIC와 OKSU 모두에서 RC집단의 성취가 좋았지만 미적분 후속과목에서는 두 대학이 완전히 반대 결과를 보였다. UIC의 RC집단은 후속과목에서도 여전히 우월했으나, OKSU에서는 높은 단계로 갈수록 기초 부족상황으로 드러났다. 그에 비해 RWU의 TC집단은 전체적으로 우수했는데, 단지 그동안 수학의 성적이 낮았던 4등급에게는 RC가 좋았다. CCC는 RC집단의 성적이 전체적으로 하향화됐으나, UConn과 UM은 성공적이었다고 했다.

상반된 결과를 보인 여러 연구로부터 몇 가지 결론을 도출할 수 있다.

① RC는 수학기반이 약한 학생들에게 성공적이었으나, 개념과 사고의 흐름을 말로 설명하는 것을 강조하기 때문에 높은 수준의 강좌에서는 준비부족상태가 되었다.

② 대학마다 다른 결과를 얻게 된 가장 큰 원인은 교수편견과 교수준비의 문제인 것으로 보인다. 교수가 개

혁적 교과과정에 믿음과 열정을 가지고 있다면 학생들이 성공할 가능성이 커지며, 이것은 전통적 강좌에서도 동일하다.

우리나라의 대학 현장을 고려할 때, 미국 전역에서 수강생 몇 명중 어느 정도가 대학미적분학을 패스했다는 식의 통계가 우리나라에서는 적절해 보이지 않는다. 이는 미국 대다수의 대학들이 오랫동안 형성되어 온 학생 성취의 절대기준에 따라 평가를 하는 반면, 우리나라는 상대평가를 적용해서 학생들 학점의 적정 비율을 유지하는 대학들이 많기 때문이다. 그 뿐 아니라 절대평가를 하더라도 그 기준이 각 대학에 따라, 혹은 각 교수에 따라 차이가 많이 있기 때문에 어떤 대학의 성적 통계자료가 다른 대학에 영향을 미치지 않는다. 최경미 외(2007)는 연구대상 대학의 대학수학 1,2에서 매년 20% 이상이 낙제하며, 그로인해 수학적 기초 지식을 필요로 하는 다른 전공과목을 제대로 수강해 낼 수 없는 문제가 연계되자 대학에서는 대책마련에 애쓰고 있다고 했다. 유사한 현상이 다른 대학들에서도 발생하는 것으로 여겨지나 그다지 많이 보고되지는 않았다.

찬반논란에도 불구하고 미적분개혁의 영향은 상당히 실제적이어서 우리나라 대학에도 알게 모르게 정착되었다. 외국 교재를 그대로 사용하던 모습에서 벗어나서 각 대학마다 상황에 적합한 교재를 개발하여 학생들 눈높이에 맞추려는 변화도 있으며, 그 교재들의 부피는 외국 교재와 비교하여 상당히 얇아졌다. 또한 개혁적미적분의 특징 중 하나인 테크노로지의 도입은 이미 보편화되었다(곽성은, 1997; 김도현 외, 2001; 박용범 외, 2001; 김병무, 2001; 김향숙, 2003). 테크노로지를 활용한 개혁적미적분강좌의 효과검증을 위한 연구도 있어서, 서종진 외(2006)에서는 전체 세 집단 중에서 집단 1, 2는 RC로서 강의식과 메이플프로그램 교육을 병행하고, 집단 3은 TC로서 강의식 수업만을 했다. 성취도 검사에서 집단 1은 문제풀이를 위해 지필과 더불어 메이플 사용을 장려했고, 집단 2,3은 지필만 허용했다.

<표 6> 실험집단 설계

상황	집단 1	집단 2	집단 3
강좌유형	RC	RC	TC
문제해결방법	지필+메이플	지필	지필

RC(집단1, 2)와 TC(집단3)사이의 지필문제풀이 능력을 조사했고, 집단 1과 집단 2,3 사이의 성취도의 차이를 알아보면서, 특별히 그래프그리기에서 지필과 메이플의 해결 정도를 조사했다. 그 결과 지필로만 해결한 문항 평가에서 세 집단사이에는 유의미한 차이가 없었으나, 지필과 메이플을 함께 사용한 집단 1의 성취도는 나머지 집단의 것보다 높게 나타났다. 또한 집단 1에서 지필로 해결하지 못한 그래프를 메이플을 활용하여 해결한 상당수의 학생들이 있었다. 그러므로 대학수학에서 지필로 풀기 어려운 그래프 그리기는 문제에서부터 여러 가지 수학적 문제를 해결할 때에 테크노로지를 사용할 수 있는 능력을 갖추도록 도와줄 필요가 있다고 했다.

이처럼 우리나라에서도 미적분개선방안 연구가 있었음에도 불구하고, 어떤 사상이나 방향에 대한 공론화된 토론이 없이 각 대학별로 혹은 연구자별로 진행되었던 것으로 보인다. Park(2004)은 우리나라 교육과정의 철학은 외국 것의 모방이라면서 우리의 철학 정립이 필요하다고 했으며, 신현용(2005)은 교육과정연구 수학자, (수학)교육학자, 산업인, 언론인 등 다양한 사회 구성원의 합의도출을 강조했다. 본고에서는 미적분학 개혁운동의 검증이 드러난 문제점을 토대로 교과과정개편의 몇 가지 기본준비 철학을 다음과 같이 제시한다.

① 교수준비: 개혁적 교과과정에 대한 믿음이 없거나 부정적 입장인 교수는 학생들에게 부정적인 영향을 미치게 된다. 이런 문제를 없앨 분명한 해법은 개혁적 교수들만이 개혁적 강좌를 하는 것이지만, 미적분학강좌의 특성상 어떤 쪽 성향의 교수들만이 강의하는 것은 비현실적인 상황이다. 교수들 사이의 논의를 통한 공감대 조성이 반드시 필요하다.

② 강의준비: 개혁적 강좌의 강의는 전통적인 것과는 상당히 다름을 인정해야한다. UIC나 UM에서의 성공은 교수들이 교수프로그램을 통해 미리 강의 연구를 했기 때문이다.

③ 평가준비: 성취도를 평가를 위해 실시한 개혁/전통적 교실의 공동시험이라는 것이 가능한지는 의문을 갖게 한다. RWU의 공동시험은 전통적 교수들이 출제했는데, 이것은 개혁적 강좌 학생들의 지식을 공정히 판단하기에는 부적절한 방법으로 보이며, 그 반대의 경우도 마찬가지

지이다. 이런 문제를 개선하기위해 미적분담당교수들이 시험문제를 내고 개혁적/전통적 사이에서 문제들의 평형을 취하려는 노력이 필요하다.

VIII. 결론 및 제언

오늘날 우리나라의 대학수학 교과과정 개편을 절대적으로 요구하는 외적 요인들이 다수 존재한다. 제7차 교과과정 개정안이 2010년부터 중등학교에 적용될 예정이며, 대학에서는 지난 15년 동안 단독학과, 대·소단위 학부제 모집을 거쳐 다시금 대학 자율로 인한 학부·학과별의 다양한 형태가 있을 것이다. 또한 의학, 법학 그리고 교육 전문대학원 체제 등의 변화와 더불어, 학문분야의 융합과 통섭으로 이공계의 새로운 분야가 속속 만들어지고 있다. 대학수학은 수학적전공 뿐 만 아니라 이공, 경사, 사범 그리고 의약학계열 등에 제공되어야하는데, 여러 전공의 이합집산은 기초수학과정의 변혁을 필요로 한다.

다른 나라의 교육과정과 우리의 것을 비교하는 것은 자연스런 일이지만, 충분한 검토 없이 교육정책을 무비판적으로 도입한 폐해는 이미 여러 번 경험되었다. 본고에서는 미국 미적분학 개혁운동의 역사와 반응을 조사하였을 뿐 만 아니라, 그 실효성 검증에 관한 많은 보고를 분석함으로써, 정책의 장단점의 효과 검증을 토대로 우리나라 교육과정 개발에 필요한 시사점을 찾아보고자 하였다. 여러 문제점에도 불구하고 대학수학교육과정의 목적과 교육방법, 강좌구성 그리고 행정적 역할에 대해 몇 가지 제언을 하고자 한다.

(1) 교육목적: 학생들이 잘 배울 수 있는 방안을 마련하려는 목적에는 결코 완벽한 답이 있을 수 없다. 개혁적이건 전통적이건 충분한 시간과 노력을 기울여야만 그 내용을 잘 알 수 있다. 학생들은 미적분에 대한 적절한 개념 이해를 바탕으로 엄격한 방법과 연습(가끔은 암기라는 말로 표현됨)을 통해 그것을 익히도록 해야 한다.

(2) 교육방법:

① '교수훈련'은 가장 중요한 요인 중 하나로서, 개혁적미적분을 강의하기위해 교수훈련을 먼저 실시했던 대학에서는 성공적인 결과가 나왔다. 개혁적과 전통적인 강의의 차이점을 인정하고 교수들이 강의법을 연구하는 것이 강좌의 성공 여부에 결정적 요인이 된다.

② '조교훈련'은 교수훈련 만큼이나 중요한데, 실습시간의 많은 부분을 담당하기 때문이다. 강의에 조교를 배정하기 전에 컴퓨터 사용과 소그룹활동에 대한 교육을 먼저 시켜야한다.

(3) **강좌구성:**

① '소그룹'과 '협동학습' 모델을 권장하고, 교수의 일방적인 강연을 지양한다.

② '테크노로지'의 사용은 오늘날 미적분강좌에서 보편적이다. 미국은 대학입학시험(SAT, AP)에서 그래피계산기를 허용하는데, 컴퓨터나 계산기 이용에 관해 끊임 없는 논란이 있지만, 그 필요성은 분명해 보이며, 그 적절한 수준을 정하는 연구가 필요하다.

(4) **행정적 역할**

① '강좌선택에 대한 학과의 권고'가 필요한데, 이는 수학적 기반이 약한 학생들에게 개혁적 강좌가 더욱 효과적이야 검증결과로 드러났기 때문이다. 가령 영어 강좌는 기조테스트를 통해 대학에서 반배치를 총괄하기도 하지만, 학과에서 임의 배정할 때 생길지 모르는 불만을 줄이기 위해 개혁적과 전통적 강좌 사이의 선택권을 학생들이 갖더라고, 학과의 적극적인 권고권이 필요하다.

② '평가방법'은 강의법의 변화에 따라 당연히 바뀌어야한다. 전통적미적분에서 중시되었던 수학적 기술보다는 개념이 먼저라는 것을 명심하여, 공식을 기억하여 사용하는데서 학생들의 좋은 성과가 기대되어서는 안 된다.

개혁에 찬성을 했던 반대를 했던, 개혁운동은 1990년도 이후의 수학과정에 큰 영향을 끼쳤다. 그러나 개혁운동의 진정한 성과는 교과과정 개편에 있지 않다. 개혁운동 초기에 많은 논쟁을 부른 것은 'Lean & Lively'로서 그동안 전통적으로 다루던 주제 중 어떤 것을 제외할 수 있는가였다. 시간이 흐르면서, 개혁운동은 이것에 의해 영향을 받은 것이 아니라, 교수방법과 문제풀이 형태에 의해 좌우되었다고 하버드협의회를 주도한 Hughes-Hallett가 말했다(Hughes-Hallett, 2006). 결국 개혁운동은 미적분강좌를 문제화하여 토론의 주제로 만들었는데, 이것은 과거에는 상상도 못한 현상이었다. 이와 더불어 개혁운동에서 기대하지 못했던 중요한 성과가 있었는데, 그것은 타 전공과의 협력 증대였다. 미적분이 실질적으로 어떻게 응용되는지를 알기위해, 타 전공 전문가와 토

론하고 그들의 전공 교재를 검토하면서 새로운 교과과정에 그들의 요구를 반영하게 된 것이었다.

외국의 개혁운동을 우리가 성급히 따라야 할 필요는 없지만, 미적분학 개혁운동이 미적분강좌에 관한 토론의 공론화를 유도하고 타 분야와의 협력을 증진한 것이 큰 성과였다면 우리도 반드시 눈여겨 볼 부분이다. 미적분학 개혁운동을 통해 수학자들이 자신의 강의 형태를 돌아보고 혁신하는 계기로 만들고, 문제의 공론화를 추진하는 것이 진정한 개혁운동이 될 것이다.

참 고 문 헌

곽성은 (1997). 컴퓨터 그래피를 통한 수학교육의 향상. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 36(2), pp.107-117.

김대건·홍형득 (2007). 이공계교육과정개발연구지원사업 실효성 분석, 한국정책분석평가학회 학술발표, 9월.

김도현·김식만 (2001). Maple6을 활용한 고등학교 수학교육. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 12(8), pp.233-248.

김동화 (1998). 대학수학교수·학습의 문제점 개선 방안, 교육이론과 실천, 8(1), pp.185-193. 경남: 경남대학교 교육문제연구소.

김병무 (2001). 대학수학에서 Mathematica를 이용한 π 의 계산, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 11, pp.307-319.

김병무·윤주한 (2000). 대학교양수학 교육과정에 대한 연구, 과학교육논총, 16(1), pp.101-115. 충북: 충북대학교 과학교육연구소.

김연미 (2004). 1990년대 미국의 수학적쟁과 몇 가지 시사점, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 43(1), pp.1-12.

김향숙 (2003). Teaching and learning Models for Mathematics using Mathematica. 한국수학교육학회지 시리즈 D <수학교육연구> 7(2), pp.101-123.

노선숙 (2007). NCTM의 스탠다드 중심 수학교육과정 개혁동향: 2006 'Curriculum Focal Points'를 중심으로. 교육과정연구 25(2), pp.147-169, 서울: 한국교육과정학회.

- 박용범 외 4명 (2001). 수학교육에서 Maple의 활용방안. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 12(8), pp.211-232.
- 서종진 외 3명 (2006). 대학수학교육에서 Maple 활용에 관한 연구, 한국수학교육학회지 9(4), pp.557-573. 공주: 한국수학교육학회.
- 손충기 (2006). 대학의 연계전공 운영 현황과 그 교육과정 개발모형 탐구, 미래교육연구 13(2), pp.1-26, 서울: 연세대학교교육연구소.
- 신현용 (2005). 수학과 교육과정 개정의 방향과 절차에 관한 제언, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 44(2), pp.169-178.
- 최경미 외 6인 (2007). 중위권 대학 신입생의 수학적 배경과 대학수학 성취도 사이의 관계, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 46(1), pp.53-67.
- 홍후조 (2005). 대학전공학습을 위한 고교의 선수학습과목에 관한 대학생의 인식 조사 연구, 교육과정연구 23(3), pp.257-288, 서울: 한국교육과정학회.
- Barrett, L. (1986). Making it happen: Report of the implementation workshop. In R. Douglas (Ed.) *Toward a lean and lively calculus*, Washington DC, MAA.
- Baxter, J., Majumdar, D., & Smith, S. (1998). Subsequent grades assessment of traditional and reform calculus. *PRIMUS*, 8(4), pp.317-330.
- Bruner, J. (1986). *Actual Minds, possible worlds*, Cambridge, MA, Harvard University Press. p.127.
- Douglas, R. (Ed.) (1986). *Toward a lean and lively Calculus*, Report of the Conference, MAA Notes 6. Washington DC.
- Ferrini-Mundy, J., & Graham, K. (1991). An overview of the calculus curriculum reform effort: Issues for learning, teaching, and curriculum development. *The Amer. Math Monthly*, 98(7), pp.627-635.
- Friedler, L. (2004). *Calculus in the US: 1940-2004*, Arcadia University.
- Gleason, A., & Hughes-Hallett, D. (1992). Calculus Consortium based at Harvard University, *Newsletter Focus on Calculus*, John Wiley & Sons.
- Hughes-Hallett, D., & Gleason, A. (1994). *Calculus*, NY. John Wiley & Sons.
- Hughes-Hallett, D. (2006). What have we learned from calculus reform? The road to conceptual understanding. <http://math.arizona.edu/~dhh/NOVA/calculus-conceptual-understanding.pdf>.
- Hurley, J., Koehn, U., & Ganter, S. (1999). Effects of calculus reform: Local and national, *The Amer. Math Monthly*, 106(9), pp.800-811.
- Johnson, C. (1997). Calculus Reform, *School Science and Mathematics*.
- Johnson, K. (1995). Harvard calculus at Oklahoma State University, *The Amer. Math Monthly*, 102(9), pp.794-797.
- Murphy, L. (2006). Reviewing reformed calculus, ramanujan.math.trinity.edu/tumath/studpapers/s45.pdf
- Ostebee, A., & Zorn, P. (1997). *Calculus from graphical, numerical and symbolic points of view*. I, II, Harcourt Brace College Pub.
- Park, K. M. (2004). Issues concerning the curriculum revision process and mathematics curriculum in Korea, *J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. D: Research in Math. Education* 8(2), pp.95-106.
- Rosen, J., & Klein, D. (1996). What is wrong with Harvard Calculus?, *Mathematically Correct*.
- Schoenfeld, A. (1986). Notes on teaching calculus: Report of the methods workshop. In R. Douglas (Ed.) *Toward a lean and lively calculus*, Washington DC, MAA.
- Silverberg, J. (1999). *Does calculus reform work*, MAA Notes 49, pp.245-248.
- Steen, L. (Ed.) (1987). *Calculus for a new Century: A pump, not a filter*, MAA Notes 8, Washington DC.
- Stewart, J. (1995). *Calculus: Early Transcendentals*, Brooks/Cole ITP.
- Thomas, G. (1984). *Calculus and Analytic Geometry: With Supplementary Problems the Classic Ed.* Addison Wesley Longman, Inc. 1041pp.
- Tucker, T. (1986). Calculus syllabi: Report of the

content workshop. In R. Douglas (Ed.), *Toward a lean and lively calculus*. Washington DC, MAA.

Wilson, R. (1997). Reform Calculus. Has been a disaster, critics charge, *The Chronicle of Higher Education*.

Calculus Reform Movement and A Study on the College Calculus

Choi Eun Mi

Department of Mathematics, Hannam University, Daejeon, Korea

E-mail : emc@hnu.ac.kr

Recently our society confronts with the concern over the college students' apparent lack of understanding and interesting of mathematics. In late 1980s the calculus reform movement in US was triggered to increase both passing rates and a general interest in the subject.

The purpose of this paper is to investigate teaching of college calculus and its curriculum in order to promote students' interesting and understanding. We deal with 4 questions. Firstly, we research the history and motivation of the calculus reform movement in US. Secondly, we do case study about the debate between reformed and traditional calculus. Then we evaluate the effectiveness of reformed calculus in comparison to traditional calculus. Finally we investigate possible ways to apply reformed calculus in our university mathematics education and suggest some points to improve teaching calculus.

* ZDM Classification : D35

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D30

* Key Words : college mathematics education, curriculum development