

# 사장교 시공 중 케이블 장력 보정을 위한 최적 변위계측 위치 결정

Determination of Optimal Locations for Measuring Displacements  
to Adjust Cable Tension Forces of Cable-Stayed Bridges

신수봉\*      이종용\*\*      김재천\*\*\*      정길제\*\*\*\*  
Shin, Soobong      Lee, Jung-Yong      Kim, Jae-Cheon      Jung, Kil-Je

## Abstract

The paper presents an algorithm of selecting optimal locations for measuring displacements(OLD) to adjust cable tension forces during the construction of cable-stayed bridges. The rank for optimal locations can be determined from the effective independence distribution vectors(EIDV) that are computed from the Fisher Information Matrices(FIM) formulated with the displacement sensitivities. To examine the efficiency and reliability of the proposed algorithm for determining OLD, a simulation study on a cable-stayed bridge has been carried out. The results using FIM formulated with displacements are compared with those using FIM with displacement sensitivities through the simulation study. The effects of measurement noise and error in cable length on the adjustment of cable tension forces are evaluated statistically by applying the Monte Carlo scheme.

## 요 지

이 연구에서는 사장교의 시공 중 장력보정을 위한 최적 변위계측 위치(OLD) 결정법을 제안한다. 변위 민감도를 구하여 Fisher Information Matrix(FIM)를 정식화하였고, 이를 이용한 유효독립분포벡터(EIDV)를 계산하여 최적 변위계측 위치의 우선순위를 결정하였다. 결정된 최적 변위계측 위치의 효율성과 신뢰성을 검증하기 위하여 사장교에 대한 수치예제를 수행하였다. 변위를 사용한 FIM을 정식화하여 이의 결과를 변위 민감도를 사용한 결과와 수치예제를 통해 비교하였다. 또한 변위 측정오차와 케이블 길이오차가 장력 보정에 미치는 영향을 Monte Carlo 기법을 사용하여 통계적으로 분석하였다.

**Keywords** : Cable-stayed bridges, Displacement sensitivity, EIDV, FIM, OLD

**핵심 용어** : 사장교, 변위 민감도, 유효독립분포벡터, FIM, 최적 변위계측 위치

\* 정회원, 인하대학교 토목공학과 교수

\*\* 학생회원, 인하대학교 석사과정

\*\*\* 학생회원, 서울대학교 박사과정

\*\*\*\* 학생회원, 인하대학교 박사과정

E-mail : sbshin@inha.ac.kr 032-860-7552

• 본 논문에 대한 토의를 2009년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 2009년 7월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서론

사장교는 완성계에서 초기평형상태를 해석한 후 그 결과를 토대로 각 시공단계에서의 목표형상을 정의한다. 하지만 캔틸레버 공법으로 시공되는 케이블 지지 구조물은 엄격한 시공관리 하에 진행되더라도 여러 가지 현장조건 및 불확실성에 의하여 정확한 목표형상을 만족시키도록 시공하기 어렵기 때문에 시공 중 계측값을 토대로 장력을 지속적으로 보정해야 한다. 이 과정에서 변위를 어느 위치의 어느 자유도에서 측정하느냐에 따라 보정량 산출 결과가 조금씩 변하게 된다. 일반적으로 측정위치의 선택은 어떤 체계적인 분석에 의해 결정되기보다는 엔지니어의 공학적 판단 혹은 구조물의 대칭성 등을 바탕으로 정해지고 있다. 하지만 측정변위계측의 위치와 개수에 따라 그 결과가 변하며 제대로 그 결과를 추정할 수 없는 경우도 발생한다. 따라서 체계적으로 최적 변위계측 위치(OLD: Optimal Locations for measuring Displacements)를 결정할 수 있는 기법의 개발과 적용이 필요하다.

본 연구에서는 최적 변위계측 위치를 구하는 알고리즘을 제시하고, 사장교에 대한 수치예제를 통해 계측 위치 및 보정 케이블 개수에 따른 영향을 통계적으로 분석하였다. 문헌조사를 통한 최적 변위계측 위치 결정법에 관한 연구동향은 크게 Fisher Information Matrix(FIM)라 불리는 통계학적 수학기법을 사용하여 최적 변위계측 위치를 결정하는 법과 Hankel Matrix를 사용하는 법 두 가지로 분류할 수 있다(Kwon 등, 2008). FIM을 이용한 방법 중에는 민감도해석을 적용하지 않은 최적 변위계측 위치 결정법(Penny 등, 1994)과 민감도해석을 적용한 최적변위계측 위치 결정법(Fadale 등, 1995; Udwadia, 1994)으로 나뉜다.

본 연구에서는 변위와 변위 민감도를 적용한 FIM으로 최적 변위계측 위치를 각각 구하고 결정된 최적 변위계측 위치를 이용하여 변위 계측값을 구한 후 이를 통하여 케이블길이 보정량을 계산하였다. 제안한 방법의 효율성과 신뢰성을 검증하기 위하여 사장교 일부 시공단계에 적용한 수치예제를 수행하였다. 수치예제에서는 변위 측정오차와 케이블길이 오차가 장력보정에 미치는 영향을 통계적으로 분석하기 위해 Monte

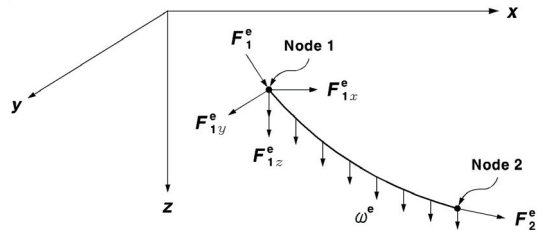


Fig. 1 케이블 부재의 자유 물체도

Carlo 기법을 적용하였다.

## 2. 사장교 해석 이론

사장교의 해석을 위해 탄성현수선 케이블 요소와 뼈대 구조요소에 대한 강성도 행렬을 구성하고 구조물 전체에 대한 강성도 방정식을 구성한다. 케이블 부재의 접선 강성도 행렬은 탄성현수선 이론에 의하여 유도할 수 있다(안상섭, 1991). Fig. 1은 자중과 양단에서 인장력을 받고 있는 3차원 케이블 요소를 보이고 있다. 케이블 요소  $e$ 의 외적 평형 조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_2^e = -\mathbf{F}_1^e - \mathbf{w}^e L_0^e \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{F}_j^e$ 와  $L_0^e$ 는 절점  $j$ 에서 작용하는 재단력 벡터,  $\mathbf{w}^e = (0, 0, w^e)$ 는 케이블의 무응력 상태에서의 길이,  $w^e$ 는 변형 전 케이블 부재의 단위 길이 당 자중이다. 케이블 부재  $e$ 의 적합조건식은 다음과 같이 매트릭스 형태로 표시할 수 있다(안상섭, 1991).

$$\mathbf{B}\mathbf{x}^e = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{F}_1^e, L_0^e) \quad (2)$$

여기서  $\boldsymbol{\varphi}$ 와  $\mathbf{B}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \phi_x^e &= x_2^e - x_1^e \\ &= -\frac{F_{1x}^e}{EA} L_0^e - \frac{F_{1x}^e}{w^e} \left\{ \sinh^{-1} \left( \frac{F_{1z}^e + w^e L_0^e}{H} \right) - \sinh^{-1} \left( \frac{F_{1z}^e}{H} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_y^e &= y_2^e - y_1^e \\ &= -\frac{F_{1y}^e}{EA} L_0^e - \frac{F_{1y}^e}{w^e} \left\{ \sinh^{-1} \left( \frac{F_{1z}^e + w^e L_0^e}{H} \right) - \sinh^{-1} \left( \frac{F_{1z}^e}{H} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\phi_z^e = z_2^e - z_1^e = -\frac{F_{1z}^e L_0^e}{EA} - \frac{w^e (L_0^e)^2}{2EA} - \frac{1}{w^e} \left\{ \sqrt{H^2 + (F_{1z}^e + w^e L_0^e)^2} - \sqrt{H^2 + (F_{1z}^e)^2} \right\} \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Fig. 1에서 보인 케이블 요소  $e$ 의 평형상태에서의 양단 절점 위치가 기지의 기준 위치  $\mathbf{x}_0^e$ 에서 절점 1과 절점 2에서 발생한 변위  $\mathbf{u}_1^e, \mathbf{u}_2^e$ 에 의하여 결정되었다면 식(2)는 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e) = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{F}_1^e, L_0^e) \quad (5)$$

식(1)과 식(5)의 증분식에 의하여 케이블 부재의 접선 강성도 행렬을 유도할 수 있다. 사장교의 전체 구조계에 대한 평형방정식은 뼈대구조물과 케이블 부재의 재단력에 대하여 표시된다.

$$\sum_e \mathbf{F}_F^e + \sum_e \mathbf{F}_c^e = \mathbf{P} \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{F}_F^e, \mathbf{F}_c^e$  그리고  $\mathbf{P}$ 는 각각 뼈대 부재의 재단력, 케이블 부재의 재단력 그리고 외부하중이다.

케이블 부재의 비선형성으로 인하여 사장교와 같은 케이블 지지 구조물의 평형방정식은 비선형 방정식이기 때문에 식(6)의 증분형 방정식을 유도하여 반복 계산에 의하여 풀어야 한다. 식(6)의 증분형 방정식은 뼈대 부재와 케이블 부재의 접선 강성도행렬을 이용하여 표시할 수 있다(김호경, 1993).

$$\mathbf{F}_{k-1} + \sum_{e=1}^{nf} \mathbf{K}_F^e \Delta \mathbf{u}^e + \sum_{e=1}^{nc} \mathbf{K}_c^e \Delta \mathbf{u}^e = \mathbf{F}_{k-1} + \mathbf{K}_F \Delta \mathbf{u} + \mathbf{K}_c \Delta \mathbf{u} = \mathbf{P} \quad (7)$$

위 식에서  $k, nf, nc$ 는 각각 반복계산 회수, 뼈대 부재의 개수 그리고 케이블 부재의 개수이며,  $\mathbf{F}_{k-1}, \mathbf{K}_F^e, \mathbf{K}_c^e$ 는 각각 이전 반복계산 단계에서 계산된 구조물 저항력, 뼈대 부재의 접선 강성도행렬 그리고 케이블 부재의 접선 강성도행렬이고,  $\mathbf{K}_F, \mathbf{K}_c, \Delta \mathbf{u}$ 는 구조

물의 적합조건에 따라 조합된 뼈대 구조물 및 케이블 구조물의 접선 강성도행렬 그리고 변위 증분을 나타낸다.

### 3. 최적변위계측위치 알고리즘

#### 3.1 Fisher Information Matrix

미지의 구조변수를 추정하기 위해서는 실험에 의해 제공되는 정보가 최대화되어야 한다. 이러한 최적의 조건을 정의하기 위해 일반적으로 추정오차를 최소화하여 구조변수를 추정하고 있다. 이 연구에서는 추정오차가 Cramer-Rao 부등식을 적용할 때 Fisher Information Matrix(FIM)  $\mathbf{F}$ 의 역행렬인  $\mathbf{F}^{-1}$ 의 하한값으로 추정될 수 있다는 이론을 적용한다(Goodwin 등, 1977; 강태우 등, 2001; 허광희 등, 2002). 여기서 FIM  $\mathbf{F}$ 는 식(8)의 확률밀도함수  $f(\mathbf{u}^m | \mathbf{L}_0)$ 의 로그함수를 사용하여 식(9)로 정의된다.

$$f(\mathbf{u}^m | \mathbf{L}_0) = \frac{\exp\left[\frac{1}{2} \{\mathbf{u}^c(\mathbf{L}_0) - \mathbf{u}^m\}^T \mathbf{Cov} \{\mathbf{u}^c(\mathbf{L}_0) - \mathbf{u}^m\}\right]}{\sqrt{(2\pi)^{nm} \text{Det } \mathbf{Cov}}} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{u}^m | \mathbf{L}_0) &= E_{\mathbf{u}^m | \mathbf{L}_0} \left[ \{\nabla \ln f(\mathbf{u}^m | \mathbf{L}_0)\} \{\nabla \ln f(\mathbf{u}^m | \mathbf{L}_0)\}^T \right] \\ &= \mathbf{S}^T \mathbf{Cov}^{-1} \mathbf{S} + \boldsymbol{\Psi} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $\mathbf{S}$ 는 식(10)으로 표현되는 변위의 케이블 무능력 길이에 대한 민감도(sensitivity)행렬,  $\mathbf{Cov}$ 는 변위의 측정치에 대한 공분산(covariance)행렬이며,  $\boldsymbol{\Psi}$ 는 식(11)과 같이 정의된다.

$$\mathbf{S} = \left( \frac{\partial \mathbf{u}^c}{\partial \mathbf{L}_0} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1^c}{\partial (L_0)_1} & \dots & \frac{\partial u_1^c}{\partial (L_0)_{nc}} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial u_{nm}^c}{\partial (L_0)_1} & \dots & \frac{\partial u_{nm}^c}{\partial (L_0)_{nc}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\Psi})_{lm} &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ \mathbf{Cov}^{-1} \frac{\partial \mathbf{Cov}}{\partial (L_0)_l} \frac{\partial \mathbf{Cov}}{\partial (L_0)_m} \right] \\ & \quad l, m = 1, 2, \dots, nc \end{aligned} \quad (11)$$

식(9)의 구배(gradient)는 식(12)로 정의한다.

$$\begin{aligned} \nabla \ln f(\mathbf{u}^m | \mathbf{L}_0) &= \frac{\partial \ln f(\mathbf{u}^m | \mathbf{L}_0)}{\partial \mathbf{L}_0} \\ &= -[\nabla \mathbf{u}^c(\mathbf{L}_0)^T \mathbf{C} \mathbf{v}^{-1} \{\mathbf{u}^c(\mathbf{L}_0) - \mathbf{u}^m\}] \end{aligned} \quad (12)$$

FIM  $\mathbf{F}$ 에서 실험에 의한 측정오차가 구조변수와 독립적이라고 가정하면, 공분산행렬  $\mathbf{C} \mathbf{v} = \sigma_u^2 \mathbf{I}$ 이 되어  $\partial \mathbf{C} \mathbf{v} / \partial \mathbf{L}_0 = 0$ 이 된다. 따라서 식(9)의 FIM  $\mathbf{F}$ 는 다음의 형태로 축소시킬 수 있다.

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}^m | \mathbf{L}_0) = \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (13)$$

### 3.2 최적 변위계측 위치 결정 알고리즘

식(13)에서 정의된 FIM  $\mathbf{F}$ 에서 변위의 유효독립성을 최대화하기 위하여 Penny 등(1994)에 의해 제안된 유효독립분포벡터(EIDV) 개념을 도입하였다.

우선 행렬의 대각합이 그 FIM  $\mathbf{F}$ 의 rank와 같은 멱등원행렬  $\mathbf{E}_s$ 를 식(14)로 정의하고, 그 대각성분을 벡터  $(\mathbf{e}_d)_s$ 로 식(15)와 같이 구하며, 이 벡터 항들 중 최소항을 단계적으로 소거하여 남은 자유도로 최적 위치를 결정할 수 있다.

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{S} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{S} \quad (14)$$

$$(\mathbf{e}_d)_s = \text{diag}(\mathbf{E}_s) \quad (15)$$

Penny 등(1994)의 원문에서는 멱등원행렬에 변위 민감도에 의한 FIM이 아닌 변위 자체에 의한 FIM  $\mathbf{F}$ 를 사용하였다.

### 3.3 변위 민감도 정식화

본 연구에서는 식(10)의 케이블 무응력 길이에 대한 변위 민감도를 구하는 방법으로 이민권 등(2006)에 의해 제안된 방법을 사용하였다. 변위 민감도는 강성도 방정식을 직접 미분하여 구할 수 있다. 사장교의 강성도 방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\mathbf{K}_F \mathbf{u} + \sum_c \mathbf{F}_c^e \{L_0^e, \mathbf{u}^c(L_0^e)\} = \mathbf{P} \quad (16)$$

여기서  $\mathbf{F}_c^e$ 는 케이블 부재  $e$ 의 장력이며, 식(3)에서 주어진 탄성현수선 방정식에 의하여 정의된다. 식(16)을 케이블 초기 길이에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_F \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{L}_0} + \sum_e \frac{\partial \mathbf{F}_c^e}{\partial L_0^e} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{L}_0} = 0 \quad (17)$$

케이블 부재의 장력의 초기 길이에 대한 민감도를 구하기 위하여 식(5)를 케이블의 무응력 길이에 대하여 미분하면 식(18)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial L_0^e} = \frac{\partial \varphi^e}{\partial L_0^e} + \frac{\partial \varphi^e}{\partial \mathbf{F}_1^e} \frac{\partial \mathbf{F}_1^e}{\partial L_0^e} \quad (18)$$

식(18)을 장력의 초기 길이에 대한 민감도에 대하여 표시하고, 케이블 부재의 외적 평형방정식인 식(1)을 케이블의 무응력장 길이에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{F}_1^e}{\partial L_0^e} = - \left( \frac{\partial \varphi^e}{\partial \mathbf{F}_1^e} \right)^{-1} \frac{\partial \varphi^e}{\partial L_0^e} + \left( \frac{\partial \varphi^e}{\partial \mathbf{F}_1^e} \right)^{-1} \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial L_0^e} \quad (19)$$

$$= \mathbf{k}_g^e + \mathbf{k}_c^e \left( \frac{\partial \mathbf{u}_2^e}{\partial L_0^e} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^e}{\partial L_0^e} \right)$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}_2^e}{\partial L_0^e} = \frac{\partial (-\mathbf{F}_1^e - \mathbf{w} L_0^e)}{\partial L_0^e} = -(\mathbf{k}_g^e + \mathbf{w}) - \mathbf{k}_c^e \left( \frac{\partial \mathbf{u}_2^e}{\partial L_0^e} - \frac{\partial \mathbf{u}_1^e}{\partial L_0^e} \right) \quad (20)$$

위의 두 식을 다음과 같은 단일 행렬식으로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{F}_c^e}{\partial L_0^e} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{k}_c^e & \mathbf{k}_c^e \\ \mathbf{k}_c^e & -\mathbf{k}_c^e \end{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial L_0^e} + \begin{pmatrix} \mathbf{k}_g^e \\ -\mathbf{k}_g^e - \mathbf{w} \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{K}_c^e \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial L_0^e} + \mathbf{K}_g^e \end{aligned} \quad (21)$$

식(21)을 식(17)에 대입하여 전체 구조물에 대한

민감도 식으로 조합하면 변위의 케이블 무응력 길이에 대한 민감도 관계식을 구할 수 있다.

$$K_F \frac{\partial u}{\partial L_0} + \sum_c \left( K_c^e \frac{\partial u^c}{\partial L_0^c} + K_g^e \right) = K_F \frac{\partial u}{\partial L_0} + K_c \frac{\partial u}{\partial L_0} + K_g = 0 \quad (22)$$

식(22)를 풀어 변위의 케이블 무응력 길이에 대한 민감도를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial L_0} = - (K_F + K_c)^{-1} K_g \quad (23)$$

## 4. 수치예제

### 4.1 해석모델의 제원

본 연구에서는 Fig. 2와 같이 2차원 평면상으로 총 40개, 3차원 상으로 총 80개의 케이블로 지지된 semi-fan 형식의 사장교 모델을 적용하여 수치예제를 수행하였다.

해석모델의 물성치 및 각 케이블에 대한 제어절점의 좌표는 Table 1과 Table 2에 나타내었다. Table 2에서 사용한 케이블 번호는 측경간 최외측에 설치된 케이블을 1번으로 하여 순차적으로 지정하였으며 중앙경간 최외측 케이블이 20번 케이블이다.

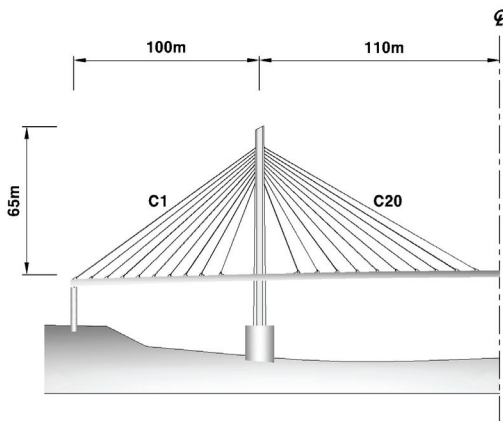


Fig. 2 예제교량

본 연구에서는 Kim 등(2001)이 개발한 프로그램을 사용하여 전체 구조물에 대해 주어진 제어절점을 이용하여 초기평형상태 해석을 수행한 후 무응력 길이를 산정하였다.

Table 1 해석모델의 뼈대부재 물성치

부재	$E$ ( $GPa$ )	$A$ ( $m^2$ )	$w$ ( $kN/m$ )	$I_z$ ( $m^4$ )
거더	207	0.320	87.5	1.131
주탑		0.270		0.432

Table 2 해석모델의 케이블 물성치와 제어절점 좌표

경간	케이블 번호	$E$ ( $GPa$ )	$A$ ( $m^2$ )	$w$ ( $kN/m$ )	제어절점 좌표	
					$x(m)$	$z(m)$
측경간	1	207	0.042	3.2	100.000	65.000
	2				6.000	0.000
	3				16.000	0.000
	4				26.000	0.000
	5				36.000	0.000
	6				46.000	0.000
	7				56.000	0.000
	8				66.000	0.000
	9				76.000	0.000
	10				86.000	0.000
중앙경간	11	207	0.016	1.2	114.000	0.000
	12				124.000	0.000
	13				134.000	0.000
	14				144.000	0.000
	15				154.000	0.000
	16				164.000	0.000
	17				174.000	0.000
	18				184.000	0.000
	19				194.000	0.000
	20				204.000	0.000

## 4.2 오차분석

초기평형상태 해석을 통해 구한 무응력 길이를 적용하여 Fig. 3과 같이 케이블이 3차원 상으로 총 28개가 가설된 후의 시공단계를 대상으로 목표형상을 결정한 후, 변위 측정오차와 케이블 유효길이 오차가 변위 및 변위 민감도 우선순위에 따라 장력보정에 미치는 영향을 Monte Carlo 방법을 사용하여 통계적으로 분석하였다.

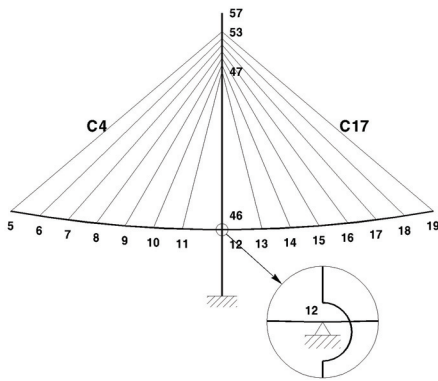


Fig. 3 대상 시공단계의 목표형상

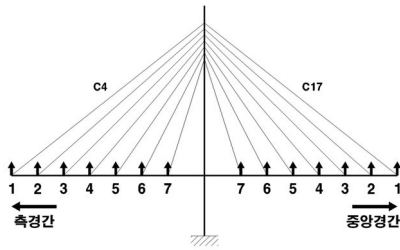


Fig. 4 변위에 의한 변위 계측위치 우선순위

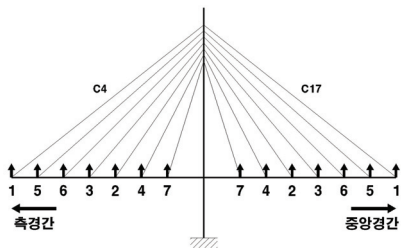


Fig. 5 변위 민감도에 의한 변위 계측위치 우선순위

대상 시공단계에 대하여 각각 변위와 변위 민감도를 이용하여 유효독립분포벡터를 구하고 이 벡터( $e_d$ )<sub>u</sub> 항들 중 최소항을 단계적으로 소거하여 남은 자유도로 최적위치를 결정하여 각각 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다.

두 가지 방법을 비교하기 위해 계측값을 모사하고 이를 사용하여 케이블 보정량을 계산한 후, 목표형상과의 차이를 비교하였다. 보정의 정확도를 판단하기 위한 지수로 식(24)와 식(25)에 정의된 절대평균오차(AE: absolute average error)와 제곱근평균오차(RMS: root mean square error)를 사용하였다.

$$AE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |u_i^T - u_i^c| \quad (24)$$

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i^T - u_i^c)^2} \quad (25)$$

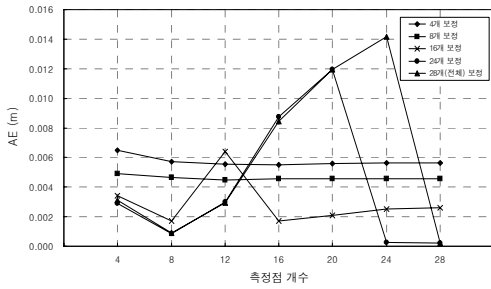
여기서  $N$ 은 자유도의 수,  $u_i^T$ 는 목표형상에서의 변위,  $u_i^c$ 는 보정 후의 변위이다.

### 4.2.1 측정오차의 영향

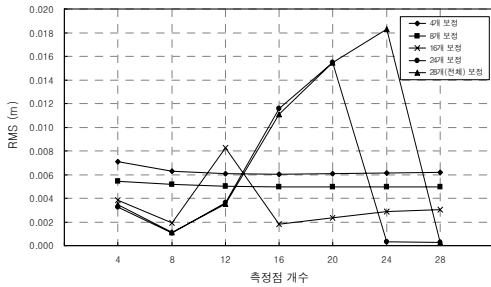
시공 중 장력보정을 위해 변위를 측정할 경우 발생할 수 있는 변위 측정오차를 고려하였다. 이에 대한 영향을 통계적으로 분석하기 위하여 Monte Carlo 방법을 사용하여 측정값에 10%의 임의오차가 발생한다고 가정하고 100회 해석을 반복하였다.

변위 측정오차를 고려한 경우, 변위 우선순위와 민감도 우선순위가 보정 정확도에 미치는 영향을 각각 Fig. 6과 Fig. 7에 나타냈다. 여기서 케이블 보정개수 및 측정점의 개수는 각각 2차원 평면상이 아닌 3차원으로 고려할 경우의 개수이다.

4개 혹은 8개의 케이블을 보정할 경우 변위 우선순위나 민감도 우선순위 모두 측정점의 개수에 따라 오차감소에는 큰 영향이 없으나, 케이블 보정개수를 증가시킬 경우 민감도 우선순위에 의한 방법이 측정점의 개수에 따라 변위 우선순위에 의한 방법보다 오차가 줄어드는 안정적인 경향을 보인다.

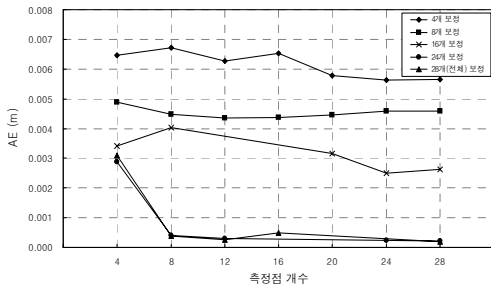


(a) 변위 측정오차에 의한 AE

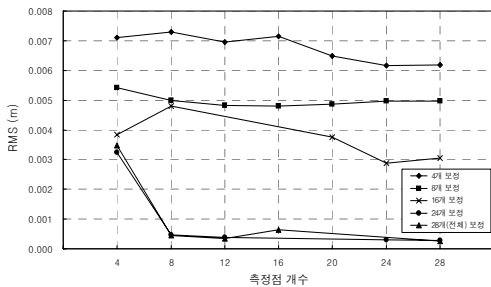


(b) 변위 측정오차에 의한 RMS

Fig. 6 변위 우선순위에 의한 AE, RMS



(a) 변위 측정오차에 의한 AE

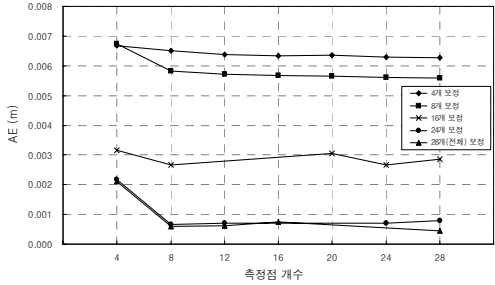


(b) 변위 측정오차에 의한 RMS

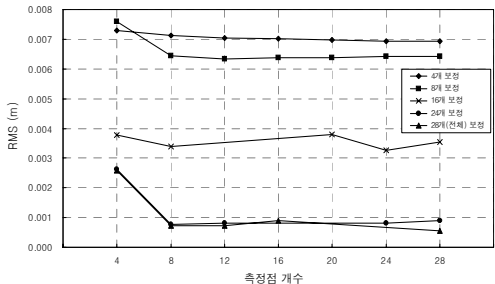
Fig. 7 민감도 우선순위에 의한 AE, RMS

#### 4.2.2 시공오차의 영향

케이블 양단의 경계조건에 의한 케이블 유효길이의 오차가 장력보정에 미치는 영향을 분석하였다. 이를 위해 케이블 무응력 길이에 대해 최대  $\pm 2\text{cm}$  이내의 임의오차가 발생한다고 가정하고 변위 측정오차와 동일하게 Monte Carlo 방법을 사용하였다.



(a) 케이블 유효길이 오차에 의한 AE



(b) 케이블 유효길이 오차에 의한 RMS

Fig. 8 민감도 우선순위에 의한 AE, RMS

변위 측정오차의 결과에 따라 케이블 유효길이 오차를 고려한 경우는 민감도 우선순위가 보정 정확도에 미치는 영향만을 고려했으며 그 결과를 Fig. 8에 나타냈다. 측정점 개수가 8개 이상이면 오차 감소의 영향은 미비하지만, 케이블 보정개수를 증가시킬 경우 보다 오차감소에 큰 영향을 미치는 것으로 판단된다.

## 5. 결론

본 연구에서는 사장교 시공단계별 케이블 보정을 위해 변위계측 위치를 결정하는 합리적인 방법을 수학적 근거를 통하여 제시하고 수치예제를 통하여 검증하여 다음과 같은 결과를 도출하였다.



- 1) 최적 변위계측 위치를 결정하기 위해서 변위 민감도를 고려한 유효독립분포벡터(EIDV)를 이용하는 방법과 변위 자체를 고려한 방법을 제안하고 두 가지 방법을 비교하였다.
- 2) EIDV 기법의 정식화 과정에 FIM(Fisher Information Matrix)를 사장교에 적용 가능하게 확률밀도함수로 정의하고 수학적으로 유도하였다.
- 3) 측정오차의 영향을 고려한 경우, 케이블 보정개수의 증가에 따라 변위 민감도에 의한 방법이 변위에 의한 방법보다 안정적인 오차감소의 경향을 보였다.
- 4) 측정오차와 시공오차의 영향을 고려한 모든 경우에서 측정점 개수의 증가에 따른 오차감소의 영향보다 케이블 개수의 증가에 따른 오차감소의 영향이 더 크게 나타났다.

#### 감사의 글

본 연구는 서울대학교 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 삼성건설(주) 건설부문의 지원에 의하여 수행되었습니다. 연구지원에 감사드립니다.

#### 참고문헌

1. 강태우, 권순정, 신수봉, "최적 측정위치 선택 방법들의 비교 연구", 한국전산구조공학회 가을 학술발표회 논문집, 2001, pp. 253-260.
2. 김호경, 시공 상태를 고려한 현수교의 3차원 해석, 공학박사학위논문, 서울대학교, 1993.
3. 권순정, 주파수영역과 시간영역에서의 가속도계 최적 위치 결정 및 SI기법에 의한 검증, 공학박사학위논문, 인하대학교, 2006.
4. 안상섭, 탄성현수선 케이블요소를 이용한 3차원 케이

- 블망의 정적 및 동적 비선형 해석, 공학석사학위논문, 서울대학교, 1991.
5. 이민권, 이해성, "대칭형 강 사장교의 폐합해석과 시공오차의 예측", 대한토목학회논문집, 제26권 제1A호, 2006, pp. 55-65.
6. 허광희, 최만용, "사장교의 상시감시를 위한 최적 센서 구성", 구조물진단학회지, 제6권 제2호, 2002, pp. 145-155.
7. Fadale, T.D., Nenarokomov, A.V. and Emery, A.F. "Two Approaches to Optimal Sensor Locations", J of Heat Transfer, Vol. 117, 1995, pp. 373-379.
8. Goodwin, G.C. and Payne, R.L., Dynamic System Identification: Experiment Design and Data Analysis, Academic Press, London, 1977.
9. Kim, K.S. and Lee, H.S., "Analysis of Target Configurations under Dead Loads for Cable-supported Bridges", Computers & Structures, Vol. 79, Issue 29-30, 2001, pp. 2681-2692.
10. Kwon, S.J., Woo, S. and Shin, S., "Determination of Optimal Accelerometer Locations Using Modal Sensitivity for Identifying a Structure", Smart Structures and Systems, August, 2008(to be published).
11. Penny, J.E.T., Friswell, M.I. and Garvey, S.D., "Automatic Choice of Measurement Locations for Dynamic Testing", AIAA J., Vol. 32, No. 2, 1994, pp. 407-414.
12. Udawadia, F.E., "Methodology for Optimum Sensor Locations for Parameter Identification in Dynamic Systems", J. of Eng. Mech., ASCE, Vol. 120, No. 2, 1994, pp. 368-390.

(접수일자 : 2008년 2월 4일)

(심사완료일자 : 2008년 11월 12일)