

# 유한회전과 접합부 특성을 고려한 공간프레임의 대변형 탄소성 해석

## Large Deformational Elasto-Plastic Analysis of Space Frames Considering Finite Rotations and Joint Connection Properties

이 경 수<sup>1)</sup> · 한 상 을<sup>2)</sup>  
*Lee, Kyung Soo Han, Sang Eul*

요 약 : 본 연구에서는 접합부 특성이 고려된 공간프레임의 대변형 탄소성해석법에 관한 내용을 기술한다. 이 해석법은 유한변형을 고려한 대변형 탄소성해석법에 기초한 것으로 부재의 재료적 탄소성, 접합부 반강접 특성을 추가적으로 고려하였다. 절점의 유한변형은 오일러의 개념으로부터 유도되었으며, 부재좌표계에서 계산된 부재변형은 보-기둥식에 대입하여 부재력을 계산하였다. 부재변형은 부재축변형과 휨에 의한 축변형효과를 함께 고려하여 계산하였으며, 부재축력의 휨강성, 비틀림강성에 대한 효과를 고려하여 항복함수를 계산하였다. 재료는 완전 탄소성으로 가정하였고, 항복은 부재 양단부에서 집중하여 발생하는 소성힌지의 개념을 사용하였다. 부재 접합부 반강접 특성은 지수모델이나 선형모델을 적용하였고, 접합부 특성이 고려된 탄소성 후좌굴해석을 수행하기 위해 호장법을 사용하였다. 본 연구내용의 정확성 및 효율성을 검증하기 위해 공간프레임에 대한 해석을 수행하였다.

ABSTRACT : In this paper, large-deformation elasto-plastic analysis of space frames that considers joint connection properties is presented. This method is based on the large-deformation formula with finite rotation, which was developed initially for elastic systems, and is extended herein to include the elasto-plastic effect and the member joint connection properties of semi-rigid what?. The analytical method was derived from the Eulerian concept, which takes into consideration the effects of large joint translations and rotations. The local member force-deformation relationships were obtained from the beam-column approach, and the change caused by the axial strain in the member chord lengths and flexural bowing were taken into account. The effect of the axial force of the member on bending and torsional stiffness, and on the plastic moment capacity, is included in the analysis. The material is assumed to be ideally elasto-plastic, and yielding is considered concentrated at the member ends in the form of plastic hinges. The semi-rigid properties of the member joint connection are considered based on the power or linear model. The arc length method is used to trace the post-buckling range of the elastic and elasto-plastic problems with the semi-rigid connection. A sample non-linear buckling analysis was carried out with the proposed space frame formulations to demonstrate the potential of the developed method in terms of its accuracy and efficiency.

핵심용어 : 공간프레임, 대변형, 오일러리안, 유한회전, 보-기둥요소, 탄소성해석, 소성힌지, 반강접

KEYWORDS : space frames, large deformation, Eulerian, finite rotation, beam-column, elasto-plastic analysis, plastic hinge, semi-rigid

### 1. 서론

일반적으로 철골프레임의 접합부를 강접합이나 편접합으로 이상화하여 구조해석 및 설계를 수행하고 있지만, 접합부가 반강접의 특성을 나타낸다는 것은 실험 등을 통해 이미 밝혀진 내용이다. 따라서 전통적인 접합부 설계 및 해석방법은 실제 구조물

의 거동과 차이가 발생하게 된다. 따라서 비선형의 특성을 나타내는 반강접 접합부를 실제의 설계 및 구조해석 시에 고려하고자 하는 연구는 현재까지 활발히 진행되고 있다(정명채, 2000; 한상을 등, 2001; 김종민 등, 2007; Kishi 등, 1990; Chen 등, 1991, 1996; Sekulovic 등, 2008; Liu 등, 2008). 대표적인 연구로 Chen 등에 의해 수행된 일련의 연구(Chen 등,

1) 인하대학교 건축학부 박사후 연구원, 공학박사(iks1838@naver.com)

2) 교신저자, 인하대학교 건축학부 교수, 공학박사

(Tel: 032-860-7592, Fax: 032-873-5724, E-mail : hsang@inha.ac.kr)

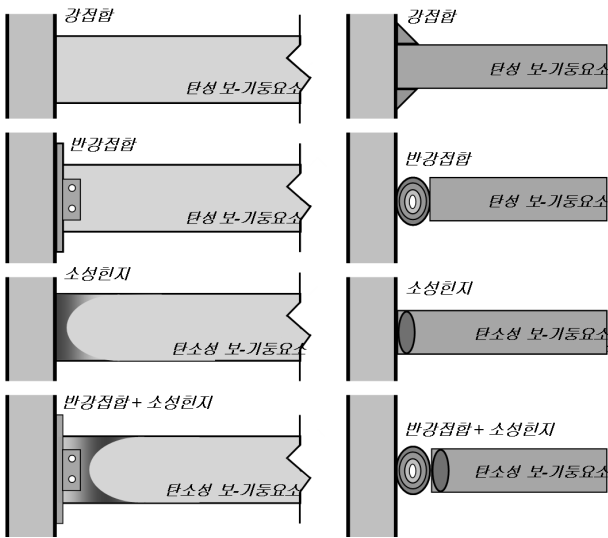
본 논문에 대한 토의를 2010년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1990, 1991, 1996)를 예로 들 수 있다. 그의 연구에서는 보-기둥요소에 대한 소성힌지개념에 의해 탄소성해석을 수행하였으며, 또한 반강접 접합부 특성을 고려한 단성, 탄소성해석에 관한 연구를 수행하였다. 최근에 접합부 반강접 특성과 보-기둥부재의 소성특성을 동시에 고려하고자 하는 연구(Sekulovic 등, 2008: Liu 등, 2008)가 수행되었는데, 위의 연구는 모두 2차원 평면프레임이나 미소변형에 국한되었다.

3차원 공간프레임의 반강접 탄소성해석에 관한 연구로 정명채(2000), 한상을(2001), 김종민(2007) 등의 연구가 있으며, 반강접 접합부와 부재의 소성화 특성을 모델링하기 위해 일련의 탄소성 스프링을 삽입하여 공간구조물의 탄소성해석에 사용하였다. 그러나 이들의 연구에서도 보-기둥요소의 변형은 미소변형의 가정에 한정되었는데, 굽힘효과(bowing effect)나 절점의 유한회전(finite rotation)(Euler, 1775: Goldstein, 1980: Cheng 등, 1989)과 같은 대변형 해석을 위한 이론적 고려가 생략되었다.



(a) RBS 접합부 실험사례(www.sdr-tech.co.jp)



(b) 접합부 모델링 방법

그림 1. 철골프레임 접합부의 모델링

유한회전에 의한 공간프레임 대변형 및 단성, 탄소성해석에 관한 연구는 보-기둥이론에 의한 연구와, 유한요소법에 기초한 연구로 나눌 수 있는데, 축력에 의한 굽힘효과가 고려된

보-기둥요소를 사용한 연구(Kassimali, 1983: Kassimali 등, 1991, 이경수 등, 2009)와, 가정응력법을 사용한 연구(Kondoh, 1986: Shi 등, 1988: Nee 등, 1988), 보완적 에너지법을 사용한 연구(Agyris 등, 1978, 1979, 1982: Izzuddin 등, 1993) 등이 있다. 이 중 Nee 등(1988)의 연구에서는 공간프레임의 대변형 및 접합부 반강접 특성, 부재의 탄소성을 모두 고려한 연구를 수행하였다. 그러나 Shi 등(1988)의 연구와 마찬가지로 추가적인 응력에 대한 가정이 필요하다는 단점이 있었다. 그러나 보-기둥이론을 적용한 접합부 반강접특성이 반영된 대변형 탄소성 공간프레임요소 후좌굴해석과 같은 비선형해석기법이 동시에 고려된 연구는 거의 찾아볼 수 없는 실정이다. 따라서 접합부 특성이 고려된 공간프레임의 실제적인 해석을 위해서는, 가장 우수한 수치결과를 보여준다고 알려져 있는(Chen 등, 1991) 보-기둥요소를 사용하여, 굽힘효과와 유한회전과 같은 대변형 특성(Kassimali 등, 1991) 및 접합부 반강접 특성(加藤史郎, 1997)을 동시에 고려할 수 있는 공간프레임의 비선형 탄소성해석(Abbasnia 등, 1995)에 대한 연구가 필요하다.

따라서 본 논문에서는 그림1과 같은 접합부 특성을 반영할 수 있는 공간프레임 요소를 개발하기 위해, 오일러리안 좌표계에 의한 유한회전이론으로 강제변형을 계산하였고(이경수 등, 2009), 굽힘효과가 고려된 탄소성 보-기둥이론을 적용하였으며(한상을 등, 2007), 철골프레임의 접합부 반강접 특성을 고려하였고(한상을, 2001), 후좌굴해석(한상을 등, 2007)과 같은 고도의 비선형해석을 수행하기 위해 호장법 및 기하강성행렬의 모멘트에 대한 영향을 고려하였다(이경수 등, 2009). 검증예제에 대한 고찰을 통해 제안된 이론 및 해석기법에 대한 정확성 및 효율성을 평가하였다.

## 2. 절점방향행렬(Joint Rotation Matrix)

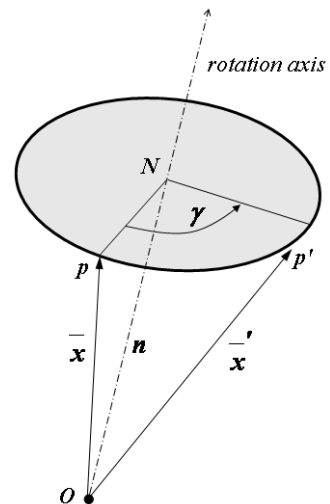


그림 2. 오일러 유한 회전 정식화를 위한 방향벡터

절점회전이 미소하다고 가정하면, 이전 스텝까지의 절점변형에 현재 스텝의 증분변형을 단순 증가시켜 현재까지의 절점변형을 계산할 수 있다. 따라서 현재의 변형상태에 대한 절점방향(joint orientation)을 결정하는 것은 단순 증분식으로 표현된다. 이러한 특성을 수학용어로 가환(可換, commutative)성을 가진다고 정의한다. 그러나 절점변형이 유한(finite)할 경우에는 미소변형의 경우 적용할 수 있었던 가환성을 유지할 수 없기 때문에, 현재의 변형상태에 대한 절점의 회전에 대한 방향을 결정하기 위해서는 오일러의 유한회전이론으로 절점방향을 결정해야 한다. 오일러이론(Euler, 1775; Goldstein, 1980; Cheng 등, 1989)에 의하면 강체의 변형은 아래 그림 2와 같이 임의의 축에 대한 회전으로 나타낼 수 있다. 벡터  $\bar{x}$ 로 표현되는 강체의 점  $p$ 는 기준점  $O$ 에 대한 방향벡터  $n$ 에 의한 기준축을 중심으로, 회전각  $\gamma$ 만큼 변형했을 때, 변형 후  $p'$ 를 나타내는 벡터  $\bar{x}'$ 는  $n$ 과  $\gamma$ 에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{x}' = \bar{x} \cos \gamma + (n \times \bar{x}) \sin \gamma + n(n \cdot \bar{x})(1 - \cos \gamma) \quad (1)$$

$$= \bar{x} + (n \times \bar{x}) \sin \gamma + [n \times (n \times \bar{x})](1 - \cos \gamma)$$

강체변환에 대한 벡터형식의 위식은 행렬의 형태로 아래와 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\bar{x}' = W \bar{x} \quad (2)$$

$$W = \begin{bmatrix} \cos \gamma + \mu n_1^2 & -n_3 \sin \gamma + \mu n_1 n_2 & n_2 \sin \gamma + \mu n_1 n_3 \\ n_3 \sin \gamma + \mu n_1 n_2 & \cos \gamma + \mu n_2^2 & -n_1 \sin \gamma + \mu n_2 n_3 \\ -n_2 \sin \gamma + \mu n_1 n_3 & n_1 \sin \gamma + \mu n_2 n_3 & \cos \gamma + \mu n_3^2 \end{bmatrix}$$

with  $\mu = 1 - \cos \gamma$  (3)

위 식(3)의 행렬은 임의의 절점의 대변형에 대해 유효한 회전행렬이며, 오일러에 의해 최초로 유도되었다(Cheng 등, 1989). 변형 후의 절점 방향에 대한 표현은 서로 직교하는 3개의 기준축에 대한 방향벡터 성분들로 나타낼 수 있으며, 편의상 변형전 절점의 기준축이 전체좌표계에 대해서 평행한 상태이고, 또한 각 축에 대한 방향벡터 성분들이 서로 직교한다고 가정하여, 식(3)의 행렬을 절점방향행렬(joint orientation matrix)(Oran, 1973; Kassimali 등, 1991)이라 정의한다.

$$w = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

### 3. 부재방향행렬과 상대변형

그러나 절점변형이 유한(finite)할 경우에는 미소변형의 경우 적용할 수 있었던 가환성을 유지할 수 없기 때문에, 현재의 변형상태에 대한 절점의 회전에 대한 방향을 결정하기 위해서는 오일러의 유한회전이론으로 절점방향을 결정해야 한다.

공간프레임 각 부재의 상대변형과 강체변형(rigid body rotation)을 분리하기 위해서 오일러이론(Eulerian) 부재좌표계가 사용된다. 부재가 외부하중에 의해 변형을 하게 되고, 부재가 상대변형을 나타내기 때문에  $\bar{x}_2, \bar{x}_3$  축은 양단 절점 방향의 평균값을 사용한다. 부재좌표계는 부재방향행렬,  $r$ 로 나타낼 수 있으며, 부재방향행렬의 각 열벡터는 전체좌표계의 각축에 대한 부재좌표계의 방향벡터로 표현된다. 부재 양단의 변형 후 절점 위치와 절점방향이 계산되면, 부재의 상대변형과 변형 후 부재방향행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다(Kassimali 등, 1991).

양단에서의  $\bar{x}_1$  축에 수직인 축에 대한 단면방향행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$e^{(i)} = W(\theta_i, n_i)^{(i)} p^{(i)} \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

식(5)에서  $p^{(i)}$ 는 양단의 단면방향행렬이고,  $p^{(i)}$ 를 식(3)의 회전변환행렬을 이용해서, 주축의 방향벡터  $n_i$ 에 대해 절점 회전각  $\theta_i$ 만큼 회전시켜 계산한다.

$\bar{x}_2, \bar{x}_3$  축방향에 대한 부재방향벡터,  $r_2, r_3$ 는 아래 식과 같이 근사행렬의 2, 3번째 행렬로 계산되며, 정규화 되어 부재방향행렬,  $r$ 을 구성한다.

$$r \cong \frac{1}{2} [e^{(1)} + e^{(2)}] \quad (6)$$

부재의 상대변형(relative deformation)이 미소하다는 가정에 의해, 양단의 상대변형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_{ij} = -\theta_i (n_i \cdot r_j) \quad (i = 1, 2 ; j = 2, 3) \quad (7)$$

$$\sin \phi_i = e_3^{(1)T} e_2^{(2)} \quad (8)$$

### 4. 부재변형-부재력 관계식

강접합 3차원 공간프레임의 부재력은 보-기둥이론에 의해 아래식과 같이 나타낼 수 있다(Oran, 1973; Kassimali 등, 1991).

$$M_{1j} = \frac{EI_j}{l} (c_{1j}\theta_{1j} + c_{2j}\theta_{2j}) \quad (j = 2,3) \quad (9)$$

$$M_{2j} = \frac{EI_j}{l} (c_{2j}\theta_{1j} + c_{1j}\theta_{2j}) \quad (j = 2,3) \quad (10)$$

$$M_t = \frac{c_t}{l} \psi_t \quad (11)$$

$$Q = EA \left( \frac{u}{L} - \sum_{j=2}^3 c_{bj} \right) \quad (12)$$

$$c_{bj} = b_{1j} (\theta_{1j} + \theta_{2j})^2 + b_{2j} (\theta_{1j} - \theta_{2j})^2 \quad (13)$$

위 식에서  $A$ 는 단면적,  $E$ 는 탄성계수,  $I_j$ 는  $X_j$ 축에 대한 단면2차모멘트이고,  $c_{1j}$ ,  $c_{2j}$ ,  $c_t$ 는 각각 부재축력에 의한  $X_j$ 축 휨모멘트의 안정함수, 비틀림 안정함수(Renton, 1962)이다. 또한  $c_{bj}$ 는  $X_j$ 축 굽힘효과에 의한 축변형계수(Saafan, 1964)이다. 위 식에서 안정함수  $c_{1j}$ ,  $c_{2j}$ 와 축변형계수,  $c_{bj}$ 는 부재축력의 무차원화 계수,  $q$ 에 관한 함수로서,  $q$ 는 부재축력  $Q$ 에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_j = \frac{Q}{Q_{Euler}} = Q \frac{L^2}{\pi^2 EI_j} \quad (14)$$

식(9)-식(12)의 부재력, 부재변형의 관계를 식으로 표현하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{s}^T = \{M_{13}, M_{23}, M_{12}, M_{22}, M_t, QL\} \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{u}}^T = \left\{ \theta_{13}, \theta_{23}, \theta_{12}, \theta_{22}, \psi_t, \frac{u}{L} \right\} \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{B}}^T \bar{\mathbf{d}} \quad (17)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\bar{\mathbf{f}} = \mathbf{R}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{s} = \mathbf{R}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{t}\mathbf{u} \quad (18)$$

식(17)에서  $\bar{\mathbf{B}}$ 는 부재좌표계(오일러좌표계)에서 절점력에 대한 부재력의 변환행렬이다.

식(18)의 부재력에 의한 절점력의 식은 구조물의 평형관계 식으로 볼 수 있으며, 따라서 식(18)의 미소증분변위에 대한 미분형태로 아래와 같이 접선강성행렬을 유도할 수 있다.

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{R}\bar{\mathbf{B}}(\Delta \mathbf{s}) + \mathbf{R}(\Delta \bar{\mathbf{B}})\mathbf{s} + (\Delta \mathbf{R})\bar{\mathbf{B}}\mathbf{s} = (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G)\delta \mathbf{d} \quad (19)$$

식(19)의 오른쪽 첫 번째항은 탄성강성행렬이고, 두 번째, 세 번째항은 기하강성행렬이 된다. 미소변형 이론을 적용할 경우, 식(19)의 오른쪽 세 번째항은 상수가 되어 소거된다. 본 논문에서는 대변형에 의한 유한변형을 고려하였기 때문에

식(19)의 오른쪽 세 번째항은 소거되지 않게 된다. 유한회전에 의한 기하강성행의 자세한 유도과정은 참고문헌(Spiller, 1990: Liew 등, 2000: Argyris 등, 1978, 1979, 1982: 이경수 등, 2009)에 기술되었다.

### 5. 소성힌지의 적용

부재의 비탄성 효과를 고려하기 위해 부재 양단부에 항복이 집중된다고 가정하는 소성힌지 모델을 적용하였다(Abbasnia 등, 1995: 한상을 등, 2007). 소성힌지 사이의 부재는 탄성 상태에 있고, 재료적으로 완전 탄소성특성을 갖는 것으로 가정하였다. 소성힌지의 발생여부를 판단하는 항복조건식은 아래식(Powell 등, 1986: Abbasnia 등, 1995)을 적용하였다.

$$\mathbf{g}_n = \left[ \left( \frac{\bar{M}_t}{M_{p1}} \right)^2 + \sum_{j=2}^3 \left( \frac{\bar{M}_{ij}}{M_{pj}} \right)^2 \right]^{0.5} + \left( \frac{\bar{Q}}{Q_y} \right)^2 = 1 \quad (i=1,2) \quad (20)$$

위 식에서  $\bar{M}_t, \bar{Q}$ 는 각각 소성힌지가 발생할 때의  $i$  단부에서의 비틀림 모멘트와 축력이고,  $\bar{M}_{ij}$ 는 소성힌지가 발생할 때의  $i$  단부에서  $\bar{X}_j$ 축 방향에 대한 모멘트이다. 그리고  $Q_y, \bar{M}_{p1}, \bar{M}_{pj}$ 는 각각 소성축력, 순수 소성 비틀림모멘트 그리고  $\bar{X}_j$ 축 방향에 대한 소성 휨모멘트이다.

유한변형에 의한 보-기둥요소의 소성힌지 적용에 대한 자세한 내용은 한상을 등(2007)의 연구논문에 소개되어 있다.

### 6. 보-기둥요소의 비선형해석

뉴튼랩슨법, 호장법과 같은 비선형 해석법을 이용하여 보-기둥요소에 의한 비선형 수렴과정을 수행하기 위해서는 각 부재별로 소성힌지에 의한 단부 릴리즈 거동특성이 반영되어야 한다. 이는 부재축력이 굽힘효과에 의해 결정되고, 또 굽힘효과는 축력에 의해 결정되기 때문에, 결과적으로 축력과 휨모멘트와의 관계는 비선형 관계식이 된다. 따라서 반복계산 과정을 통해 변형된 상태에서의 정확한 부재축력을 계산해야 한다.

이를 위해 식(12)를 무차원 축력계수  $q$ 에 의해 아래와 같이 다시 표현한다(Kassimali 등, 1991: Abbasnia 등 : 1995).

$$\mathbf{K}(q) = \frac{\pi^2}{\lambda^2} q + \sum_{j=2}^3 c_{bj} - \frac{u}{L} = 0 \quad (21)$$

위식을  $q$ 에 대해 미분하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$K'(q) = \frac{\pi^2}{\lambda^2} + \sum_{j=2}^3 c_{bj}' \quad (22)$$

무차원 증분 축력계수  $\Delta q$ 는 위 식으로부터 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta q = - \frac{K(q_i)}{K'(q_i)} \quad (23)$$

따라서  $i + 1$  반복단계에서의  $q_{i+1} = q_i + \Delta q_i$  이고,  $|\Delta q_i|$  가 수렴할 때까지 반복계산을 수행한다. 본 연구에서의 수렴 한계는  $1.0 \cdot 10^{-5}$ 로 설정하였으며, 한상을 등(2007)의 연구 논문에 위식에 대한 자세한 설명을 수록되어 있다.

### 7. 반강접 연결요소의 적용

반강접 연결요소의 강성행렬은 축변형 및 회전에 대한 강성에 의해 아래와 같이 나타낼 수 있다(加藤史郎, 1997: 정명채, 2000: 한상을 등, 2001: 김종민 등, 2007).

$$k_{sc} = \begin{bmatrix} rs & 0 & 0 \\ & rk_2 & 0 \\ sym & & rk_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

위 식에서  $rs$ 는 축력에 대한 선형의 스프링 강성이고,  $rk_j$ 는  $j$ -축의 회전에 대한 회전스프링 강성이다. 다수의 연구자들에 의해 철골프레임의 반강접 모델이 제시되었으며, 본 논문에서는 Kishi-Chen(1990)의 지수모델을 적용하여, 회전에 대한 반강접 연결요소를 모델링하면 아래식과 같다.

$$rk_j = \frac{M_{pj}}{\vartheta_{0j}(1 + \vartheta_j^n)^{1+1/n}}, \quad (j = 2, 3) \quad (25)$$

$$\vartheta_{0j} = M_{pj} / rk_{0j}, \quad (j = 2, 3) \quad (26)$$

$$\vartheta_j = \theta_j / \vartheta_{0j}, \quad (j = 2, 3) \quad (27)$$

위 식에서  $M_p$ ,  $n$ ,  $rk_0$ 는 각각 반강접 연결요소의 최대 모멘트 지지력, 형상계수, 초기강성이며,  $\theta$ 는 강체거동이 고려된 상대 회전변위이다.

반강접 연결요소가 도입된 부재의 강성행렬은 행렬의 정적응축으로 계산할 수 있다. 연결요소의 강성행렬과 보-기둥요소의 강성행렬을 조합하고, 연결요소의 외부절점과 보-기둥요소의 내부절점에 대해 다시 정리하는 정적응축의 일련의 과정은 한상을 등(2001)의 연구논문에 수록되어 있다.

그림3은 본 연구에서 적용한 공간프레임 요소를 개념적으로 나타낸 것으로, 구조해석 시 부재옵션의 선택을 통해 다양한 조건의 비선형 해석을 수행할 수 있다.

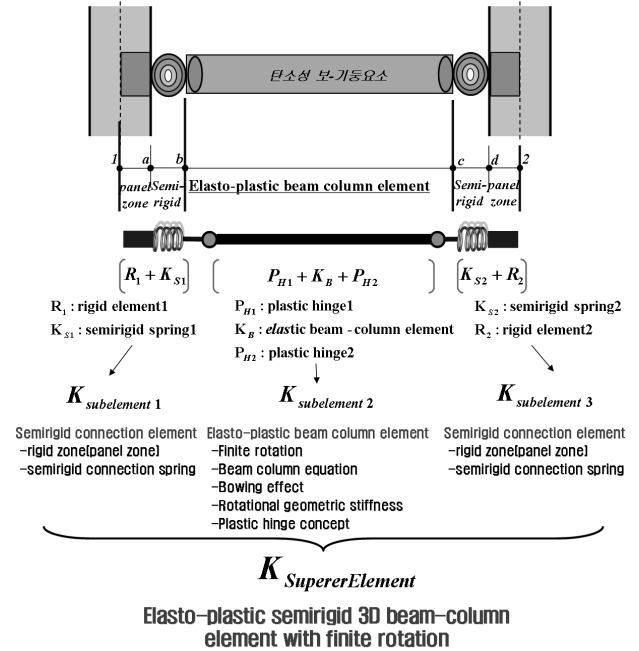


그림 3. 본 연구에서 제안한 반강접 공간프레임요소

### 8. 검증예제

수치예제를 통해 논문에서 제시된 알고리즘의 공간프레임에 대한 적용성 및 정확성을 검증하였다.

#### 8.1 굽힘 프레임의 횡좌굴

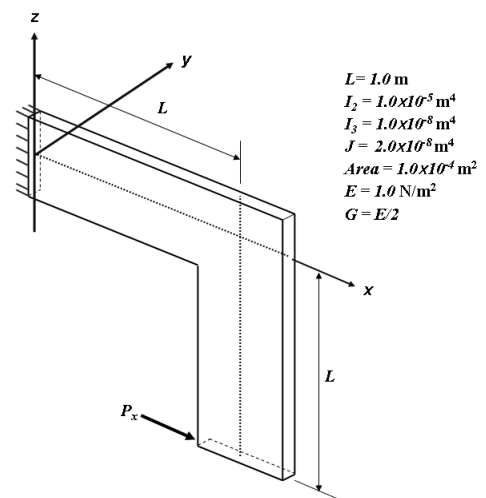


그림 4. 횡좌굴 프레임 모델

절점의 유한변형과 기하강성행렬의 정확성을 검증하기 위해 Argyris 등(1978, 1979)에 의해 제안된 횡좌굴해석을 수행하였다. 본 연구에서는 각각의 부재를 1개의 요소로 모델링하여, 하중증분에 의한 뉴튼랩슨법으로 해석을 수행하였으며, 고유치해석에 의한 최소고유치가 음의 값을 나타낼 때의 하중을 좌굴하중으로 판단하였다. 해석결과  $P_x$ 의 방향이 +, - 일 때 각각 1.5934N, 0.9615N으로 계산되었으며, Argyris 등(1978)에 의해 계산된  $P_{cr}$  값(1.50148N, 0.91839N)에 근접한 횡좌굴 해석결과를 나타내었다.

8.2 접합부 특성을 고려한 스타돔의 탄성 후좌굴해석

그림 5의 돔모델은 Stardome이라고 일반적으로 알려져 있는 검증모델로 트러스요소에 의한 후좌굴해석이 주로 연구되어진 모델이다. Meek 등(1984)의 연구에서는 그림5의 돔모델을 공간프레임으로 후좌굴해석을 수행하였는데, 단면적은 고정된 상태에서 단면형상을 변화시켜 각각의 단면조건에 따른 하중-변위관계를 찾았다. Section type-1, Section-type-2는 강접합이고, Section type-3은 휨강성이 zero인 편접합 조건이다.

본 연구에서 적용된 반강접 해석법의 정확성 및 특성을 파악하기 위해 그림5의 Section type-1, Section type-2의 단면조건에 반강접 연결요소를 도입하여 해석을 수행하였으며, 반강접 형상계수  $n$ 의 값을 조절함으로써 반강접 스프링의 강성을 조정하여 구조물의 유연성을 평가하였다.

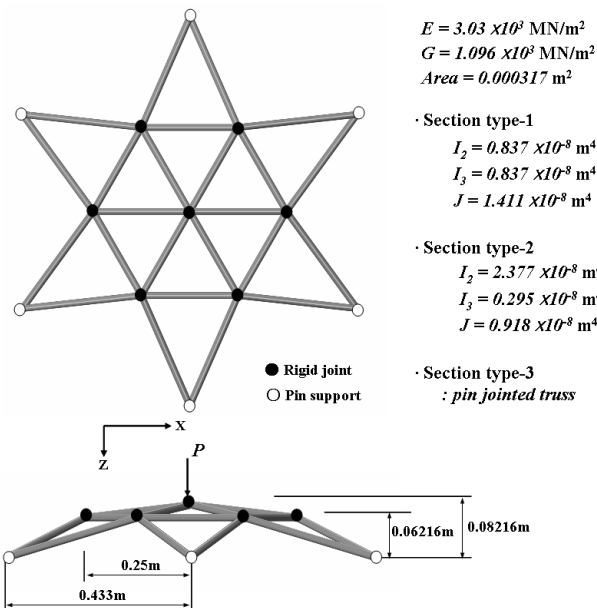


그림 5. 스타돔의 해석모델 및 단면조건

그림 6은 그림5의 단면조건에 따른 강접합, 편접합의 해석 결과이다. Meek 등(1984)의 해석결과와 본 연구의 해석결과가 비교적 잘 일치하고 있는데, Section type-2의 경우 좌굴 이후 대변형 상태에서 본 연구의 보-기둥요소의 결과와 Meek 등(1984)의 결과가 오차를 보이는 이유는 Meek 등(1984)이 사용한 요소가 굽힘효과에 대한 고차항을 생략한 보-기둥요소에 대한 근사요소이기 때문이다. 이에 대한 자세한 정식화 과정은 참고문헌(이경수 등, 2009)에 소개되어있어 본 연구에서는 요소에 대한 설명은 생략한다. 따라서 그림 6의 하중변위곡선 통해 Meek 등(1984)이 사용한 단면 휨강성에 따른 거동의 정확성 및 휨강성 크기에 따른 구조물의 연성화 되는 과정을 확인 할 수 있었다.

그림 7은 Section type-1의 단면조건 상태에서 반강접 형상계수  $n$ 의 값을 점차 저감시킴으로서 반강접 스프링의 휨강성을 조절하여 절점 접합상태가 강접→반강접→편접합으로 변화되었을 때 스타돔의 거동특성을 보여주고 있고, 그림8은 그림7의 경우와 마찬가지로 Section type-2의 단면조건 상태에서 반강접 형상계수의 값에 따른 거동특성을 보여주고 있다.

그림 7, 그림 8에서 적용한 단면형상계수  $n$ 의 값은 여러 가지 경우의 형상계수 중에서 접합부 반강접 거동특성을 가장 잘 나타내는 경우를 선택하여 나타낸 것으로, 연결요소의 강성이강접합에서 편접합으로 점차 변화함에 따라 구조물의 거동이 연성화 됨을 확보할 수 있었다.

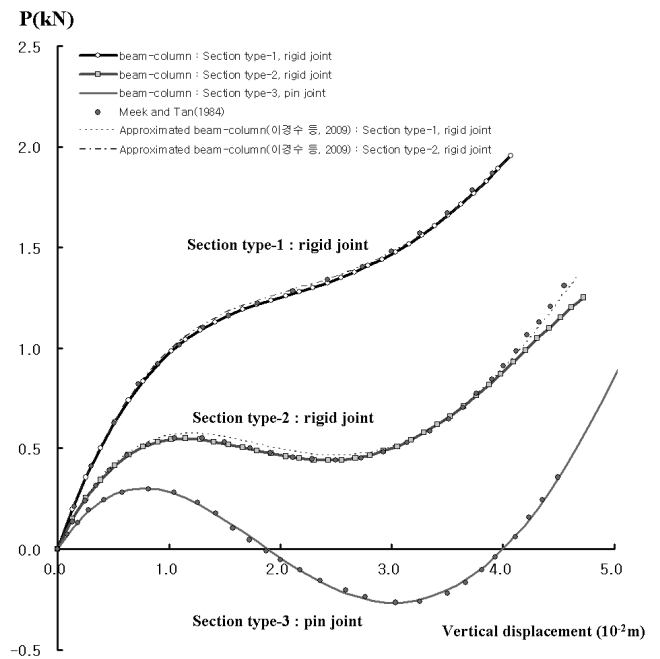


그림 6. 단면조건에 따른 프레임돔 정점의 연직방향 하중-변위관계 곡선

### 8.3 Horizontal bent 프레임의 비선형 탄소성해석

그림9의 해석모델은 부재 중간 B점에 작용하는 연직방향 집중하중에 의해 부재에 휨모멘트와 비틀림모멘트가 발생하여, 작용하중이 점차 증가함에 따라 A→D→B 절점순서로 소성힌지가 발생하게 검증예제이다.

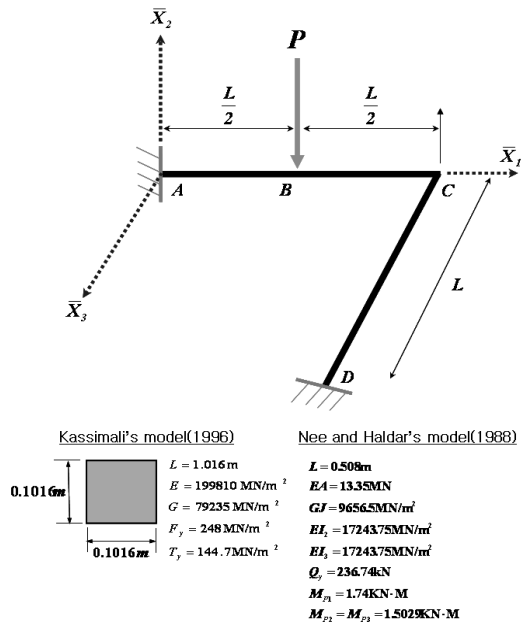


그림 9. bent 프레임의 해석모델

그림 10, 그림 11에 참고문헌의 해석결과와 저자에 의해 수행한 해석결과를 비교하였는데, 부재길이  $L$ 이 1.016m인 모델(Abbasnia 등, 1995)과 0.508m인 모델(김문영 등, 1994, 1996)의 2가지 해석모델에 대해서 각각 해석을 수행하여 기존의 연구결과와 비교하였다. 본 연구의 해석결과는 Abbasnia 등(1995)의 결과와 일치하였지만, 그 외의 참고문헌의 결과와 불일치하였는데, 이유는 본 연구에서는 식(20)의 항복조건식에서 비틀림에 대한 영향을 고려하였기 때문이다.

Hodge(1959)는 B절점에서 소성힌지가 발생하는 하중계수를 4.9로 예측하였다. Ueda 등(1982)은 Hodge가 계산한 하중계수 4.9가 lower bound임을 보였다. 따라서 계산된 하중계수가 4.9를 초과하는 김문영 등(1994, 1996), Abbasnia 등(1995), Nee 등(1988), Shi 등(1988)), 본 연구의 해석결과는 적절한 결과임을 알 수 있다.

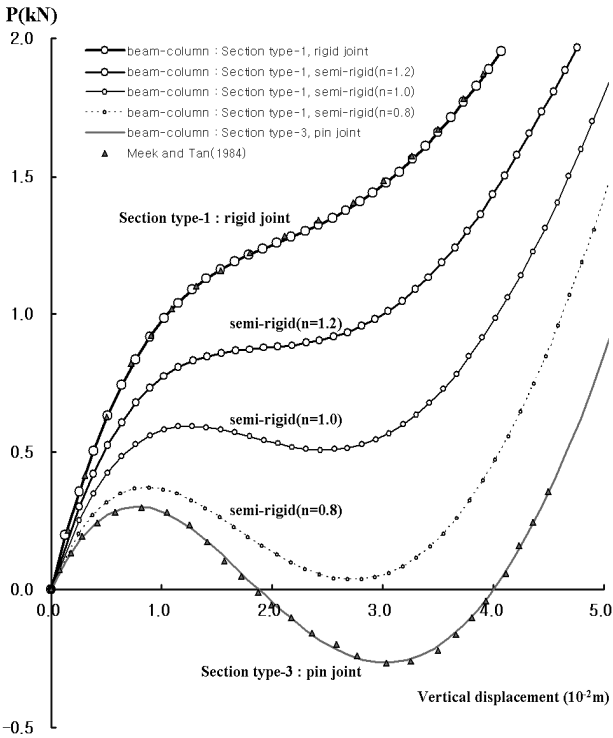


그림 7. 단면1 연결요소 특성에 따른 정점의 연직방향 하중-변위관계 곡선

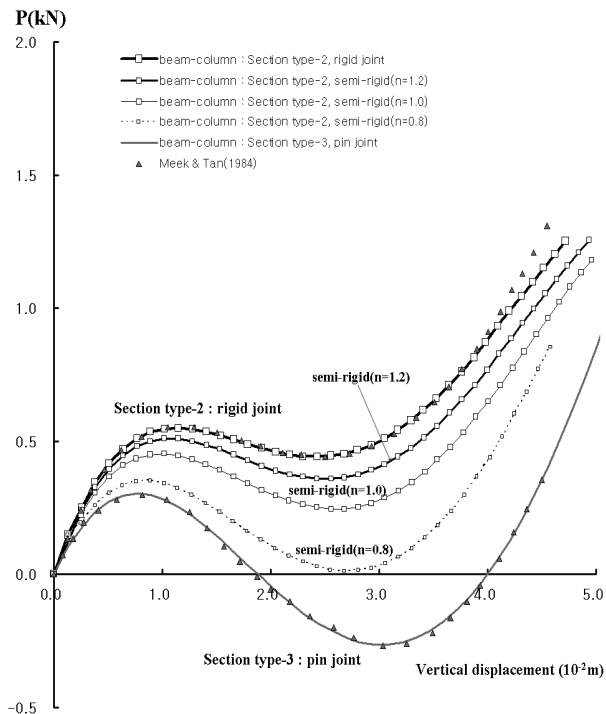


그림 8. 단면2의 연결요소 특성에 따른 정점의 연직방향 하중-변위관계 곡선

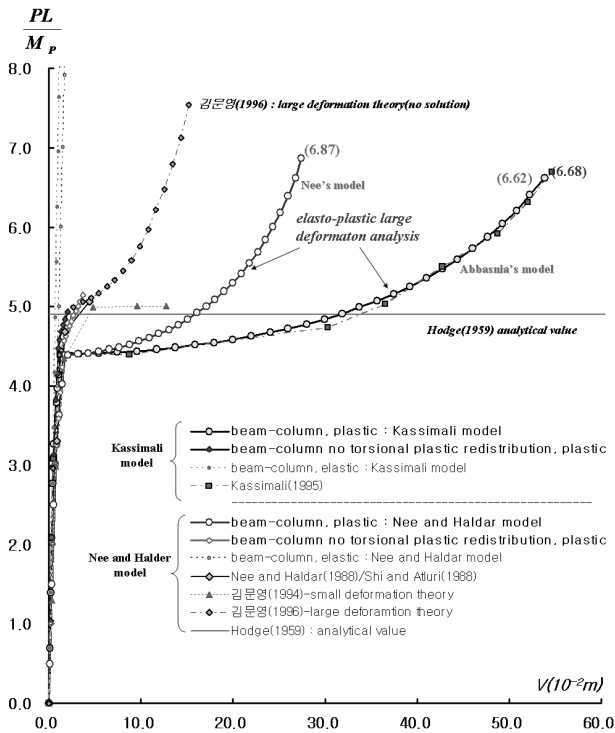


그림 10. bent 프레임 C절점 연직방향의 하중-변위관계 곡선

만약 비틀림에 대한 소성의 영향을 고려하지 않으면, 그림 11에서와 같이 미소변형상태를 나타내게 되고, 해석결과는 Nee 등(1988), Shi 등(1988), 김문영 등(1994, 1996)의 결과와 유사하게 된다. 그러나 본 연구에서 적용한 이론에 의한 해석에서는, 양 지점인 A, D단에 소성힌지가 도입된 후, B단이 소성화 하기 전까지, 구조시스템은 기하학적으로 불안정 상태에 놓이게 되고, 외부하중의 작용에 따라 대변형의 강제거동을 하고 있음을 알 수 있었다. 그림 10, 그림 11에서 괄호()안의 수치는 무차원 탄소성 극한하중 값을 나타낸 것이다.

#### 8.4 18부재 프레임들의 반강접 탄소성 후좌굴해석

그림 12는 18부재의 강절점으로 이루어진 프레임들의 해석 모델이며, 이 모델에 대한 반강접 탄소성 후좌굴해석을 수행하여 이전 연구결과와 비교하였다. Paradrakakis(1986)는 총 48개의 유한요소로 인한 보요소로 탄소성 후좌굴해석을 수행하였는데, 본 연구에서는 Agyris 등(1982), Kondoh 등(1986), Shi 등(1988), Kassimali 등(1991), Abbasnia 등(1995)의 경우와 같이 18개의 부재로 모델링하여 그림 13과 같이 강접 탄소성/탄소성 후좌굴해석을 수행하였으며, 그림 14와 같이 반강접 탄소성/탄소성 후좌굴해석을 수행하였다.

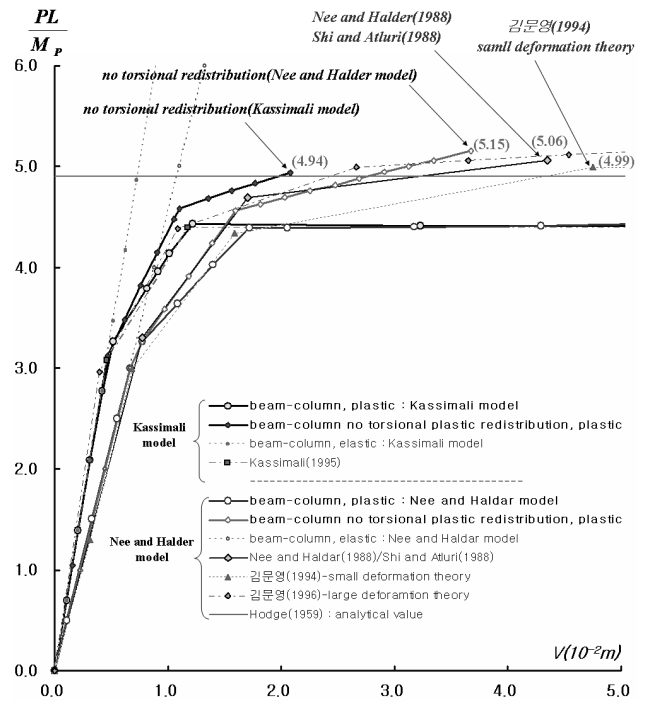


그림 11. 비틀림 모멘트 영향에 따른 bent 프레임 C절점 연직방향의 하중-변위관계 곡선

그림 13의 탄소성 후좌굴해석에 사용된 요소는 보-기둥요소, 굽힘효과를 고려하지 않은 보-기둥요소, 근사 보-기둥요소, 유한요소법에 의한 오일러 보요소를 사용하여 이전 연구결과와 비교하였으며, 탄소성 후좌굴해석에서는 보-기둥요소를 사용하여 이전 연구결과와 비교하였다.

그림 13의 탄소성 후좌굴 해석결과 18개의 요소로 해석을 수행한 본 연구의 보-기둥요소의 결과는 Kassimali 등(1991)의 결과와 일치하였으며, 근사 보-기둥요소의 좌굴하중은 보-기둥요소의 좌굴하중에 비해 약간 크게 계산되었다. 유한요소법에 의한 오일러-보요소의 결과는 정해와 많은 오차가 있었지만 1개의 부재를 4개의 요소로 분할하여 총 72개의 요소로 해석을 수행하였을 때 근사 보-기둥요소의 결과에 수렴하고 있음을 알 수 있었다. 또한 Kondoh 등(1986)의 해석결과는 근사 보-기둥요소의 결과와 근접하였고, 가정 응력장을 사용한 Shi 등(1988)의 해석결과는 다른 해석방법에 비해 큰 좌굴하중을 나타내었다. 따라서 본 연구의 보-기둥요소는 참고문헌의 이전 연구결과와 매우 근접한 해석결과를 보여 주었으며, 근사 보-기둥요소나 유한요소법에 의한 오일러-보요소에 비해 정확한 해석결과를 나타내어, 해석적 효율성 및 정확성을 검증할 수 있었다. 이중 보-기둥이론을 적용한 Kassimali 등(1991)의 결과와 가장 근접하였다. 탄소성해석 시 굽힘효과 적용 여부에 따라 축력이 크게 작용하는 부분의 거동차이가 그렇지 않은 구간에 비해 크게 나타났다.



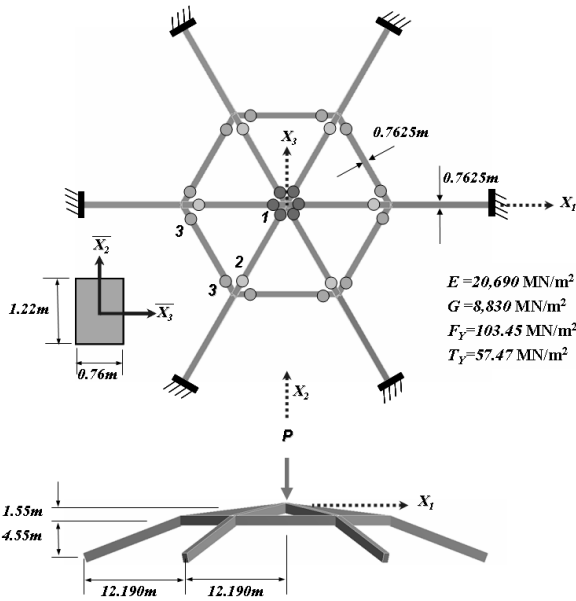


그림 12. 18 Member Space Dome의 해석모델 및 해석조건

표1. 18 Member Space Dome의 반강접 스프링 강성

	$k_x$	$k_{\theta y}$	$k_{\theta z}$
semi-rigid type1	$EA$	$EI_y \times 0.1$	$EI_z \times 0.1$
semi-rigid type2	$EA$	$EI_y \times 0.1 \times 0.1736$	$EI_y \times 0.1 \times 0.4444$

Agyris 등(1982)는 부재를 세분화하여 plastic zone 해석을 수행하였고, Abbasnia 등(1995)는 소성힌지 해석을 수행하였다. 해석결과(그림 13) 그림12의 구조물의 정상부 절점 1에서 소성힌지가 먼저 발생하고, 소성화가 진전되어 2번 절점에서 동시에 소성힌지가 발생하여 뿔좌굴형 좌굴거동을 일으킴을 알 수 있었다. 또한, 본 연구의 해석결과는 탄소성 좌굴 이전 단계의 평형경로에서 Agyris 등(1982), Abbasnia 등(1995)의 해석결과와 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있었고, 이전의 연구에서 보고되지 않은, 탄소성 후좌굴 평형경로를 정확히 예측하여, 1→2→3번 절점으로의 소성화 진행과정을 성공적으로 규명하였다.

탄소성해석에 있어서는 탄성해석과 달리 굽힘효과에 대한 영향이 비교적 미미하였는데(그림 13), 그 이유는 부재력이 과도하게 발생한 부재단부에서는, 항복조건식에 의해 소성힌지를 도입하여 하중분산효과를 발휘하기 때문인 것으로 사료된다. 따라서 탄소성 해석에서는 굽힘효과에 의한 기하학적 비선형 효과가 작아지게 됨을 알 수 있었으며, 이러한 이유로 탄소성 해석시에는 고차의 비선형 효과를 생략한 加藤史郎(1997)의 탄소성 스프링모델에 의한 해석결과가 본 연구의 보-기둥요소에 의한 결과와 유사하게 나타났다. 따라서 탄성 해석에서는 기하학적 비선형 효과의 영향이 크게 나타났지만,

탄소성해석의 경우에는 기하학적 비선형성의 영향이 적어짐을 확인 할 수 있었다. 그림 14의 반강접 탄성/탄소성해석에 사용된 요소는 보-기둥요소이며 그림 12, 그림 13의 재료모델에 대해서 표1과 같은 접합부 스프링강성을 적용하여 구조물의 접합부 강성에 따른 연성화 과정을 해석하였다. 해석결과 반강접 스프링의 강성특성에 따라 구조물의 강성이 연성화 되어 더 작은 하중에서 뿔좌굴 현상이 발생하였는데, 접합부의 강성에 따른 구조물의 거동 특성을 명확하게 보여주고 있다.

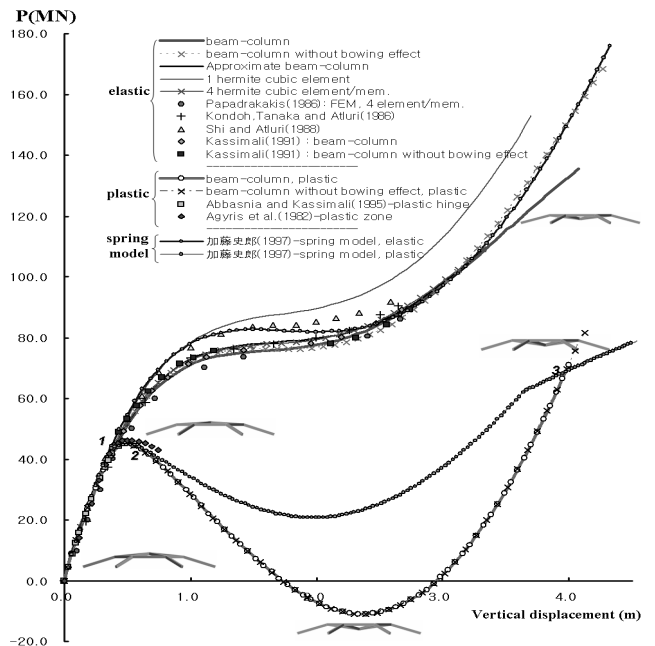
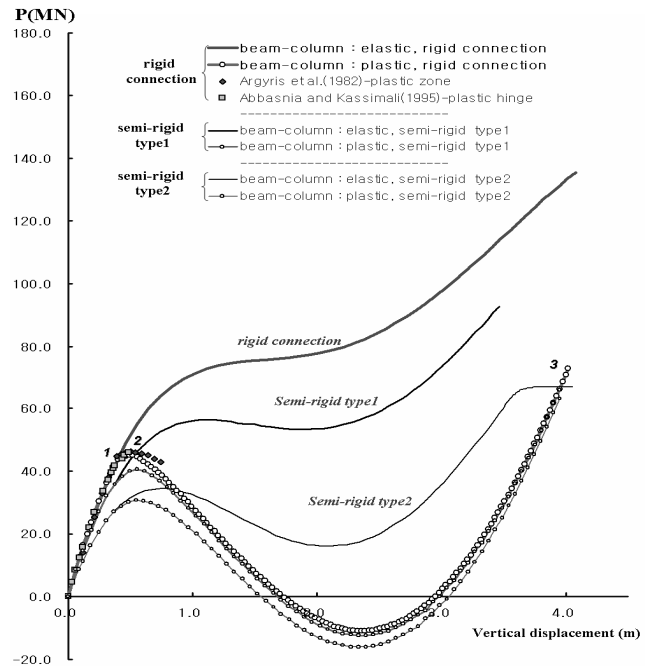


그림 13 18 Member Space Dome 정점의 하중 변위 곡선

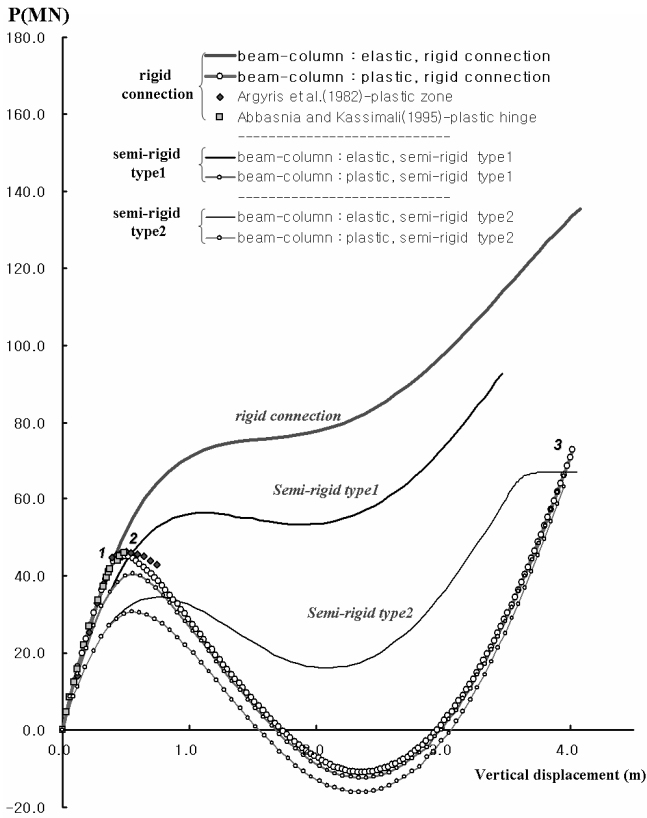


그림 14. 18 Member Space Dome의 반강접 특성에 따른 정점의 하중-변위 곡선

8.5 접합부 특성을 고려한 공간프레임의 탄소성 후좌굴해석

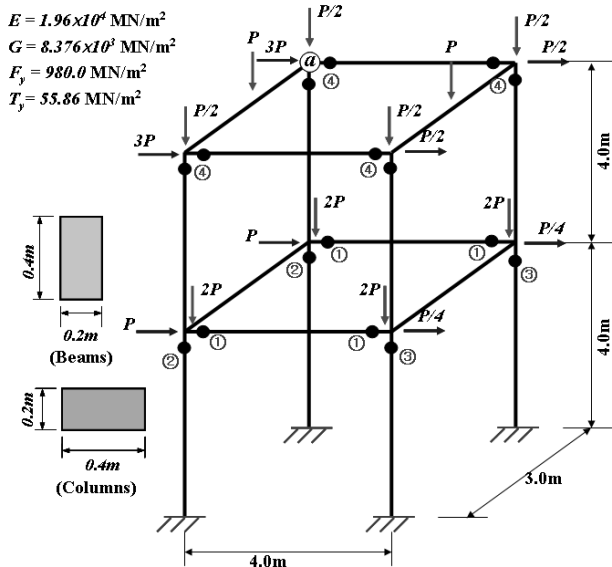


그림 15. 2층 공간프레임 해석모델

Argyris 등(1982)은 소성영역(plastic zone)방법에 의해 그림 15의 2층 공간프레임 모델에 대한 탄소성해석을 수행

하였고, Abbasnia 등(1995)은 소성힌지방법으로 같은 모델에 대한 탄소성해석을 수행하였는데, 해석결과의 검토과정에서 Argyris 등(1982)의 논문에 표기된 항복응력 값이, 표기상의 오류가 있음을 지적하였다. 따라서 본 논문에서는 Abbasnia 등(1995)의 해석조건을 따랐으며, 접합부 특성을 고려한 탄성, 탄소성해석을 수행하여, 각각의 해석방법에 대한 결과를 비교 평가함으로써 제안된 해석법의 타당성을 검증하였다.

그림 16은 각각의 해석방법에 따른 (a)절점의 수평방향 하중-변위관계를 나타낸 것이다. 강접합, 반강접에 의한 탄소성 해석결과, 그림 15의 ①-②-③-④ 절점의 순서로 소성힌지가 발생하였으며, 강접합의 해석결과를 이전의 연구결과와 비교하여, 그림 16에 나타내었는데, 본 연구의 해석결과와 Argyris 등(1982), Abbasnia 등(1995)의 결과와 거의 일치하였지만, 김문영 등(1994, 1996)의 해석결과와는 차이가 있음을 알 수 있었다.

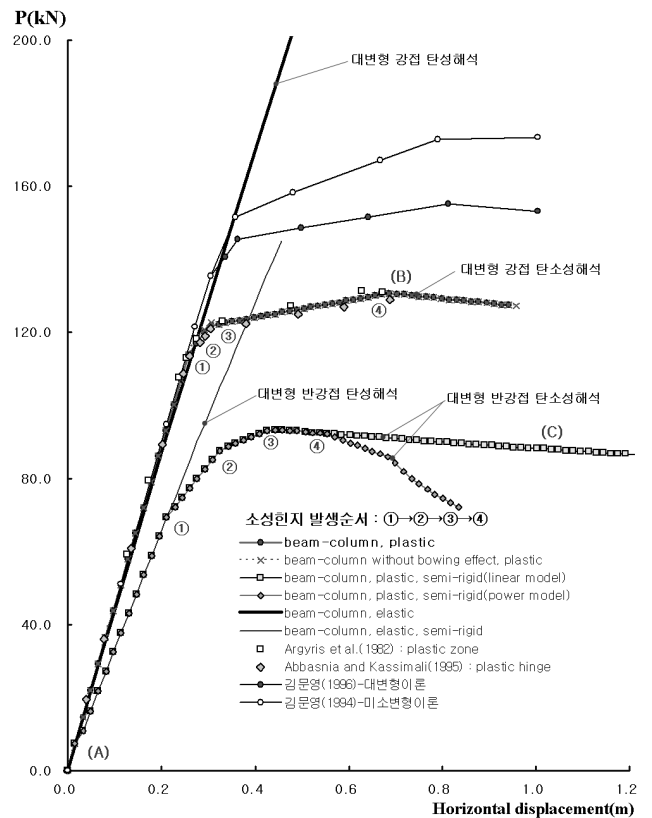


그림 16. 2층 공간프레임의 (a)절점에서의 수평방향 하중-변위관계 곡선

선형 반강접 스프링의 강성은 표 2와 같으며, 표 2의 선형 반강접 스프링강성에 식(25)의 지수식을 적용하여 해석을 수행하였는데, 도입된 반강접 스프링에 따라 구조물에 연성이

도입되어 더 작은 하중상태에서 소성화가 발생하였다. 그림 17은 그림16의 (A), (B), (C) 상태에 대한 구조물의 변형 형상을 나타낸 것으로, 접합부 특성이 유연한 반강접 조건의 변형이 더 크게 발생하였음을 알 수 있다.

표 2. 2층 공간프레임의 반강접 스프링 강성

	$k_x$	$k_{\theta y}$	$k_{\theta z}$
반강접스프링강성	$9.8 \times 10^8 N$	$9.8 \times 10^4 N \cdot m^2$	$9.8 \times 10^4 N \cdot m^2$

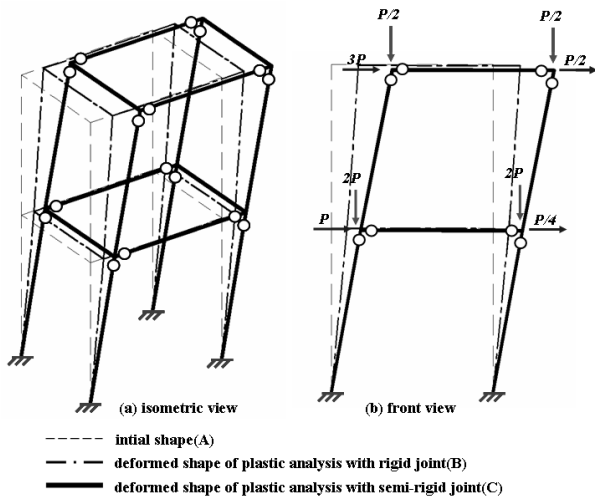


그림 17. 2층 공간프레임의 해석조건별 변형형상

### 9. 결론

접합부 특성을 반영한 공간프레임의 대변형 해석기법을 개발하기 위해, 오일러리안 좌표계에 의한 유한회전이론과, 굽힘효과가 고려된 탄소성 보-기둥이론을 적용하였으며, 철골프레임의 접합부 반강접 특성을 고려하였고, 후좌굴해석과 같은 고도의 비선형해석을 수행하기 위해, 기하강성행렬의 모멘트에 대한 영향을 고려하였다. 검증예제를 수행하여 각각의 해석조건과 방법에 대한 특성을 분석하였으며, 제안된 이론 및 해석기법에 대한 정확성 및 적용성을 평가하였다.

본 연구에서 제시된 해석이론 및 개발된 프로그램에 의해 검증예제를 수행하였는데, 탄성영역에서의 횡좌굴, 뒹좌굴에 대해서 정확한 해석결과를 얻을 수 있었으며, 접합부 특성에 따라 구조물의 거동이 유연해짐을 검증할 수 있었다. 또한 탄성해석과 마찬가지로 탄소성해석 예제에서도 본 연구의 해석 결과는 참고문헌의 해석결과와 일치하였으며, 접합부 특성을 고려한 탄소성해석도 성공적으로 수행할 수 있었다.

따라서 본 논문에서 제시한 공간프레임의 해석이론 및 해석 기법은 철골구조물의 정확한 거동특성을 분석하기 위한 기초

연구로 사용될 수 있을 것으로 기대되며, 향후 접합부 및 철골프레임의 동하중에 의한 동적 탄소성해석의 연구가 필요할 것으로 사료된다.

### 감사의 글

본 논문은 2005년 한국건설교통기술평가원(과제번호:05 건설핵심C02)의 연구비 지원으로 이루어진 것으로, 이에 감사드립니다.

### 참고 문헌

김문영 (1994) 공간 뼈대구조물의 탄소성 유한요소해석, 성대논문집(과학기술편), 제45권, 제2호, pp.317-329.

김문영, 노병준, 정성엽 (1996) 공간뼈대 구조물의 대변형 및 탄소성 유한요소해석, 한국강구조학회 학술발표대회 논문집, pp.157-168.

김종민, 정명채 (2007) 等分布荷重 및 偏載荷重을 고려한 單層 래티스 돔의 斷面算定法, 대한건축학회 논문집(구조계), 제23권, 제3호, pp.45-53.

이경수, 한상을 (2009) 공간프레임의 대변형 해석을 위한 오일러리안 정식화, 대한건축학회 구조계, 제25권, 제1호, pp. 73-80.

정명채 (2000) Roller 지지된 단층 래티스 돔의 탄소성 좌굴 내력에 접합형식이 미치는 영향, 대한건축학회 논문집(구조계), 제16권, 제8호 pp.27-35.

한상을, 이진섭, 권현재 (2001) 접합부의 특성을 고려한 볼 접합 단층 래티스 돔의 탄소성 좌굴해석, 대한건축학회 논문집(구조계), 제17권, 제6호, pp.43-51.

한상을, 이경수 (2007) 공간구조의 후좌굴 해석에 관한 연구, 대한건축학회 구조계, 제23권, 제7호, pp.53-60.

한상을, 이경수 (2007) 공간구조의 비선형 탄소성 후좌굴해석에 관한 연구, 대한건축학회 구조계, 제23권, 제12호, pp. 59-68.

Abbasnia, R. and Kassimali, A. (1995) Large Deformation Elastic-plastic Analysis of Space Frames, *J. Construct. Steel Research*, Vol. 35, pp.275-290.

Argyris, J. H., Dunne, P. C., and Scharpf, D. W. (1978) On large displacement small strain analysis of structures with rotational degrees of freedom, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 14, pp.401-451, Vol. 15, pp.99-135.

Argyris, J. H., Balmer, H., Doltsinis, I. St., Dunne, P. C., Haase, M., Kleiber, M., Malejannakis, G. A., Mlejnek, H. P., Muller, M. and Scharpf, D. W. (1979) Finite element method-The natural approach, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 17, No. 18, pp.1-106.

- Argyris, J. H., Boni, B., Hindenlang, U., and Kleiber, M. (1982) Finite element analysis of two and three dimensional elasto-plastic frames-the natural approach, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 35, pp.221-248.
- Chen, W. F., and Lui, E. M. (1991) *Stability Design of Steel Frames*, CRC Press
- Chen, W. F., Goto, Y. and Liew, J. Y. R. (1996) *Stability Design of Semi-Rigid Frames*, John Wiley & Sons, Inc.
- Cheng, H. and Gupta, K. C. (1989) An historical note on finite rotations, *J. Applied Mechanics*, Vol. 56, pp.139-145.
- Crisfield, M. A. (1997) *Nonlinear finite element analysis of solids and structures*, Vol. 2, Advanced Topics, John Wiley & Sons
- Euler, L. (1775) *Formulae Generales pro Translatione Quacunque Corporum Rigidrum*, Novi Commentari Acad. Imp. Petrop., Vol.20, pp.189-207.
- Goldstein, H. (1980) *Classical Mechanics*, Addison-Wesley
- Hodge, D. G. (1959) *Plastic Analysis of Structures*, McGraw-Hill, New York, USA.
- Izzuddin, B. A., and Elnashai, A. S. (1993) Eulerian formulation for large displacement analysis of space frames, *J. Eng. Mech. ASCE*, Vol. 119, No. 3, pp. 549-569.
- Kassimali, A. (1983) Large deflection analysis of elastic-plastic frames, *J. Struct. Eng.*, Vol. 109, No. 8, pp.1869-1886.
- Kassimali, A., and Abbasnia, R. (1991) Large deformation analysis of elastic space frames. *J. Struct. Eng. ASCE*, Vol. 117, No. 7, pp.2067-2087.
- Kishi, N., and Chen, W. F. (1990) Moment-Rotation Relations of Semi-Rigid Connections with Angles, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 116 No. 7, pp.1813-1834.
- Kondoh, K., and Atluri, S. N. (1986) Simplified Finite Element Method for Large Deformation, Post-Buckling Analysis of Large Frame Structures, Using Explicitly Derived Tangent Stiffness Matrices, *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 23, No.1, pp.69-90.
- Liew, J. Y. R., Chen, H., Shanmugam, N. E., and Chen, W. F. (2000) Improved nonlinear plastic hinge analysis of space frame structures. *Engineering Structures*, Vol. 22, pp.1324-1338.
- Liu, Y., Xu, L. and Grierson, D. E. (2008) Compound-element modeling accounting for semi-rigid connections and member plasticity, *Engineering Structures*, Vol. 30, pp.1292-1307.
- Meek, J. L., and Tan, H. S. (1984) Geometrically Nonlinear Analysis of Space Frames by an Incremental Iterative Technique. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. Vol. 47. pp.261-282.
- Nee, K. M., and Haldar, A. (1988) Elastoplastic Nonlinear Post-Buckling Analysis of Partially Restrained Space Structures. *Methods in Applied Mechanics and Engineering*. Vol. 71. pp.69-97.
- Oran, C. (1973) Tangent stiffness in space frame, *J. Struc. Div., ASCE*, pp.987-1001.
- Papadrakakis, M., and Ghionis, P. (1986) Conjugate gradient algorithms in nonlinear structural analysis problems, *Comput. Methods Appl. Mech. and Engrg.*, Vol. 59, No. 1, pp.11-27.
- Powell, G. H., and Chen, P. F. (1986) 3-D Beam-column element with generalized plastic hinges. *J. Engng Mech. ASCE*, Vol. 112, No.7, pp.627-641.
- Renton, J.D.(1962) Stability of space frames by computer analysis. *J. Struct. Div., ASCE*, Vol.88(8), pp.81-103.
- Saafan, S.A. (1962) Nonlinear behavior of structural plane frames, *J. Struct. Div., ASCE*, Vol. 89, No. 4, pp.557- 579.
- Skulovic, M., and Nefovska-Danilovic, M. (2008) Contribution to transient analysis of inelastic steel frames with semi-rigid connections, *Engineering Structures*, Vol. 30, pp.976-989.
- Shi, G. and Atluri, S. N. (1988) Elasto-plastic large deformation analysis of space-frames : a plastic-hinge and stress-based explicit derivation of tangent stiffness, *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 26, pp.589-615.
- Spiller, W. R. (1989) Geometric stiffness matrix for space frames, *Computers & Structures*, Vol. 36, no. 1, pp.29-37.
- Ueda, Y., and Yao, T. (1982) The plastic node method : A new method of plastic analysis, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.* Vol. 34, pp.1089-1104.
- 加藤史郎 (1997) 単層ラチスドームの座屈に関する研究成果の報告,ラチス構造の弾塑性座屈解析法の基礎, 符録1, 豊橋技術科学大學建設工学系構造工学講座  
一級建築士事務所 : <http://www.sdr-tech.co.jp/>  
(접수일자 : 2009. 1. 13 / 심사일 2009. 1. 29 / 게재확정일 2009. 6. 8)